

**T.C.**  
**BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI**  
**MATEMATİK EĞİTİMİ**



**ORTAÖĞRETİM ÖĞRETMENLERİNİN SONSUZLUK ALGILARI**

**FUAT GENÇ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Jüri Üyeleri:**    **Prof. Dr. Hülya GÜR**        **(Tez Danışmanı)**  
Dr. Öğr. Üyesi Mevhibe KOBAK DEMİR  
Dr. Öğr. Üyesi Başak BARAK  
Prof. Dr. Süha YILMAZ  
Dr. Öğr. Üyesi Ayşen KARAMETE

**BALIKESİR, EKİM - 2021**

## **ETİK BEYAN**

Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak tarafımda hazırlanan “**Ortaöğretim Öğretmenlerinin Sonsuzluk Algıları**” başlıklı tezde;

- Tüm bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Kullanılan veriler ve sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Tüm bilgi ve sonuçları bilimsel araştırma ve etik ilkelere uygun şekilde sunduğumu,
- Yararlandığım eserlere atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,

beyan eder, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ederim.

**Fuat GENÇ**

## ÖZET

**ORTAÖĞRETİM ÖĞRETMENLERİNİN SONSUZLUK ALGILARI  
YÜKSEK LİSANS TEZİ  
FUAT GENÇ  
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ  
(TEZ DANIŞMANI: PROF. DR. HÜLYA GÜR)**

**BALIKESİR, EKİM - 2021**

Bu araştırma, ortaöğretim öğretmenlerinin sonsuzluk, belirsizlik, tanımsız, sayılabilirlik ve sınırlılık kavramlarına ilişkin algılarını incelemeyi amaçlamaktadır. Matematikte ayrık kavramların hem öğrenilmesinde hem de öğretilmesinde zorluklar vardır. Bu çalışmada ortaöğretim öğretmenlerinin yukarıda bahsedilen kavramlara ilişkin algı düzeylerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Araştırmada nitel araştırma yaklaşımına dayalı durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. 74 ortaöğretim öğretmeni ile klinik görüşmeler yapılmıştır. Nitel olarak elde edilen veriler içerik analizi yöntemiyle çözümlenmiştir. Veriler temalar, alt temalar ve kodlar belirlenerek analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda; sonsuzluk kavramının farklı şekillerde algılandığı ve yorumlandığı tespit edilmiş ve literatürdeki çalışmalarla karşılaştırılarak tartışılmıştır. Öğretmenlerin SOLO taksonomisinin "ön-yapı" ve "tek yönlü yapısına" sahip oldukları ancak nadiren "ilişkisel yapı" ve "soyut yapıya" ulaştıkları görülmüştür. Öğretmenlerin verdikleri cevaplar kanıt şemalarına göre incelendiğinde, genellikle "dışsal kanıt şemaları" ve "deneysel kanıt şemaları" kullandıkları, nadiren "analitik kanıt şemalarına" yer verdikleri görülmüştür. Öte yandan öğretmenlerin sonsuzluk kavramına ilişkin sezgisel algılarının yaşa göre değişmediği, biçimsel sonsuzluk kavramına ilişkin algılarının ise yaş ve kıdeme göre değiştiği sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmenlerin genellikle "dış kanıt şemaları"na sahip oldukları ve çoğunun SOLO taksonomisindeki "çok yönlü yapı"nın üzerine çıkamadığı sonucuna varılmıştır. Sonuç olarak öğretmenlerin sonsuzluk algısının, kıdemlerine ve yaşlarına göre değiştiği açıktır. Öğretmenlere sonsuzluk algısını geliştirici hizmet içi eğitim faaliyetleri önerilmektedir.

**ANAHTAR KELİMELER:** Sonsuzluk, ortaöğretim öğretmenleri, kanıt şemaları, SOLO taksonomisi

Bilim Kod / Kodları : 11404

Sayfa Sayısı : 118

## **ABSTRACT**

**SECONDARY EDUCATION TEACHERS' INFINITY PERCEPTIONS  
MSC THESIS  
FUAT GENÇ  
BALIKESIR UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE  
MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION  
MATHEMATICS EDUCATION  
(SUPERVISOR: ASSOC. PROF. DR. HÜLYA GÜR)**

**BALIKESIR, OCTOBER - 2021**

This study aims to examine the perceptions of secondary school teachers about the concept of infinity, uncertainty, undefined, countability and limitation. There are difficulties in both learning and teaching discrete concepts in mathematics. In this study, it was aimed to determine the perception levels of secondary school teachers about the concepts mentioned above. In the study, the "case" study method based on the qualitative research approach was used. Clinical interviews were conducted with 74 secondary school teachers. Qualitatively obtained data were analyzed by the content analysis method. The data were analyzed by determining the themes, sub-themes and codes. As a result of the research, it has been determined that the concept of infinity is perceived and interpreted in different ways and it is discussed by comparing it with the studies in the literature. It was observed that the teachers had the "pre-structure" and "unidirectional structure" of the SOLO taxonomy, but they rarely reached the "relational structure" and "abstracted structure". When the answers given by the teachers were analyzed according to the evidence schemes, it was found that they generally used "external evidence schemes" and "experimental evidence schemes", and rarely included "analytical evidence schemes". It was concluded that teachers generally have "external evidence schemes", and most of them could not rise above the "multifaceted structure" in the SOLO taxonomy. As a result, it is clear that teachers' perception of eternity affects their seniority and age. In-service training is recommended for teachers.

**KEYWORDS:** Infinity, secondary school teachers, proof schemes, SOLO taxonomy.  
Science Code / Codes : 11404 Page Number : 118

# İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
<b>ÖZET</b> .....	<b>i</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>ii</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>iii</b>
<b>TABLO LİSTESİ</b> .....	<b>vii</b>
<b>SEMBOL LİSTESİ</b> .....	<b>viii</b>
<b>ÖNSÖZ</b> .....	<b>ix</b>
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
1.1 Araştırmanın Amacı .....	4
1.2 Araştırma Problemi .....	5
1.2.1 Alt Problemler .....	5
1.3 Araştırmanın Önemi .....	6
1.4 Araştırmanın Sınırlılıkları.....	7
1.5 Araştırmanın Sayıltıları .....	7
1.6 Tanımlar .....	7
<b>2. İLGİLİ ALANYAZIN</b> .....	<b>8</b>
2.1 Kuramsal Çerçeve.....	8
2.1.1 Matematik Kavramı.....	8
2.1.2 Sonsuzluk Kavramı ile İlişkili Farklı Yaklaşımlar .....	12
2.1.2.1 SOLO Taksonomisi .....	12
2.1.3 Kanıt Şemaları .....	14
2.1.3.1 Dışsal Kanıt Şemaları .....	15
2.1.3.2 Deneysel Kanıt Şemaları .....	15
2.1.3.3 Analitik Kanıt Şemaları .....	15
2.2 İlgili Çalışmalar .....	15
2.2.1 Sonsuzluk; Sonsuzluk Algısı, Sonsuz Sayılar, Sonsuz Kümelerin Karşılaştırılması Üzerine Yapılan Araştırmalar .....	16
2.2.2 Öğretmenlerin Kanıt Şemaları ile İlgili Yapılan Çalışmalar .....	24
<b>3. YÖNTEM</b> .....	<b>27</b>
3.1 Araştırmanın Modeli .....	27
3.2 Evren ve Çalışma Grubu.....	28
3.3 Veri Toplama Araçları.....	31
3.3.1 Sonlu Kavramı ve Günlük Hayatta Kullanımının Örneklenmesi İle İlgili Soru .....	31
3.3.2 Sonsuzluk Kavramı ve Günlük Hayatta Kullanımının Örneklenmesi ile İlgili Soru .....	32
3.3.3 Belirsizlik Kavramı ve Günlük Hayatta Kullanımının Örneklenmesi ile İlgili Soru .....	32
3.3.4 Tanımsızlık Kavramı ve Günlük Hayatta Kullanımının Örneklenmesi ile İlgili Soru .....	32
3.3.5 Belirlilik Kavramı ve Günlük Hayatta Kullanımının Örneklenmesi ile İlgili Soru .....	33
3.3.6 Sınırlılık Kavramı ve Günlük Hayatta Kullanımının Örneklenmesi ile İlgili Soru .....	33
3.3.7 Sınırsızlık Kavramı ve Günlük Hayatta Kullanımının Örneklenmesi ile İlgili Soru .....	33

3.3.8 Sonsuz Küçük Kavramı ve Günlük Hayatta Kullanımının Örneklenmesi ile İlgili Soru .....	34
3.3.9 Sonsuz Büyük Kavramı ve Günlük Hayatta Kullanımının Örneklenmesi ile İlgili Soru .....	34
3.3.10 Sonsuz Sınırlı Mıdır Algısı ile İlgili Soru .....	34
3.3.11 Sınırlı Sonsuz Mudur Algısı ile İlgili Soru.....	34
3.3.12 Sonsuzda Yutan Eleman Algısı ile İlgili Soru.....	35
3.3.13 Sayılabilirlik Algısı ile İlgili Soru .....	35
3.3.14 Sonlu Küme ile İlgili Soru.....	35
3.3.15 Sonsuz Kümelerde Bire-Bir Eşleme ile İlgili Soru .....	36
3.3.16 En Büyük Sayı ve En Büyük Sayının Sonsuz Olması Fikri ile İlgili Soru.....	36
3.3.17 $0 \cdot \infty = ?$ $\frac{\infty}{\infty} = ?$ $\frac{0}{0} = ?$ $1^\infty = ?$ $\infty^0 = ?$ $\frac{a}{0} = ? (a \neq 0)$ Değerlerin Bulunması ile İlgili Soru .....	36
3.3.18 Ortaöğretim Öğretmenlerinin Aldıkları Puanlar Branş, Cinsiyet ve Kıdeme Göre Nasıl Durumları ile İlgili Soru .....	37
3.4 Pilot Çalışma .....	37
3.5 Veri Toplama Süreci.....	37
3.5.1 Klinik Mülakat.....	37
3.6 Verilerin Analizi .....	38
3.6.1 Geçerlik ve Güvenirlik .....	40
<b>4. BULGULAR VE TARTIŞMA .....</b>	<b>43</b>
4.1 Araştırmanın Birinci Alt Problemi Olan “Sonlu Kavramı ve Günlük Hayat Örneklerine” Ait Bulgular .....	46
4.2 Araştırmanın İkinci Alt Problemi Olan “Sonsuzluk Kavramı Size Ne Çağırıyor ve Günlük Hayattan Örnek Veriniz” Sorusuna Ait Bulgular .....	49
4.3 Araştırmanın Üçüncü Alt Problemi Olan “Belirsizlik Kavramı Size Ne Çağırıyor? Günlük Hayattan Bir Örnek Verebilir Misiniz?” Sorusuna Ait Bulgular .....	52
4.4 Araştırmanın Dördüncü Alt Problemi Olan “Tanımsızlık Kavramı Size Ne Çağırıyor? Günlük Hayattan Bir Örnek Verebilir Misiniz?” Sorusuna Ait Bulgular .....	55
4.5 Araştırmanın Beşinci Alt Problemi Olan “Belirlilik Kavramı Size Ne Çağırıyor? Günlük Hayattan Bir Örnek Verebilir Misiniz?” Sorusuna Ait Bulgular.....	58
4.6 Araştırmanın Altıncı Alt Problemi Olan “Sınırlılık Kavramı Size Ne Çağırıyor? Günlük Hayattan Bir Örnek Verebilir Misiniz?” Sorusuna Ait Bulgular.....	60
4.7 Araştırmanın Yedinci Alt Problemi Olan “Sınırsızlık Kavramı Size Ne Çağırıyor? Günlük Hayattan Bir Örnek Verebilir Misiniz?” Sorusuna Ait Bulgular.....	61
4.8 Araştırmanın Sekizinci Alt Problemi Olan “Sonsuz Küçük Kavramı Size Ne Çağırıyor? Günlük Hayattan Bir Örnek Verebilir Misiniz? ” Sorusuna Ait Bulgular .....	63
4.9 Araştırmanın Dokuzuncu Alt Problemi Olan “Sonsuz Büyük Nedir? Bir Örnek Verebilir Misiniz? ” Sorusuna Ait Bulgular .....	65
4.10 Araştırmanın Onuncu Alt Problemi Olan “Sonsuz Sınırlı Mıdır?” Sorusuna Ait Bulgular .....	67
4.11 Araştırmanın On Birinci Alt Problemi Olan “Sınırlı, Sonsuz Mudur?” Sorusuna Ait Bulgular .....	68
4.12 Araştırmanın On İkinci Alt Problemi Olan “Sonsuzda Yutan Eleman Var Mıdır?” Sorusuna Ait Bulgular .....	70

4.13 Araştırmanın On Üçüncü Alt Problemi Olan “Sayılabilirlik Nedir?” Sorusuna Ait Bulgular .....	72
4.14 Araştırmanın On Dördüncü Alt Problemi Olan “Sonlu Küme Nedir?” Sorusuna Ait Bulgular .....	74
4.15 Araştırmanın On Beşinci Alt Problemi Olan “Sonsuz Kümelerde Bire-Bir Eşleme Yapılabilir mi?” Sorusuna Ait Bulgular .....	76
4.16 Araştırmanın On Altıncı Alt Problemi Olan “En Büyük Sayı Nedir? Sonsuz Mudur?” Sorusuna Ait Bulgular .....	79
4.17 Araştırmanın On Yedinci Alt Problemi Olan; a) $0 \cdot \infty = ?$ b) $\frac{\infty}{\infty} = ?$ c) $\frac{0}{0} = ?$ d) $1^\infty = ?$ e) $\infty^0 = ?$ f) $\frac{a}{0} = ? (a \neq 0)$ İfadelerinin Eşitleri Nedir?” Sorusuna Ait Bulgular .....	80
4.18 Ortaöğretim Öğretmenlerinin “Branş Bazında Aldıkları Puan Ortalamaları Nedir?” Alt Problemine Ait Bulgular Nelerdir? .....	84
4.19 Ortaöğretim Öğretmenlerinin “Cinsiyet Bazında Aldıkları Puan Ortalamaları Nedir?” Alt Problemine Ait Bulgular Nelerdir? .....	86
4.20 Ortaöğretim Öğretmenlerinin “Kıdem Bazında Aldıkları Puan Ortalamaları Nedir?” Alt Problemine Ait Bulgular Nelerdir? .....	87
<b>5. SONUÇ VE ÖNERİLER .....</b>	<b>88</b>
5.1 Sonuç .....	90
5.2 Öneriler .....	92
<b>6. KAYNAKLAR .....</b>	<b>94</b>
<b>EKLER .....</b>	<b>103</b>
EK A: Görüşme Formu .....	104
EK B: Araştırma Evreninde Yer Alan Öğretmen Sayısı .....	106
EK C: Balıkesir İl Milli Eğitim Müdürlüğü’nden Alınan Resmi İzin Belgeleri .....	107
EK D: Etik Kurul Kararı .....	109
EK E: Katılımcı Onam Formu .....	111
EK F: Grup Çalışma Fotoğrafları .....	112
EK G: Veri Analizi İçin Kodlama Örnekleri .....	116
<b>ÖZGEÇMİŞ .....</b>	<b>118</b>

## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

Şekil 2.1:	SOLO taksonomisi şeması.....	14
Şekil 2.2:	Kanıt şemaları.....	15
Şekil 4.1:	(0,1) aralığı ile IR'nin birebir eşleşme diyagramı.....	80



## TABLO LİSTESİ

### Sayfa

<b>Tablo 3.1:</b> Çalışma grubunun branş ve cinsiyet dağılımları .....	29
<b>Tablo 3.2:</b> Çalışma grubunun yaş dağılımı. ....	30
<b>Tablo 3.3:</b> Çalışma grubunun kıdem yılı dağılımları. ....	30
<b>Tablo 3.4:</b> Çalışma grubunun yaş aralığı ve kıdem yılları. ....	30
<b>Tablo 3.5:</b> Sonlu kavramı için örnek kod tablosu. ....	38
<b>Tablo 3.6:</b> Sonlu kavramının tanımına ve örneğine ilişkin kategori örneği. ....	40
<b>Tablo 3.7:</b> Analiz için kullanılan rubrik. ....	40
<b>Tablo 3.8:</b> Sorunun analizi için kullanılan rubrik. ....	41
<b>Tablo 4.1:</b> Katılımcıların kıdem ve puan ortalamaları.....	43
<b>Tablo 4.2:</b> İlk 16 sorudan öğretmenlerin aldıkları puanlar, yüzdeler, branş ortalamaları. ....	44
<b>Tablo 4.3:</b> Sonlu kavramına ait kategoriler.....	46
<b>Tablo 4.4:</b> Sonsuzluk kavramına ait kategoriler. ....	49
<b>Tablo 4.5:</b> 17. sorunun cevaplarına ait puan dağılımları.....	81
<b>Tablo 4.6:</b> Grup bazında başarı oranları.....	83
<b>Tablo 4.7:</b> Branşlara göre öğretmen sayıları ve başarı oranları. ....	84
<b>Tablo 4.8:</b> Öğretmenlerin cinsiyeti, sayısı ve başarı oranları.....	86

## SEMBOL LİSTESİ

<b>APOS</b>	: Action (Eylem)- Process (Süreç)- Object (Nesne)-Schema (Şema)
<b>DNR</b>	: Duality Necessty Repeated Reasoning (İkilik Gereklilik Tekrarlı Düşünme)
<b>M.Ö.</b>	: Milattan Önce
<b>Ö<sub>n</sub></b>	: n. Sıradaki Öğretmendir
<b>PG</b>	: Profesyonel Gelişim
<b>SOLO</b>	: Structure of the Observed Learning Outcome (Gözlemlenen Öğrenme Çıktılarının Yapısı)
<b>TDK</b>	: Türk Dil Kurumu
<b>yy</b>	: Yüzyıl

## ÖNSÖZ

Çalışmalarım boyunca ufuk açıcı fikirleri ve deneyimleriyle yoluma ışık tutan, araştırmamın her aşamasında emeği geçen, kıvrak zekâsı ve muazzam entelektüel birikimiyle akademik camianın hayranlığını da kazanan, güzel insan, değerli danışman hocam, Sayın Prof. Dr. Hülya GÜR'e teşekkürü yürekten bir borç bilirim.

Çalışmama dünyanın ve ülkemizin, içinden geçtiği olağanüstü koşullar içinde, yani pandemi döneminde bile risk alıp, gönüllü olarak katılım sağlayan çok değerli öğretmen ve idareci arkadaşlarıma çok teşekkür ederim...

Daima en iyiye, en güzele...

**Balıkesir, 2021**

**Fuat GENÇ**

## 1. GİRİŞ

“Sonsuzluk” yüzyıllardan beri başta felsefe ve matematik olmak üzere, matematikçi ve düşünürlerin hep gözde kavramı olan, uzay, düzlem, ışın gibi, pek çok matematiksel ve geometrik kavram için “zemin niteliği” taşıyor (Kim vd., 2005) olduğundan, sonsuzluk kavramı detaylı bir şekilde incelenmelidir. Bu nedenle, araştırmamızda matematiksel sonsuzluk, belirsizlik, sınırlılık ve sayılabilirlik kavramları üzerinde durulacaktır. Sonsuzluk kavramının matematiksel boyutu için öncelikle, matematik kavramının tanımlarının ele alınması gereklidir. “Matematik nedir?”, “Matematik bilim midir?”, “Bilimin matematiksel temeli” gibi, konular felsefeciler ve matematikçiler arasında, uzun zamandır sürekli tartışılmalı bir konudur ve “Matematik bilim değildir” görüşü çoğu felsefeci tarafından kabul görmektedir (Allen, 2000). Çünkü matematiğin konusu, varlığın hangi yanını incelemektedir, sorusuna cevap verememektedir. Örneğin fiziğin, kimyanın, biyolojinin herkes için geçerli olan bir tanımı yapılabilmektedir, çünkü bunlar varlığın belli alanlarını incelemektedirler. İnceleme nesnel bir temele dayanmaktadır, ancak, aynı şeyi ne matematik ne de geometri için söyleyebilmekteyiz. Felsefe tarihi boyunca birçok filozof, özellikle Platon’dan günümüze kadar, matematiğin mutlak (saltık) doğru olduğuna inanmaktadır. Söz konusu inanç öyle bir noktaya kadar gelmiştir ki, örneğin, Hempel, ses getiren o ünlü *Matematiksel Doğruluğun Doğası Üzerine* isimli makalesinde matematiğin içerdiği önermelerin “tanımı bakımından doğru” olduğuna dikkat çekmiş, matematiğin mutlak geçerli olduğunu savlamıştır (Gür, 2004). Hakikaten, matematik, bir yapı olarak, açıklık kazandırılması gereken bir konu mudur, temellendirilmesine ilişkin bir kriz var mıdır? Daha ötede, “matematiğin temeli var mıdır, ya da matematiğin bir temele ihtiyacı var mıdır?” sorusu hâlâ günümüzde de tartışılmaktadır. Matematikle ilgilenen ya da ilgilenmeyen, hemen hemen birçok insanın; “Matematik nedir?”, “Neden matematik?”, “Teknolojik gelişme için matematik gerekli midir?” sorularına çeşitli düzey ve şekillerde cevapları vardır. Acaba, genel bir kanı olan, “matematik, bir takım kalıp düşünceler, formüller, simgeler düzlemi ya da sayılar ve geometrik şekillerle, bir çeşit oyun oynamak mıdır?” Soruları akla gelmektedir. Böyle düşünmek, bir ormanı “ağaçlar ve hayvanlar yığını olarak düşünmek” olarak ifade edilebilir. Bununla beraber, matematiğin daha derin anlamları olduğu açıktır (Gür, 2004).

“Matematik nasıl yapılır?”, “Matematikte ne yapılıyor?”, “Matematik nasıl doğdu, gelişti?”, “Matematik-bilim midir” soruları sorulmalıdır: “Matematik nasıl yapılır?” sorusu

ile başladığında matematiğin aksiyomları/postülatları, tanımları, teoremleri ele alınmalıdır. Aksiyom "kanıtlanmasına gerek duyulmayacak derecede açık (doğru) olan tümce" olduğundan hareket edersek “matematik”, aksiyomlar, teoremler, tanımlar, ...vb., öğelerle donatılmış bir küme olarak tanımlanabilir. “Matematikte ne yapılıyor?” sorusu ile karşılaşıldığında, aksiyomlar kullanılarak teoremlerin ispatlandığından hareketle “matematik”, aksiyomlar ya da aksiyomlar yardımıyla ispatlanmış teoremlerle nesnel gerçekliği anlayıp, matematiksel varlığa nihai bir şekil vermek için soyutlanan kavramlarla, kavramlar arasındaki ilişkiler bütünü olarak tanımlanabilir. Söz konusu tanım çoğu kişi tarafından günlük hayatta karşılaştığımız resim, müzik, hatta tartışmada kabul gören bir tanımdır. Matematik sanatta, edebiyatta, hukuk gibi her alanda kullanılan yöntemlerin bir sistematiğidir. “Matematik nasıl doğdu, gelişti?” sorusunu ele alırsak, matematiğin insanın ilk var oluşuyla ortaya çıktığı savı ileri sürülebilir. İlk çağlardan itibaren, insanlar aynı cins büyüklükleri ölçmek, nesnelere karşılaştırmak için mağara duvarlarına, kemikler üzerine çizgiler çizerek/kazıyarak matematiği kullanmaya başlamışlardır. Sümerler döneminde çobanlar, özellikle hayvanların *sayılma ihtiyacına* karşılık gelen, tarihsel olarak da zorunlu bir sembolleştirme olgusunun özgül bir parçası olarak, kilden bir koni ile temsil ettikleri ve konileri bir torba ya da kilden bir küp içinde biriktirdikleri, arkeolojik bulgularla belgelenmiştir. Diğer yandan bilimde olduğu gibi matematikte de kesinlik arayışı değişiklik ve gelişmelere yol açmıştır. Söz konusu değişiklik ve gelişmelerde paradokslar önemi rol oynamaktadır. Sonsuzluk, belirsizlik ve limit gibi kavramlarının doğmasında da bazı paradokslar karşımıza çıkmaktadır. “Akhilleus ve Kaplumbağa” veya diğer adıyla “Zenon” paradoksu bunlardan en bilinenidir. Yunan kahramanı ve çok iyi bir koşucu olan Akhilleus kaplumbağa ile bir yarış yapmaktadır ve yarışın başında Akhilleus kaplumbağaya belirli bir uzaklık, örneğin yüz metre ileriden başlamasına müsaade ederek ona bir avantaj vermektedir. Eğer, her ikisinin de sabit hızlarla koştuğunu düşünürsek (biri yüksek ve sabit bir hızda, diğer düşük ve sabit bir hızda), belirli bir süre sonra Akhilleus yüz metre koştuğunda, kaplumbağanın başladığı yere gelmiş olacaktır. Söz konusu süre boyunca kaplumbağa da kısa bir mesafe de olsa belirli bir yolu koşmuştur, örneğin 10 metre olsun. Akhilleus bir süre sonra mesafeyi de tamamladığında, o süre içerisinde kaplumbağa yine küçük de olsa bir mesafe ilerlemiş olacaktır ve süreç böyle devam edecektir. Somut insan pratiğinde, böyle bir görüngül ilişki olmasa da soyut, teorik düzlemde varsayılabilir. Böylece, Akhilleus ne zaman kaplumbağanın varmış olduğu bir noktaya gelse, daha gitmesi gereken bir mesafe hep kalmış olacaktır. Bu nedenle Zenon, Akhilleus’un kaplumbağayı hiçbir zaman

geçemeyeceğini söylemiştir. Benzer bir paradoks da Dikotimi'nin ok paradoksudur. İki paradokstaki ortak özellik "Sonlu bir sürede sonsuza giden devinime olanak yoktur" varsayımına dayanmasıdır. Yani belli bir uzaklık üzerinden, geriden yürümeye başlayan bir koşucunun önünde giden kaplumbağayı hiçbir zaman yakalayamaması gerekir. Çünkü sonsuz adet bölünebilen aralıkları koşması gerekir ki, bunu sonlu bir sürede gerçekleştirmesi olanaksızdır "sonucuna" ulaşılır. Daha sonra matematikçiler bunu limit ve yakınsama kavramı ile açıklamışlardır (Durmaz, 2014).

Sonsuzluk kavramı Aristoteles'ten başlayarak George Cantor'a kadar, birçok bilge, filozof, matematikçi kavramı farklı şekillerde yorumlamışlardır. Hatta çoğu daha ileri giderek, sonsuzluğu bir "sır" olarak da ifade ettiklerinden sonsuzluk algısında farklılığa sebep olmuşlardır. Sonsuzluğu; Aristoteles (M.Ö. 384-322) "gizemini asla çözemeyeceğimiz bir gerçeklik"; Francis Bacon (1214-1294) "gözlemleyebildiğimiz ötesinde kaldığından çözemeyeceğimiz bir sırdır"; Immanuel Kant (1724- 1804) "sonsuzluk düşünsel bir olgu, varsayım"; Rene Descartes (1596-1650) "yalnız Tanrı sonsuz"; St. Tomas Aquinas (1225-1234) "sayılar da sonsuz olabilir"; Galilei Galileo (1564-1642) "sonsuzluğun da mertebeleri olabilir"; Gauss (1777-1855) "sonsuzluğa zihinsel olarak dahi ulaşamaz" şeklinde tanımlamışlardır (Gür, 2004).

Dedekind (1831-1916), sonsuzluk kavramını *fiili sonsuzluk* anlamında tanımlamak için, sonsuz kümelerin temel özelliklerinden yararlanmaya çalışmış ve biri ötekiyle uyuşan iki sonlu küme benzeşiktir dedikten sonra, sonlu kümelerin var olduğunu ispatlamıştır. Cantor ise Dedekind'den farklı bir yol izlemiştir. Cantor, sonlu kümede bulunan eleman sayısını bilinen kabul etmiş, sonra kavramı sonsuz kümelere uyarlamış ve halen sonsuz olan, ayrıca artmaya da kabiliyeti olan bir sayı dizisi kavramına ulaşmıştır. Sonlu ötesi (transfinite) sayılar (a'dâd-ı mâba'de-t tenâhi: transfinite numbers) adını verdiği sayılardır ki, Cantor bunların özelliklerini keşfetmeye çalışmıştır (Takıcak, 2016). Eleman sayıları sonlu sayıda olan kümeye sonlu küme denir. Örnek:  $A=\{1,3,5\}$  gibi (Argün vd., 2014).

Diğer yandan matematikteki ve geometrideki farklı bakış açıları Öklid dışı geometrileri, irrasyonel sayıların keşfine imkân sağlamıştır. İki bin yılı aşkın Euclides geometrisi varlığını korumasına rağmen açıklanamayan olgu ve olaylar bir takım belirsizlik, çelişkileri de beraberinde getirmiştir. Richard Dedekind (1831-1916) köklü sayıların geometrik gösterimlerini ortaya koymuştur. Frege (1848-1925), matematiğin mantıksal

temellerini derinlemesine irdelemiş, aritmetiğe, geometrinin eriştiği düzeyin de ötesinde bir ispat bilimi kimliği kazandırmıştır. 21.yy ile birlikte matematiksel düşünme yöntemine de bir açıklık getirilerek matematiğin bir yığın formül, teknik bilgi ve teorem ispatı içeren soyut bir çalışma olmanın ötesinde bir düşünme yöntemi olduğu görülmektedir. Diğer bir paradoks ise Cantor'un genel kümeler kuramına ilişkin “herhangi bir sonsuz sayıdan daima daha büyük sonsuz bir sayı vardır” paradoksudur. Kümeler kuramında ortaya çıkan söz konusu paradoks ile cebirsel ispat yerine sezgisel ispat yapılarak da her reel sayıdan daima daha büyük (ya da daha küçük) olan bir reel sayının var olduğu aşıkardır. Diğer yandan, matematikte her atılım daha önceki birikimler üzerine inşa edilmiştir ve bir öncekinin kullanılmaz olmasını da engellemiştir. Örneğin, irrasyonel sayıların bulunması, rasyonel sayıların varlığını yok saymamıştır. Tam tersine sayılar kümesinin genişlemesini sağlamış ve birçok kullanıma imkân sağlamıştır (Durmaz, 2014).

Fischbein vd. (1981), Falk vd. (1986) ve Kolar ve Cadez (2012) matematikçiler için hem bir ilham kaynağı hem de uğraştırıcı bir rol oynayan çoğu zaman soyut olduğu için anlaşılması zor olan sonsuzluk kavramının matematik tarihinde önemli bir yere ve öneme sahip olduğunu vurgulamışlardır. Nesin (2002), sonsuz kelimesinin sıfat olduğunu ve matematikte sıfat olarak kullanıldığını belirtmiştir. Benzer şekilde matematikte limit kavramında  $n \rightarrow \infty$  ( $n$  giderken sonsuz) ifadesi yerine “ $n$  durmadan arttığında /büyüdüğünde veya her tamsayıyı bir süre sona aştığında” ifadesinin kullanılması gerektiğini belirtmiştir. Çünkü sonsuz, Nesin'e göre bir “yer” adı değildir ve böylece “ $n$  sonsuza giderken” ifadesi yanlış bir kullanımdır.

Bu araştırmada, ortaöğretim öğretmenlerinin matematiksel kavramlar içinde anlamlandırılması ve öğretilmesi önemli bir yere sahip olan “sonsuzluk ve sonsuzlukla bağlantılı kavramlar” ile ilgili algıları ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

### **1.1 Araştırmanın Amacı**

Bu araştırmada ortaöğretim öğretmenlerinin sonsuzluk algılarını etkileyen etmenlerin belirlenmesi amaçlanmıştır. Ortaöğretim öğretmenlerinin; başta “sonsuzluk” kavramının algılanışı olmak üzere, bununla bağlantılı olan, sonluluk, sonlu küme, tanımsızlık, belirsizlik, belirlilik, sınırlılık, sınırsızlık, sonsuz küçük, sonsuz büyük, sayılabilirlik, sonsuz kümelerin karşılaştırılması, sonsuz kümelerde birebir eşleme ile ilgili algılarının belirlenmesi hedeflenmiştir.

## 1.2 Araştırma Problemi

Bu araştırmada; “Ortaöğretim öğretmenlerinin sonsuzluk algıları nasıldır?” sorusunun cevabı aranmaktadır.

### 1.2.1 Alt Problemler

Araştırmanın probleminin cevaplandırılması için aşağıdaki alt problemler oluşturulmuştur.

1. Ortaöğretim öğretmenleri sonlu kavramını nasıl tanımlamakta ve günlük hayattan örnek verebilmekte midirler?
2. Ortaöğretim öğretmenleri sonsuzluk kavramını nasıl tanımlamakta ve günlük hayattan örnek verebilmekte midirler?
3. Ortaöğretim öğretmenleri belirsizlik kavramını nasıl tanımlamakta ve günlük hayattan örnek verebilmekte midirler?
4. Ortaöğretim öğretmenleri tanımsızlık kavramını nasıl tanımlamakta ve günlük hayattan örnek verebilmekte midirler?
5. Ortaöğretim öğretmenleri belirlilik kavramını nasıl tanımlamakta ve günlük hayattan örnek verebilmekte midirler?
6. Ortaöğretim öğretmenleri sınırlılık kavramını nasıl tanımlamakta ve günlük hayattan örnek verebilmekte midirler?
7. Ortaöğretim öğretmenleri “Sınırsızlık kavramını nasıl tanımlamakta ve günlük hayattan örnek verebilmekte midirler?
8. Ortaöğretim öğretmenleri sonsuz küçük kavramını nasıl tanımlamakta ve günlük hayattan örnek verebilmekte midirler?
9. Ortaöğretim öğretmenleri sonsuz büyük kavramını nasıl tanımlamakta ve günlük hayattan örnek verebilmekte midirler?
10. Ortaöğretim öğretmenleri sonsuz, sınırlı mıdır ifadesini nasıl tanımlamaktadırlar?
11. Ortaöğretim öğretmenleri sınırlı, sonsuz mudur ifadesini nasıl tanımlamaktadırlar?
12. Ortaöğretim öğretmenleri “sonsuzda yutan eleman” ifadesini nasıl tanımlamaktadırlar?
13. Ortaöğretim öğretmenleri sayılabilirlik kavramını nasıl tanımlamaktadırlar?
14. Ortaöğretim öğretmenleri sonlu küme nedir kavramı nasıl tanımlamaktadırlar?
15. Ortaöğretim öğretmenleri sonsuz kümelerde bire-bir eşleme ifadesini nasıl tanımlamaktadırlar?
16. Ortaöğretim öğretmenleri **en büyük sayı sonsuz mudur** ifadesini nasıl tanımlamaktadırlar?



17. Ortaöğretim öğretmenlerine göre;  $0 \cdot \infty = ?$   $\frac{\infty}{\infty} = ?$   $\frac{0}{0} = ?$   $1^\infty = ?$   $\infty^0 = ?$   $\frac{a}{0} = ? (a \neq 0)$  İfadelerinin değerleri nedir?
18. Ortaöğretim öğretmenlerinin aldıkları puanlar branş, cinsiyet ve kıdeme göre nasıl değişmektedir?

### 1.3 Araştırmanın Önemi

Araştırma, ortaöğretim öğretmenleri ile yapılmıştır. Araştırma kapsamında ortaöğretim öğretmenlerinin sonsuzluk kavramı ile ilgili algıları mezun oldukları bölüme, mesleki kıdemine ve cinsiyete göre incelenmiştir. Tall'a (2004) göre, matematiksel bilgi üç bilgidir: kavramsal bilgi, sembolik bilgi ve formal bilgi. Singer ve Voica (2008)'nin ifade ettiği gibi sonsuzluk kavramı ise elimizdeki üç bilgiyi de kapsamaktadır. Maria vd. (2009), Sbaragli (2006) sonsuzluk kavramını soyut ve çelişkili bir kavram olması dolayısıyla öğrenciler için olduğu kadar öğretmenler için de anlaşılması zor bir kavram olduğunu ifade etmişlerdir. Singer (2002), Singer ve Voica (2003) sonsuzluk sezgisinin var olduğunu ve amaçlı tartışmalar kullanılarak sonsuzluk sezgisinin ortaya çıkarılabileceğini belirtmişlerdir. Pehkonen vd. (2006) matematik öğretim programında sonsuzluk kavramının üstü kapalı olarak geçildiğini belirtmişlerdir. Sonsuzluk kavramı ile ilgili yapılan çalışmaları incelendiğinde, Türkiye'de yeterli çalışma olmadığı görülmektedir. Ülkemizde yapılan çalışmaların lise öğrencileri (Güven ve Karataş, 2004), öğretmen adayları (Çelik ve Akşan, 2013) ve doktora öğrencileri (Aztekin, 2008) ve küçük yaş guruplarına (Aztekin, 2008; Narlı ve Narlı, 2012)'nin çalışmaları gibi sınırlıdır.

Öğretmenlerin hem nitelikli alan bilgisine hem de pedagojik alan bilgisine sahip olmaları gerekmektedir (Shulman, 1987). Kavram tanımları açısından bakıldığında öğretmenlerin kavram bilgisi, alan bilgisi ve değerlendirmeler yapıp kararlar alması gerekmektedir. Bu nedenle, öğretmenlerin temel günlük hayatta sıklıkla karşılaştığımız kavramlar hakkında bilgi sahibi olmalarının gerekliliği, açıktır. Çünkü konu alan bilgisi eksiklikleri, iyi ve nitelikli bir öğrenme olgusunun önündeki önemli engellerden biridir. Öğretim sisteminin, kavramsal yapıları ve elemanları, anlama ve ayıt etme üzerine kurulu bulunduğu düşünüldüğünde, etkili bir öğretimi engelleyen faktörlerin başında, "kavram bilgisi" alanında sıkça karşılaşılan eksiklik ve yanlışlar gelmektedir. Şu hâlde, etkili bir eğitim yapılmasının dayandığı temellerden biri; bir taraftan öğretmenlerden beklenen, diğer taraftan öğrencilerde de var olan veya potansiyel olarak var olabilecek "kavram bilgisi"

eksikliklerinin farkında olmak ve “kavram bilgisi” açığını (yanılgılarını) iyi bir şekilde analiz ederek öğretimi planlama ve şekillendirmede kullanmaktır (Baştürk ve Dönmez, 2011).

Diğer yandan, sonsuzluk kavramının birçok matematik konusu ile yakından ilgili olması ve öğretmenlerin matematiksel sonsuzluk kavrayışlarındaki zorlukları ve algıları belirlenerek, çalışmanın hem genel olarak öğretmen eğitimine hem de matematik eğitimine katkısı olacağı düşünülmektedir.

#### **1.4 Araştırmanın Sınırlılıkları**

2020-2021 yıllarında Covid-19 Pandemi koşulları içinde ulaşılabilen 74 ortaöğretim öğretmeniyle yapılan klinik mülakattan elde edilen veriler ile sınırlıdır.

#### **1.5 Araştırmanın Sayıtları**

Öğretmenlerin mülakat süresince birbirleriyle iletişime girmedikleri, kendi görüşlerini içtenlikle yansıttıkları araştırmanın sayıtları olarak kabul edilmiştir.

#### **1.6 Tanımlar**

**Sonsuzluk:** Sonsuz kavramını küme yardımıyla Dedekind terminolojisiyle tanımlayacak olursak: "Eğer bir kümenin öz altkümelerinden biri kendine eşit ise, kümemiz sonsuz bir kümedir" (Akbulut ve Akgün, 2005).

**Belirsizlik:** İnsanın en önemli yetkinliklerinden (capability) birisi, bilinçli kararlar alabilmesi ve aldığı kararları uygulayarak sonuçlarını, “olumlama” beklentisi içine girebilmesidir. Ne var ki, insan kendini ve toplumunu ne kadar olumladığını düşünürse düşünsün, sürecin, son tahlilde, nasıl ve ne şekilde sonuçlar doğuracağını kesin hatlarıyla bilememesidir. İşte belirsizliğin bizzat kendisi, insan edimlerinin ve hatta doğa (kozmos) eylemlerinin sonuçta nereye doğru evrildiği ve asıl bir nihayete erişeceği belirsiz bir şeydir (Gillies, 2000).

**Sınırsızlık:** Sınırsız olma halini (*TDK*) ifade eden sözcük. Ebediyeti ifade ettiği kadar ezeliyeti de ifade eden, uçsuz bucaksız olan, sonsuz olduğu kadar başsızlığı da ifade eden kavram. Bu tanıma göre, “sınırsız”, sınırı olmayan, bir sınırla ayrılmamış olan, yani hudutsuz olarak tanımlandığına göre, sınırsızlık “sınırı olmama durumları”nın genelini ifade eder.

## 2. İLGİLİ ALANYAZIN

### 2.1 Kuramsal Çerçeve

Bu bölümde araştırmamızın kuramsal çerçevesini oluşturan; matematik, sonsuzluk kavramı, SOLO taksonomisi, kanıt şemaları hakkında kuramsal bilgiler verilmektedir. Ayrıca, ele alınan konudaki alanyazında yer alan çalışmalar ile ilgili bilgiler sunulmaktadır.

#### 2.1.1 Matematik Kavramı

Sonlu, sonsuz(luk), sonlu küme, tanımsız(lık), belirsiz(lik), sınırlı(lık), sınırsızlık, sonsuz küçük, sonsuz büyük, sayılabilirlik, sonsuz kümelerin karşılaştırılması ve birebir eşlenme olgusuyla ilgili temel kavramların ele alınması.

Sonlu ve sonsuz kavramları kümelerle ve kümelerdeki aksiyomlarla da ilişkilidir. **Küme kavramı** sezgisel küme kuramı ve aksiyomatik küme kuramı üzerinde ele alınır. 1950-1930 yılları arasında önemli gelişmeler olmuş, paradokslar karşılaştırılmış paradokslar giderilmeye yönelik çalışmalar yapılmıştır. Bolzano, Riemann ve Dedekind matematiğe katkılar sağlamıştır. Cantor 1872 de İsviçre'ye gidip Dedekind ile küme kuramı üzerinde görüşmüştür. Cantor, 1873'te Dedekind'e "Doğal sayılar kümesi ile rasyonel sayılar kümesinin 1-1 eşlenebildiğini ve o öyleyse, göz önüne alınan kümelerin aynı miktarda eleman içerdiklerini" yazmıştır (Crilly ve Johnson, 1998). Sonra Cantor *rasyonel sayılar kümesinin sayılabilir sonsuz ve reel sayılar kümesinin ise sayılamaz sonsuz* olduğunu ispatlamıştır. Küme kuramına ilişkin çalışmalar sonlu sayıda elemanlı kümelere imkân vermekte olduğundan sonsuz kümeler için yeni aksiyomlara ihtiyaç olduğunun göstermiştir. Cantor 1-1 eşleme yöntemini kullanarak rasyonel sayıların doğal sayılarla 1-1 eşlenebileceğini, *rasyonel sayılar kümesinin sayılabilir sonsuz küme* olduğunu göstermiştir. Cantor *sonsuz kümeyi* tanımlayarak sonsuz kümeyi *sayılabilir ve sayılamaz* olarak iki gruba ayırarak literatüre kazandırmıştır. Eleman sayıları sonlu sayıda olan kümeye **sonlu küme** denir. Örnek:  $A = \{1, a, 3\}$  gibi. *Sonlu Küme*: Eleman sayısı bir doğal sayı olan ya da doğal sayı ile ifade edilebilen kümeye "sonlu küme" denir. Sonlu kümelerin sınırları vardır (MEB, 2015).

*Tanım kavramı*, Google'ın Oxford Languages sözlüğündeki tanımına göre, bir varlığın, bir kavramın, bir kelimenin ne manaya geldiğini, özel ya da genel niteliklerini belirterek ifade etme, izah etme, tanıtm (tanıtma) işine verilen addır. Matematiksel kavramlar, temel

matematikselsel dsncenin oluşması ve gelişmesinde aktif bir rol üstlendiklerinden (Toumasis, 1995) zelde bütün öğretmenler, genelde de herhangi bir entelektüel/düşünür, matematikselsel kavramların bir zincirin birbirine bağlı halkaları gibi, birbirleriyle bağlantılı ve ilişkili olduklarını hatırdan çıkarmamalıdır. *Tanımsızlık ve belirsizlik* de hem matematikte hem de günlük hayatta sıklıkla karşılaşılan kavramlardır. Literatürde söz konusu iki kavramın aynı olarak kullanıldığı görülmektedir (Jaffar ve Dindyal, 2011; Baştürk ve Dönmez, 2011). *Tanımsızlık ve belirsizliğin* kavramsal olarak incelenmesi, birbirinden ayırt edilebilmesi ve bunlarla ilgili kavramları içeren durumların farklılığının belirlenmesi önem kazanmaktadır. Matematikte “tanımsızlık” kavramı genellikle sezgilerle belirlenirken matematikte üç farklı Şekilde görülmektedir: *tanımsız kavram, tanımsız değer, tanımsız durum*.

*Tanımsız kavram* ifadesi sıfat olarak kullanılmaktadır. Örneğin nokta matematikte klit geometrisinde tanımsız olarak kabul edilmektedir. Diğer yandan matematikte tanımsız denilince iki farklı anlam ifade eder: sezgisel anlam (tanıma ihtiyaç olmaksızın anlaşılabilcek bir temel kavram) ve ispatının yapılmasına gerek duyulmayan anlamdır.

*Tanımsız değer*, sıfırdan farklı bir sayının sıfıra bölünmesi ( $a \neq 0, \frac{a}{0}$ ) durumu ve tanımlanamayan değerdir. Mutlak tanımsızlık olarak da adlandırılır. *Tanımsız durum*, bir matematikselsel striktürün (işlem, kavram, sembol, süreç, ilişki gibi) tanımında belirlenen nesnel koşulları sağlamayan tanımsızlık türüdür. Örneğin:  $x^2+1=0$  denkleminin çözümü için  $x$  gerçel sayı ise çözüm mümkün değildir. Çünkü karesi -1 olan gerçel sayı yoktur. Ancak zm karmaşık sayılarda tanımlıdır. Diğer örneklerden bazıları  $(\frac{1}{2})!$  de tanımsızdır (faktöriyel sadece doğal sayılarda tanımlıdır);  $0^0$  da tanımsızdır (sl sayı tanımı). Kısaca tanımsızlık durumu, matematikselsel yapının tanımının bilinmesi ile doğrudan ilişkilidir (Argün vd., 2014).

*Belirlilik*, açık, net ve kati olarak sınırlanmış bulunan veya kararlaştırılmış bulunan Şey, muayyen olma durumu, açık seçik belirgin olma hali (TDK). *Belirsizlik*, belirli bir çıkarımın doğru ya da geçerliğine hemen karar vermenin mümkün olmadığı, sonucun apaçık bir Şekilde görülmediği durumlarda karşılaşılmasıdır. Belirsizlik; *belirsiz terim, belirsiz değer ve belirsiz form* olarak e ayrılır. *Belirsiz terim* sözlük anlamındaki karşılıktır. Örneğin  $mx+n=f(x)$  ifadesinde  $m$  ve  $n$  değerleri için farklı fonksiyonlar elde

edilebiliyor olması ve keyfi değerler seçiliyor olmasıdır. *Belirsiz değer* olması durumunda değerlerin aynı geçerlikte ve birbirinden farklı bulunmasının mümkün olmasıyla bunlardan hangisinin ya da hangilerinin seçileceğine karar verilmiş olmamasıdır. Örneğin:  $x = \frac{0}{0}$  dersek  $0=0 \cdot x$  ve oradan da  $0=0$  bulunur. Yani tüm  $x$  değerleri için sağlanır. Ancak  $\frac{0}{0}$  belirsizdir. Belirsizliği belirli değer aldığımızda bizi çelişkiye götürecektir. Diğer bir örnek olarak da  $0=0$ 'dan hareketle,  $2-2=3-3$  yazılabilir. Ortak çarpan parantezine alalım.  $2(1-1)=3(1-1)$  olduğundan, her iki yanı  $(1-1)$  e bölelim. Sonuçta  $2=3$  elde edilir ki, buradan, bizi  $\frac{0}{0} = 1$  gibi bir çelişkiye götürür. *Belirsiz form ise sadece limit durumunda karşımıza çıkmaktadır. 7 farklı belirsizlik formu mevcuttur:  $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty, 1^\infty, 0^\infty, \infty^0$  dir.*

Geçmişte Brahmagupta, Guillaume de L'Hospital, Bernouilli, Libri, Cauchy, Möbius ve Euler çalıştığı gibi, günümüzde de matematikçiler belirsizlik ve tanımsızlık konularında çalışmakta ve bu konulardaki sorulara cevap aramaktadırlar.

*Süreklilik* bir fonksiyonun belirli bir  $a$  noktasında sürekli olması için, fonksiyonun  $a$  noktasında tanımlı ve  $a$  noktasındaki limiti de  $a$  noktasındaki görüntüye eşit olmalıdır. Bir fonksiyonun bir  $a$  noktasında süreksiz olmasının farklı nedenleri mevcuttur. Örneğin bir  $g$  fonksiyonu  $x=a$  noktasında süreksiz olsun. I)  $a$  noktasında süreksiz olmasının nedeni  $o$  noktada fonksiyon tanımlı olmayabilir, II)  $a$  noktasında tanımlı olup  $x \rightarrow a$  için limiti olmayabilir, III) fonksiyonun limiti var olup  $a$  noktasında aldığı değer  $g(a)$  ya eşit değildir.

*Sonsuz küçük (pozitif sonsuz küçük)*; örneğin, Leibniz ve Newton'un kullandığı sonsuz küçük kavramını sade ve anlaşılabilir kılmak için şu ifadeyi kullanabiliriz: Bütün pozitif reel sayılardan küçük, ancak, sıfırdan daima büyük kalan bir reel sayı olarak! (pozitif sonsuz küçük). Bu, sayıyı küçültme işlemlerini istediğimiz şekilde yaparak sıfıra çok yakın sayılar bulabiliriz, ama “en küçük pozitif olan sayı bu” ya da “sonsuz küçük olan sayı şu” şeklinde bir ifade kullanamayız (Durmaz, 2014).

Matematikte *sonsuz* bir sıfattır. *Sonsuz* olan bir nesne yoktur. Küme, limit, dizi, gibi kavramlar *sonsuz* özelliğine sahiptir (Nesin, 2002). Dedekind'in (1831-1916) sonsuzluk üzerine yaptığı çalışmaları sürdüren ve onun sonsuz kümeler için verdiği “öz alt kümelerinden birine eşit olabilme” koşulunu temel alan Cantor (Akbulut ve Akgün, 2005), “sonsuz kümeyi” kendi öz alt kümelerinden en az biri ile birebir-örten (bijektif) olarak

eşlenebilen küme olarak tanımladığı küme teorisini ortaya koymuştur (Narlı ve Narlı, 2012). Böylece, Cantor, özünde aynı olan sonsuzluk düşüncesine getirilen tanımı, soyut cebir düzleminde daha yerleşik bir pozisyona almış olmaktadır.

“Sonlu olmayan kümeler *sonsuzdur*”, “genel olarak ölçülemeyen ya da doğrudan anlamlı bir şekilde ifade edilemeyen büyüklükler *sonsuzdur*” gibi tanımlar yapılmaktadır. Matematikte Dubinsky vd. (2005) ve Fischbein (2001) *potansiyel sonsuzluk* ve *fiili sonsuzluk* kavramlarını kullanmışlardır. Özmantar (2010) *potansiyel sonsuzluğu* sürekli devam eden, fakat herhangi bir noktada sonlu olan süreç; *fiili sonsuzluğu* tam halde bir bütün olarak içine alması şeklinde tanımlamıştır.

Sonsuz elemana sahip iki kümenin elemanlarının hepsini saymak mümkün olmasa bile iki kümenin elemanları arasında 1-1 eşleme yapılarak, iki kümenin aynı sayıda elemana sahip olduğu gösterilebilir. Dedekind bu bağlamda, “eğer bir kümenin elemanları dışarıda eleman kalmayacak şekilde 1-1 eşlenebiliyorsa kümeye *sayılabilir sonsuz küme*, aksi halde *sayılamaz sonsuz kümedir*” şeklinde tanımlamıştır (Nesin, 2002).

Büyük sayılar ne kadar büyük olabilirler? Peki, “en büyük sayı” kavramı bir anlam taşır mı? Örneğin büyük bir sayıyı, 1 milyon sayısını ele alalım. Sayımız ne kadar büyük bir sayıdır? Hiç kuşkusuz, bir sayı ancak, öteki sayılarla birlikte bir ontolojik bütünlük ve anlama sahip olabilir. Bununla birlikte, her reel sayı, sıralama ekseninde kendin önce gelen sayılardan büyük, “sonra” gelen sayılardan küçük olmaklığıyla, anlamını ve varlığını doğrudan doğruya onlara borçludur. Yani bir sayı, tekil varlığıyla hiçbir şey ifade edemezken, tümel sayı varlığıyla, hem kendini hem de bir valıklar kategorisinin (sayılar dünyasının) bütününe anlamlı kılar. Yani örneğin, bir Doğal sayı tek başına, “dolaysız bir varlık” olarak ele alındığında hiçbir anlam ifade etmez, ama işte diğer bütün Doğal sayılarla birlikte ele alındığında ancak, bütünsel yapı (varlıklar kategorisi, tür, cins, vb.) olarak anlam taşır. Konusu geçen “anlam” hem yapı (tümel) olarak, hem de tekil (tikel) olarak bir şey ifade eder. Demek ki, bir Doğal sayıyı diğer bütün Doğal sayılardan ayrı bir düzlemde ele alıp salt buna bir “anlam” yükleyemeyiz. “Anlam”, ancak, söz konusu anlamda bütünsel ve diyalektiktir, kopuk ve bağımsız değil (Kojève, 2000). Söz konusu olan, tıpkı doğadaki varlıkların ancak, çeşitli fiziksel özelliklerine bakılarak sınıflandırılabilmesine ilişkin düşüncenin temelinde olduğu gibidir.

Baştaki sayımız 1 milyon idi. Tümüyle soyut bir varsayım olan, “en büyük sayı”yı aramaya devam edelim: En büyük sayıya, aradığı olan sayıyı eklediğimizde sayımızdan daha büyük bir sayı elde edeceğimiz açıktır. Son elde edilen sayıya da örneğin 1 eklediğimizde daha büyük bir sayı elde etmiş oluruz, ancak sayı, hâlâ aradığımız “en büyük sayı” değildir ve olmayacaktır da... Çünkü basit bir tümevarım mantığıyla, daima daha büyük bir sayı bulunabilecektir. Böylece, yaptığımız analiz, “en büyük sayı” diye bir kavramın var olamayacağını açıkça kanıtlamış bulunmaktadır. Ayrıca, buradan hareketle, “en küçük sayı” diye bir kavramın da var olamayacağı sonucuna kolayca ulaşılabilir. “En büyük sayı” kavramı tek başına bir anlam ifade etmezken “büyük sayılar kanunu”, tersine, çok şey ifade eder. Ancak, büyük sayılar; matematik, geometri, istatistik, kozmoloji, biyoloji, fizik, mühendislik vb. kısaca, hemen hemen bütün doğa ve mantık bilimlerinde kullanılır. Hatta daha dikkat çekici bir çıkışla, Jacob Bernoulli (1655-1705) tarafından öne sürülen **büyük sayılar kanunu**, istatistik biliminin (ki adı geçen olgu, doğa ve toplum bilimlerinin empirik temelini de oluşturan) en önemli yasalarından birini oluşturur (www.matematikselsel.org).

### **2.1.2 Sonsuzluk Kavramı ile İlişkili Farklı Yaklaşımlar**

Literatür incelendiğinde sonsuzluk kavramı için farklı yaklaşımlardan Fischbein sonsuzluk yaklaşımı, Tall sonsuzluk yaklaşımı (2004), RBC+C soyutlama kuramı, Sierpińska (1987) ve Petty (1996) sonsuzluk yaklaşım modeli, Dubinsky'nin Apos Teorisi, SOLO Taksonomisi ve Harel ve Sowder (1998)'in *kanıt şemaları* üzerinde durulduğu görülmüştür. Ancak, sözü edilen teorilerin çoğu öğrencilerin öğrenmeleri ve bilgiyi yapılandırma dereceleriyle ilgilidir. Bu nedenle, öğretmenlerin var olan bilgilerinin düzeyinin belirlenmesi için yapılan araştırmada SOLO taksonomisinin aşamaları ve Harel ve Sowder (1998)'in kanıt şemaları kullanılarak da bulgular değerlendirilmiştir.

#### **2.1.2.1 SOLO Taksonomisi**

Biggs ve Collis (1982) bir araştırma problemine verilen cevapları, niteliklerine bağlı olarak beş farklı düzey olarak tanımlamışlardır:

**Yapı öncesi:** Öğrenenin karşılaştığı durum hakkında hiçbir bilgisinin olmadığı ve verdiği cevapların yanlış veya alakasız olduğu genellikle, “bilmiyorum”, “bilgim yok”, “emin değilim”, “hiç fikrim yok” ifadelerinin kullanıldığı durumdur.

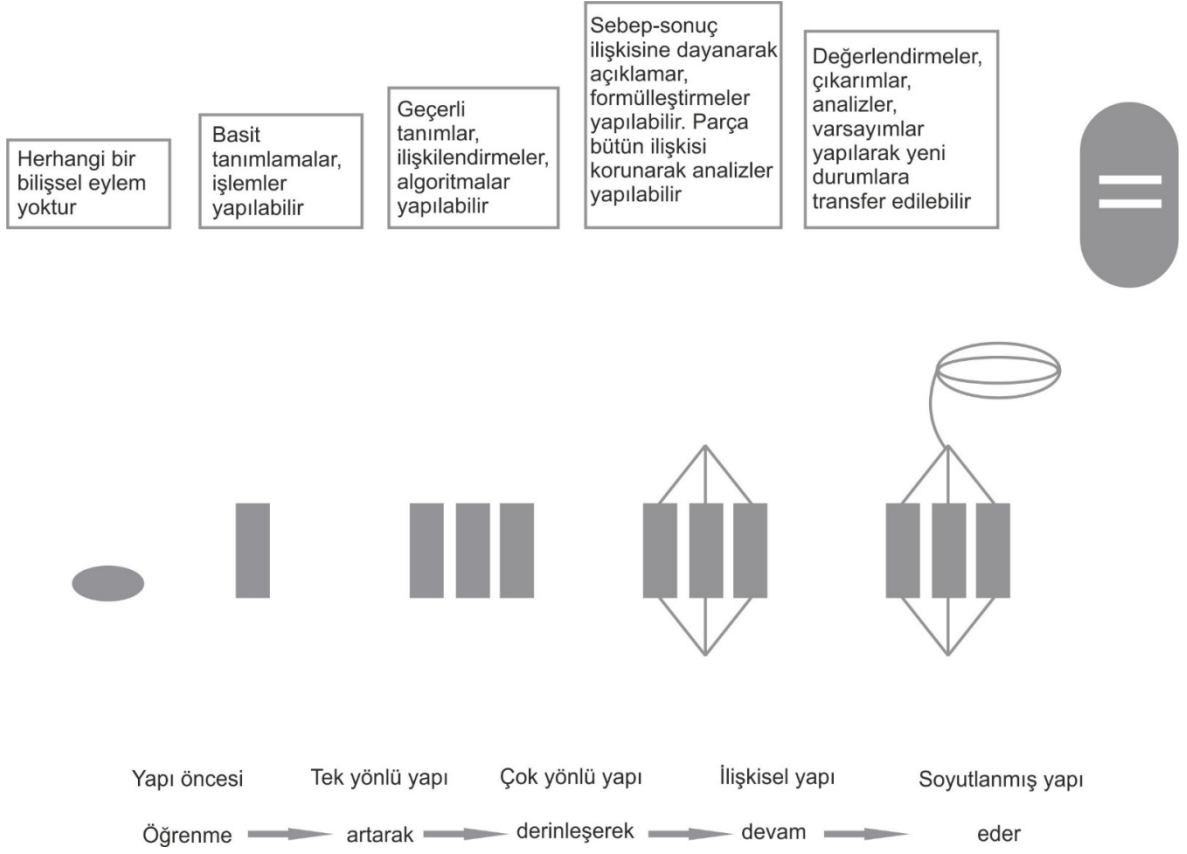
**Tek yönlü yapı:** Üzerinde çalışılan problemin *tek bir yönüne* odaklanılan, basit işlemler yapılabilen, basit tanımlamaların yapılabildiği durumları niteler.

**Çok yönlü yapı:** Üzerinde çalışılan problem için, geçerli açıklama ve tanımların yapılabildiği, ancak, ilişkilendirmelerin yapılamadığı, problemin verilenlerle istenenlerin belirlenebildiği, çözüm için plan ve algoritma geliştirebildiği, genellikle “açıklayabilirim”, “listeleyebilirim”, “sayabilirim”, “çizebilirim”, “gösterebilirim” ifadelerinin kullanıldığı durumdur.

**İlişkisel Yapı:** Üzerinde çalışılan problemin ilişkilerinin belirlenebildiği, formülün, kanıtın çözümün neden doğru ve geçerli olduğunun açıklanabildiği, “karşılaştırabilirim”, “ilişkileri belirleyebilirim”, “nedenleri ifade edebilirim”, “sınıflandırabilirim” ifadelerinin yer aldığı durumdur.

**Soyutlanmış yapı:** Üzerinde çalışılan problemin yorumunu, sınıflandırmasını, genellemesini yapabildiği, çıkarımı farklı bir bağlama taşıyabildiği, buna bağlı olarak yeni ürünler ortaya koyabildiği, “farklı şekilde açıklayabilirim”, “genelleyebilirim”, “kanıtlayabilirim”, “yeni bir örnek verebilirim” ifadelerinin yer aldığı durumdur. Mevzuya konu beş yapı aşağıdaki Şekil 2.1 de açıklanmıştır:

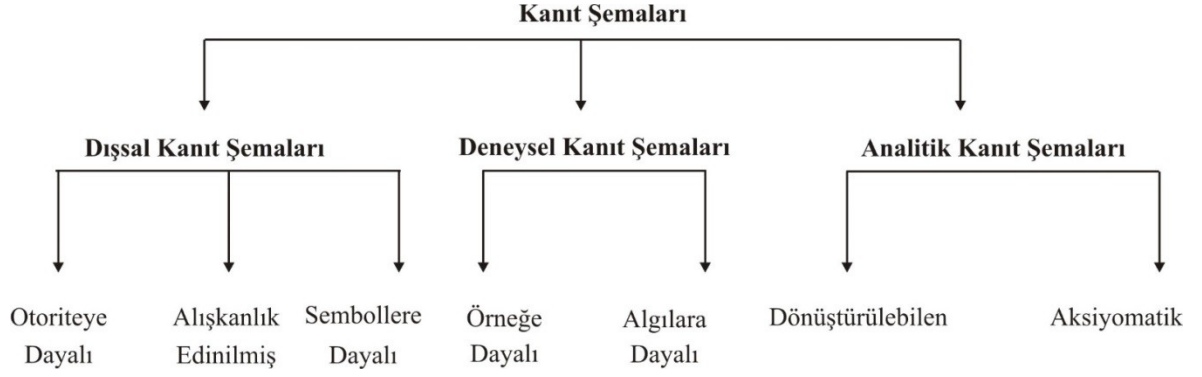




**Şekil 2.1:** SOLO taksonomisi şeması (Biggs ve Collis, 1982).

### 2.1.3 Kanıt Şemaları

Genellikle ikna etmek için farklı akıl yürütmeleri yani kanıtlama yollarını kullanılmaktadır. Düşünme ve akıl yürütme biçimleri olarak kanıt şemalarını kullanırız. Akıl yürütmeyi düşünmenin yol haritaları olarak adlandırırız. Verilen ya da ifade edilen bir iddianın veya önermenin doğruluğunu savunurken söylenen örnekler, açıklamalar, yorumlar ve yöntemler düşünmemizin bir stereoskopisidir. Kanıt şemaları bireyin düşünme biçimlerini, öğrenme güçlüklerini ve kavram yanlışlarını ortaya koyar. Harel ve Sowder (1998, 2007) kanıt şemalarını üç ana kategoriye ayırmışlardır: Dışsal kanıt şemaları, deneysel kanıt şemaları ve analitik kanıt şemaları. (Şekil 2.2).



**Şekil 2.2:** Kanıt şemaları (Baki, 2019: 324).

### 2.1.3.1 Dışsal Kanıt Şemaları

Bir matematiksel önermenin neden doğru/geçerli olduğuna, çözümün bir uzmanın onaylamasına veya yazılı bir dokümanda olmasının kabullenildiği durumdur. Bir formülü bir kuralı defterde veya kitapta yazıldığı gibi ezberlemeye ve çözümü de buna bağlamaya dayanır (Harel ve Sowder, 1998).

### 2.1.3.2 Deneysel Kanıt Şemaları

Önerme sayısallaştırılarak doğruluğunun veya yanlışlığının gösterilmesidir. Özel durumdan hareketle genellemeye ulaşmanın hedeflendiği durumdur. Deneysel kanıt şemasına sahip bireyler, mantıksal çıkarım yapmak yerine önerme ile ilgili model oluşturma, çizim yapma sayma, hesap makinası kullanma, ölçme tablolaştırma gibi yollar tercih ederler (Harel ve Sowder, 1998).

### 2.1.3.3 Analitik Kanıt Şemaları

Aksiyomatik çıkarımlar yapma, mantık kurallarını uygulama, gerek ve yeter şartı kullanabilme, dönüşüm ve yorumlar yapmayı içerir (Harel ve Sowder, 1998).

Harel ve Sowder'ın (1998) kanıt şeması gruplandırmasında kullandığı kategoriler birbirinden ayrışık değildir ve aynı anda birden fazla kanıt kategorisine ilişkin özellikleri kullanabilirler.

## 2.2 İlgili Çalışmalar

Sonsuzluk ile ilgili yapılan çalışmalar; sonsuzluk sezgisi, sonsuzluk algısı, sonsuz sayılar ve sonsuz kümelerin karşılaştırılması ile ilgili olmak üzere dört başlık altında toplanmıştır.

### 2.2.1 Sonsuzluk; Sonsuzluk Algısı, Sonsuz Sayılar, Sonsuz Kümelerin Karşılaştırılması Üzerine Yapılan Araştırmalar

Literatür incelendiğinde sonsuzluk, sonsuz sayı kavramları üzerinde yapılan çalışmaların farklı yaş gruplarında ve farklı gruplarla yapıldığı saptanmıştır (Boero vd., 2003; Falk, 1986; Mamolo, 2009; Monaghan, 1986; Singer ve Voica, 2007).

Sonsuz kavramı ile ilgili olan ve felsefi içerik taşıyan sorunlar, özellikle Orta çağdan yeniçağa kadar uzanan evrede, teoloji ile ilişkilendirilerek ele alınmışlardır. Günümüzde durum oldukça değişmiş olup teoloji bir referans olmaktan tamamen çıkmasa da tek referans olma özelliğini yitirmiş ve “sonsuz” kavramının uygulandığı yeni alanlar da ortaya çıkmıştır. Matematikte Cantor’un çalışmaları, fizikte ise özellikle Einstein’ın Rölativite teorisi, sonsuz kavramına yeni boyutlar eklemiş ve sonsuz kavramı yeni anlamlar kazanmıştır. Ural (2019) sonsuz kavramını, herhangi bir nesneye işaret etmemekte ve içinde yer aldığı bilgi sistemine göre bir anlama sahip olmak olarak ifade etmiştir. Nesin (2002) ise, gündelik yaşamda sonsuzu genellikle çok uzakta, ulaşılması mümkün olmayan bir “yer” ya da çok büyük miktarlar(nicelikler) anlamında kullanılmak olarak vermiştir. Her ne kadar ikinci anlamı “sonsuzun” matematik alanındaki anlamına daha yakınsar dursa da matematikte “sonsuz”, farklı anlamlara da sahip bir zenginlik içindedir. Sonlu kavramı sonsuz kavramı birbirlerini tamamlayan iki zıt kavram olarak kullanılmaktadır. Sonsuzluk sözcüğü, *matematikselsel, fiziksel, dinsel, duygusal gibi çeşitli alanlarda kullanılan bir kavramdır*. Güney (2005)’in ifade ettiği gibi, Immanuel Kant zıt iki kavramdan birinin ancak diğerinin bilindiği oranda bilinebileceğini savunmuştur. Sonlu kavramı tanımlanabilmiş ise sonsuz kavramının da sonlu kavramının tanımının sonuna değil ifadesi eklenerek tanımlanabileceğini belirtmiştir.

Juter (2005)’e göre, “sonsuz” kavramının sayı olarak kullanılması hatalı bir düşüncedir. Çünkü Juter’in yaklaşımına göre, gerçekten de sayı olmadığı düşünülen bir şeyin sayıymış gibi ele alınması ve bunlara çeşitli cebirsel işlemler yapılması ve fonksiyonlar yüklenmesi, manalı olamayacaktır. Şu hâlde, sonsuzu ( $\infty$ ) bir skaler(sayı) olarak varsayıp, sonsuzla ilgili çeşitli cebirsel işlemler tanımlandığında hata yapılması; başka bir deyişle, sayı olarak addedilen “sonsuz” kavramının içerdiği işlemlerin yanlış öğrenilmesi kaçınılmazdır. Zirâ sayı olmayan bir şeye sayı muamelesi yapmak ne derece doğru olur? Öte yandan, doğal pedagojik bir alışkanlık olarak, öğrenciler, yeni matematiksel kavramlar (veya başka bir

disipiline ait kavramlar da olabilir) öğrendiklerinde ya da öğrendiklerinin üzerine yeni şeyler eklemek istediklerinde zihnin ve kavramların doğal itiyat ve temayüllerini kullanarak ilerlerler. Öğrendikleriyle ilgili yeni açılımlar üzerine yeni bir şeyler koyduklarında, önceki öğrendikleriyle (zihnin kavram donatılarıyla ve bunları ele alan aklın işleyiş biçimiyle) potansiyel bağlar ve ilişkiler kurmak zorundadırlar. Öğrenciler  $+\infty$  ve  $-\infty$  öğelerinin birer sayı olmadıklarını bildikleri halde, bunlarla ilgili, örneğin,  $a \cdot (+\infty) = +\infty$  ( $a > 0$  ise),  $a \cdot (-\infty) = -\infty$  ( $a > 0$  ise) vb. eşitlikleri, tıpkı reel sayılar kümesinde yapılan cebirsel işlemler gibi, tanımlamışlardır.

Singer ve Voica (2007), 10-11 yaş öğrencileri ile yaptıkları çalışmada, öğrencilerin sonsuzluk kavramı ile ilgili sezgilerini nasıl yapılandırdıklarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Çalışmada öğrencilerin sonsuzluk ile ilgili algılarını topolojik, işlemsel ve dinsel-düşünsel algı olmak üzere üçe ayırmıştır. Çalışma sonunda öğrencilerin sonsuzluk ile ilgili bazı temsili yapılara sahip oldukları ve temsili yapıların ilkokulda doğal sayıları öğrendikten sonra geliştiği bulunmuştur.

Singer ve Voica (2008) çalışmasında ise öğrencilerin sonsuzluk ile ilgili birincil ve ikincil algılarının belirlenmesini amaçlamışlardır. Çalışmaya 6-19 yaş arası öğrenciler, üniversite öğrencileri ve öğretmen adayları olmak üzere toplam 262 kişi katılmıştır. Çalışma sonunda 6-8 yaş arasında bulunan çocukların birincil algılarının daha güçlü olduğu ortaya çıkmıştır. Çalışmada birincil algılar; işlemsel, topolojik ve dinsel-düşünsel (spiritual) olmak üzere üç kategoride incelenmiştir. Çocukların işlemsel algıya bağlı olarak, doğal sayıların sonsuz olduğunu söylebildikleri ve doğal sayılardan rasyonel sayılara transfer yapabildikleri ve irrasyonel sayılar ile ilgili soyut argümanlar oluşturabildiği sonucuna ulaşmışlardır. Çalışmada, çocukların ikincil algıları olarak doğal sayılardaki sonsuz kümeleri geliştirmeye yönelik eğilimleri ve doğal sayıların sonsuzluğunu ispatlamada yetenekleri olduğunu ifade etmişlerdir. Çalışmada, çocukların sonsuzluk algılarının okul yıllarında değiştiğini vurgulamışlar ve sonsuzluk algısında işlemsel algıdan topolojik algıya doğru gelişim olduğu görülmüştür. Ancak yaşın, işlemsel algı ve topolojik algı için ayırt edici olmadığı bulunmuştur.

Jirotková ve Litter (2004) çalışmalarında, Çek ve İngiliz 11-15 yaş öğrencilerin sonsuzluk kavramını zihinlerinde oluşan zihinsel süreçlerle tanımlamayı amaçlamışlardır. Çalışma

sonunda öğrencilerin sonsuzluk hakkındaki düşüncelerinin net olmadığını, sonsuzluğu asla sonlanmayan bir süreç (potansiyel sonsuzluk) olarak gördükleri bulgusuna ulaşmışlardır.

Jirotková ve Litter (2004), 72 üniversite öğrencisinin sonsuzluk kavramı ile ilgili yaptıkları çalışmada, doğru parçası üzerinden sonsuzluk ile ilgili sorular sorularak öğrencilerin fiili sonsuzluk ve potansiyel sonsuzluk arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Çalışma sonunda öğrenciler iki tane sonsuzluk olduğunu sonsuzlukların farklı nitelikte olduğu ve sonsuzluklardan biri doğru parçasının başını diğerinin ise doğru parçasının sonunu temsil ettiği sonucuna ulaşmışlardır. Öğrenciler sonsuzluğu bir “yer, yön”, doğru parçasını da sonsuzluk yönünde olan “işaret tabelası” olarak belirtmişlerdir.

Çelik ve Akşan (2013), 83 ilköğretim matematik öğretmenliği adaylarının yer aldığı çalışmada, adaylardan, sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavramları ile ilgili tanımlara ulaşmaları istenmiştir. Kavramları sembolik olarak temsil eden dokuz durum ( $\infty+\infty, 1^\infty, \infty-\infty, \dots$ ) verilmiş ve dokuz durumun gösterimlerinin ne anlama geldiğinin nedenlerini açıklamaları istenmiş olup, sonsuzluk kavramını doğru bir şekilde açıklayamadıkları bulunmuştur. Sonsuzluk kavramını; sonu olmayan, çok büyük ve sınırsız kavramları ile ifade ettikleri bulunmuştur. Diğer önemli bir bulgu ise günlük yaşam deneyimlerinin sonsuzluk algısını şekillendirdiği, sonsuzu sayı olarak algıladıkları ve sayılar için geçerli olan kuralların da geçerli olduğu sonucuna ulaşarak (0 ile bir sayının çarpımının sıfır olması gibi) soruları cevapladıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Aztekin (2008) çalışmasında öğrencilerinin sonsuzluk kavramı ile ilgili bilişsel seviyelerini belirlemek için yaptıkları çalışmaya 4 doktora öğrencisi ve 6 ilköğretim öğrencisi katılmış olup, ayrıca "Küme teorisi dersini" alan doktora öğrencileri ile görüşme ve gözlem yapılmıştır. Çalışma sonucunda hem doktora hem de ilköğretim öğrencilerinin sonsuzluk ile ilgili “bitmeyen büyüklük”, “bitmeyen süreç” ve “sonsuz bir kavramdır” gibi ifadeler kullandıkları bulunmuştur. Doktora öğrencilerin başlangıçta sonsuzluk ile ilgili anlayışlarının daha çok potansiyel sonsuzluk anlayışına sahip oldukları ancak, küme teorisi dersini aldıktan sonra fiili sonsuzluğa ulaştıkları ve potansiyel sonsuzluk ifadesini korudukları sonucuna ulaşılmıştır.

Kolar ve Cadez (2012) çalışmalarında, 93 üniversite öğrencisinin sonsuzluk kavramı algılarını, sonlu ve sonsuz kümeleri nasıl tanımladıklarını, sonsuz kümeler ilgili hangi

tanımların zor olduğunu, sonsuz büyüklük, sonsuz çokluk ve sonsuz yakınlık kavramlarını nasıl algıladıklarını APOS (Action-Process-Object-Schema) teorisi çerçevesinde araştırmışlardır. Ayrıca sonsuzluk kavramı ile ilgili problem çözümlerinde aritmetik ve geometrinin etkisini ve problem çözümlerinde fiili sonsuzluktan mı potansiyel sonsuzluk kavramlarından mı yararlandıkları araştırılmıştır. Çalışma sonunda, öğrencilerin sonlu kümeler ve sonsuz kümeler ile ilgili farklı tanımlar yapmalarının yanında sonlu kümeleri, sonsuz küme olarak tanımladıkları sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmada “sonsuz büyüklük” ve “sonsuz çokluk” kavramları ile ilgili problemleri, “sonsuzla yakın” kavramı ile ilgili problemlere göre daha kolay çözdükleri, “sonsuzla yakın” kavramı ile ilgili problem çözümlerinde potansiyel sonsuzluğa bağlı argüman oluşturdukları sonucuna ulaşılmıştır. APOS teorisi bağlamında sonuçlar incelendiğinde aritmetik bağlamda verilen sorularda geometrik bağlama göre bilgiyi içselleştirmenin (interiorization) ve kapsüllemenin (encapsulation) daha kolay olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Mamolo (2009) çalışmasında, 24 üniversite öğrencisi ile sonsuzluk ve sonsuz sayılardaki aritmetik nitelikler ile ilgili algıların belirlenmesinde geometrik temsil ve sayısal temsil arasındaki ilişkinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Çalışmada Hazzan (1999), tarafından geliştirilen “soyutu azaltma” (reducing abstraction), Tall’un (1980) geliştirdiği ‘sonsuzluğu ölçme’ (measuring infinity) teorisi ve APOS teorisi kullanılmıştır. Çalışma sonunda gerçek sayılar ile gerçek sayıların sayı doğrusu üzerindeki temsilleri arasında sonsuzluk kavramının sayısal temsili ve geometrik temsili arasında ilişki kuramadıkları bulunmuştur.

Tirosh ve Tsamir (1996), 10-12 yaş arası, 189 öğrenci ile yaptıkları çalışmada sonsuz kümenin eşitliği ile ilgili sezgisel kararlarının, sonsuz kümelerin temsile bağlı olarak değişimlerini incelemeyi araştırmışlardır. Öğrencilerin 1-1 eşlemede; sayısal-yatay, sayısal-dikey, geometrik ve sayısal temsil biçimlerinden, hangi temsil biçiminde sonsuz iki küme arasında olabileceği incelenmiştir. Çalışma sonunda kümelerin aynı sayıda elemana sahip ise tek bir çeşit sonsuzluk olduğunu ve iki küme arasında 1-1 eşleme yapılabileceği bulgusuna ulaşılmıştır. Diğer yandan, iki kümenin eleman sayısının eşit değil ise kümelerden bir tanesinin diğer bir kümenin alt kümesi olduğunu bulgusuna ulaşılmıştır. Sonsuzluk kavramının sezgisel düşüncelerinin temsil biçiminden etkilendiği ve sayısal-yatay temsil, öğrencileri bütün-parça ilişkisine yönlendirirken, sayısal- dikey temsil ise öğrencileri 1-1 eşleme yöntemine yönlendirdiği bulunmuştur. Ayrıca katılımcıların explicit

(numerical explicit) ve geometrik temsil biçimlerinde daha çok 1-1 eşleme yöntemi kullandıkları bulunmuştur.

Güven ve Karataş (2004), 3 lise öğrencisi ve 60 ilköğretim matematik öğretmenliği okuyan 2. sınıf ve 4.sınıf öğrencileri ile yaptıkları çalışmada, öğrenci ve öğretmen adaylarının sonsuz kümelerin karşılaştırılmasında kullandıkları yöntemleri araştırmışlardır. Çalışmada, öğrencilerin sonlu kümelerin karşılaştırılmasında kullandıkları yöntemleri, sonsuz kümelerin karşılaştırılmasında da kullanmaya çalıştıkları, kümelerin karşılaştırılmasında, 1-1 eşleme yöntemini daha az kullandıkları bulunmuştur. Ayrıca bazı öğrencilerin sonsuz kümelerin karşılaştırılmasında eksik eleman belirleme ve kapsama yöntemlerini kullandığı, bazılarının ise sonsuz kümeler arasında kıyaslama yapılamayacağını ifade ettikleri bulgusuna erişilmiştir.

Tsamir (1999), ikinci kademe öğretmen adaylarının, sonlu kümelerin karşılaştırılmasından sonsuz kümelerin karşılaştırılmasına geçiş süreçlerini incelemiştir. Çalışmaya katılan katılımcılara sonsuz kümelerin karşılaştırılmasını içeren 7 sorudan oluşan bir test uygulanmıştır. Çalışmada, herhangi bir ders almayan öğretmen adaylarının sonsuz kümelerinin eleman sayıları arasında karşılaştırmada sezgisel karşılaştırma yaptıkları, “bütün sonsuz kümeler eşittir” (sonsuzluk=sonsuzluk) ve “sonsuz kümeler karşılaştırılmaz” çıkarımlarında bulunmuşlardır. Ancak, öğretmen adaylarının kullandığı yöntemlerin tamamen tutarsız olduğu görülmüştür. Kantor teorisi dersi alan öğretmen adayları genellikle 1-1 eşleme yöntemini tercih ettikleri görülmüştür. Zenginleştirilmiş kursa katılan öğretmen adayları en başarılı grup olmuş ve sonsuz kümelerin karşılaştırılmasında tek bir yöntem kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Tsamir çalışmasında alınan eğitimin öğretmen adaylarının sonsuz kümeler ile ilgili kavrayışlarında etkili olduğunu ve etkinliklerle eğitimlerinin kavram gelişiminde etkisinin olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Sırmacı ve Gökçurt-Özdemir (2016), matematik öğretmenlerinin belirsizlik, tanımsızlık ve sonsuzluk mefhumlarına dair pedagojik(öğretimsel) alışkanlıkları inceledikleri çalışmalarında; kimi öğretmenlerin sonsuzluk, tanımsızlık, belirsizlik kavramlarını birbirlerinin yerine ikame ettiklerini ve kimi öğretmenlerin ise sembolik durumlarına ilişkin nedenlerinde, öğrendikleri kuralların ve işlem kalıplarının etkili olduğu sonucuna

ulaşmışlardır. Sırmacı ve Gökurt-Özdemir (2016) çalışmasında, görüşme formu kullanarak nitel veri toplamışlardır.

Ergene (2021), ortaokul matematik öğretmeni yetiştiren bir fakültenin son sınıfında öğrenim görmekte olan 61 matematik öğretmen adayı üzerinde yaptığı çalışmada, sonsuzluk kavramının matematik öğretim programında ve öğretmen yetiştirme programında yeterince yer almadığı bilgisine işaret etmiş, matematik öğretim programlarında sonsuzluk kavramının ancak sezgisel olarak yer aldığını belirtmiştir. Sonsuzluk kavramı ile en çok ilişkilendirilen kazanımlar arasında “sayı kümeleri”, “örüntü” ve “irrasyonel sayılar” gibi kavramların yer aldığını ileri süren Ergene, öğretmen adaylarının sonsuzluk kavramına yönelik bilgilerinin eksik olduğunu da vurgulamakla birlikte, öğretmen adaylarının sonsuzluğun önemi noktasında da farkındalık oluşturduklarını belirtmiştir. Aynı araştırmada yazar, ayrıca öğretmen adaylarının sonsuzluğun öğretim süreci hakkında yeterli bilgiye sahip olmadıklarını ileri sürmüştür.

Kadioğlu ve Kamali (2009) çalışmalarında, öğretmenlerin;  $+\infty$  ve  $-\infty$ 'un birer sayı değil, sadece sembol olduğunu ve  $+\infty$ 'nın “her pozitif sayıdan daha büyük bir şey/sembol”;  $-\infty$ 'nin de “her negatif sayıdan daha küçük bir şey/sembol” olan birer “büyüklük/sembol” olarak düşündüklerini ifade etmişlerdir. Çalışmalarında limit işlemleri sonucu  $ax(+\infty)=+\infty$  ( $a>0$  ise) olduğu  $+\infty$  ve  $-\infty$  ile ilgili kimi yapı ve işlemlerin ise belli(sabit) tek bir değere sahip olmadığından dolayı bunları “belirsizlik” olarak adlandırmıştır. Kadioğlu ve Kamali,  $\infty+\infty \rightarrow +\infty$ ,  $-\infty-\infty \rightarrow -\infty$ ,  $0^{+\infty} \rightarrow 0$ ,  $0^{-\infty} \rightarrow +\infty$  olduğunu ifade etmişlerdir. Bukova (2006), ele alınan, sözgelimi  $f$  fonksiyonunun,  $x=a$  apsisli noktasındaki limiti tartışılırken, belirsiz değerler(biçimler) denilen  $0/0$ ,  $\infty-\infty$ ,  $0 \cdot \infty$ ,  $0^0$ ,  $\infty^0$ ,  $1^\infty$  ifadelerle karşımıza çıktığını, bunlara benzeyen  $\infty+\infty$ ,  $-\infty-\infty$ ,  $0^{+\infty}$ ,  $0^{-\infty}$  ifadelerinin ise “belirsizlik” olmadığını belirtmiştir.

Maria vd., (2009) çalışmalarında ilkökul öğretmenlerinin sonsuzluk kavramı ile ilgili algılarını süreç (process) ve nesne (object) şeklinde iki bağlamda incelemiştir. Çalışmalarında sonsuz kümeleri karşılaştırma süreçlerini incelemiş ve sonsuz kümeleri karşılaştırmada geometrik temsil kullandıkları ve 1-1 eşleme yöntemine daha kolay ulaştıkları bilgisine ulaşılmıştır. Ayrıca ilkökul öğretmenlerin çoğunun sonsuzluk kavramını devamlılık ve sonlanmayan bir süreç olarak algıladığını, sadece bir kısmının nesne olarak algıladığı sonucuna varmışlardır.



Öğretmenlerin eğitimleri sonucu edindikleri alan/branş bilgisinin, öğretim faaliyetlerini etkilediği (Gökkurt, 2014) gerçeği göz önüne alınırsa, öğretmenin konu ve kavram yapıları arasında potansiyel bağlar ve ilişkiler kuramaması, kavramları yanlış/eksik öğrenmesi ve buna bağlı olarak yanlış öğretmesi durumunda hem öğretmenin hem de öğrencinin öğretim faaliyetleri boyunca “kavram yanılgılarına” düşmelerine neden olabilir (Baştürk ve Dönmez, 2011). Böyle bir durum da öğretmenlerin öğretim faaliyetlerini gerçekleştirdikleri, öğrencilerin adı geçen kavramlara ilişkin hata yapmalarına ya da kavram yanılgısına düşmelerine neden olabilir. İlgili literatür incelendiğinde, burada yer alan kavramlarla iştigal eden çalışmaların genellikle öğrenci kitlesi üzerinde (Aztekin, 2008; Ervynck, 1994; Reys ve Grouws, 1975; Singer ve Voica, 2007) ve öğretmen adayları üzerinde (Aztekin vd., 2010; Crespo ve Cynthia, 2006; Çelik ve Akşan, 2013) uygulandığı olgusu dikkat çekmektedir. Öğretmenlerin bahse konu olan kavramlara ilişkin anlamalarını inceleyen sınırlı sayıda çalışmaya (Çanköy, 2010) rastlandığı görülmektedir. Oysa adı geçen kavramların öğretiminde çok temel rol oynayan öğretmenlerin söz konusu kavramlara ilişkin alan bilgilerinin araştırılması, düzeyi ve yeterliliği önem arz etmektedir. Bu doğrultuda, çalışmada ortaöğretim öğretmenlerinin sonsuzluk, tanımsızlık, belirsizlik, sonluluk, sınırsızlık, sınırlılık, sayılabilirlik, sonlu küme, sonsuz küme, sonsuz kümelerde birebir eşleme, en büyük sayı, kavramlarına ilişkin anlamaları detaylı olarak incelenmiştir.

Sbaragli (2006)'nin çalışmasına, 16 ilköğretim öğretmeni katılmıştır. Çalışmada 11 soru ile öğretmenlerin sonsuzluk tanımına ulaşmaları, farklı uzunlukta verilen doğru parçalarındaki nokta sayılarını karşılaştırılmaları istenmiştir. Çalışma sonunda sonsuzluğu; belirsizlik, sınırsızlık ve çok büyük sayı olarak ifade ettikleri bulgusuna ulaşılmıştır.

Belirsizlik ve “sonsuz” kavramı arasındaki ilişkiler böyle açıklandığına göre, araştırmanın diğer bir alt konusu olan “tanımsızlık” kavramı şu şekilde ifade edilebilir: Sayılarla(skaler büyüklüklerle) cebirsel işlem yaparken dikkat edilmesi gereken önemli bir nokta, sıfırın dışında bulunan bir sayının (buna aslında sıfır da dahildir, ancak, özel bir durum olan “belirsizlik” kavramının kapsam alanı içindedir) sıfır ile bölme işleminin mümkün olamayacağı, dahası bir netice alınamayacağıdır. Matematikte sıfırdan farklı bir sayının sıfır ile bölünmesi işleminin sonucu tanımsızdır. Çünkü  $a \neq 0$  olmak üzere, varsayalım ki,  $a/0$  tanımlı olsun. Şu hâlde,  $a/0=c$  olacak şekilde en az bir  $c$  reel sayısı ( $c \in IR$ ) bulunurdu. Öyleyse  $a=0.c$ , yani  $a=0$  olurdu. Oysa tartışmaya konu olan durum, varsayımımız olan  $a \neq 0$  ile çelişir. O halde, varsayımımız yanlış, sıfırdan farklı bir reel

sayıyı sıfır ile bölme işleminin sonucunun bilinebilir bir değere sahip olmadığı, yani ve tanımsız olduğu açıktır (Kadioğlu ve Kamali, 2009; Özmantar ve Bozkurt, 2013). Gösterilenlerden de anlaşılacağı üzere, sonsuzluk, tanımsızlık ve belirsizlik kavramları matematikte sıkça karşılaşılan kavramlar arasında yer bulmaktadır. Yapılan çalışmalar da öğrencilerin sonsuzluk, tanımsızlık ve belirsizlik kavramlarını öğrenmede ve anlamlandırmada zorluk çektiklerini ve pek çok “kavram yanılgısına” da sahip olduklarını göstermektedir (Çelik ve Akşan, 2013). Bununla birlikte, ilgili yazınalan incelendiğinde, özellikle ismi geçen kavramlar arasında karakteristik olarak yer alan, belirsizlik ve tanımsızlık mefhumlarının birbirlerinin yerlerine ikame edilerek kullanıldığını (Baştürk ve Dönmez, 2011; Jaffar ve Dindyal, 2011) ve ele alınan iki kavram arasındaki farkın net olarak bilinmediğini ve de ayırt edilemediğini göstermiştir. Gösterilen olgu, öteki şeyler yanında, öğretmenlerin sonsuzluk, tanımsızlık ve belirsizlik kavramlarına ilişkin anlamalarının araştırılması gerekliliğini ortaya koymaktadır. Çünkü öğretmen okulda öğrenmeyi planlama, düzenleme, örgütleme ve şekillendirmede çok önemli bir rol oynayarak (Zikre ve Eu, 2016) zikredilen sorumluluğu, toplumsal olanaklar ve kültürel yapı el verdiği ölçüde, yerine getirmektedir. Öğretmenin öğrenmeyi planlama, örgütleme, düzenleme ve yönlendirmede en önemli kaynaklarından birisi, “konu alan” bilgisinin niteliğidir (Shirvani, 2015). Üretici ve yaratıcı doğasından dolayı matematik, mantığın temel ilkelerine, aksiyomlara ve tanımlara dayandığı (Narlı ve Narlı, 2012), mantıksal ilkeleri, aksiyomları, tanımları bilme ve bunları etki bir şekilde kullanabilme gücü, matematik öğretiminde merkezi öneme sahip olduğundan (Konyalıoğlu ve Gedik, 2015), matematik öğretmeni söz konusu bilgileri derinlemesine bilmelidir. Buradan çıkarılacak bir diğer ders, genel kültür dersi öğretmenleri ve teknik öğretmenlerin de mevzuya konu olan yetilere hiç değilse temel düzeyde sahip olmaları gerektiğidir. Çünkü mantığın ve matematiğin düşünme ve analiz etme süreçlerindeki etkin, evrensel gücü, her geçen gün daha kudretli bir şekilde, pedagoji ve bilim dünyasında etkisini göstermektedir.

Literatürdeki çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin sonsuzluk, sonluluk, sonlu küme, tanımsızlık, belirsizlik, belirlilik, sınırlılık, sınırsızlık, sonsuz küçük, sonsuz büyük, sayılabilirlik kavramları, sonsuz kümelerin karşılaştırılması, sonsuz kümelerde birebir eşleme ile ilgili algılarının belirlenmesi ile ilgili algılarının tutarsız olduğu ve yaş ilerledikçe geliştiği görülmektedir.

## 2.2.2 Öğretmenlerin Kanıt Şemaları ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Soto (2010) da öğretmenlerin kanıt şemalarındaki değişimleri deneysel yaklaşımla ortaya koymuştur. Diğer yandan Harel ve Rabin (2010) çalışmalarında iki lise öğretmenin öğrencileri gözlemlediği nitel durum çalışması yürütmüşlerdir. Çalışmalarında öğrencilerin otoriter kanıt şeması gelişimlerini araştırmışlardır. Soto (2010) bir lise öğretmenin yaz enstitüsünde bir öğretim uygulaması ile ispat şemalarındaki gelişimini incelemiştir. Sözü edilen çalışmaların tümü, önerilen öğretim uygulamalarının katılımcıların ispat şemalarında nasıl bir değişime yol açtığını belirlemeye yönelik çalışmalardır. Soto'nun (2010) yürütmüş olduğu çalışmanın amacı DNR tabanlı profesyonel gelişim (PG) bağlamında bir lise öğretmenin ispat şemalarının geçişini tanımlamak; öğretmenin öğretim uygulamalarının gelişiminin doğasını incelemek ve her iki unsur arasındaki bağlantıları ortaya koymak olmuştur. Çalışma 2003-2004 yazlarında Amerika'nın güneybatısındaki bir yaz enstitüsünde gerçekleştirilmiştir. Adı geçen enstitünün öğrencilerinin tümü matematik eğitimi ve eğitimbilimi açısından farklı geçmişe sahip çeşitli özelliklerdeki öğretmenlerden oluşmuştur. "Durum" çalışması olarak yürütülen çalışmada öğretmenin matematik dersi anlatırken video kaydı ve kendi öğretiminin kamera görüntüleri olmak üzere iki veri kaynağı incelenmiştir. İspat şemalarının analizinde profesyonel gelişim boyunca ispat üretimi üzerine odaklanılmıştır. Öğretmenin uygulama gelişimi de iki yıl boyunca incelenmiştir. Çalışma, öğretmenin ispat şemaları ile öğretim uygulamaları arasındaki teorik bağlantıları içermiştir. Çalışmada ön test ve son testler profesyonel gelişim (PG) yaz enstitüsünden önce ve sonra uygulanmıştır. Çalışma bir tek öğretmenle yürütülmüştür. Çalışmada öğretmenin ispat şemalarının somutlaştırılabilmesi için, Harel ve Sowder (1998)'in sınıflandırması kullanılmıştır. Öğretmen Maggie başlangıçta bir ispat hakkında çelişkilere sahipken, PG boyunca artan bir matematiksel beceriye sahip olmuştur. Çalışmada Maggie'nin öğrenimsel değişime en çok direnç gösteren ispat şeması, "sembolik ispat" şemasıdır. Maggie'nin, model genellemesinde zorlanmış olmasına rağmen sonra dönüşümsel ispat şemasını kullanmada tutarlı olduğu gözlenmiştir. Maggie'nin deneysel ispat şemasından tümdengelimsel ispat şemasına geçtiği bulunmuştur. Çalışmada öğretim uygulamalarındaki en büyük gelişimin, doğru çözümlerin varlığına alternatif çözümler isteyerek matematiksel ayrıntılarla zenginleştirme davranışının kazanıldığı sonucuna varılmıştır. Harel ve Rabin'in (2010) çalışmasının niteliği, belirli öğretim uygulamalarını ve öğrencilerdeki otoriter ispat şeması gelişimini olumlu yönde etkileme yollarını ortaya çıkarmak için, iki lise matematik öğretmeni ile çalışılmasını ifade eder. Çalışma, öğrencilerdeki otoriter ispat şemalarını açıkça ortaya

koyacak belirli öğrenci davranışlarının biçimlendirilmesinde rol oynayan öğretim uygulamalarına odaklanılan bir “durum” çalışmasıdır. Öğretmenin otoriter ispat şeması ile ilişkili öğretim uygulamalarından elde edilen veriler her iki araştırmacı tarafından bağımsız olarak analiz edilmiştir ve daha sonra karşılaştırılmıştır. “Gömülü” teorinin prensiplerini takip ederek, veriler Harel ve Sowder (1998) tarafından belirlenen otoriter ispat şemaları “değerlendirmeleri” ışığında ortaya konmuştur. Öğrencilerin problemleri çözmek için öğretmeni bekledikleri ve işlem basamaklarının öğrencilere anlatılmasını istedikleri; öğrencilerin problemleri kendileri çözmeye uğraşmadan önce yardım istedikleri ve sınıf arkadaşlarının ve öğretmenlerinin iddialarının yanında, sunulan içerikle ilgili sorular sormaya isteksiz oldukları sonucuna ulaşılmıştır.

Bieda (2008) tarafından, öğretmenlerle yapılan çalışmanın amacı öğrencilerin gerekçelendirme ve ispat yeterliklerini geliştirmek için tasarlanan görevlerin sınıflarda nasıl ortaya konulduğunun ortaya çıkarılmasıdır. Çalışmaya Amerika’daki bir eyalette bulunan yedi farklı ortaokulun altı, yedi ve sekizinci sınıflarını okutan yedi öğretmen katılmıştır. Nitel çalışma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmış ve öğretmenlerle görüşme ve sınıf gözlemleri yapılmıştır. Veri analizinde gözlemler boyunca “alan notları” ve sınıf gözlemleri kodlanmıştır. Çalışmada öğrencilerin matematik derslerinde ispatları için gerekçelendirmeler yapmaları için deneyimlerinin de yetersiz olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin genel argümanları ve örnek temelli gerekçelendirmeler ürettikleri belirlenmiştir. Araştırmacı öğrenciler, deneysel ispat şeması olarak nitelendirilebilecek tepkiler göstermişlerdir.

Raman (2002), üniversite öğrencileri, öğretim üyeleri ve matematik bölümü mezunu öğrencileri ile yaptıkları çalışma sonucunda iddiayı yanıtlamada işlemsel, sezgisel ve anahtar “fikirler” olmak kaydıyla, üç farklı yaklaşım olduğu sonucuna varmıştır. Sezgisel düşüncelerin, empirik veri ve görsel temsile ait informal anlayışa dayalı düşünceler içerdiği, ancak, direkt formal ispata götürmeyen düşünceler olduğu, son tahlilde, “anlama hissi” verdikleri, ama ikna etmedikleri vurgulanmıştır. Çalışmada öğrenci ve öğretmenlerin bazı sebeplerle birbirine benzer şekilde davrandıkları, her iki grubun özel ve genel olmak üzere, özgül argümanlarla birbirlerinden ayrıldığını göstermiştir. Bireylerin, bir ispatı doğrudan üretmeyi, çözümlenmeyi bilmedikleri zaman, bir şemaya bakmak ya da örnekleri denemek gibi, informal tutumlar sergiledikleri belirtilmiştir. Çalışmada öğretmenler formaliteyi (düzen, işlev ve verimlilik açısından) önemli bulurken, öğrenciler formalitenin

matematiğin genel yüzü olduğunu belirtmişlerdir. Öğrenciler örneklere bakarak informal yaklaşımlar sergilemişler ve ancak formal argümanlara ulaşamamışlardır. Öğretmenler informal argümanları, formal argümanlara taşıyan potansiyel birer “ham veri” olarak görürken, öğrenciler geçişi sağlayan unsuru yakalayamamışlardır. Öğretmenler için, ispat kavramının en önemli işlevinin, içerdiği “anahtar fikirler” olduğunu ifade etmişlerdir. Raman (2002), öğretmenler için, ispatın en önemli özelliğinin, bir yandan, içerdiği anahtar fikirler olduğu ve bir yandan da analitik ispat şemasına sahip olduklarını belirtirken, öğrenciler için en önemli özelliğın, “bu yüzden”, “böylelikle” gibi, dil içeren dışsal/informal ispat şemalarına ulaştıkları görülmüştür.

Çalışmanın sonuçlarında, öğretmeni sınıftaki tek bilgi doğruluma kaynağı olarak algılayan, belirli öğretim uygulamaları saptanmıştır. Bunun dışındaki tüm deneysel çalışmalar belirli öğretim uygulamaları sonucunda ispat şemalarındaki gelişimleri ortaya koymuştur. Genel olarak değerlendirdiğimizde öğretmen, öğrenci, öğretmen adayları ile ilgili kanıt şemaları üzerine yapılan çalışmaların hepsinde Harel ve Sowder (1998)'ın *kanıt şeması* çatısını kullanmıştır.

### 3. YÖNTEM

Bu bölümde ortaöğretim öğretmenlerinin sonsuzluk algılarını incelemek için araştırmanın deseni, çalışma grubu, veri toplama araçları, araştırmanın süreci, verilerin toplanması ve verilerin analizine yer verilmiştir.

#### 3.1 Araştırmanın Modeli

Araştırmamızda ortaöğretim öğretmenlerinin sonsuzluk kavramı ile ilgili oluşturdukları kavram yapıları, kavram algılarının belirlenmesi amaçlanmış olup, çalışmada nitel araştırma yönteminden tarama modelinin kullanıldığı **durum** çalışması tercih edilmiştir. Durum çalışması, bir toplumsal resmi (durumu), olguyu, ilişkiyi, olayı, pozisyonu, ya da süreci, zorunlu olarak, sınırlı sayıda örneklemin sunduğu veriyle, her yönüyle inceleme amacındadır (Yin, 1984; McMillian ve Schumacher, 2010). Durum çalışmasının birçok bilimsel araştırma yönteminden ayırt edici niteliği, eğitimin çeşitli konularını anlamada karşılaşılan ve özellikle, “ne”, “nasıl” ve “niçin” soruları yöneltildiğinde tercih edilebilecek bir yöntem olmasıdır (Çepni, 2012).

Araştırmada, araştırmacı tarafından hazırlanan sorulardan oluşan klinik mülakat aracılığıyla veriler toplanmıştır. Klinik mülakat, katılımcıların düşüncelerini derinlemesine incelemek amacıyla katılımcı ile karşılıklı yapılan görüşmelerdir (Ginsburg, 1981).

Bogdan ve Biklen (2007) nitel veri analizini, araştırmacının verilerini düzenlediği, analiz birimlerine ayırdığı, sentezlediği, biçimleri ortaya çıkardığı, önemli değişkenleri keşfettiği ve rapora yansıtacağı bilgilere karar verdiği bir süreçtir. Miles ve Huberman (1994) nitel veri analizi sürecini üç aşamalı bir sınıflandırma olarak ele almıştır: Bunlar verilerin azaltılması, verilerin görselleştirilmesi ve sonuca ulaşım teyit edilmesidir. Benzer şekilde betimsel analize göre, elde edilen veriler, daha önceden belirlenen temalara göre özetlenir ve yorumlanır. Elde edilen veriler, önce sistematik ve açık bir şekilde betimlenip, betimlemeler açıklanarak yorumlanıp, neden-sonuç ilişkileri irdelenerek ve birtakım sonuçlara, temalara ulaşılır. Betimsel analiz dört aşamadan oluşur: betimsel analiz için bir çerçeve oluşturma, tematik çerçeveye göre verilerin işlenmesi, bulguların tanımlanması, bulguların yorumlanmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Çalışmada elde edilen nitel verilerin analizinde APOS teorisi de bir çereçeve olarak kullanılmış ve betimsel analiz yöntemi tercih edilmiştir. Verilerin anlaşılabilir ve görselleştirilebilmesi için, doğrudan alıntılar kullanılarak “betimsel analiz tabloları” hazırlanmıştır.

Araştırmamız, öğretmenlerin sonsuzluk, tanımsızlık, belirsizlik, sonluluk, sınırsızlık, sınırlılık, sayılabilirlik, sonlu küme, sonsuz küme, sonsuz kümelerde birebir eşleme, sözde “en büyük sayı”, kavramlarına ilişkin algılarının nasıl olduğunu belirlemek amacını taşıdığı için, **durum** çalışması yöntem tercih edilmiştir. Temelde sonsuzluk ve bununla etkileşim içinde olan yukarıdaki kavramların nasıl algılandığını görmek için Ek-A’daki sorular katılımcı öğretmenlere sorulmuştur.

### 3.2 Evren ve Çalışma Grubu

Bu araştırmanın çalışma evrenini, 2020-2021 eğitim-öğretim yılında Batı Marmara Bölgesinde yer alan, Balıkesir İlinde görev yapan 5449 ortaöğretim öğretmeni oluşturmaktadır (Ek-B). Araştırma evreni ile ilgili veri ve belgeler, Balıkesir İl Milli Eğitim Müdürlüğü bünyesinde yer alan Stratejik Plan biriminden alınmıştır (Ek-C).

Araştırmanın çalışma grubunu Balıkesir İlindeki ortaöğretim okullarından biri olan 100. Yıl Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi (100. YIL METAL)’nde görev yapan 74 ortaöğretim öğretmeni oluşturmaktadır. Araştırmanın adı geçen okulda yapılması için İl Milli Eğitim Müdürlüğü’nden ve Üniversite Etik Komisyonundan gerekli yasal izinler alınmıştır (Ek-D). Çalışma grubuna 100. YIL METAL’de görev yapan öğretmenlerin seçilmesinin nedeni, branş bazında öğretmen çeşitliliğinin ve niceliğinin yeterli ve spesifik olmasıyla beraber, köklü bir eğitim kurumu da olmasıdır. Çalışma grubuna ait demografik özellikler ve branş özellikleri aşağıdaki gibidir (Tablo 3.1).

**Tablo 3.1:** Çalışma grubunun branş ve cinsiyet dağılımları

Braşların Dağılımları	Kadın Sayısı (f)	Erkek Sayısı (f)	Toplam
Matematik Öğretmenleri	3	0	3
Edebiyat Öğretmenleri	4	2	6
Tarih Öğretmenleri	1	2	3
Coğrafya Öğretmenleri	1	0	1
Felsefe Öğretmenleri	1	0	1
Fizik Öğretmenleri	1	1	2
Kimya Öğretmenleri	2	1	3
Biyoloji Öğretmenleri	2	1	3
Din Kül. ve Ahlak Bilgisi Öğretmenleri	0	2	2
İngilizce Öğretmenleri	4	0	4
Beden Eğitimi Öğretmenleri	0	2	2
Müzik Öğretmenleri	1	0	1
Tesisat Teknolojileri Öğretmenleri	0	6	6
Bilişim Teknolojileri Öğretmenleri	1	2	3
Elektrik Teknolojileri Öğretmenleri	1	7	8
Makine Teknolojileri Öğretmenleri	0	9	9
İnşaat Teknolojileri Öğretmenleri	1	9	10
Metalurji Teknolojileri Öğretmenleri	0	7	7
TOPLAM	23	51	74

Araştırmada veri analizi yapılırken çalışma grubundaki öğretmenlerin adlarını kullanarak onları etik yönden olumsuzlamak yerine, Ö<sub>1</sub>, Ö<sub>2</sub>, Ö<sub>3</sub>... Ö<sub>74</sub> şeklinde kodlar verilmiş ve böylece, öğretmenlerin etik yönden hakları ve bilgileri korunmuştur (Karasar, 2008). Çalışma grubunda yer alan 23 kadın ve 51 erkek öğretmen vardır. Çalışma grubunda bulunan öğretmenler meslek lisesinde olduklarından cinsiyet, bölüm/branş gibi, demografik değişkenlerde dengeli ve ölçülü olunmaya çalışılmış olup, kontrol altına alınması mümkün olmayan kısıtlar mevcuttur. En fazla kadın öğretmen edebiyat ve İngilizce öğretmenliğinde bulunmaktadır. 3 kadın matematik öğretmeni bulunmaktadır. Hiç kadın öğretmen bulunmayan 6 branş söz konusudur. Öte yandan, hiç erkek öğretmen bulunmayan 5 branş vardır. Meslek lisesi olmasından dolayı teknik derslerin öğretmenleri genellikle erkektir. Azınlıkta olan bazı meslek dersi öğretmenleri de kadındır.



**Tablo 3.2:** Çalışma grubunun yaş dağılımı.

	Yaş Aralığı				Genel Toplam
	25-30 yaş	31-40 yaş	41-50 yaş	51 yaş ve üstü	
Kadın	0	4	14	5	23
Erkek	0	1	19	31	51
Toplam	0	5	33	36	74

Çalışma grubunun yaş dağılımı incelendiğinde (Tablo 2) 25-30 yaş aralığında hiç öğretmen olamamasına rağmen 41-50 yaş aralığında 33 öğretmen, 51 yaş üstü ise 3 öğretmen mevcuttur. Lise öğretmenlerinin yaşlarına baktığımızda öğretmenlerin çoğunun 40'ın üstünde olduğu görülmektedir.

**Tablo 3.3:** Çalışma grubunun kıdem yılı dağılımları.

	Kıdem Yılı				Genel Toplam
	1-10 yıl arası	11-15 yıl arası	15-20 yıl arası	20 üstü yıl arası	
Kadın	1	2	4	16	23
Erkek	0	1	3	47	51
Toplam	1	3	7	63	74

Çalışma grubunun kıdem yılları dağılımı incelendiğinde (Tablo 3.3) 15-20 kıdem yılı aralığında 7 öğretmen olmasına rağmen, 20 kıdem yılı ve üzeri öğretmen sayısı ise 63'tür. Lise öğretmenlerinin kıdem yılları incelendiğinde öğretmenlerin çoğunun kıdem yılının 20 yıl ve üzeri olduğu görülmektedir. Kadın öğretmenlerden 1-15 yıl arasında deneyime sahip olan 3 kişi, 15 yıl ve üzeri deneyime sahip olan 20 kadın öğretmen bulunmaktadır. Diğer yandan, erkek öğretmenlerin kıdem yılları 20 ve üstü olan, toplam 47 kişiden oluşmaktadır.

**Tablo 3.4:** Çalışma grubunun yaş aralığı ve kıdem yılları.

	Kadın-Erkek Toplam Yaş Aralığı				Kadın-Erkek Toplam Kıdem Yılı			
	25-30 yaş	31-40 yaş	41-50 yaş	51 yaş ve üstü	1-10 yıl arası	11-15 yıl arası	15-20 yıl arası	20 üstü yıl arası
Toplam	0	5	33	36	1	3	7	63
Genel toplam	74				74			

Çalışma grubunun yaş aralığı ve kıdem yılları dağılımı incelendiğinde (Tablo 3.4) 40 yaşından büyük öğretmen sayısı 69, 20 kıdem yılı üzerinde 63 öğretmen bulunmaktadır.

Araştırma için seçilen okulda görev yapan öğretmenlerin “sonsuzluk algılarının” kıdem yılı ile yaşla ilişkisi bağlamında çalışmaya rastlanılmamış olması, zikredilen okulun seçilmesinde etkili, bir başka unsur olmuştur.

### 3.3 Veri Toplama Araçları

Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından hazırlanan açık uçlu görüşme formu kullanılarak hem durum tespiti hem de ifadelerdeki anlamlar ve nedenlerin belirlenmesi için klinik mülakat yapılmıştır.

Veri toplama aracı oluşturmak için literatür taranmış (Fischbein vd., 1981; Güven ve Karataş, 2004; Kolar ve Cadez, 2012; Maria vd., 2009; Pehkonen vd. 2006)’in sonsuzluk, sonluluk, belirsizlik, belirlilik, tanımsızlık, sınırlılık, sınırsızlık, sonsuz küçük, sonsuz büyük, sonsuzda yutan eleman, sayılabilirlik, konularında yaptıkları çalışmalar taranmış ve iki matematik öğretmeniyle de görüşme yapılarak 22 sorudan oluşan mülakat formu hazırlanmıştır. Ölçme aracı için 5 ortaöğretim matematik öğretmeni ile pilot çalışma yapılmış, çalışmayan veya anlaşılmayan ifadeler/sorular ya düzeltilmiş ya da formdan çıkarılmıştır. Örneğin, “*dizilerde sonsuza iraksama kavramı veya onksiyona ait değişkenin sonsuza gitmesi durumunda bir fonksiyonun alabileceği değerlerle*” ilgili sorular/ifadeler öğretmenler tarafından çok teknik ve zor bulunmuştur. Ama “*sonsuz nedir*” veya “*sonsuz küme nedir*” diye yalın bir soru sorulduğunda cevaplandığı görülmüştür. O nedenle sorular tekrar gözden geçirilerek görüşme sorularına son hali verilerek 22 sorudan oluşmasına karar verilmiştir (Ek-A).

#### 3.3.1 Sonlu Kavramı ve Günlük Hayatta Kullanımının Örneklenmesi İle İlgili Soru

Birinci soruda öğretmenlerin sonlu kavramını kendi kelimeleri ile tanımlaması ve günlük hayattan örneklemesi istenmiştir. Birinci soru ile öğretmenlerdeki sonlu kavramının algı düzeyinin belirlenmesi hedeflenmiştir. Öğretmenlerin sonlu kavramını kendi ifadeleri ile tanımlamaları ve örneklerinin sonlu kavramı ile ilişkisi ve nasıl örneklendiği bulunacaktır.

**Sonlu algısı ile ilgili soru:**

**Sonlu** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?

**3.3.2 Sonsuzluk Kavramı ve Günlük Hayatta Kullanımının Örneklenmesi ile İlgili Soru**

İkinci soruda öğretmenlerin sonsuzluk kavramını kendi kelimeleri ile tanımlaması ve günlük hayattan örnekleme istenmiştir. İkinci soru ile öğretmenlerdeki sonsuzluk kavramı algısının belirlenmesi hedeflenmiştir. Öğretmenlerin sonsuzluk kavramını kendi ifadeleri ile tanımlamaları ve örneklerinin sonsuzluk kavramı ile ilişkisi ve nasıl örneklendiği bulunacaktır.

**Sonsuzluk algısı ile ilgili soru:**

**Sonsuzluk** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?

**3.3.3 Belirsizlik Kavramı ve Günlük Hayatta Kullanımının Örneklenmesi ile İlgili Soru**

Üçüncü soruda öğretmenlerin belirsizlik kavramını kendi kelimeleri ile tanımlaması ve günlük hayattan örnekleme istenmiştir. Üçüncü soru ile öğretmenlerdeki belirsizlik kavramı ile algısının belirlenmesi hedeflenmiştir. Öğretmenlerin belirsizlik kavramını kendi ifadeleri ile tanımlamaları ve örneklerinin sonsuzluk kavramı ile ilişkisi ve nasıl örneklendiği bulunacaktır.

**Belirsizlik algısı ile ilgili soru:**

**Belirsizlik** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?

**3.3.4 Tanımsızlık Kavramı ve Günlük Hayatta Kullanımının Örneklenmesi ile İlgili Soru**

Dördüncü soruda öğretmenlerin tanımsızlık kavramını kendi kelimeleri ile tanımlaması ve günlük hayattan örnekleme istenmiştir. Dördüncü soru ile öğretmenlerdeki tanımsızlık kavramı ile algısının belirlenmesi hedeflenmiştir. Öğretmenlerin tanımsızlık kavramını kendi ifadeleri ile tanımlamaları ve örneklerinin tanımsızlık kavramı ile ilişkisi ve nasıl örneklendiği bulunacaktır.

**Tanımsızlık algısı ile ilgili soru:**

**Tanımsızlık** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?

**3.3.5 Belirlilik Kavramı ve Günlük Hayatta Kullanımının Örneklenmesi ile İlgili Soru**

Beşinci soruda öğretmenlerin belirlilik kavramını kendi kelimeleri ile tanımlaması ve günlük hayattan örnekleme istenmiştir. Beşinci soru ile öğretmenlerdeki belirlilik kavramı ile algısının belirlenmesi hedeflenmiştir. Öğretmenlerin belirlilik kavramını kendi ifadeleri ile tanımlamaları ve örneklerinin belirlilik kavramı ile ilişkisi ve nasıl örneklendiği bulunacaktır.

**Belirlilik algısı ile ilgili soru:**

**Belirlilik** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?

**3.3.6 Sınırlılık Kavramı ve Günlük Hayatta Kullanımının Örneklenmesi ile İlgili Soru**

Altıncı soruda öğretmenlerin sınırlılık kavramını kendi kelimeleri ile tanımlaması ve günlük hayattan örnekleme istenmiştir. Altıncı soru ile öğretmenlerdeki sınırlılık kavramına ilişkin algı düzeyinin belirlenmesi hedeflenmiştir. Öğretmenlerin sınırlılık kavramını kendi ifadeleri ile tanımlamaları ve örneklerinin sınırlılık kavramı ile ilişkisi ve nasıl örneklendiği bulunacaktır.

**Sınırlılık algısı ile ilgili soru:**

**Sınırlılık** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?

**3.3.7 Sınırsızlık Kavramı ve Günlük Hayatta Kullanımının Örneklenmesi ile İlgili Soru**

Yedinci soruda öğretmenlerin sınırsızlık kavramını kendi kelimeleri ile tanımlaması ve günlük hayattan örnekleme istenmiştir. Yedinci soru ile öğretmenlerdeki sınırsızlık kavramının algı düzeyinin belirlenmesi hedeflenmiştir. Öğretmenlerin sınırsızlık kavramını kendi ifadeleri ile tanımlamaları ve örneklerinin sınırsızlık kavramı ile ilişkisi ve nasıl örneklendiği bulunacaktır.

**Sınırsızlık algısı ile ilgili soru:**

**Sınırsızlık** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?

### **3.3.8 Sonsuz Küçük Kavramı ve Günlük Hayatta Kullanımının Örneklenmesi ile İlgili Soru**

Sekizinci soruda öğretmenlerin sonsuz küçük kavramını kendi kelimeleri ile tanımlaması ve günlük hayattan örnekleme istenmiştir. Sekizinci soru ile öğretmenlerdeki sonsuz küçük kavramı ile algısının belirlenmesi hedeflenmiştir. Öğretmenlerin sonsuz küçük kavramını kendi ifadeleri ile tanımlamaları ve örneklerinin sonsuz küçük kavramı ile ilişkisi ve nasıl örneklendiği bulunacaktır.

#### **Sonsuz küçük algısı ile ilgili soru:**

**Sonsuz küçük kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?**

### **3.3.9 Sonsuz Büyük Kavramı ve Günlük Hayatta Kullanımının Örneklenmesi ile İlgili Soru**

Dokuzuncu soruda öğretmenlerin sonsuz büyük kavramını kendi kelimeleri ile tanımlaması ve günlük hayattan örnekleme istenmiştir. Dokuzuncu soru ile öğretmenlerdeki sonsuz büyük kavramı ile algısının belirlenmesi hedeflenmiştir. Öğretmenlerin sonsuz büyük kavramını kendi ifadeleri ile tanımlamaları ve örneklerinin sonsuz büyük kavramı ile ilişkisi ve nasıl örneklendiği bulunacaktır.

#### **Sonsuz büyük algısı ile ilgili soru:**

**Sonsuz büyük kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?**

### **3.3.10 Sonsuz Sınırlı Mıdır Algısı ile İlgili Soru**

Onuncu soruda öğretmenlerin sonsuzun sınırlı olup olmadığı kavramını kendi kelimeleri ile tanımlaması istenmiştir. Onuncu soru ile öğretmenlerdeki sonsuzun sınırlı olup olmadığı ile ilgili algısının belirlenmesi hedeflenmiştir. Öğretmenlerin sonsuzun sınırlı olup olmadığını kendi ifadeleri ile tanımlamaları bulunacaktır.

#### **Sonsuz, sınırlı mıdır algısı ile ilgili soru:**

**Sonsuz sınırlı mıdır?**

### **3.3.11 Sınırlı Sonsuz Mudur Algısı ile İlgili Soru**

On birinci soruda öğretmenlerin sınırlılığın sonsuz olup olmadığı kavramını kendi kelimeleri ile tanımlaması istenmiştir. On birinci soruyla öğretmenlerdeki sınırlılığın sonsuz

olup olmadığıyla ilgili algısının belirlenmesi hedeflenmiştir. Öğretmenlerin sınırlılığın sonsuz olup olmadığı kendi ifadeleri ile tanımlamaları bulunacaktır.

**Sınırlı sonsuz mudur algısı ile ilgili soru:**

**Sınırlı sonsuz mudur?**

### **3.3.12 Sonsuzda Yutan Eleman Algısı ile İlgili Soru**

On ikinci soruda öğretmenlerin sonsuzda yutan eleman olup olmadığı kavramını kendi kelimeleri ile tanımlaması istenmiştir. On ikinci soru ile öğretmenlerdeki sonsuzda yutan eleman olup olmadığı ile ilgili algısının belirlenmesi hedeflenmiştir. Öğretmenlerin sonsuzda yutan eleman olup olmadığı kendi ifadeleri ile tanımlamaları bulunacaktır.

**Sonsuzda yutan eleman algısı ile ilgili soru:**

**Sonsuzda yutan eleman var mıdır?**

### **3.3.13 Sayılabilirlik Algısı ile İlgili Soru**

On üçüncü soruda öğretmenlerin sayılabilirlikle ilgili kavramı kendi kelimeleri ile tanımlaması istenmiştir. On üçüncü soru ile öğretmenlerdeki sayılabilirlikle ilgili kavramın algı düzeyinin belirlenmesi hedeflenmiştir. Öğretmenlerin sayılabilirlik kavramını kendi ifadeleri ile tanımlamaları istenmiştir.

**Sayılabilirlik algısı ile ilgili soru:**

**Sayılabilirlik nedir?**

### **3.3.14 Sonlu Küme ile İlgili Soru**

On dördüncü soruda öğretmenlerin sonlu küme ile ilgili kavramı kendi kelimeleri ile tanımlaması istenmiştir. On dördüncü soru ile öğretmenlerdeki sonlu küme kavramının algı düzeyinin belirlenmesi hedeflenmiştir. Öğretmenlerin sonlu küme kavramını kendi ifadeleri ile tanımlamaları istenmiştir.

**Sonlu küme ile ilgili soru:**

**Sonlu küme nedir?**

### 3.3.15 Sonsuz Kümelerde Bire-Bir Eşleme ile İlgili Soru

On beşinci soruda öğretmenlerin sonsuz kümelerde bire-bir eşleme ile ilgili kavramı kendi kelimeleri ile tanımlaması istenmiştir. On beşinci soru ile öğretmenlerdeki sonsuz kümelerde bire-bir eşleme kavramı ile ilgili algısının belirlenmesi hedeflenmiştir. Öğretmenlerin sonsuz kümelerde bire-bir eşleme kavramını kendi ifadeleri ile tanımlamaları istenmiştir.

**Sonsuz kümelerde bire-bir eşleme ile ilgili soru:**

**Sonsuz kümelerde bire-bir eşleme yapılabilir mi?**

### 3.3.16 En Büyük Sayı ve En Büyük Sayının Sonsuz Olması Fikri ile İlgili Soru

On altıncı soruda öğretmenlerin en büyük sayı ve en büyük sayının sonsuz olması ile ilgili kavramı kendi kelimeleri ile tanımlaması istenmiştir. On altıncı soru ile öğretmenlerdeki en büyük sayı ve en büyük sayının sonsuz olması ile ilgili algısının belirlenmesi hedeflenmiştir. Öğretmenlerin en büyük sayı ve en büyük sayının sonsuz olması ile ilgili kavramını kendi ifadeleri ile tanımlamaları istenmiştir.

**En büyük sayı ve en büyük sayının sonsuz mudur ile ilgili soru:**

**En büyük sayı nedir? En büyük sayı sonsuz mudur?**

### 3.3.17 $0 \cdot \infty = ?$ $\frac{\infty}{\infty} = ?$ $\frac{0}{0} = ?$ $1^\infty = ?$ $\infty^0 = ?$ $\frac{a}{0} = ? (a \neq 0)$ Değerlerin Bulunması ile İlgili Soru

On yedinci soruda öğretmenlerin *sonsuzluk, belirsizlik, tanımsızlık ile ilgili soruların* değerlerini kendi bulmaları istenmiştir. On yedinci soru ile öğretmenlerdeki Sonsuzluk, belirsizlik, tanımsızlık ile ilgili soruların değerinin bulunması hedeflenmiştir. Öğretmenlerin *sonsuzluk, belirsizlik, tanımsızlık ile ilgili soruların* değerini kendilerinin yazmaları istenmiştir.

**Sonsuzluk, belirsizlik, tanımsızlık ile ilgili soruların değerlerinin bulunması:**

$0 \cdot \infty = ?$   $\frac{\infty}{\infty} = ?$   $\frac{0}{0} = ?$   $1^\infty = ?$   $\infty^0 = ?$   
 $\frac{a}{0} = ? (a \neq 0)$  değerlerinin bulunması ile ilgili soru

### **3.3.18 Ortaöğretim Öğretmenlerinin Aldıkları Puanlar Branş, Cinsiyet ve Kıdeme Göre Nasıl Durumları ile İlgili Soru**

On sekizinci soruda öğretmenlerin ortaöğretim öğretmenlerinin aldıkları puanlar branş, cinsiyet ve kıdeme göre nasıl olduğunun belirlenmesi hedeflenmiştir.

**Ortaöğretim öğretmenlerinin aldıkları puanlar branş, cinsiyet ve kıdeme göre durumları:**

**Ortaöğretim öğretmenlerinin aldıkları puanlar branş, cinsiyet ve kıdeme göre nasıl değiştiği ile ilgili soru?**

### **3.4 Pilot Çalışma**

Pilot çalışma ile araştırma sorularının test edilmesi, ne kadar sürede uygulanacağı tespit edilir. Soruların hangilerini çalışıp çalışmadığı ne gibi düzeltmeler yapıldığı veri toplama araçları kısmında açıklanmıştır. Her bir öğretmenle klinik mülakat 20-30 dakika arası sürmüştür. Ayrıca pilot çalışma yapılması ile asıl çalışma için araştırmacının deneyim kazanması sağlanmıştır.

### **3.5 Veri Toplama Süreci**

Pandemiden dolayı veri toplama sürecinde planlanan takvime tamamen uyulamamıştır. Ancak zorlu koşullara rağmen veriler toplanabilmiştir.

#### **3.5.1 Klinik Mülakat**

Araştırmada öğretmenlerin sonsuzluk, belirsizlik, tanımsızlık, gibi algılarını belirlemek amacı ile klinik mülakatlar yapılmıştır. Güven (2006) klinik mülakatı katılımcıların düşüncelerini derinlemesine incelemek amacıyla karşılıklı yapılan görüşmeler olarak ifade etmiştir. Dindyal (2003), Güven (2004), Çelik ve Baki (2007)'nin de belirttiği gibi klinik mülâkatlar niçin ve nasıl sorularına yanıt aranarak katılımcıların düşünme süreçleri ayrıntılı bir şekilde incelenebilmektedir. Klinik mülakatlara toplam  $N_{\text{toplam}}=74$  ( $N_{\text{kadın}}=23$ ,  $N_{\text{erkek}}=51$ ) öğretmen katılmıştır. Öğretmenler araştırmaya gönüllü olarak katılmışlardır (Ek-D). Mülakatlar, önceden hazırladığımız 22 soruluk görüşme formuyla öğretmenlerle yüz yüze, rahat bir atmosferde serbest bir zamanda, genellikle okulda veya evde yapılmıştır. Mülakatlar araştırmacı tarafından yazılı metne dökülmüştür. Katılımcıların verdikleri cevaplardan kodlar, alt temalar ve temalar oluşturulmuştur.



### 3.6 Verilerin Analizi

Elde edilen verilerin analizi aşamasında “nitel veri analizi” yöntemlerinden biri olan “betimsel analiz” yöntemi kullanılmıştır. Betimsel analizde veriler, önceden belirlenen kategorilere ve kodlara göre düzenlenmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu kapsamda, öğretmenlerin tanımsızlık, belirsizlik ve sonsuzluk durumlarını temsil eden gösterimlerine ilişkin cevapları “doğru”, “kısmen doğru”, “yanlış veya boş” olarak kodlanmıştır (Tablo 3.6). Öğretmenlerin sonsuzluk, belirsizlik, tanımsızlık ve diğer kavramlara ilişkin tanımlarında Maria vd., (2009)’un kodları ile Özmantar ve Bozkurt (2013)’un belirsizlik ve tanımsızlık için kullandığı kodlar olarak kullanılmıştır. Mevzuya konu olan kavramlar, öte yandan, öznel felsefi algıya elverişli olduklarından, tanımları ve yarattıkları imge ve görüngüler, alanyazında tartışılmakta ve kesin formal nitelikleri hakkında fikir birliği bulunmamaktadır. Bununla birlikte, yeni kategori ve alt kategoriler de kodlama tablosuna eklenmiştir. Ancak, matematiksel sonsuzluk ( $+\infty$ ,  $-\infty$ , ...gibi), sonsuz küme, sınırlı küme, sayılabilir küme, gibi kavramların nesnel matematiksel tanımları mevcut olduğundan, öğretmenlerin incelemeye konu olan kavramlara ilişkin tanımlarının doğru ise 1 veya yanlış ise 0 olarak kodlanmıştır. İki matematik eğitimcisi ve iki öğretmen kodlayıcı olarak veri analizinde yer almıştır. Kodlayıcılar arası güvenilirliği test etmek için görüşme verisinden seçilen %10 luk bir veri seti kodlanmıştır. Kodlayıcılar arasında uyum %86 bulunmuştur (Miles ve Huberman, 1994). Kodlayıcılar arası farklar giderilmiş ve kodlamanın son haline karar verilmiştir. Ayrıca sonuçlar bulgulara da yansıtılmıştır.

Araştırmaya katılan öğretmenleri sıralamak ve kodlamak için “Ö<sub>n</sub>” sembolü kullanılmıştır. Ö<sub>n</sub>: n. sıradaki öğretmendir. Örneğin, “Ö<sub>7</sub>: 7. sıradaki öğretmendir. Etiğin en temel ilkelerinden biri zarar vermemektir. Katılımcının özlük haklarına zarar vermemek, katılımcının hayatına olumsuz yönde etki edecek tutum ve davranışlardan uzak durmaktır. Sosyal bilimler araştırmalarında da araştırmaların zarar vermemesi önemlidir. Çünkü sosyal bilimlerde ele alınan örneklem grubu, genelde insandır. Süreç itibarıyla bireyi fiziki, ruhsal ve sosyal anlamda incitmemek gerekir (Alev, 2011).

Araştırmada klinik mülakattan elde edilen veriler sözlü ve yazılı olarak kayıt altına alınmıştır. Veriler içerik analizi tekniği kullanılarak analiz edilmiştir. Önce literatürdeki kodlar belirlenmiş ve çalışmada bulunan kodlar ve kategoriler de yazılarak kod tablosu oluşturulmuştur. Kodların, alt temaların ve temaların güvenilirliği için 3 farklı araştırmacının rastgele seçilen dokümanları kodlamaları istenmiş ve aralarındaki uyuma

bakılmıştır. Kodlayıcılar arası uyum %94 bulunmuştur. Örnek kod tablosu aşağıda verilmiştir (Tablo 3.5).

**Tablo 3.5:** Sonlu kavramı için örnek kod tablosu.

Kategoriler	Alt kategoriler
Sonlu	Sona erme
	Bitiş
	Devam etmeyen
	Sayılabilen
	Değişmeyen

Oluşturulan kodlama tablosuna göre verilerin analizi yapılmıştır.

Ayrıca her bir öğretmenin cevapları da puanlanmış ve ona göre de değerlendirilmiştir.

Veri analizi için kodlama örnekleri vermek ve bir örnek üzerinden giderek göstermek gerekirse, araştırmanın ilk sorusu olan “Sonlu kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?” sorusuna ilişkin kodlama örnekleri aşağıdaki gibi olup, bu sorulara verilen yanıtların görselleri EK-G’de verilmiştir.

**Arş:** Sonlu kavramı size ne çağrıştırıyor?

**Ö<sub>10</sub>:** Sonu olan... Biten... Biten... Kısaca...

**Arş:** Sonlu kavramına günlük hayattan örnekler verebilir misiniz?

**Ö<sub>10</sub>:** İnsan hayatı sonludur...

**Arş:** Sonlu kavramı size ne çağrıştırıyor?

**Ö<sub>29</sub>:** nihayete eren... bitişi olan... sınırları olan...

**Arş:** Sonlu kavramına günlük hayattan örnekler verebilir misiniz?

**Ö<sub>29</sub>:** bir maçın bitişi...

**Arş:** Sonlu kavramı size ne çağrıştırıyor?

**Ö<sub>12</sub>:** Sonlu kavramı... devamı olmayan... sonu olan şeyler...

**Arş:** Sonlu kavramına günlük hayattan örnekler verebilir misiniz?

**Ö<sub>12</sub>:** Hocam... Sonu olan bir süreç... Bir işin bitmesi... Uygunun bitmesi...

**Arş:** Sonlu kavramı size ne çağrıştırıyor?

**Ö<sub>1</sub>:** Sayabildiğim bütün nesnelere... çağrıştırıyor...

**Arş:** Sonlu kavramına günlük hayattan örnekler verebilir misiniz?

**Ö<sub>1</sub>:** Verecek o kadar çok örnek var ki... 1 kg'daki elma sayısı... Ailedeki birey sayısı [aile nüfusu]...

**Arş:** Sonlu kavramı size ne çağrıştırıyor?

**Ö<sub>20</sub>:** sonlu... Sınırları olan... Sonu olan...

**Arş:** Sonlu kavramına günlük hayattan örnekler verebilir misiniz?

**Ö<sub>20</sub>:** Günün sonu...

Yukarıdaki örneklerden elde edilen verilerden hareketle aşağıdaki tablo, “örnek kodlama tablosu” olarak oluşturulmuştur.

**Tablo 3.6:** Sonlu kavramının tanımına ve örneğine ilişkin kategori örneği

Kodlar	Katılımcılar	Örnekler
Sonu olan	Ö <sub>10</sub>	İnsan hayatı
	Ö <sub>29</sub>	Bir maçın bitişi
	Ö <sub>12</sub>	Uykunun sonu
	Ö <sub>1</sub>	Aile nüfusu
	Ö <sub>20</sub>	Günün sonu

### 3.6.1 Geçerlik ve Güvenirlik

Araştırmanın güvenilirliği için, veriler iki araştırmacı tarafından, söz konusu kodlara göre analiz edilmiş ve uyum yüzdesi Miles ve Huberman (1994) kritiğine göre, %94 olarak hesaplanmıştır. Arta kalan %6'lık farklılık için araştırmacılar bir araya gelerek fikir birliğine varmışlardır. Ayrıca mülakatlar metin haline getirildikten sonra katılımcıya okutularak onayı alınmıştır.

Katılımcılara sorulan ilk 16 soru için oluşturulan rubrikler Tablo 3.6'da verilmiştir. 17. alt araştırma sorusunun rubriği ise ayrı bir tablo altında verilmiştir (Tablo 3.7).

**Tablo 3.7:** Analiz için kullanılan rubrik.

Değerlendirmede Kullanılan Rubrikler		
Kavram Tanımı İçin Rubrik		
İlk 16 soru	Kavram doğru tanımlandı / kavrama doğru cevap verildi	2
	Kavram eksik tanımlandı / kavrama eksik cevap verildi	1
	Kavram doğru tanımlanmadı / kavrama doğru cevap verilmedi	0
	Kavramın günlük hayatta kullanımına ait örnekler için rubrik	
	Kavram günlük hayatta kullanımına ait örnekler doğru tanımlandı	2
	Kavram günlük hayatta kullanımına ait örnekler eksik tanımlandı	1
	Kavram günlük hayatta kullanımına ait örnekler doğru tanımlanmadı	0

İlk 16 sorudan katılımcının alabileceği toplam en yüksek puan 56, en düşük puan ise 0'dır. Kavramın doğru tanımlanmamasıyla, doğru cevap verilmemesi olguları ayrık değerler olarak ele alınmamıştır. Ayrıca birkaç katılımcı dışında soruları pas geçen katılımcı hemen hemen yoktur.

**Tablo 3.8:** 17.Sorunun analizi için kullanılan rubrik.

17. Soru	İfadeler		
a	$0 \cdot \infty$		
b	$\frac{\infty}{\infty}$		
c	$\frac{0}{0}$		
d	$1^\infty$	İfade Doğru ise 1 Puan	İfade Yanlış ise 0 Puan
e	$\infty^0$		
f	$\frac{a}{0} (a \neq 0)$		

17. sorunun her bir maddesindeki soruların cevabından alınabilecek en yüksek puan 6, en düşük puan ise 0 dır.

Değerlendirmede kullanılan rubriklere göre, 10, 11, 12 ve 16. soruların her birinin doğru cevaplarının alabileceği en yüksek puan 2, en düşük puan 0'dır. Diğer soruların her birinin

doğru cevaplarının alabileceği en yüksek puan 4, en düşük puan 0'dır. Bunlar değerlendirme tablosunda da (Tablo 4.2) gösterilmiştir.

Genel olarak araştırmada Merriam (1990)'a göre, geçerlik ve güvenirlik için, bir bilimsel çalışma kavramsallaştırılıp yapısı ve karakteri ortaya konarken, verilerin toplanmasında, analiz edilmesinde, yorumlanmasında ve bulguların sunulmasında büyük bir ihtimam ve dikkat ile yaklaşılması gerekir (s.199-200). "Güvenirlik" bilimsel bulguların benzer olgu ve olaylar içinde tekerrür edilebilirliğini karakterize ederken, "geçerlik" ise söz konusu bilimsel bulguların "doğruluğu" ile ilgilidir. (LeCompte ve Goetz, 1982). Maxwell (1996)'e göre nitel araştırmada  çeşit "geçerlik" vardır: tanımlama, yorumlama ve teoridir. Araştırmada Sowder ve Harel (1998) tarafından geğerliği ve güvenirliği kanıtlanmış kanıt şeması sınıflandırması ve SOLO taksonomisi kullanılmıştır (Sowder ve Harel, 1998). Çalışmamızda *kanıt şeması* vurgusunun söz konusu olduğu her cümlede, Sowder ve Harel (1998) kanıt şeması sınıflandırmasına gönderme yapılıyor demektir. Böylece, gereksiz tekrarlara düşmek de engellenmiş olacaktır. "İ geçerlik", olgulara ilişkin yorumlamaların gerçek durumu yansıtıp yansıtmasını içerir. İ geçerlik konusunda araştırmacılar, veri toplama süreci, analizi ve yorumlanmasında tutarlı olmalı ve ayrıntılara yer vermelidirler. "Dış geçerlik" araştırma bulgularının ve çıkarımlarının genellenebilirliğiyle ilgilidir. Eğer bir araştırmanın sonuçları, diğer bağlamalarla uyum ve birlik içerisindeyse ve dönüştürülebiliyorsa, bununla birlikte, nitel araştırmalarda asgari bir dereceye kadar genelleyebiliyorsa araştırmanın "dış geğerliğe" sahip olduğu söylenebilir. Nitel araştırmalarda sayısal genelleme yerine analitik (zmlemeli) genelleme vardır. (Miles ve Huberman, 1994). "Güvenirlik" kavramı bulguların yinelenebilirliğiyle, yani çalışma yinlendiğinde aynı sonuçların ortaya çıkmasıyla ilgilidir. Dış geçerlik için ise: araştırmacının; toplumsal pozisyonu, durumu, katılımcı seçimleri, tutum ve davranışları, dikkati ve deneyimi, bilgi ve birikimi, sosyal durum ve koşulları, analitik yapılar ve dayanaklar, ... gibi, birçok sosyal, ekonomik ve psişik parametre içinde, veri toplama ve analiz yöntemlerinin ayrıntılı bir şekilde açıklanmasını gerektirir. Araştırma boyunca araştırmacının geçirdiği tüm olay, olgu ve süreçler ayrıntılı biçimde ele alınmış ve her bir aşama dikkatle sevk ve idare altına alınmıştır. Böylece araştırmanın geğerliği ve güvenirliği artmıştır.

#### 4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde, araştırmanın ana problemi ile alt problemlerinin veri analizleri sonucunda elde edilen bulgulara ve yorumlara yer verilmiştir (Tablo 4.1). Tablodan da (Tablo.4.2) görüldüğü gibi; matematik branşındaki öğretmenlerin 3'ü de kadındır, kıdem ortalaması 26 yıl olup sorulardan 1. ve 7. Soruları tam cevaplayıp tam puan almışlardır. 11 ve 12. Sorulardan 1 puan alınmış ve 15. soru ise matematik öğretmenleri tarafından yapılamamıştır. Branş ortalamasına baktığımızda ise %71 olduğu görülmüştür.

Tablodaki değerlere baktığımızda kıdem ve puan ortalamaları aşağıda verilmiştir:

**Tablo 4.1:** Katılımcıların kıdem ve puan ortalamaları

Kıdem ortalamasına karşılık branş ortalaması	Yüzde
Kıdem ortalaması 25 olan Biyoloji öğretmenlerinin branş ortalaması	% 79
Kıdem ortalaması 26 olan Matematik öğretmenlerinin branş ortalaması	% 71
Kıdem ortalaması 33 olan Metalurji teknolojileri öğretmenlerinin branş ortalaması	% 70
Kıdem ortalaması 31 olan Kimya öğretmenlerinin branş ortalaması	% 69
Kıdem ortalaması 28 olan Tesisat teknolojileri öğretmenlerinin branş ortalaması	% 68
Kıdem ortalaması 20 olan Edebiyat öğretmenlerinin branş ortalaması	% 66
Kıdem ortalaması 37 olan Elektrik teknolojileri öğretmenlerinin branş ortalaması	% 65
Kıdem ortalaması 29 olan Makine teknolojileri öğretmenlerinin branş ortalaması	% 55
Kıdem ortalaması 30 olan İnşaat teknolojileri öğretmenlerinin branş ortalaması	% 65
Kıdem ortalaması 30 olan Tarih öğretmenlerinin branş ortalaması	% 60
Kıdem ortalaması 28 olan Fizik öğretmenlerinin branş ortalaması	% 60
Kıdem ortalaması 32 olan Din öğretmenlerinin branş ortalaması	% 56
Kıdem ortalaması 20 olan İngilizce öğretmenlerinin branş ortalaması	% 59
Kıdem ortalaması 22 olan Beden eğitimi öğretmenlerinin branş ortalaması	% 59
Kıdem ortalaması 18 olan Bilişim öğretmenlerinin branş ortalaması	% 59

Kıdem ortalamaları incelendiğinde en yüksek kıdem ortalamasının sırasıyla Elektronik teknolojileri öğretmenleri, Metalurji teknolojileri öğretmenleri, Din Kültürü ve Ahlak Bilgisi öğretmenleri, Kimya öğretmenleri, İnşaat teknolojileri öğretmenleri ve tabloya göre sıralı diğer öğretmenler olduğu görülürken, en düşük kıdem ortalamasının da Bilişim teknolojileri öğretmenleri olduğu tespit edilmiştir.

**Tablo 4.2:** İlk 16 sorudan öğretmenlerin aldıkları puanlar, yüzdeler, branş ortalamaları.

ÖĞRETMEN NO	CİNSİYETİ	YAŞ	KIDEM	BRANŞ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Ağ. Puan toplamı	TOPLAM PUANI	YÜZDEKLER
					SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU			
1	K	50	22	MATEMATİK	4	3	4	4	3	3	4	3	2	1	1	2	2	4	0	2	156	45	75%
2	K	54	28	MATEMATİK	4	3	2	2	2	3	4	1	4	1	1	2	3	4	0	0	136	36	65%
3	K	42	18	MATEMATİK	4	2	4	4	3	4	4	3	1	1	1	2	4	3	0	0	152	40	73%
4	K	44	22	EDEBİYAT	4	2	4	4	4	3	3	2	0	1	1	2	4	3	0	1	142	38	68%
5	K	40	19	EDEBİYAT	4	2	2	4	4	4	4	1	2	1	1	2	2	3	0	2	140	38	67%
6	K	39	13	EDEBİYAT	4	3	4	2	3	3	3	3	0	1	1	1	2	4	0	0	130	34	63%
7	E	60	38	EDEBİYAT	2	4	1	2	4	3	0	4	3	1	1	2	3	2	2	0	128	34	62%
8	E	42	18	EDEBİYAT	4	1	2	3	2	3	4	3	4	1	1	2	2	4	0	0	136	35	65%
9	K	38	9	EDEBİYAT	4	4	0	3	3	4	3	2	3	2	1	0	4	3	2	2	150	40	72%
10	K	50	28	TARİH	4	2	1	3	3	3	4	2	2	0	1	0	4	4	0	1	132	34	63%
11	E	52	27	TARİH	4	4	2	0	0	1	3	3	0	1	1	1	4	2	0	0	98	26	47%
12	E	55	34	TARİH	4	3	4	3	3	3	3	1	3	0	1	2	3	4	0	0	142	37	69%
13	K	47	23	COĞRAFYA	3	3	2	2	3	3	2	2	2	1	1	1	3	0	2	0	114	30	55%
14	K	46	23	FELSEFE	4	4	2	3	3	2	3	2	2	1	1	1	4	1	0	2	130	34	63%
15	K	48	23	FİZİK	2	4	3	4	3	3	4	2	2	1	1	2	4	4	0	0	148	41	72%
16	E	59	33	FİZİK	4	4	2	3	2	3	3	3	2	1	1	0	2	1	0	0	120	31	58%
17	K	56	29	KİMYA	4	4	4	4	4	4	4	4	3	1	1	2	1	4	0	2	172	46	83%
18	K	51	31	KİMYA	4	2	1	4	4	3	4	2	2	1	1	2	2	0	0	0	120	32	58%
19	E	54	32	KİMYA	4	1	1	2	4	4	3	4	2	1	1	2	4	2	0	2	136	37	65%
20	K	44	18	BİYOLOJİ	4	4	3	4	4	3	3	2	3	1	1	2	2	4	0	1	154	41	74%
21	K	47	26	BİYOLOJİ	4	4	4	4	4	4	4	1	1	0	1	2	3	3	4	0	166	43	80%
22	E	52	28	BİYOLOJİ	4	4	3	3	4	4	3	3	4	1	1	2	4	4	0	1	170	45	82%
23	E	65	37	DİN KÜL.	4	4	4	3	2	3	3	0	2	1	1	1	0	0	0	0	106	28	51%
24	E	51	26	DİN KÜL.	3	4	2	4	2	2	3	2	2	1	1	2	1	4	0	0	124	33	60%
25	K	41	19	İNGİLİZCE	4	4	2	2	2	3	4	4	2	1	1	2	3	2	0	0	136	36	65%
26	K	35	12	İNGİLİZCE	4	4	1	2	3	3	4	0	0	1	1	0	1	4	0	0	108	28	52%
27	K	40	18	İNGİLİZCE	4	1	4	2	2	3	3	3	4	1	1	2	3	1	0	0	128	34	62%
28	K	53	31	İNGİLİZCE	3	2	2	2	4	3	3	0	1	1	1	1	4	1	2	0	114	30	55%
29	E	47	22	BEDEN EĞT.	2	4	2	2	2	2	3	0	2	1	1	2	3	1	2	2	116	32	56%
30	E	45	22	BEDEN EĞT.	4	4	2	2	4	4	4	2	0	1	1	2	3	0	0	1	126	34	61%
31	K	46	21	MÜZİK	3	3	2	3	3	3	3	4	3	1	1	2	2	1	0	0	128	34	62%
32	E	50	25	TEŞİSAT TEK.	2	4	4	2	4	2	2	4	2	1	1	2	1	3	2	1	138	37	66%
33	E	48	26	TEŞİSAT TEK.	4	4	4	2	4	4	2	0	2	1	1	0	3	3	2	1	142	37	69%
34	E	48	26	TEŞİSAT TEK.	4	4	4	2	4	3	3	1	4	1	1	2	3	1	0	1	142	37	69%
35	E	52	28	TEŞİSAT TEK.	4	2	4	2	2	3	3	3	2	1	1	2	3	3	0	0	132	35	63%
36	E	48	23	TEŞİSAT TEK.	3	1	2	4	3	3	1	2	2	0	1	1	4	1	2	1	118	31	57%
37	E	45	22	TEŞİSAT TEK.	4	4	3	4	4	3	4	3	3	1	1	2	4	4	0	1	170	45	82%
38	E	43	16	BİLİŞİM TEK.	4	2	3	3	1	3	1	3	1	0	0	2	0	4	2	0	112	29	54%
39	E	38	14	BİLİŞİM TEK.	4	4	4	3	4	3	3	0	0	1	1	0	4	2	0	1	130	34	63%
40	K	47	23	BİLİŞİM TEK.	4	4	0	3	3	3	2	3	1	1	1	2	3	2	0	2	124	34	60%

Tablo 4.2 (devam)

ÖĞRETMEN NO	CİNSİYETİ	YAŞ	KIDEM	BRANŞ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Ağ. Puan toplamı	TOPLAM PUANI	YÜZDELİKLER	
					SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU	SORU				
41	E	46	24	ELEKTRİK TEK.	4	4	4	2	4	3	3	1	3	1	1	0	4	4	2	2	160	42	77%	
42	E	47	26	ELEKTRİK TEK.	4	2	2	1	4	3	4	2	2	1	1	2	3	4	0	1	134	36	65%	
43	E	50	29	ELEKTRİK TEK.	4	3	2	0	4	3	4	0	2	1	1	2	2	2	0	1	106	31	58%	
44	K	44	24	ELEKTRİK TEK.	4	4	2	2	3	3	3	0	2	1	1	1	4	4	0	2	134	36	67%	
45	E	57	33	ELEKTRİK TEK.	4	3	3	2	3	3	3	3	2	1	1	2	1	4	0	2	136	37	65%	
46	E	60	38	ELEKTRİK TEK.	4	3	2	2	3	3	4	1	2	1	1	2	3	2	2	1	134	36	64%	
47	E	45	23	ELEKTRİK TEK.	4	4	0	2	4	3	2	2	2	1	1	2	3	2	2	1	130	35	63%	
48	E	50	29	ELEKTRİK TEK.	4	4	4	1	3	2	2	1	1	1	1	2	4	0	2	1	132	33	63%	
49	E	55	30	MAKİNE TEK.	4	3	4	2	4	3	4	2	3	1	1	2	3	1	0	2	142	39	68%	
50	E	58	38	MAKİNE TEK.	4	4	3	2	4	3	2	2	1	1	1	2	1	3	0	0	124	33	60%	
51	E	58	38	MAKİNE TEK.	4	0	1	3	3	3	3	4	1	1	1	2	3	3	1	2	128	35	62%	
52	E	53	32	MAKİNE TEK.	4	4	2	0	3	3	2	2	2	1	1	2	0	3	0	0	108	29	52%	
53	E	47	21	MAKİNE TEK.	2	4	2	2	3	3	4	0	3	1	1	2	3	2	0	0	114	32	55%	
54	E	49	27	MAKİNE TEK.	3	4	3	0	2	3	3	2	2	1	1	2	4	0	0	2	116	32	56%	
55	E	55	30	MAKİNE TEK.	3	2	2	0	2	2	3	1	0	1	1	2	1	3	0	0	84	23	40%	
56	E	43	21	MAKİNE TEK.	4	2	4	0	1	1	3	1	0	1	1	2	1	0	0	0	73	21	35%	
57	E	43	20	MAKİNE TEK.	4	4	2	2	3	3	4	2	2	1	1	2	1	4	2	0	140	37	67%	
58	E	63	40	İNŞAAT TEK.	4	4	4	2	4	3	4	2	2	1	1	2	4	4	2	2	164	45	79%	
59	E	53	27	İNŞAAT TEK.	4	4	1	2	2	2	4	4	4	1	1	0	3	2	2	0	136	36	65%	
60	E	51	28	İNŞAAT TEK.	4	2	2	2	4	3	2	2	2	1	1	2	4	3	2	0	136	36	65%	
61	E	53	28	İNŞAAT TEK.	4	3	1	0	4	3	2	2	2	1	1	2	4	0	0	1	110	30	53%	
62	E	56	34	İNŞAAT TEK.	4	4	2	2	2	3	3	3	2	1	1	2	1	4	2	0	136	36	65%	
63	E	56	30	İNŞAAT TEK.	3	4	4	2	4	3	4	1	2	1	1	2	0	1	0	0	120	32	58%	
64	E	52	30	İNŞAAT TEK.	3	4	3	1	4	3	4	1	4	1	1	2	1	3	2	0	140	37	67%	
65	E	49	28	İNŞAAT TEK.	4	0	2	3	4	3	2	2	3	1	1	2	2	2	0	0	116	31	56%	
66	E	52	30	İNŞAAT TEK.	4	2	2	2	4	4	4	2	2	1	1	2	1	2	2	2	136	37	65%	
67	K	53	27	İNŞAAT TEK.	4	4	1	4	2	3	4	3	2	1	2	2	4	3	1	1	152	41	73%	
68	E	55	33	METALURJİ TEK.	4	4	4	3	4	3	2	4	3	1	1	2	1	2	2	2	156	42	75%	
69	E	52	28	METALURJİ TEK.	4	0	2	4	2	2	3	1	1	1	1	2	4	2	0	0	108	29	52%	
70	E	53	31	METALURJİ TEK.	2	3	2	2	2	3	4	2	1	1	1	2	3	3	0	0	116	31	56%	
71	E	57	35	METALURJİ TEK.	4	4	3	3	4	3	3	2	3	1	1	2	4	3	0	0	152	40	73%	
72	E	53	29	METALURJİ TEK.	4	3	4	4	4	3	4	4	3	1	1	2	4	1	2	0	168	44	81%	
73	E	53	28	METALURJİ TEK.	4	3	4	4	4	3	4	4	3	1	1	2	4	1	2	0	168	33	81%	
74	E	52	26	METALURJİ TEK.	4	4	4	3	3	3	3	1	3	1	1	2	4	4	0	0	152	40	73%	
Sorunun puan değeri					4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	2	2	2	4	4	4	2	208		GNL ORT.
TOPLAM PUANI					275	232	193	180	232	220	232	153	152	70	74	124	200	181	52	52		2613		
SÜTUN ORTALAMA					3,72	3,135	2,581	2,43	3,135	2,973	3,135	2,07	2,054	0,95	1	1,676	2,703	2,446	0,703	0,703		35,247		64%
YÜZDELİKLER					93,00%	78%	65%	61%	78%	74%	78%	53%	51%	48%	50%	84%	68%	61%	18%	35%				64%



#### 4.1 Araştırmanın Birinci Alt Problemi Olan “Sonlu Kavramı ve Günlük Hayat Örneklerine” Ait Bulgular

Açık uçlu sorulardan birincisi olan, “**Sonlu** kavramı size ne çağırıyor? (2 puan) Günlük hayattan örnek verebilir misiniz? (2 puan)” sorusu ile lise öğretmenlerinin sonluluk hakkında ne düşündüklerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Öğretmenlerin, sonlu kavramını genel olarak “sonu olan”, “biten” ve “devam etmeyen” şeklinde ifade ettikleri görülmüştür. Ayrıca, öğretmenlerin sonsuzluk için verdikleri örneklerle de benzer ifadelere yer verdikleri görülmüştür. Sonuç olarak **sonlu kavramı; sona erme, bitiş ve devam etmeyen** şeklinde üç kategoride gruplandırılmıştır. Oluşturduğumuz üç kategorinin branş bazına göre dağılımı Tablo 4.3' de verilmiştir.

**Tablo 4.3:** Sonlu kavramına ait kategoriler.

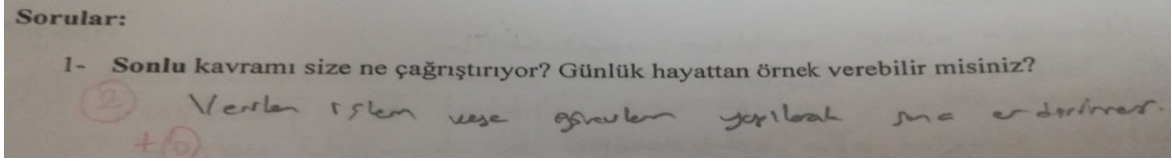
Branşlar	Kategoriler							
	Sona Erme		Bitiş		Devam Etmeyen		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Matematik Öğretmenleri	2	67	1	33	0	0	3	100
Edebiyat Öğretmenleri	3	50	2	33	1	17	6	100
Tarih Öğretmenleri	2	67	1	33	0	0	3	100
Fizik Öğretmenleri	2	67	1	33	0	0	3	100
Kimya Öğretmenleri	1	34	1	33	1	33	3	100
Biyoloji Öğretmenleri	2	67	1	33	0	0	3	100
Din Kül. ve Ahlak Bilgisi Öğretmenleri	2	100	0	0	0	0	2	100
İngilizce Öğretmenleri	3	75	1	25	0	0	4	100
Beden Eğitimi Öğretmenleri	2	100	0	0	0	0	2	100
Tesisat Teknolojileri Öğretmenleri	4	68	1	16	1	16	6	100
Bilişim Teknolojileri Öğretmenleri	2	67	1	33	0	0	3	100
Elektrik Teknolojileri Öğretmenleri	3	38	4	50	1	12	8	100
Makine Teknolojileri Öğretmenleri	5	56	1	11	3	34	9	100
İnşaat Teknolojileri Öğretmenleri	4	40	5	50	1	10	10	100
Metalurji Teknolojileri Öğretmenleri	3	43	4	57	0	0	7	100
Coğrafya Öğretmenleri	1	100	0	0	0	0	1	100
Felsefe Öğretmenleri	0	0	1	100	0	0	1	100
Müzik Öğretmenleri	0	0	1	100	0	0	1	100
TOPLAM	40	54	26	35	8	11	74	100

Yukarıdaki tablo incelendiğinde sonlu kavramını “sona erme” olarak, Beden Eğitimi Öğretmenleri ve Din Kültürü ve Ahlak Bilgisi Öğretmenleri %100 oranında ifade etmişlerdir. “Bitiş” olarak ifade edenler Metalurji Teknolojileri Öğretmenleri %57, Elektrik Teknolojileri Öğretmenleri %50, İnşaat Teknolojileri Öğretmenleri %05dir. “Devam etmeyen” anlamında kullananlar ise Makine Teknolojileri Öğretmenleri %34 ve Kimya Öğretmenleri %33dür.

**Sonlu** kavramı, Türk Dil Kurumu’nun sözlüğünde, “*Sonlu olan, biten şey/ler*” veya “*Soyut ya da somut, herhangi bir varlık, nesne, obje*” olarak tanımlanmıştır (s.1326). Sonlu kavramını, “sonlu küme” kavramı yardımıyla düşünecek olursak, aksiyomatik kümeler kuramında, Nesin (2009)’e göre, “sonlu küme” kavramının biçimsel bir tanımı vardır. Ama sezgisel kümeler kuramında böyle bir tanım söz konusu olamaz, çünkü sezgisel olarak bir kümenin sonlu olup olmadığı herkes tarafından bilinmektedir. Öte yandan, ele alınan bir kümenin sonlu olup olmadığını herkes sezgisel olarak ya da doğrudan bilebilir. Güney (2005) ise, **sonlu** kavramını küme kavramı yardımıyla; hiçbir öz alt kümesi ile bire-bir eşlenemeyen, yani hiçbir öz alt kümesine denk olmayan kümelere **sonlu**; sonlu olmayan, yani en az bir öz alt kümesiyle bire-bir eşlenebilen kümelere de sonsuz kümelerdir, şeklinde ifade etmiştir (s.31). **Sonlu** küme, Ünan ve Doğan (2011)’e göre, **dizi** kavramı yardımıyla, boş küme ya da sonlu elemanlı bir dizi parçasının değer kümesi olan kümeye **sonlu** küme denir. Öte yandan, **sonlu** kavramı, “sonsuz olmayan” kavramıyla da dolaylı olarak tanımlanabilir ya da benzer şekilde, sonsuz kavramı, “sonlu olmayan” kavramıyla tümleyensel bir tanımsal ilişki içerisinde ele alınabilir. Tablodan da (Tablo 4.2) görüldüğü gibi, farklı branşlardaki öğretmenlerin genellikle Türk Dil Kurumu sözlüğündeki anlamla paralel tanımlamalarda buldukları tespit edilmiştir. “Sonlu” ifadesinin günlük hayatta kullanımına ait örnekler için, “*insan ömrü*”, “*pilin ömrü*”, “*dolu benzin deposunun boşalma süresi*” gibi ifadeleri kullandıkları belirlenmiştir.

Sonlu Kavramına Ait Kategorilerden de görüldüğü gibi (Tablo 4.2), tüm katılımcıların soruya verdikleri cevabın %93 oranında tanımlara uygun oldukları görülmektedir. Bunun için, Tablo 4.2’de 1. soruya ait cevapların sütun oranlarına bakınız. *Sonlu* nedir sorusu, 68 öğretmen tarafından doğru cevaplanmıştır. Tablo 4.2 incelendiğinde 2 puan alan öğretmenler Ö<sub>7</sub> (edebiyat öğretmeni), Ö<sub>15</sub> (fizik öğretmeni), Ö<sub>29</sub> (beden eğitimi öğretmeni), Ö<sub>32</sub> (tesisat teknolojisi öğretmeni), Ö<sub>53</sub> (makine teknolojisi öğretmeni) ve Ö<sub>70</sub> (metalürji öğretmeni) oldukları görülmektedir. Farklı branşlar söz konusu olduğundan, branş bazında

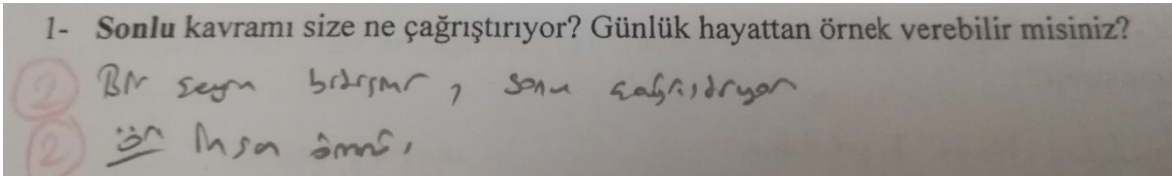
kavramı tanımlamada özel bir durum söz konusu değildir. Örneğin Ö<sub>32</sub> kodlu öğretmenin soruya verdiği cevap aşağıda verilmiştir.



Ö<sub>32</sub> kodlu öğretmenin; **sonlu** kavramını tanımlamamış, fakat *sonlu* kavramına çağrışım olarak, “verilen işlem veya görevlerin sona erdirilmesi” şeklinde bir örnekle soruya cevap verdiği görülmektedir. Ö<sub>32</sub> kodlu öğretmen sorunun ikinci kısmını tamamlamadığı için 2 puan eksik aldığı görülmektedir.

Ö<sub>32</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap, öznenin dışında var olan bir bilgi kaynağı olduğundan, *dışsal kanıt şemasına*; SOLO taksonomisinde ise, verilen cevap “gösterebilirim”, “listeleyebilirim” ifadelerinin kullanılabilirdiği düzeye sahip olduğundan “çoklu yapı”ya tekabül ettiği görülmektedir.

Ö<sub>14</sub> kodlu öğretmen soruyu eksiksiz cevaplayarak 4 puan almıştır. Ö<sub>14</sub> kodlu öğretmenin cevabı aşağıda verilmiştir:



Ö<sub>14</sub> kodlu öğretmenin, sonlu kavramını tanımlarken “bir şeyin bitişini, sonunu çağrıştırıyor” şeklinde bir ifade kullandığı için, burada geçen “şey”in bir objeyi ya da süreci temsil ettiği açıktır. Her iki durumda da cevap doğrudur. Soruya örnek olarak da “insan ömrü” sonlu olarak ifade edilmiştir.

Ö<sub>14</sub> kodlu öğretmenin yanıtı, kavramdan yola çıkıp sosyal deneyler (örneğe ve algılara dayalı) alanında ölümün bir son olduğunu gördüğünden, *deneysel kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde belirtilen “soyutlanmış yapı”ya sahip olduğunu göstermektedir.

Her iki öğretmenin, kanıt şemaları ve SOLO taksonomisinde sahip oldukları yapıların farklı olduğunu göstermektedir. Böyle bir eğilimin nedeni olarak, öğretmenlerin branşlarından/alanlarından kaynaklandığı sonucuna ulaşılabilir.

#### **4.2 Araştırmanın İkinci Alt Problemi Olan “Sonsuzluk Kavramı Size Ne Çağırıyor ve Günlük Hayattan Örnek Veriniz” Sorusuna Ait Bulgular**

Açık uçlu sorulardan ikincisi olan, “Sonsuzluk Kavramı Size Ne Çağırıyor (2 puan) ve Günlük hayattan örnek verebilir misiniz? (2 puan)” sorusu ile ortaöğretim öğretmenlerinin sonsuzluk hakkında ne düşündüklerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. **Sonsuzluk** kavramı Türk Dil Kurumu’nun sözlüğünde “sonsuz olma durumu, sonlu olmayan gelecek zaman, ebediyet, sonu ve sınırı olmayan uzay” (s.1326) şeklinde ifade edilmiştir. Aristoteles, “sonsuzluk” kavramını inceleme altına alırken, O’Connor ve Robertson (2002)’e göre, potansiyel ve fiili sonsuzluk olarak ayırt ettiği iki tür sonsuzluktan çeşidinden yola çıkar. *Potansiyel sonsuzluk* sürekli devam eden, ancak, herhangi bir noktasında, zorunlu olarak “sonlu olan” bir sürece işaret etmektedir. Fiili sonsuzluk ise, varlık “bir bütün” olarak ele alındığında sonsuzluğa işaret eder. Aristo’ya göre, fiili sonsuzluk, *filen* mümkün olan bir şey değildir, dolayısıyla gerçekleşmesi de olanak dahilinde olan bir kavram değildir. Bu yaklaşıma göre, gerçekten de örneğin, doğal sayılar kümesini göz önüne aldığımızda, bu sayıları sayabildiğimiz kadar sayalım, apaçiktir ki, doğal sayılar kümesinin tamamını saymak olanaklı değildir; son tahlilde, varılan noktadan geriye dönüp bakıldığında, daima sonlu sayıda doğal sayının *filen sayılabildiği* gerçeği karşımıza çıkacaktır. Buradan ötürü, Aristocu yaklaşımla ele alındığında, doğal sayılar kümesinin *filen sonsuz* olmadığı söylenebilir. Ne var ki, sayılabilir her bir doğal sayıdan daima daha büyük kalan bir doğal sayının var olacağı fikriyle söylenebilir ki, bu olgu, doğal sayıların, ancak, *potansiyel olarak sonsuz* olabileceği sonucuna bizi götürmektedir. Aristoteles, böylece, insan düşüncesinin ve algısının, potansiyel sonsuzluğa olanak tanıyabileceğini, ama öte yandan, fiili sonsuzluğun aslında ‘anlamsız’ olduğunu, çünkü bunu *filen (pratik* insan faaliyeti bağlamında) mümkün olmadığını dile getirmektedir.

Sonsuzluk, Elealı Zenon (MÖ.495-430)’dan beri tartışılmalı Ünan ve Doğan (2011), çözüm bekleyen ve hâlâ da nihai bir çözüm bulunabilmiş bir kavram değildir. Euclid Geometrisinin temel aksiyomlarından biri, “bütünün, kendini oluşturan bir parçasından büyük olduğu savını” dile getirir. Ne var ki, tartışmaya konu olan savın, sonsuzlar söz konusu olduğunda, doğru olmadığı görülmüştür. Çünkü “bütün”ün, kendinin oluşturan bir

parçasından büyük olduğu savı, somut varlıklar dünyasında duyuşal ve bilişsel özellikler kazanarak bunları deneyimsel alanda pekiştiren insan için, apaçık bir şeydir. Ancak, gösterdiğimiz gibi, mesele, soyut olan kavramlar için hiç de açık değildir. Sonsuz “bütün”, kendini oluşturan sonsuzların "parçaların" toplamı da olabilmektedir.

Öğretmenlerin, sonsuzluk kavramını genel olarak “*sonsuz olma, fiziksel sonsuzluk*”, “*sonu olmayan, gelecek zaman, duygusal-manevi sonsuzluk*” ve “*sonu-sınırı olmayan, matematiksel sonsuzluk*” şeklinde ifade ettikleri görülmüştür. Ayrıca, öğretmenlerin sonsuzluk için verdikleri örneklerle de benzer ifadelere yer verdikleri görülmüştür. Sonuç olarak **sonsuzluk kavramı**; “*Sonsuz olma, fiziksel sonsuzluk*”; “*Sonlu olmayan gelecek zaman, duygusal-manevi sonsuzluk*” ve “*Sonu ve sınırı olmayan, matematiksel sonsuzluk*” şeklinde olmak üzere, 3 kategoride gruplandırılmıştır. Tespit edilen kategorilerin branş bazına göre dağılımı Tablo 4.4 de verilmiştir.

**Tablo 4.4:** Sonsuzluk kavramına ait kategoriler.

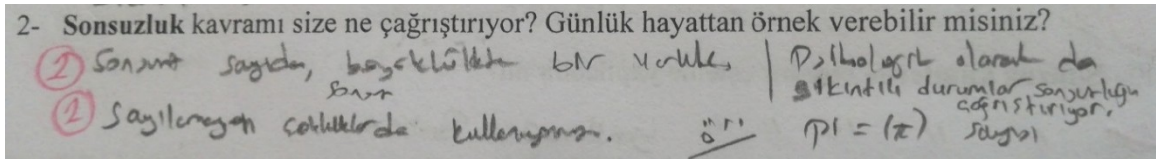
Branşlar	Kategoriler							
	Sona Ermeyen		Bitmeyen		Devam Eden		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Matematik Öğretmenleri	2	67	1	33	0	0	3	100
Edebiyat Öğretmenleri	3	50	2	33	1	17	6	100
Tarih Öğretmenleri	2	67	1	33	0	0	3	100
Fizik Öğretmenleri	2	67	1	33	0	0	3	100
Kimya Öğretmenleri	1	34	1	33	1	33	3	100
Biyoloji Öğretmenleri	2	67	1	33	0	0	3	100
Din Kül. ve Ahlak Bilgisi Öğretmenleri	2	100	0	0	0	0	2	100
İngilizce Öğretmenleri	3	75	1	25	0	0	4	100
Beden Eğitimi Öğretmenleri	2	100	0	0	0	0	2	100
Tesisat Teknolojileri Öğretmenleri	4	68	1	16	1	16	6	100
Bilişim Teknolojileri Öğretmenleri	2	67	1	33	0	0	3	100
Elektrik Teknolojileri Öğretmenleri	3	38	4	50	1	12	8	100
Makine Teknolojileri Öğretmenleri	5	56	1	11	3	34	9	100
İnşaat Teknolojileri Öğretmenleri	4	40	5	50	1	10	10	100
Metallurji Teknolojileri Öğretmenleri	3	43	4	57	0	0	7	100

**Tablo 4.4:** (devam)

Branşlar	Kategoriler							
	Sona Ermeyen		Bitmeyen		Devam Eden		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Coğrafya Öğretmenleri	1	100	0	0	0	0	1	100
Felsefe Öğretmenleri	0	0	1	100	0	0	1	100
Müzik Öğretmenleri	0	0	1	100	0	0	1	100
TOPLAM	40	54	26	35	8	11	74	100

Tablo 4.2 incelendiğinde, öğretmenlerin sonsuzlukla ilgili soruya %78 oranında doğru cevap verdikleri görülmüştür. Büyük bir çoğunluğun *sonsuzluk kavramı algısı*, ortalama düzeyin de üzerindedir. Tabloya 4.2'göre, 19 öğretmenin 3 puanın altında kaldığı görülmektedir. Bunlardan 4 öğretmenin 1'er puan ve 3 öğretmenin de 0 puan aldıkları tespit edilmiştir. “*Sonsuz olma, fiziksel sonsuzluk*” teması için (Tablo 4.4), örneğin, Din Kültürü ve Ahlak Bilgisi Öğretmenleri %50, Kimya Öğretmenleri %33, edebiyat öğretmenleri %17 oranında doğru cevap vermiştir. “*Sonlu olmayan gelecek zaman, duygusal-manevi sonsuzluk*” teması için ise, örneğin, fizik öğretmenleri %50, inşaat teknolojileri öğretmenleri %40, bilişim teknolojileri öğretmenleri %33, böyle bir temaya işaret etmişlerdir. “*Sonu ve sınırı olmayan, matematiksel sonsuzluk*” temasını ise tümüyle matematik öğretmenlerinin ifadelerinden kodlanmıştır.

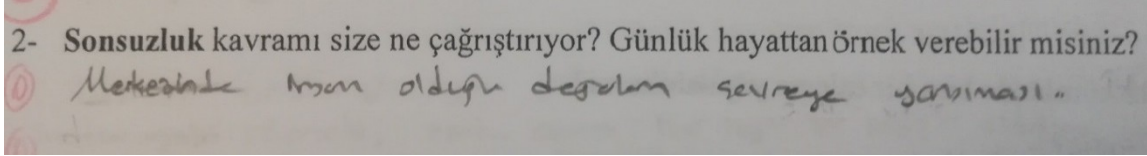
Tam puan alan bir öğretmenin (Ö<sub>17</sub> kodlu öğretmenin) soruya verdiği cevap aşağıdadır:



Ö<sub>17</sub> kodlu öğretmen, *analitik kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde *soyutlanmış yapıya* sahip olduğu görülmektedir. Ö<sub>17</sub> kodlu öğretmen, sonsuzluk kavramını “**sonsuz sayıda, büyüklükte bir varlık**” olarak nitelemiş, “**sayılamayan çokluklarda kullanıyoruz**” şeklinde ifade etmiştir. Ayrıca matematiksel sonsuz kavramını örneklemiş, bunun için,  $\pi=3,141592\dots$  sayısını vermiş olup, “pi” sayısının virgülden sonraki kısmının sonsuzluğuna işaret ettiğini ifade etmekle birlikte, sayının irrasyonel sayı olduğunu, yani

virgüden sonraki kısmın belli devirler (periyodik) içermeyen bir sayı olduğunu da ayrıca belirtmiştir.

Ö<sub>65</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap şöyledir: Ö<sub>65</sub> kodlu öğretmen sonsuzluk kavramını, “merkezinde insan olduğu değerlerin çevreye yansımaları” şeklinde tanımlamıştır.



Öncelikle yukarıdaki tanımda geçen “değer” kavramı belirsizdir. Bununla birlikte, “sonsuz” kavramı, öznenen dış dünyaya yansıyan bir unsur da değildir. Ö<sub>65</sub> kodlu öğretmenin cevabı, öznel olarak dönüştürülebilir bir yaklaşım olduğundan, *analitik kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisine göre “ilişkisel yapı”ya sahip olduğu görülmektedir. Resim, her iki öğretmenin kanıt şemaları ve SOLO taksonomisinde sahip oldukları yapıların farklı olduğunu göstermektedir. Böyle bir eğilim, bizi, öğretmenlerin branşlarından/alanlarından kaynaklandığı sonucuna götürebilir.

#### **4.3 Araştırmanın Üçüncü Alt Problemi Olan “Belirsizlik Kavramı Size Ne Çağrıştırıyor? Günlük Hayattan Bir Örnek Verebilir Misiniz?” Sorusuna Ait Bulgular**

Sonsuzluk ve tanımsızlık kavramlarının yanında, öğrencilerin ve genel olarak eğitim camiasının sıklıkla karşılaştığı ve anlamada güçlük çektikleri diğer bir kavram, belirsizliktir. **Belirsizlik**, Türk Dil Kurumu’nun sözlüğüne göre, kusurlu, eksik veya bilinmeyen durum ve bilgileri içeren bilgilimsel olguları ifade eder. Örneğin, gelecekte meydana çıkabilecek olay ve olguların kestirilemeyişi, belirlenemeyişi ve bilinemeyişi için geçerlidir. Özmantar (2010) ise “belirsizliği” farklı olası sonuçlardan hangisinin geçerli olduğunun bilinmediği veya farklı yaklaşımlarla farklı sonuçlara ulaşılması durumunda olarak ifade etmiştir. Literatür incelendiğinde üç kavramı da birlikte ele alan çok az sayıda araştırmaya rastlanılmıştır (Aşık, 2010; Even ve Tirosh, 1995; Kanbolat, 2010). Ayrıca konu ile ilgili ulusal literatürün ise çok sınırlı olduğu görülmektedir. *Öğrenciler tarafından birçok durumda ayırt bile edilemeyen bahse konu üç kavram hakkında öğretmenlerin ne düşündükleri araştırmamızın problemlerinden biri olmuştur.*

Tablo 4.2’ e göre, üçüncü soruya doğru cevap veren katılımcıların oranı %65 dir.

Üçüncü sorunun bulguladığı oran, ortalamanın biraz üstünde olmakla birlikte, %70 seviyesinin altındadır ve yeterli düzeye sahip değildir. Yine aynı oran, sonsuzluk algılarının genel düzeyi olan %64'ün üzerinde olduğundan (Tablo 4.2), genel oranın şekillenmesinde oranı yukarı doğru çeken çok küçük (%1'lik farkla) bir etkidir.

Belirsizlik kavramı, üzerinde en çok kavram kargaşası yaşanan kavramlardan biridir. Belirsizlik kavramı, tanımsızlık, bilinemezlik, “adlandıramamak”, “cevabı olmayan”, “tereddüt etme” ... vb. kavramlarıyla birbirine karıştırılmaktadır. Hatta belirsizliği, kavramla hiçbir ilgisi olmayan, “bilgisizlik”, “cahillik”, “keşmekeşlik”, “kargaşa”, “tereddüt” kavramları ile ifade eden öğretmenler bile olmuştur. Belirsizlik kavramı ile ilgili öğretmenlerin verdiği cevaplara örnekler aşağıda verilmiştir:

Ö<sub>12</sub> kodlu öğretmenin cevabı:

3- Belirsizlik kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan bir örnek verebilir misiniz?  
① Bilgisizlik, cahillik ve soru sorma korkusu.  
① Geleceğin belirsizliği.

Fotoğraftaki ifade, toplumsal süreçler üzerinden edinilen, bilgisizlik, cahillik ve korku unsurlarını otoriteye (topluma) dayalı fikirler üzerinden ele aldığı için, Ö<sub>12</sub> kodlu öğretmenin, *dışsal kanıt şemasına*; SOLO taksonomisinde ise, basit tanımlar kullandığı için “tek yönlü” yapıya sahip olduğu görülmektedir.

Ö<sub>51</sub> kod adlı öğretmenin cevabı aşağıdaki görüntüde olduğu gibidir:

3- Belirsizlik kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan bir örnek verebilir misiniz?  
① Keşmekeşlik. Türk dış politikası belirsizdir. (Söhbet gelışı)

Yukarıdaki ifade, Ö<sub>51</sub> kodlu öğretmenin yanıtı, dönüşüm ve yorum yapmayı içerdiği için, kanıt şemaları bağlamında *analitik kanıt şemasına*; SOLO taksonomisinde ise, kavramları ilişkilendirerek ele aldığı için “ilişkisel yapıya” sahip olduğunu göstermektedir.

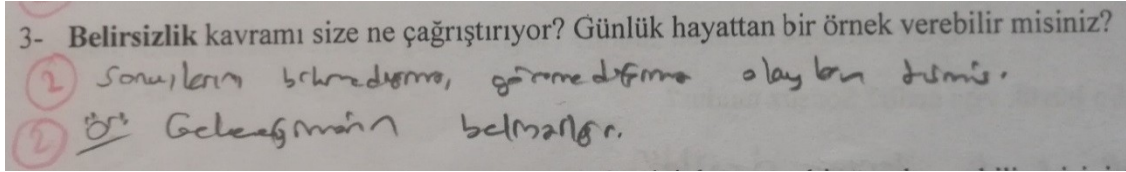
Ö<sub>55</sub> kod adlı öğretmenin belirsizlik nedir sorusuna verdiği cevap aşağıdaki gibidir:

3- Belirsizlik kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan bir örnek verebilir misiniz?  
① Bu sorunun cevabını sormaktır. Sanki belirsiz.  
① Belirsizlik benim için tanımsızdır.



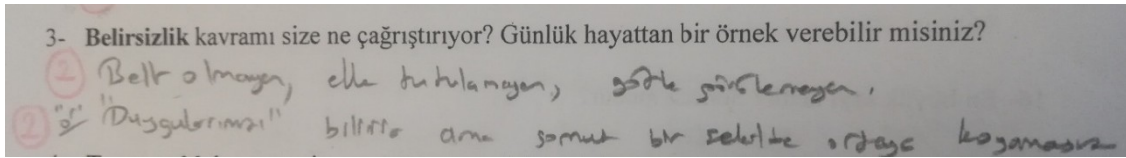
Karedeki ifade, Ö<sub>55</sub> kodlu öğretmenin, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde “ilişkisel yapıya” sahip olduğunu göstermektedir. Her üç öğretmenin kanıt şemalarının ve SOLO taksonomisinde sahip oldukları yapıların farklı olduğunu göstermektedir. Böyle bir tespit, bizi, öğretmenlerin branşlarından/alanlarından kaynaklandığı sonucuna götürebilir. Diğer yandan öğretmenlerin cevapları incelendiğinde “belirsizlik” kavramını belirsiz olarak ifade eden öğretmenler olmasına rağmen, yaygın olarak yapılan hata ise tanımsızlık kavramı ile karıştırıyor olmasıdır. Oysa belirsiz durumlar, nihai olarak “belirlenemeyen” durumlar olmak zorunda değildir. Örneğin, limit konusunda  $\frac{0}{0}$  belirsiz durumdur ki, söz konusu belirsizlik, kaldırılabilir bir belirsizliktir. Tabi böyle bir görünüm, söz konusu belirsizliğin daima kaldırılabilir ve belirlenebilir bir belirsizlik ifade edeceği anlamına da gelmemektedir. Belirsizlik kavramı için doğru cevap veren öğretmenlerden bazılarının cevapları aşağıda verilmiştir:

Ö<sub>63</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



Ö<sub>63</sub> kodlu öğretmenin bu yaklaşımı, örneğe ve algılara dayalı olduğundan, *deneyisel kanıt şemasına*; SOLO taksonomisinde ise, gelecek kavramıyla belirsizliği ilişkilendirdiği için, *ilişkisel yapıya* sahip olduğu görülmektedir.

Ö<sub>73</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



Görüntede yer alan ifade, Ö<sub>73</sub> kodlu öğretmenin, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde “tek yönlü” yapıya sahip olduğunu göstermektedir.

Her iki öğretmenin kanıt şemalarının ve SOLO taksonomisinde sahip oldukları yapıların farklı olduğunu göstermektedir. Elde edilen sonuç, bizi, APOS teorisine göre, öğretmenlerin bilgi ve algı düzeyinin branşlarından/alanlarından kaynaklandığı sonucuna götürebilir. Çünkü farklı disiplinler ve bilgi alanları, özünde benzer öğeler taşıyor olsalar da farklı duyuşsal ve bilişsel “pratikler” ürettiğinden, ilgili bireyin algı ve bilinç dünyasını da köklü bir şekilde etkilediği bilinen bir gerçektir. Tespit edilen zemin, öteki şeyler yanında,

ortak duyusal ve bilişsel “pratikler” üreten alanlarda faaliyet gösteren bireylerin “düşünce şemalarının” neden benzer olduklarını da açıklayan, temel zemindir.

Katılımcıların verdikleri cevaplar incelenirken “belirsizlik” kavramını belirsiz olarak ifade ettikleri halde, belirsizliği tanımsızlıkla karıştırdıkları görülmüştür. Varılan sonuç, Çelik ve Akşan (2012)’ın sonuçları ile paralellik göstermektedir.

#### **4.4 Araştırmanın Dördüncü Alt Problemi Olan “Tanımsızlık Kavramı Size Ne Çağırıyor? Günlük Hayattan Bir Örnek Verebilir Misiniz?” Sorusuna Ait Bulgular**

**Tanımsızlık**, ortak ve standart kavramlar kullanıldığında *herkes için aynı kapıya çıkmayan*, yani nesnellik alanı bulunamayan hallerde ortaya çıkmakta olmaktadır. Başka bir deyişle, kişisel eğilimler, önyargılar ve öznel algılarla farklı anlam ve boyutlar kazanmış, öznel insan varlığından bağımsız olarak, araştırma nesnelere kesin ve tartışılmaz bilgisi şeklinde tanımlanamayan öğeler bağlamında ortaya çıkan şeylerdir (Yazıcı ve Şimşek, 2011). Örneğin; bir bölme işleminde bölen sıfır olduğunda bölüm alanına hangi sayı yazılırsa yazılsın, *ortak bir çıkış değeri* bulunamayacaktır, çünkü sıfır ile bölme işlemi **tanımsızdır**. Sonsuzlukla beraber **tanımsızlık** kavramı da öğrencilerin kavramakta zorluk yaşadıkları kavramlar arasında yer bulmaktadır (Reys ve Grouws, 1975; Tsamir ve Sheffer, 2000; Tsamir vd., 2000). Tüm bu yaklaşımlardan da anlaşılacağı üzere, *tanımsızlık*, bir kavramın veya nesnenin açık şekilde belirtilemeyen (tanımlanamayan) durumu ya da durumları için kullanılır.

Sayılarla işlem yapılırken, örneğin, bölme işlemi yapılırken dikkatli olunması gereken önemli işlem adımlarından biri, sıfırdan *farklı* bir sayının sıfır ile “bölünemeyeceği” hakikatidir. Cebirsel işlemlerde sıfıra eşit olmayan bir sayının sıfır ile bölünmesi; başka bir deyişle, ilgili sayının sıfıra bölünme işlemi ve düşüncesi *tanımsızdır*. Çünkü gerçekten de varsayalım ki,  $a \neq 0$  olmak üzere,  $a / 0$  kesri tanımlı olsaydı,  $a \cdot 0 = c$  olacak şekilde en az bir  $c$  reel ( $c \in \mathbb{R}$ ) sayısı bulunması gerekirdi. Böyle bir halde  $a=0 \cdot c$  ise,  $a=0$  olurdu. Oysa  $a=0$ , başlangıçtaki varsayımımız olan  $a \neq 0$  başlangıç koşuluyla çelişir. Şu halde, sıfırdan farklı bir sayıyı sıfır ile bölmenin, yani *sıfır ile bölme işleminin* tanımlı olamayacağı apaçıktır (Kadioğlu ve Kamali, 2009; Özmantar ve Bozkurt, 2013). Bir başka yöntem olarak, örneğin, sıfırdan farklı bir sayıyı doğrudan doğruya sıfıra bölelim. Bölme işleminde “bölüm” kısmına hangi sayıyı yazarsanız yazın, sonuçta sıfıra bölme işleminin *hiçbir*

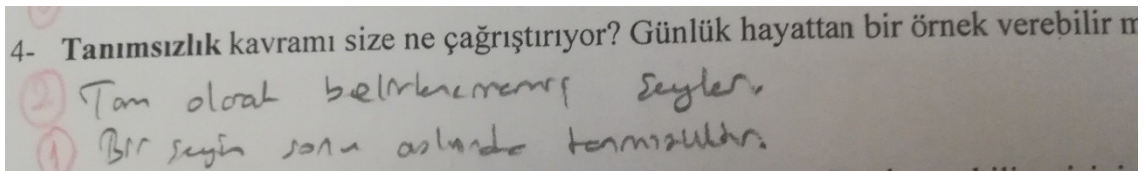
şekilde yürümediğini görürüz. Bunun metaforik olarak, bir otomobilin “motor arızasından” ya da “yürüme aksamı” arızasından hiçbir farkı bulunmamaktadır. Çünkü motor, çalışarak, aracı yürüten mekanizmayı harekete geçirecek enerji üretiminden ya da hareketi sağlayan ilgili unsurlardan yoksundur. İşte, sıfıra bölme işlemi de *bölme işlemi yürütecek* işlem unsurlarına sahip bir ortam yaratamamaktadır.

Matematiksizlik kavramı, görüldüğü gibi, başlangıçta kişiye göre farklı yorumlara yol açabilen bir kavram olsa da tanımsızlığa yol açan işlemin, sonunda *herkesçe tanımsız* olduğu görülmektedir. Böylece, matematiksizlik kavramının, kişiye göre değişen (öznel), algılanan bir kavram değil, ama *nesnel bir tanımsızlık* ortaya koyduğunu göstermiş bulunuyoruz.

Tablo 4,2’den de görüldüğü gibi, araştırmanın dördüncü sorusunu doğru cevaplayanların oranı, bir önceki maddede yer alan soruya verilen cevapların oranına benzer şekilde %61’dir.

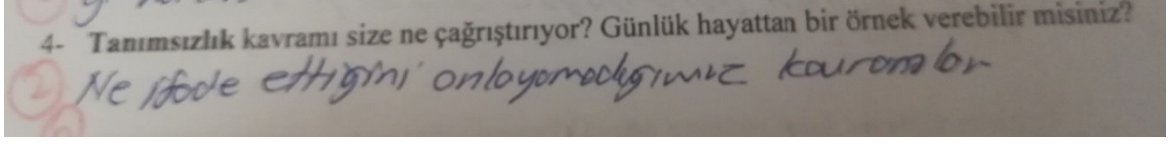
Tespit ettiğimiz oran, çok başarılı olmamakla birlikte, %70 seviyesinin altındadır ve yeterli düzeye sahip değildir. %61’lik oran, sonsuzluk algılarının **genel düzeyi** olan %64’ün de altında olduğundan, genel oranın şekillenmesinde oranı aşağı doğru çeken bir etkidir. **Tanımsızlık** kavramı da buna yakın olan “belirsizlik”, “bilinemezlik”, “muğlaklık”, ...vb. kavramlara başvurularak tanımlanmaya çalışılan bir kavramdır. Tanımsızlık kavramını tanımlamaya çalışan katılımcılardan bazılarının verdikleri cevapların görüntüleri aşağıdaki gibidir:

Ö<sub>22</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



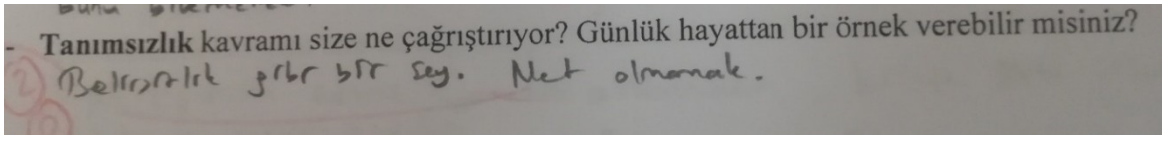
Ö<sub>22</sub> kodlu öğretmenin cevabı, öğretmenin, sembollere, otoriteye veya alışkanlıklara dayalı bir yaklaşım içinde olduğundan, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, kavramın tek bir yönü ele alındığı için, “tek yönlü yapı” kategorisine sahip olduğunu göstermektedir.

Ö<sub>19</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



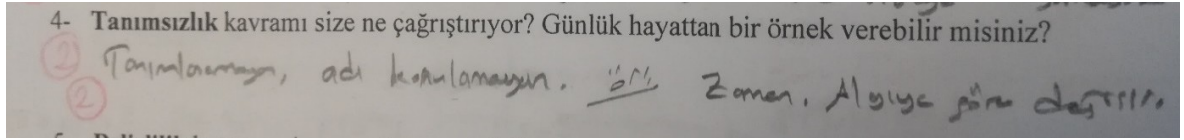
Ö<sub>19</sub> kodlu öğretmen, otoriteye dayalı *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, üzerinde çalışılan problemin tek bir yönüne odaklanıldığı için, “tek yönlü yapı”ya sahip olduğu görülmektedir.

Ö<sub>41</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



Katılımcının görseldeki ifadesi, Ö<sub>41</sub> kodlu öğretmenin, sembollere, otoriteye veya alışkanlıklara dayalı bir yaklaşım içinde olduğundan, kanıt şemaları kategorisine göre, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, üzerinde çalışılan problemin tek bir yönüne odaklanıldığı için, “tek yönlü yapı”ya sahip olduğunu göstermektedir.

Ö<sub>8</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



Araştırmanın sonuçları bakımından, belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarının algı düzeylerinin birbirlerine “yaklaşık eşit” değerde yakınsadığı da ayrıca görülmektedir. Yani katılımcı öğretmenlerin belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarını hemen hemen aynı algı ve kavram düzlemiyle ele aldığı görülmektedir. Gerçekten de Tablo 4.2 incelendiğinde, 3. ve 4. soruların her birinin sütun sonlarında tespit edilen, belirsizlik algı oranının (%65) ve tanımsızlık algı oranının (%61) olduğu görülür. %65 ve %61 sayıları, söz konusu kavramların algı düzeylerinin birbirlerine yakın ve belirli bir noktaya doğru (bunun, sayı eksninde, 65 ve 61 sayılarının ortalaması olan “63” sayısına yakın olduğu düşünülebilir) yığıldığını göstermektedir.

Ö<sub>8</sub> kodlu öğretmenin yanıtı, sembollere, otoriteye veya alışkanlıklara dayalı bir yaklaşım içinde olduğundan, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, üzerinde çalışılan

problemin tek bir yönüne odaklanıldığı için, “tek yönlü yapı”ya sahip olduğunu göstermektedir.

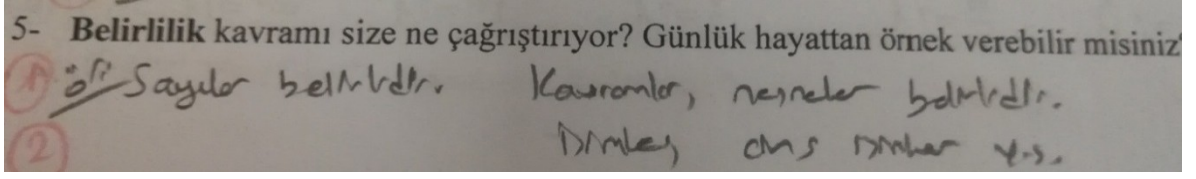
Her dört öğretmenin kanıt şemaları ve SOLO taksonomisinde sahip oldukları yapıların farklı olduğunu göstermektedir. Elde edilen sonuç, bizi, APOS teorisine göre, öğretmenlerin branşlarından/alanlarından kaynaklandığı sonucuna götürebilir. Çünkü farklı disiplinler ve bilgi alanları, özünde benzer öğeler taşıyor olsalar da farklı duyuşsal ve bilişsel pratikler ürettiğinden, ilgili bireyin algı ve bilinç dünyasını da köklü bir şekilde etkilemektedir. Tespit edilen zemin, öteki şeyler yanında, ortak duyuşsal ve bilişsel “pratikler” üreten alanlarda faaliyet gösteren bireylerin “düşünce şemalarının” neden benzer olduklarını da açıklayan, temel edimsel zemindir.

#### **4.5 Araştırmanın Beşinci Alt Problemi Olan “Belirlilik Kavramı Size Ne Çağırıyor? Günlük Hayattan Bir Örnek Verebilir Misiniz?” Sorusuna Ait Bulgular**

*Belirlilik*, TDK’ya göre, başka şey ya da şeylerle karşılaştırıldığında, karıştırılmasına olanak kalmayacak bir şekilde, kesin olarak tespit edilmiş, karar kılınmış ya da belirlenmiş olma durumudur.

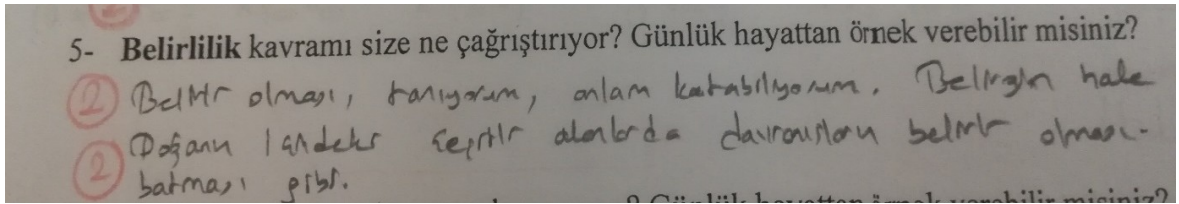
Bilim alanında dikkatle bakıldığında; inceleme, araştırma derinleştirildiğinde; düşünce yoğunlaştırdığında “belirlilik” değil, belirsizlik artar. Belirli sonuçlara ulaşmak istendiğinde düşünceyi bir yerde durdurmak gerekir (Bulutay, 1986). Düşünce de belirlilik, nihai bir düzleme ulaşamaz olmakla birlikte, felsefi farklılıklar ve derinlikler içerir. Bunun matematiksel boyutu ilk bakışta sınırlı ve belirli gibi görünse de sorunu daha öteye götürdüğümüzde matematiksel epistemolojinin derinliklerine kadar gider. Araştırmamızda ise, belirlilik kavramının, araştırmaya konu olan öğretmen kitlesinin algı ve bilincinde nasıl bir kavramsal odaklanma veya temayül vardır, sorusuna yoğunlaşmıştır. Kavramın bağlamsal anlamda kolay ve anlaşılır olması, tanımlamayı ve yaklaşımı da kolay kılmıştır. Gerçekten de değerlendirme tablosuna göre de sorunun doğru cevaplanma oranı %78’dir ve %70’in üzerinde, yüksek bir orandır. Katılımcı öğretmenlerin *belirlilik* kavramını tanımlarken fazla güçlük çekmedikleri görülmüştür. Bununla birlikte, kavrama yanlış cevap verenler de olmuştur. Bunlardan birkaçını görüntüleyelim:

Ö<sub>4</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



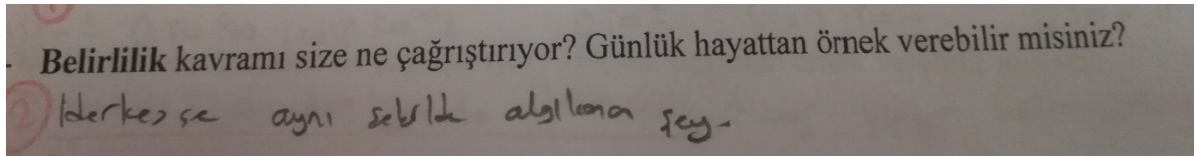
Görseldeki ifade, Ö<sub>4</sub> kodlu öğretmenin, sembollere, otoriteye veya alışkanlıklara dayalı bir yaklaşım içinde olduğundan, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, üzerinde çalışılan problemin tek bir yönüne odaklanıldığı için, “tek yönlü yapı”ya sahip olduğunu göstermektedir.

Ö<sub>13</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



Görüntüsünü verdiğimiz ifade, Ö<sub>33</sub> kodlu öğretmenin, örneğe veya algılara dayalı bir kategori içinde olduğunu gösterdiğinden, *deneyisel kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde “çok yönlü” yapıya sahip olduğunu göstermektedir. Çünkü kavramları çok yönlülüğüyle ele almış bulunmaktadır.

Ö<sub>29</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



Fotoğrafı alınan ifade, Ö<sub>29</sub> kodlu öğretmenin, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde “tek yönlü” yapıya sahip olduğunu göstermektedir.

Her üç öğretmenin kanıt şemalarının ve SOLO taksonomisinde sahip oldukları yapıların farklı olduğunu göstermektedir. Elde edilen sonuç, bizi, APOS teorisine göre, elde edilen algıların öğretmenlerin branşlarından/alanlarından kaynaklandığı sonucuna götürebilir. Çünkü daha önce de belirttiğimiz gibi, farklı disiplinler ve bilgi alanları, özünde benzer öğeler taşıyor olsalar da farklı duyuşsal ve bilişsel “pratikler” ürettiğinden, ilgili bireyin algı ve bilinç dünyasını da köklü bir şekilde etkilemekte, hatta şekillendirmektedir. Tespit edilen zemin, öteki şeyler yanında, ortak duyuşsal ve bilişsel “pratikler” üreten alanlarda

faaliyet gösteren bireylerin “düşünce şemalarının” neden benzer olduklarını da açıklayan, temel edimsel zemindir.

#### 4.6 Araştırmanın Altıncı Alt Problemi Olan “Sınırlılık Kavramı Size Ne Çağırıyor? Günlük Hayattan Bir Örnek Verebilir Misiniz?” Sorusuna Ait Bulgular

**Sınırlı** kavramını “küme kavramı” yardımıyla ele alacak olursak: sınırlı küme, sezgisel olarak, bir şekilde sınırladığımız kümedir (Argün vd., 2014). Yöntembilim Terimleri Sözlüğü’ne göre, **sınırlılık’ın anlamı**, bir bilginin ya da araştırma unsurunun belirli bir kavram bağlamında geçerli sayılması durumudur. Başka bir deyişle, bir durumun, yordamın, ya da işlemin belli bir alanda ve belli koşullarda atında kullanılabilir olması durumudur. Buna göre, sınırlılık: sınırlı olma durumuna tekabül eden nesnel bir imgedir. Sınırlanmış, belirlenmiş olan şeydir. Akbulut ve Işık’ın (2005) yapmış oldukları çalışmada da öğrencilerin %24’ü limiti bir “sınır” olarak algıladıkları sonucuna ulaştıkları görülmüştür.

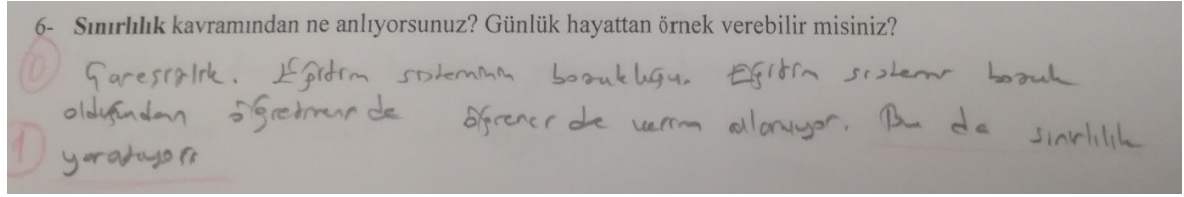
Temel değerlendirme tablomuz olan Tablo 4.2’ye göre, altıncı soruya %74 oranında başarılı bir cevap söz konusudur. Genel ortalama olan %64’ün üzerinde olduğu için, %74’lük oran, ortalama oranın şekillenmesinde gücü yukarı doğru iten, güçlü bileşenlerden biridir. Yine Tablo 4.2 incelendiğinde 3 puanın altında kalan öğretmen sayısı 10’dur. Geri kalan öğretmenler soruya doğru cevap vermiş sayılırlar. Bununla birlikte, sorudan puan alamayan öğretmen sayısı sıfır da olsa, 1 puan alan öğretmen sayısı 2’dir. Sonuç itibariyle, tespitimiz, **sınırlılık** kavramıyla ilgili, hemen hemen tüm öğretmenlerin bir fikir sahibi olduğunu göstermektedir. Şimdi soruya tam cevap veren bir öğretmenle, eksik cevap veren bir öğretmenin cevaplarının görüntüsünü verelim.

Ö<sub>17</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:

6- **Sınırlılık** kavramından ne anlıyorsunuz? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?  
② **Haddeler olan şeyler.**  
**örneğin evin yatağın alanı olan sınırlar.**  
**örneğin insan ilişkilerindeki sınırlar.**

Yukarıdaki görselde ifadesi görülen öğretmenimiz, **sınırlılık** kavramını “*hudutları olan şeyler*” olarak tanımlıyor ve örnek olarak da “*insanın, evrenin yaşam alanı olarak sınırı veya insan ilişkilerindeki sınırlar*” olarak ifade ediyor. Varılan sonuç, Ö<sub>17</sub> kodlu öğretmenin, örneğe veya algılara dayalı bir kategori içinde olduğunu gösterdiğinden, *deneysel kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, birden çok kavramla ilişkilendirildiği için, “çok yönlü” yapıya sahip olduğunu göstermektedir.

Ö<sub>11</sub> kodlu öğretmenin verdiği yanıt:



Fotoğraftaki yanıtı veren öğretmenimizin yaklaşımı ise, “*çaresizlik. Eğitim sistemi bozuk olduğundan öğretmen de öğrenci de verim alamıyor. Bu da sınırlılık yaratıyor*” şeklindedir. Burada “sınırlılık” çaresizlik kavramıyla birbirine karıştırılıyor. Burada, katılımcı öğretmen, ülkemizin eğitimdeki genel başarısının toplumsal düzeyinin çizdiği sınırları ele alınıp, bunun sonuçlarına odaklanmaktadır. Aslında varılan sonuç, bir bakıma, eğitimde başarının toplumsal sınırlılığına da işarettir. Çalışmamız, Ö<sub>11</sub> kodlu öğretmenin, sembollere, otoriteye veya alışkanlıklara dayalı bir yaklaşım içinde olduğundan, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, sorulan soruya ilgisiz cevaplar verdiği için, “yapı öncesi” evreye sahip olduğunu göstermektedir. Elde edilen sonuç, bizi, APOS teorisine göre, elde edilen algıların öğretmenlerin branşlarından/alanlarından kaynaklandığı sonucuna götürebilir. Çünkü daha önce de belirttiğimiz gibi, farklı disiplinler ve bilgi alanları, özünde benzer öğeler taşıyor olsalar da farklı duyuşsal ve bilişsel “pratikler” ürettiğinden, ilgili bireyin algı ve bilinç dünyasını da köklü bir şekilde etkilemekte, hatta şekillendirmektedir. Tespit edilen zemin, öteki şeyler yanında, ortak duyuşsal ve bilişsel “pratikler” üreten alanlarda faaliyet gösteren bireylerin “düşünce şemalarının” neden benzer olduklarını da açıklayan, temel edimsel zemindir.

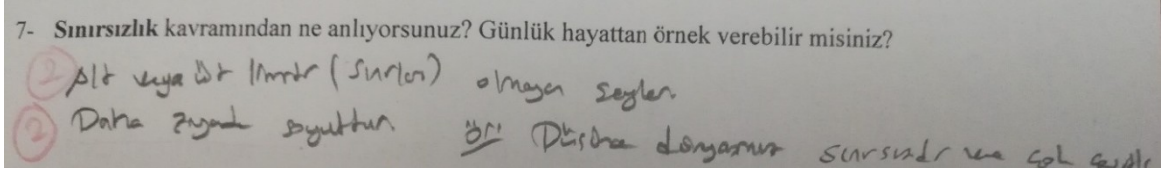
#### **4.7 Araştırmanın Yedinci Alt Problemi Olan “Sınırsızlık Kavramı Size Ne Çağırıyor? Günlük Hayattan Bir Örnek Verebilir Misiniz?” Sorusuna Ait Bulgular**

*Sınır* kavramı, Özgül (2017)’e göre, doğrudan doğruya “sınırlı” olma halini, yani “sınırlılık”ı ya da “sınırlı olma” düşüncesini akla getirir. Bununla birlikte, *sınırlı* kavramı,



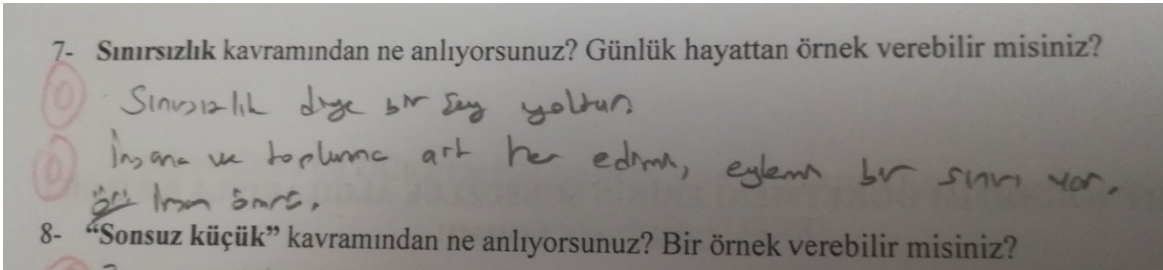
doğal olarak kavramın duali (karşıtıyla) olan, “sınırsız”lığın varlığını da ortaya koyar. Böyle bir açıdan “sınır ile sınırsızlığı”, bir arada değerlendirme düşüncesi ortaya çıkar: sınırsızlık, *sınırlı olmama halidir*. Tablo 4.2’den, soruya verilen cevapların doğruluk oranının %78 gibi başarılı bir düzeye sahip olduğunu görmekteyiz. Genel ortalama olan %64’ün çok üzerinde olduğu için, ortalamayı yukarı doğru iten güçlü bileşenlerden biridir. Sınırsızlık kavramı, bir önceki madde olan “sınırlılık” kavramıyla anlam bakımından bir bütünlük oluşturduğu için, gerçekten de araştırmanın kendi içindeki tutarlılığını kanıtlarcasına, her iki kavramın algı düzeylerinin birbirine yakın olmaları (“sınırlılık” için söz konusu oran %74’tü) dikkat çekmektedir. Bununla birlikte, tabloya bakıldığında, 12 öğretmen *ortalama bir puan* olan 2 puan almıştır. 2’nin altında puan alan öğretmen sayısı ise 3’tür. Şimdi soruya tam cevap veren bir öğretmenle, cevap veremeyen bir öğretmenin verdikleri cevapların görüntülerini verelim:

Ö<sub>72</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



Yukarıda ifadesi görülen görsel, Ö<sub>72</sub> kodlu öğretmenin; dönüştürülebilir veya aksiyomatik bir yaklaşım içinde olduğundan, *analitik kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, soruya verilen yanıtta birden çok kavramla yaklaşıldığı için, *çok yönlü* yapıya sahip olduğunu göstermektedir.

Sınırsızlık kavramını Ö<sub>7</sub> kodlu öğretmenimiz aşağıdaki gibi, yanlış cevaplamıştır. Hatta sınırsızlık diye bir kavram yoktur diye soruyu tümüyle reddetmiştir.



Ö<sub>7</sub> kodlu öğretmenin yanıtı, öğretmenin; sembollere, otoriteye veya alışkanlıklara dayalı bir yaklaşım içinde olduğundan, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, soruya tek bir yönüyle cevap verildiği için, *tek yönlü* yapıya sahip olduğunu göstermektedir.

Her iki öğretmenin kanıt şemalarının ve SOLO taksonomisinde sahip oldukları yapıların farklı olduğunu göstermektedir. Elde edilen sonuç, bizi, APOS teorisine göre, elde edilen algıların öğretmenlerin branşlarından/alanlarından kaynaklandığı sonucuna götürebilir. Çünkü daha önce de belirttiğimiz gibi, farklı disiplinler ve bilgi alanları, özünde benzer öğeler taşıyor olsalar da farklı duyuşsal ve bilişsel “pratikler” ürettiğinden, ilgili bireyin algı ve bilinç dünyasını da köklü bir şekilde etkilemekte, hatta şekillendirmektedir. Tespit edilen zemin, öteki şeyler yanında, ortak duyuşsal ve bilişsel “pratikler” üreten alanlarda faaliyet gösteren bireylerin “düşünce şemalarının” da benzer olduklarını ortaya koymuştur.

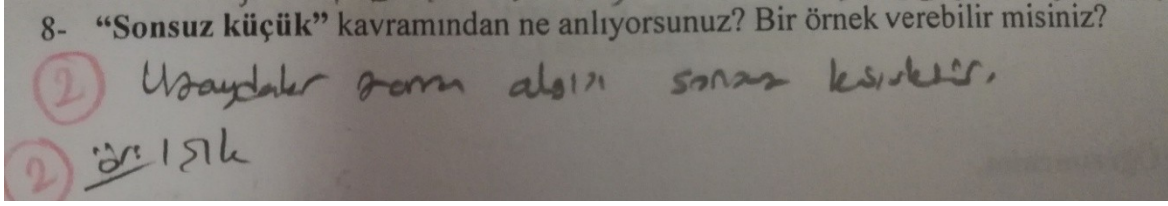
#### **4.8 Araştırmanın Sekizinci Alt Problemi Olan “Sonsuz Küçük Kavramı Size Ne Çağırıyor? Günlük Hayattan Bir Örnek Verebilir Misiniz? ” Sorusuna Ait Bulgular**

*Sonsuz küçük*: Limiti sıfırdan ibaret olan ve niceliklerin değişimini temsil eden sayıların giderek sıfıra yaklaşmasına karşılık gelen düşünceye ‘Asgari Nâ-mütenâhî’ (sonsuz küçük) denir. Tanıma göre, bir nicel değişim “*sonsuz küçüktür*” denilince, her şeyden önce, o niceliğin değişken olduğu ve değişimin seyrinin sıfıra yaklaştığı anlaşılır (Takıcak, 2016).

“Sonsuz küçük”, sonsuz derecede küçük olan şey anlamına gelir. “**Sonsuz küçük**” kavramının matematiksel tanımı:  $\forall x \in IR$  için  $a < x$  olacak şekilde  $a = -\infty$ ’dur (Balcı, 2010). Buradan da anlaşılacağı üzere, sonsuz derecede küçük olan “şey” bir sayı değildir. Çünkü sayı, reel sayı doğrusunda sabit bir noktaya sahipken, diğeri sabit olmadığı gibi, yalnızca sezgisel olarak algılanabilecek bir kavramdır. Öte yandan, “sonsuz küçük” kavramını yukarıdaki verilerin ışığında şöyle tanımlayabiliriz: Bir varlığın, nesnenin pratik ve duyuşsal niteliğini yitirecek denli sonsuz nicelikte küçük parçalara ayırma işleminin akılda kalan sezgisel, soyut imgesidir.

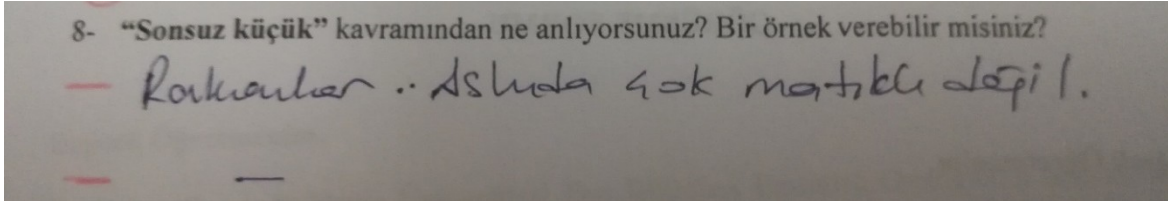
Değerlendirme Tablosu 4.2'ye baktığımızda, soruya verilen cevap oranının, daha önceki sorularla kıyaslandığında önemli bir düşüş vardır. Cevaplanma oranı %53dür. Sorudan tam puan (4 puan) alanların sayısı 10 ile sınırlı kalırken, 3’ten az puan alan öğretmen sayısı 47’dir. 3 veya 4 puan alanların sayısı  $74-47=27$ ’dir. Bunun yüzdelik oranı ise  $27/74 = \%36$ ’dır. Araştırmaya katılan öğretmenlerden en çok 1 puan alanların sayısı (yani 0 veya 1 puan alanların sayısı) 22’dir. Yani 74 öğretmenden 22’si; yüzdelik deyişle, öğretmenlerin %30’u soruya neredeyse hiç cevap verememiştir. 22 öğretmenden 9’u sıfır puan almıştır. Bunun yüzdelik oranı da  $9/74 = \%12$ ’dir.

Şimdi de soruya tam ve eksik cevap veren katılımcılardan birkaçının cevabını görüntüleyelim:



Soruya tam cevap veren bir öğretmenin, Ö<sub>25</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap: "uzaydaki zaman algısı sonsuz küçüktür" şeklindedir. Gerçekten de uzaydaki zaman algısı sonsuz küçüktür. Işık da örnek olarak verilmiştir. Gerçekten de fotonlar sonsuz küçüklük algısı vermektedir. Ö<sub>25</sub> kodlu öğretmenin yanıtı, dönüştürülebilir veya aksiyomatik bir yaklaşım içinde olduğundan, *analitik kanıt şemasına*; SOLO taksonomisinde ise, soruya verilen yanıtta yaratıcı ve özgün bir yaklaşım sergilendiği için, *soyutlanmış yapıya* sahip olduğu görülmektedir.

Soruya yanlış cevap veren öğretmenin Ö<sub>33</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



Öğretmenimizin "sonsuz küçük" olarak nitelemek istediği şey, "rakamlar" aslında sayıdır, ancak, öğretmenimiz sayı ile rakam kavramını birbirine karıştırmıştır. Öte yandan, öğretmenin "aslında çok mantıklı değil" diye "sonsuz küçük" kavramını nitelemesi de ayrıca, tümüyle yanlış bir algıdır. Nihayetinde, Ö<sub>33</sub> kodlu öğretmenin yanıtı; sembollere, otoriteye veya alışkanlıklara dayalı bir yaklaşım içinde olduğundan, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, üzerinde çalışılan problemin tek bir yönüne odaklanıldığı için, *tek yönlü yapıya* sahip olduğu görülmektedir.

Her iki öğretmenin kanıt şemalarının ve SOLO taksonomisinde sahip oldukları yapıların farklı olduğunu göstermektedir. Varılan sonuç, bizi, APOS teorisine göre, elde edilen algıların öğretmenlerin branşlarından/alanlarından kaynaklandığı sonucuna götürebilir. Çünkü daha önce de belirtildiği gibi, farklı disiplinler ve bilgi alanları, özünde benzer öğeler taşıyor olsalar da farklı duyuşsal ve bilişsel "pratikler" ürettiğinden, ilgili bireyin algı ve bilinç dünyasını da köklü bir şekilde etkilemekte, hatta şekillendirmektedir. Tespit

edilen zemin, öteki şeyler yanında, ortak duyusal ve bilişsel “pratikler” üreten alanlarda faaliyet gösteren bireylerin “düşünce şemalarının” da benzer olduklarını ortaya koymuştur.

#### **4.9 Araştırmanın Dokuzuncu Alt Problemi Olan “Sonsuz Büyük Nedir? Bir Örnek Verebilir Misiniz? ” Sorusuna Ait Bulgular**

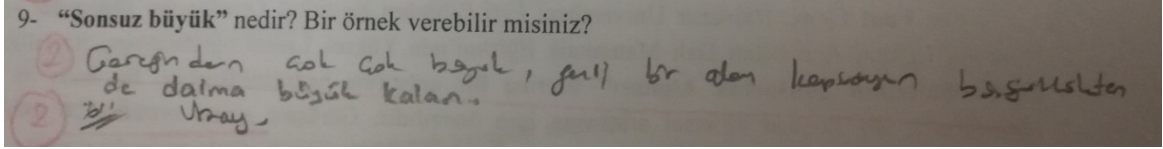
Sonsuz büyük, sonsuz derecede büyük olan şey demektir. Sonsuz büyük kavramına matematiksel bir tanım verecek olursak;  $\forall x \in \mathbb{R}$  için  $a > x$  olacak şekilde  $a = \infty$  dir.

Buradan da anlaşılacağı üzere, sonsuz derecede büyük olan “şey” bir sayı değildir. Çünkü sayı, reel sayı doğrusunda sabit bir noktaya (değere) sahipken, “sonsuz” sabit olmadığı gibi, yalnızca sezgisel olarak algılanabilecek bir kavramdır (Balcı, 2010). Öte yandan, “sonsuz büyük” kavramını yukarıdaki verilerin ışığında şöyle tanımlayabiliriz: Bir varlığın, nesnenin “pratik” ve duyusal niteliğini yitirecek denli sonsuz nicelikte büyük yapıların akılda kalan sezgisel, soyut imgesidir.

Tablo 4,2’ye göre, araştırmanın dokuzuncu alt problemi olan soruya verilen doğru cevap oranının, daha önceki sorularla kıyaslandığında önemli bir düşüşe sahip olmasıyla birlikte, oran %51 düzeyinde kalmıştır.

8. araştırma sorusu ile kıyaslandığında, araştırmanın iç tutarlılığını desteklercesine cevaplar birbirine çok yakındır. Çünkü o soru da tersine olarak, “sonsuz küçük” kavramının algı düzeyini ölçmek istenmişti ve doğru cevaplanma oranı %53 idi. 9. alt probleme doğru cevaplanma oranı %51 gibi düşük bir orandır ve öğretmenlerimizin zikredilen noktada yeterli oldukları söylenemez. Tablodan, soruya verilen cevaplar incelendiğinde, 22 öğretmenin 3 veya 4 puan aldığı görülmüştür ve saptanan oran da %30 civarındadır. (Demek ki, geri kalan %70 oranında verilen cevaplar 0,1,2 puanların toplam düzeyidir.) Yani söz konusu maddenin “iyi” kabul edilebilir algı düzeyi %30’dur. Bunun da çok düşük bir düzey olduğu açıktır.

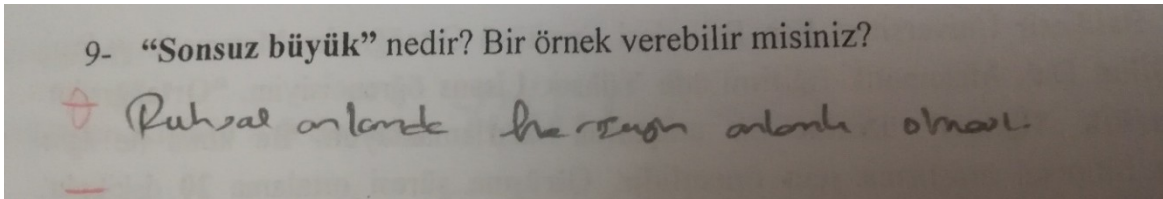
Aşağıda 9. soruya verilen cevaplar arasından bir tam puan, bir de sıfır puan alan iki öğretmenin cevapları aşağıda verilmiştir: Katılımcı öğretmenlerden Ö<sub>60</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



Yukarıdaki ifadeye göre, Ö<sub>60</sub> kodlu öğretmenin; sembollere, otoriteye veya alışkanlıklara dayalı bir yaklaşım içinde olduğundan, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, üzerinde çalışılan problemin herkesçe bilinen, klasik, tek bir yönüne odaklanıldığı için, “tek yönlü yapı”ya sahip olduğunu göstermektedir.

Katılımcı öğretmen, sonsuz büyük kavramını, “*gereğinden çok çok büyük, geniş bir alanı kapsayan büyüklükten de daima büyük kalan*” şeklinde ifade ediyor ve “*uzay*” olarak da örneklendiriyor.

Ö<sub>59</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



Katılımcı öğretmen, görüldüğü gibi, soruyla ilgisiz olarak, “*ruhsal anlamda her şeyin anlamlı olması*” diyerek cevaplamıştır.

Ö<sub>59</sub> kodlu öğretmen, sembollere, otoriteye veya alışkanlıklara dayalı bir yaklaşım içinde olduğundan, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, sorulan soruya ilgisiz cevaplar verdiği için, “yapı öncesi” evreye sahip olduğunu göstermektedir.

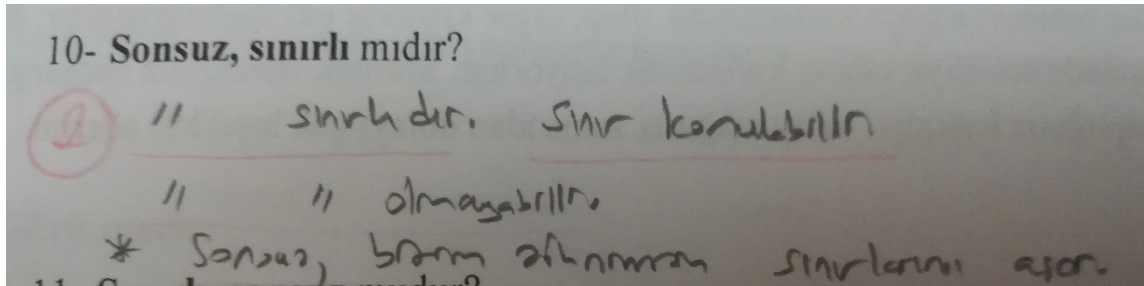
Her iki öğretmenin kanıt şemalarının ve SOLO taksonomisinde sahip oldukları yapıların farklı olduğunu göstermektedir. Dokuzuncu soruda saptanan sonuç, bizi, APOS teorisine göre, elde edilen algıların öğretmenlerin branşlarından/alanlarından kaynaklandığı sonucuna götürebilir. Çünkü daha önce de belirttiğimiz gibi, farklı disiplinler ve bilgi alanları, özünde benzer öğeler taşıyor görünseler de farklı duyuşsal ve bilişsel “pratikler” ürettiklerinden, ilgili bireyin algı ve bilinç dünyasını da köklü bir şekilde etkilemekte, hatta şekillendirmektedir. Tespit edilen zemin, öteki şeyler yanında, ortak duyuşsal ve bilişsel “pratikler” üreten alanlarda faaliyet gösteren bireylerin “düşünce şemalarının” neden benzer olduklarını da açıklayan, temel edimsel zemindir.

#### 4.10 Araştırmanın Onuncu Alt Problemi Olan “Sonsuz Sınırlı Mıdır?” Sorusuna Ait Bulgular

Varlığın niteliğine, yapısına, biçimine göre, sınırlı ya da sınırsız olabilir. Örneğin (0,1) reel sayı aralığında 0 ve 1 birer sınırdır ancak, söz konusu aralığın sonsuz sayıda reel sayı ihtiva ettiği gerçeğini yadsıyamayız. Örneğin evren sonsuzdur, ama sınırlı da değildir.

**Değerlendirme tablosu 4.2'ye göre onuncu soru bazında verilen cevapların düzeyi %48 gibi düşük bir orandır.** Onuncu soruya ilişkin algının oranı, araştırmamızın genel oranı olan %64'ü aşağı doğru çeken, en düşük ikinci etmendir. (Diğeri %18'le, araştırmamızın en küçük algı düzeyi olan 15.maddedir.)

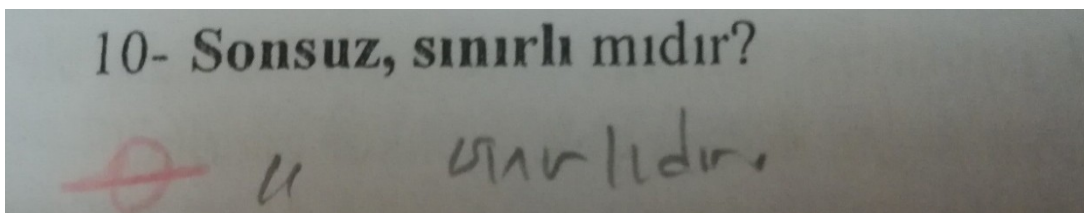
Ö<sub>9</sub> kodlu öğretmenin onuncu soruya verdiği cevap, diğer cevaplar içinde en iyi cevap olarak değerlendirilmiş olup, görüntüsü aşağıdadır. Zira Tablo 4,2'ye göre, araştırmada onuncu sorudan 2 puan (tam puan) alan başka bir öğretmen bulunmamaktadır.



Ö<sub>9</sub> koduyla kayıtlı bulunan öğretmenimiz ayrıca, “sonsuzun bizim zihnimizin sınırlarını aşacağını” ileri sürmektedir.

Verilen cevap, Ö<sub>9</sub> kodlu öğretmenin; dönüştürülebilir veya aksiyomatik bir yaklaşım içinde olduğundan, *analitik kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, soruya verilen yanıtta birden çok kavramla yaklaşıldığı için, *çok yönlü* yapıya sahip olduğunu göstermektedir.

Yanlış cevap veren öğretmenlerden Ö<sub>38</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap ise şöyledir:



Değerlendirme tablosuna 4.2'ye baktığımızda 5 öğretmenin soruya yanlış cevap verdiği görülmektedir. 1 öğretmen de 2 puan aldığına göre, geri kalan  $74-6=68$  öğretmen 1'er puan almış bulunmaktadır.

Tabloda görülen yanıt, Ö<sub>38</sub> kodlu öğretmenin; sembollere, otoriteye veya alışkanlıklara dayalı bir yaklaşım içinde olduğundan, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, üzerinde çalışılan problemin tek bir yönüne odaklanıldığı için, “tek yönlü yapı”ya sahip olduğunu göstermektedir.

Her iki öğretmenin kanıt şemalarının ve SOLO taksonomisinde sahip oldukları yapıların farklı olduğunu göstermektedir. Elde edilen sonuca göre, “tek yönlü” yapı saptaması, bizi, APOS teorisine göre, elde edilen algıların öğretmenlerin branşlarından/alanlarından kaynaklandığı sonucuna götürebilir. Çünkü daha önce de belirttiğimiz gibi, farklı disiplinler ve bilgi alanları, özünde benzer öğeler taşıyor olsalar da farklı duyuşsal ve bilişsel “pratikler” ürettiğinden, ilgili bireyin algı ve bilinç dünyasını da köklü bir şekilde etkilemekte, hatta şekillendirmektedir. Tespit edilen zemin, öteki şeyler yanında, ortak duyuşsal ve bilişsel “pratikler” üreten alanlarda faaliyet gösteren bireylerin “düşünce şemalarının” da benzer olduklarını ortaya koymuştur.

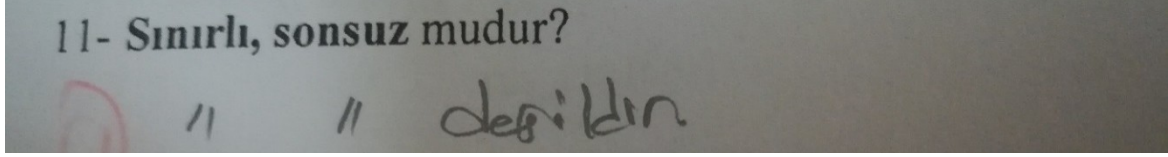
#### **4.11 Araştırmanın On Birinci Alt Problemi Olan “Sınırlı, Sonsuz Mudur?” Sorusuna Ait Bulgular**

*Varlığın niteliğine, yapısına, biçimine göre, sınırlı olan, sonsuz ya da sonlu olabilir.* Örneğin bir reel sayı aralığı (0,1) olsun. (0, 1) kümesi alttan ve üstten sınırlıdır, ama küme sonsuz elemanlıdır. Yani örneğimiz, sınırlı olanın sonsuz olabileceğini gösterir. **Sınırlı olan, sonsuz olmayabilir.** Örneğin ilk 100 doğal sayıdan oluşan kümeyi düşünelim. Küme alttan ya da üstten sınırlı olduğu halde, eleman sayısı sonsuz değil sonludur. Varılan sonuç da bize sınırlı olanın sonlu olabileceğini göstermeye yeterlidir.

Tablo 4.2'de soruya verilen doğru cevap oranı %50 olarak görülür. Orta düzey bir algı oranı söz konusu olmakla birlikte, başarılı bir algı düzeyine sahip değildir. Sorunun niteliği bir önceki soruyla benzer olduğundan, araştırmamızın iç tutarlılığını desteklercesine, bir önceki sorunun algı düzeyi olan %48'e de çok yakındır. %50 olarak tespit edilen 10. sorunun algı düzeyi, araştırmamızın genel oranı olan %64'ün epeyce altında kaldığından,

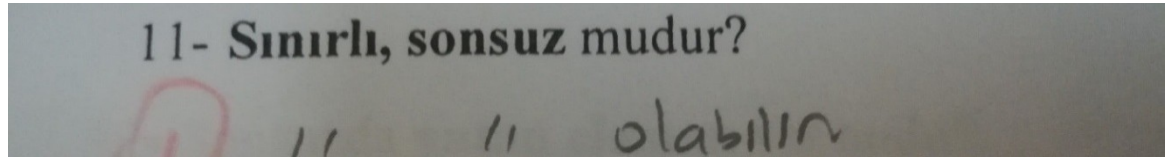
genel oranı aşağı doğru çekme yönünde üçüncü düşük orandır. Bir önceki madde için yapılan yorumların 11. madde için de geçerli olduğu görülür. Şimdi tabloya göre, verilen cevaplardan tipik olanların görüntüsünü paylaşalım:

Ö<sub>38</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



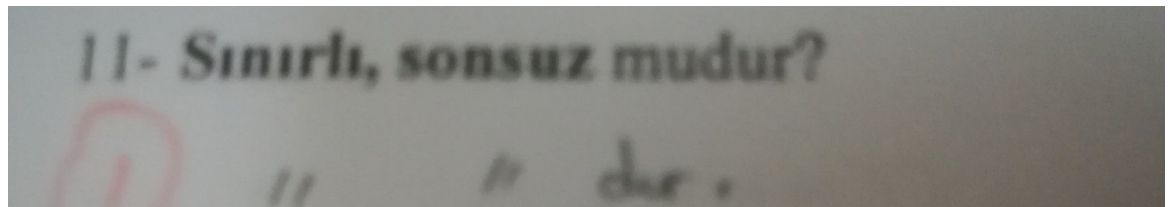
Yukarıdaki fotoğrafta görülen yanıt, Ö<sub>38</sub> kodlu öğretmenin; sembollere, otoriteye veya alışkanlıklara dayalı bir yaklaşım içinde olduğundan, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, üzerinde çalışılan problemin tek bir yönüne odaklanıldığı için, “tek yönlü yapı”ya sahip olduğunu göstermektedir.

Ö<sub>20</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



Ö<sub>20</sub> kodlu öğretmenin, sembollere, otoriteye veya alışkanlıklara dayalı bir yaklaşım içinde olduğundan, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, üzerinde çalışılan problemin tek bir yönüne odaklanıldığı için, “tek yönlü yapı”ya sahip olduğunu göstermektedir.

Ö<sub>6</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap, “*Sınırlı sonsuzdur*” şeklinde olup görüntüsü aşağıdadır:



Her bir cevap tam olmamakla birlikte, tümüyle yanlış da değildir.

Ö<sub>20</sub> kodlu öğretmenin; sembollere, otoriteye veya alışkanlıklara dayalı bir yaklaşım içinde olduğundan, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, üzerinde çalışılan



problemin tek bir yönüne odaklanıldığı için, “tek yönlü yapı”ya sahip olduğunu göstermektedir.

Her üç öğretmenin kanıt şemalarının ve SOLO taksonomisinde sahip oldukları yapıların farklı olduğunu göstermektedir. Elde edilen sonucun genel eğilimi, bizi, APOS teorisine göre, elde edilen algıların öğretmenlerin branşlarından/alanlarından kaynaklandığı sonucuna götürebilir. Çünkü daha önce de belirtildiği üzere, farklı disiplinler ve bilgi alanları, özünde benzer öğeler taşıyor görünseler de farklı duyuşsal ve bilişsel “pratikler” ürettiklerinden, ilgili bireyin algı ve bilinç dünyasını da köklü bir şekilde etkilemekte, hatta şekillendirmektedir. Tespit edilen zemin, öteki şeyler yanında, ortak duyuşsal ve bilişsel “pratikler” üreten alanlarda faaliyet gösteren bireylerin “düşünce şemalarının” neden benzer olduklarını da açıklayan, temel zemindir.

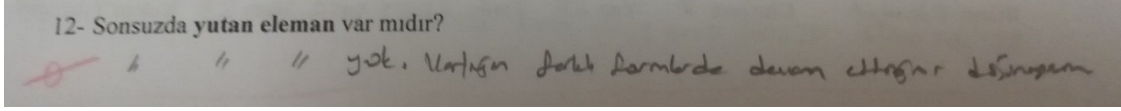
#### **4.12 Araştırmanın On İkinci Alt Problemi Olan “Sonsuzda Yutan Eleman Var Mıdır?” Sorusuna Ait Bulgular**

Sonsuzda yutan eleman vardır. Sonsuzluğun kendisi, varlığı yutar. Örneğin Samanyolu galaksisi dünyamızı yutar, eldeki galaksiyi de daha geniş bir uzay parçası ya da uzayın tümü yutar. Öte yandan matematiksel bir tanım olarak,  $\forall a \in IR$  olmak üzere,  $a + \infty = \infty$  dur veya  $a - \infty = -\infty + a = -\infty$  dur.

Görüldüğü gibi,  $\infty$  da,  $-\infty$  da, her gerçel sayıyı toplama işleme göre yutar. Bununla birlikte, “sonsuz” kendisini de yutar. Yani  $\infty + \infty = \infty$  dur.

Tablo 4.2’ye göre, verilen cevaplar oldukça yüksek olupdoğru cevaplanma oranı %84 olup yüksek bir orandır. Öğretmenlerimizin genelinin sonsuzun kendisinin yutan eleman olduğunu bildiklerini sonucuna ulaşılabilir. %84’lük oranın, genel ortalamayı yukarı doğru çeken ikinci büyük oran olduğunu görüyoruz. Tablo 4.2 incelendiğinde, 8 öğretmenin on ikinci soruya yanlış cevap vererek 0 (sıfır) puan aldıklarını görebiliriz. Öte yandan, öteki 8 öğretmenin de 1’er puan aldığını, kalanının da tam puan aldığını söyleyebiliriz. Buna göre, örneğin tam puan alanların oranı, %78’dir. Sıfır puan alanların oranı %11 civarındadır. Öyleyse, soru hakkında hiç değilse bir fikir sahibi olanların oranı da başka bir deyişle, en az 1 puan alanların oranı da %89 olur. Sorulara yanlış veya tam cevap veren öğretmenlerden birer tanesinin verdikleri cevapların görüntülerini paylaşalım:

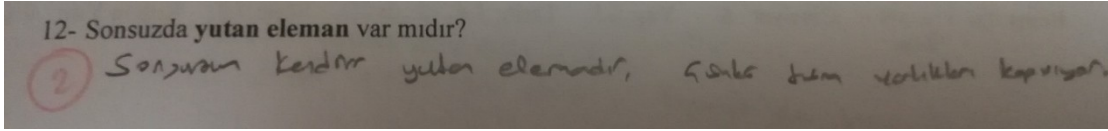
Ö<sub>9</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



Burada katılımcı yutulan elemanın var olmadığını ve yutulan varlığın kaybolduğu fikrine sahip olduğu görülmektedir.

Ö<sub>9</sub> kodlu öğretmenin; otoriteye, sembollere veya alışkanlıklara dayalı bir yaklaşım içinde olduğundan, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, sorulan soruya ilgisiz cevaplar verdiği için, “yapı öncesi” evreye sahip olduğunu göstermektedir.

Ö<sub>24</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



Öğretmenimizin 12. soruya verdiği cevabın ifadesinde “*sonsuzun kendisinin yutan eleman olduğunu ve tüm varlıkları kapsadığını ve yuttuğuna*” yer vermiştir.

Soruya verilen cevabi tepki, Ö<sub>24</sub> kodlu öğretmenin; dönüştürülebilir veya aksiyomatik bir yaklaşım içinde olduğundan, *analitik kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, kavramlar arasında ilişkiler de kurduğundan, “ilişkisel yapıya” sahip olduğunu göstermektedir.

Sonuç itibarıyla, her iki öğretmenin, kanıt şemaları ve SOLO taksonomisinde sahip oldukları yapıların farklı olduğunu göstermektedir. Su halde bulunan sonuç, bizi, APOS teorisine göre, elde edilen algıların öğretmenlerin branşlarından/alanlarından kaynaklandığı sonucuna götürebilir. Çünkü daha önce de belirttiğimiz gibi, farklı disiplinler ve bilgi alanları, özünde benzer öğeler taşıyor olsalar da farklı duyuşsal ve bilişsel “pratikler” ürettiğinden, ilgili bireyin algı ve bilinç dünyasını da köklü bir şekilde etkilemekte, hatta şekillendirmektedir. Tespit edilen zemin, öteki şeyler yanında, ortak duyuşsal ve bilişsel “pratikler” üreten alanlarda faaliyet gösteren bireylerin “düşünce şemalarının” da benzer olduklarını ortaya koymuştur. Dolayısıyla bireylerin beslendikleri bilgi ve algı alanları hangi özgül niteliklere sahipse, bireyin zihin yapısı, algısı ve işleyişi de buna uygun düşen imge, kavram ve bilişsel öğelere sahiptir.

#### 4.13 Araştırmanın On Üçüncü Alt Problemi Olan “Sayılabilirlik Nedir?” Sorusuna Ait Bulgular

Bir kümedeki eleman sayısıyla Doğal Sayılar arasında birebir eşleme kurulabilme durumuna tekabül eden işleme, yani varlıkları doğrudan doğruya sayma işlemine *sayılabilirlik* denir. 19. yüzyılın sonlarına kadar matematikte farklı büyüklüklerde sonsuzların olabileceğinden şüphelenilmiyordu. Ancak, Alman matematikçi Georg Cantor'un reel sayıların sayılamayacağını ifade edip, Cantor'un adıyla anılan “diagonal yöntemi” ispatlamasının ardından matematikte farklı büyüklüklerde sonsuzlukların da var olduğu anlaşılmış oldu. Peki, iki sonsuz sayıyı karşılaştırmaktan anlaşılan şey nedir? (daha önceki tartışmalarımızda “sonsuz sayı” diye bir kavram olmadığını yukarıda göstermiştik, ancak, burada söz konusu olan şey, sonsuz elemanlı kümelerin eleman sayılarını doğrudan gösteren, sabit bir doğal sayı değil, kümenin yoğunluğunu temsil ettiğini varsaydığımız bir “simgesel kavram” olarak “sonsuz sayı” nitelemesi yapılmaktadır).

Örneğin, elimizde A ve B adlı iki sonsuz elemanlı küme (sonsuz küme) var ve bunların eleman sayılarına (yoğunluklarına) sırasıyla a ve b diyelim. Şayet A kümesinden B kümesine birebir bir fonksiyon tanımlanabiliyorsa buna  $a \geq b$  denir. Verilen tanım Seçim Aksiyomu'nun varsayıldığı durumlarda bize “sonsuz büyüklükler” arasında bir doğrusal sıralama fikri verir, yani kısaca, bütün sonsuzluklar birbiriyle, yoğunluk bakımından karşılaştırılabilir büyüklükler içerir. İşte, böyle bir durumda, sayılabilirlik en küçük sonsuz büyüklüğü ifade eder, ancak, bazı yazarlar sayılabilirliği aynı zamanda “ya doğrudan sonlu sayıda olan ya da sayılabilir sonsuz olan” şeklinde bir tanımlama kullanırlar. “Süreklilik Hipotezi” ise doğal sayılar kümesinin büyüklüğü ile reel sayılar kümesinin büyüklüğü arasında, *büyüklüğü farklı başka bir küme olmadığını* ifade eden, temel bir aksiyomdur ([www.turkcebilgi.com](http://www.turkcebilgi.com)).

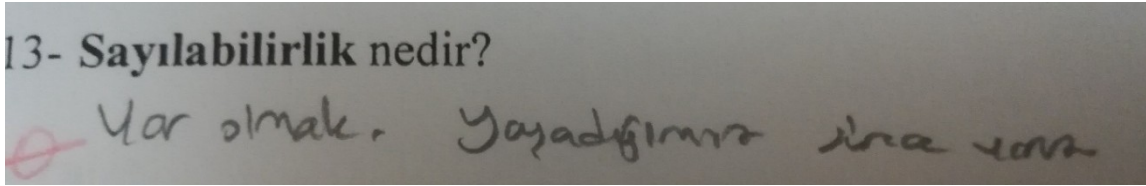
Literatür açısından dikkat çeken bir eksiklik de sonsuzluğun alt boyutlarından önemli bir yeri olan “sayılabilirlik” kavramına yeterince ilgi gösterilmemiş olmasıdır. Oysaki sayılabilirlik kavramı, özellikle küme teorisinde, farklı sonsuz kümelerin tespit edilmesi ve ortaya konması açısından önemli bir kavramsal araçtır (Aztekin, 2013). Sayılabilirlik, sayılabilir çoklukta olan varlıkların niceliklerini ya da yoğunluklarının durumunu sayısal olarak niteler. Örneğin 3 defter 5 kitap gibi.

Sayılabilirlik kavramına matematiksel bir tanım vermek gerekirse, belli nesnelere oluşan kümelerin elemanlarını  $\mathbb{N}^+$ 'nin bir alt kümesiyle birebir eşleme işlemine **sayılabilirlik** denir (Ünan ve Doğan, 2011).

Tablo 4,2'ye göre, on üçüncü soruya verilen cevapların ortalama oranı %68 düzeyindedir.

Saptanan %68'lik oran, %70 ideal düzeyin biraz altında olmakla birlikte, yüksek başarılı bir oran değildir. Tabloya göre 4 öğretmen soruya cevap verememiş, yani 0 puan almıştır. 13 öğretmen ise 1 puan almıştır. Buna göre, 2 puanın altında puan alan öğretmen sayısı 17 olduğundan bunların oranı  $17/74 = \%23$ 'tür. Öyleyse 2 ve daha çok puan alan öğretmen sayısı 57 olduğundan, arandığı oran %77 olarak ortaya çıkar. Yani soruya hiç değilseniz bir örnek vererek soru hakkında temel bir bilgi düzeyi yansıtan öğretmen oranı %77'dir. Araştırmamızda ortaya çıkan, en kötü cevaplardan biriyle en iyi cevaplardan birini görüntüleyelim:

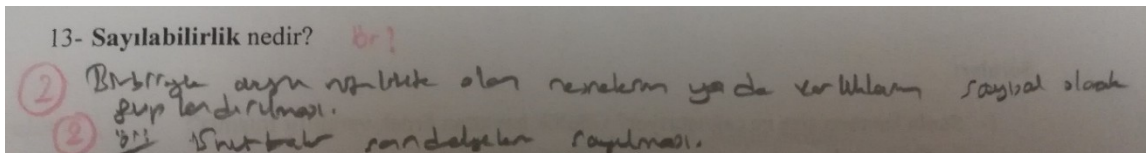
Ö<sub>63</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



“Var olmak. Yaşadığımız sürece varız.”

Varılan nokta, Ö<sub>63</sub> kodlu öğretmenin, sembollere, otoriteye veya alışkanlıklara dayalı bir yaklaşım içinde olduğundan, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, üzerinde çalışılan problemin tek bir yönüne odaklanıldığı için, “tek yönlü yapı”ya sahip olduğunu göstermektedir.

Ö<sub>39</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



Sayılabilirliği “birbiriyle aynı nitelikte olan nesnelere ya da varlıkların sayısal olarak gruplandırılması” olarak ifade etmiş ve sayılabilirliğe örnek olarak da “sınıftaki sandalyeleri” vermiştir.

Ö<sub>39</sub> kodlu öğretmenin; örneğe veya algılara dayalı bir kategori içinde olduğunu gösterdiğinden, *deneysel kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, soru, birden çok kavramla ilişkilendirildiği için, “çok yönlü” yapıya sahip olduğunu göstermektedir.

Her iki öğretmenin, kanıt şemaları ve SOLO taksonomisinde sahip oldukları yapıların farklı olduğu görülmektedir. Varılan sonuç ise, bizi, APOS teorisine göre, elde edilen algıların öğretmenlerin branşlarından/alanlarından kaynaklandığı sonucuna götürebilir. Çünkü daha önce de belirttiğimiz gibi, farklı disiplinler ve bilgi alanları, özünde benzer öğeler taşıyor olsalar da farklı duyuşsal ve bilişsel “pratikler” ürettiğinden, ilgili bireyin algı ve bilinç dünyasını da köklü bir şekilde etkilemekte, hatta şekillendirmektedir. Tespit edilen zemin, öteki şeyler yanında, ortak duyuşsal ve bilişsel “pratikler” üreten alanlarda faaliyet gösteren bireylerin “düşünce şemalarının” da benzer olduklarını ortaya koymuştur.

#### **4.14 Araştırmanın On Dördüncü Alt Problemi Olan “Sonlu Küme Nedir?” Sorusuna Ait Bulgular**

Matematiksel birkaç tanım: *Boş küme ya da sonlu bir dizinin sonlu elemanlarından oluşan değer kümesine “sonlu küme” denir* (Ünan ve Doğan, 2011).

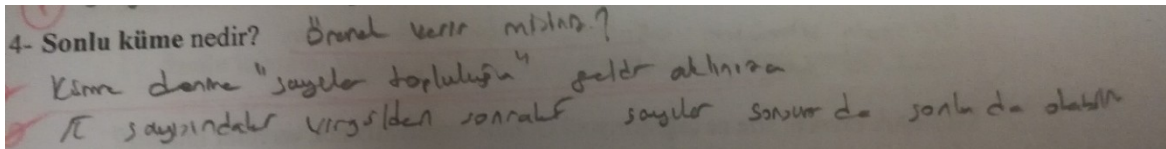
E bir küme olsun. Eğer  $E=\emptyset$  ya da bir  $n$  pozitif tamsayısı için  $I_n=\{1, 2, \dots, n\}$  den  $E$ 'ye bir örten fonksiyon tanımlanabiliyorsa, bu durumda  $E$ 'ye bir **sonlu küme** denir (Şenkon, 1993). Sunulan tanımlardan da anlaşılacağı üzere, *sonlu bir küme* eleman sayısı doğal sayı olan kümedir. Dedekind, *sonsuzluk kavramını fiili sonsuzluk* anlamında tarif etmek için sonsuz kümelerin temel özelliklerinden faydalanmıştır ve biri diğeri ile örtüşen iki sonlu küme benzeşiktir dedikten sonra, sonlu kümelerin var olduğunu ispatlamıştır. Cantor ise Dedekind'den farklı bir yol izlemiştir. Cantor, sonlu kümede bulunan eleman sayısını bilinen kabul etmiş, sonra sonlu küme kavramını sonsuz kümelere uyarlamış ve halen sonsuz olan, ayrıca artmaya da kabiliyeti olan bir sayı dizisi kavramına ulaşmıştır. Sonlu ötesi (transfinite) sayılar (a'dâd-ı mâba'de-t tenâhi: transfinite numbers) adını verdiği sayılar sayılardır ki, Cantor bunların özelliklerini keşfetmeye çalışmıştır (Takıcak, 2016). Matematiksel tanımlar “teknik tanım” alanına girdiği için araştırmada matematik öğretmenleri de dahil olmak üzere “sonlu küme” tanımını yapan tek bir öğretmen dahi bulunmamaktadır. Ama yine de günlük dilde kullanılan tanımlamalar, yani “ara tema” bağlamında yapılan tanımlamalar aslında teknik tanımlamaların doğal temelidir. Bu

nedenle, öğretmenler kendileri için sonlu kümenin anlamı için günlük tanımları kullanmışlardır.

Ana değerlendirme tablomuz olan Tablo 4.2'ye göre, on dördüncü soruya verilen cevapların ortalama oranı %61 düzeyindedir.

Saptanan %61'lik oran, genel oranımız olan %64'ün de altında kalan bir oran olduğundan, ortalamaı aşağı doğru çeken bir bileşen olarak nitelenebilir. Soru kolay olmasına rağmen verilen cevaplara bakıldığında, öğretmenlerde “teknik matematik” sorusu hissi uyandırdığı düşünülmektedir. Böyle olunca, soruya bir önyargıyla yaklaşımlar sezilmiştir. Tespitimiz, öğretmenlerimizin kendi branşlarının dışında matematikle temel düzeyde de olsa pek ilgilenmediklerini göstermektedir. Tablo 4.2'ye bakıldığında soruya hiç cevap veremeyen, yani sıfır puan alan öğretmen sayısı 8 (yaklaşık olarak  $8/74 \approx \%11$ )'dir. Oldukça kolay bir soruya öğretmenlerin %11'nin cevap verememesi düşündürücüdür. Tablo 4.2'de, 2 puanın altında puan alan öğretmen sayısı 21 (%28)'dir. Bundan şu sonuç çıkar ki, on dördüncü soruya öğretmenlerin %28'i cevap verememiştir. 3 veya 4 puan alan öğretmen sayısı 36'dır. Bunun oranı ise  $36/74 = \%49$ 'dur. Yani soruya “ortanın üzerinde”, “iyi” derecede başarılı cevap verenlerin oranı %49'dur. 4 tam puan alan öğretmen sayısı 23'tür. Bunun yüzdelik karşılığı da  $23/74 \approx \%32$ 'dir. Bunun anlamı, soruya en tam cevap veren öğretmenlerin oranının %32 bandında yer alıyor olmasıdır. Şimdi de en kötü ve en iyi cevaplardan oluşan iki öğretmenin verdikleri cevapları aşağıda görüntüleriyle birlikte paylaşalım.

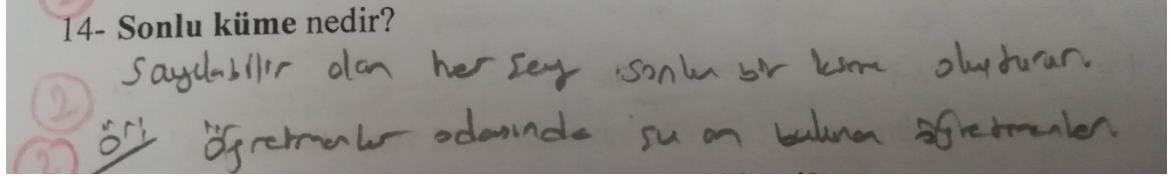
Ö<sub>18</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



Sonlu kümeyi “küme” ile açıklamaya çalışsa da kümeyi sadece sayı topluluğu olarak ifade etmiş örnek olarak da pi sayısının virgülden sonraki sayılarının sonlu olduğu şeklinde ifade etmiştir ki her iki ifadesi de yanlıştır.

Ö<sub>18</sub> kodlu öğretmenin; sembollere, otoriteye veya alışkanlıklara dayalı bir yaklaşım içinde olduğundan, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, sorulan soruya ilgisiz cevaplar verdiği için, “yapı öncesi” evreye sahip olduğunu göstermektedir.

Ö<sub>12</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



Ö<sub>12</sub> kodlu öğretmenin hem sonlu küme hem de sayılabilirlikle ilgili örneği doğrudur.

Ö<sub>12</sub> kodlu öğretmenin, örneğe veya algılara dayalı bir kategori içinde olduğunu gösterdiğinden, *deneyisel kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, birden çok kavramla karşılıklı ilişkilendirildiği için, “ilişkisel yapıya” sahip olduğunu göstermektedir.

Her iki öğretmenin kanıt şemalarının ve SOLO taksonomisinde sahip oldukları yapıların farklı olduğunu göstermektedir. Elde edilen sonuç, bizi, APOS teorisine göre, öğretmenlerin branşlarından/alanlarından kaynaklandığı sonucuna götürebilir. Çünkü farklı disiplinler ve bilgi alanları, özünde benzer öğeler taşıyor olsalar da farklı duyuşsal ve bilişsel pratikler ürettiğinden, ilgili bireyin algı ve bilinç dünyasını da köklü bir şekilde etkilemektedir. Tespit edilen zemin, öteki şeyler yanında, ortak duyuşsal ve bilişsel “pratikler” üreten alanlarda faaliyet gösteren bireylerin “düşünce şemalarının” neden benzer olduklarını da açıklayan, temel zemindir.

#### 4.15 Araştırmanın On Beşinci Alt Problemi Olan “Sonsuz Kümelerde Bire-Bir Eşleme Yapılabilir mi?” Sorusuna Ait Bulgular

Sonsuz iki küme arasında birebir eşleme yapılabilir. Çünkü sonsuz elemanlı iki kümenin karşılıklı elemanları arasında birebir eşleme yapmaya engel hiçbir şey yoktur. Örneğin:  $N$  kümesiyle  $Z$  kümesinin elemanları arasında birebir bir eşleme yapalım:

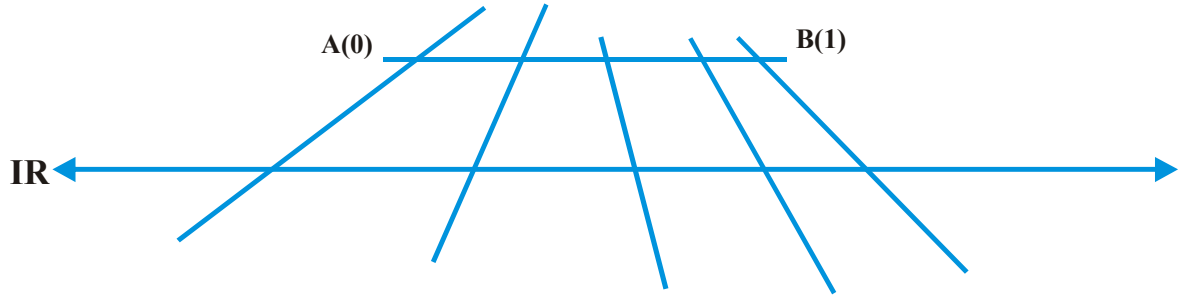
$$N=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$$

$$\uparrow \downarrow \uparrow \downarrow \uparrow \downarrow \uparrow \downarrow \uparrow \downarrow$$

$$Z=\{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, \dots\}$$

Her iki kümede de açıkta eleman kalmamaktadır. Ayrıca, her iki küme arasında birebir bir eşleme yapılabileceğini açıkça görmekteyiz. Benzer bir şekilde, örneğin, (0,1) aralığında bulunan gerçel sayılarla gerçel (reel) sayılar kümesi arasında da birebir bir eşleme yapılabilir. Çünkü her herhangi bir doğru parçasıyla, iki ucu da açık olan bir ışın arasında,

karşılıklı tüm noktalar arasında birebir eşleme yapılabilir. Bunu aşağıdaki şekilde somutlaştıralım.

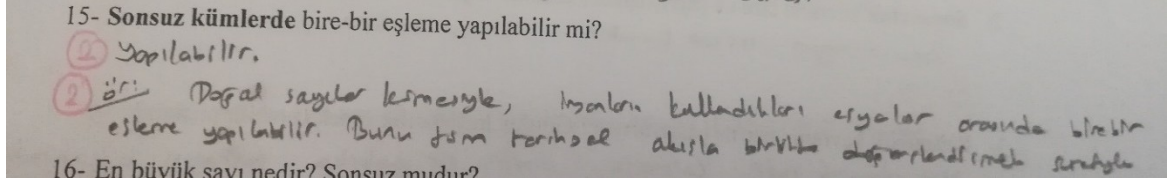


**Şekil 4.1:** (0,1) aralığı ile IR'nin birebir eşlenme diyagramı.

Şekil 4.1'de de görüldüğü gibi,  $]AB[$  doğru parçasıyla, yani (0,1) açık aralığıyla, IR kümesi (ışını) arasında bire-bir eşleme yapmayı engelleyecek hiçbir durum söz konusu değildir. Çünkü her iki doğru arasında birebir eşlenmeye engel olacak tek bir nokta gösterilemez. Bir başka deyişle,  $(0,1) \rightarrow IR$ 'ye tanımlanabilecek en az bir, bire-bir fonksiyon vardır. Buradan da Doğal Sayılar Kümesinden çok daha yoğun olan kümeler arasında da bire-bir eşleme yapılabileceği sonucu çıkar.

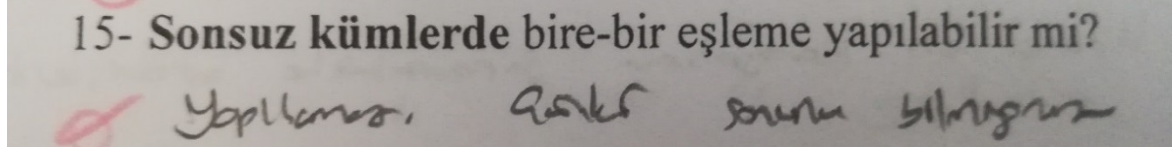
Değerlendirme tablosu 4.2'de verilen cevapların genel oranı %18 düzeyindedir. %18'lik oran oldukça düşük olmakla birlikte, tablonun da en düşük puanla sonuçlanan sorusudur. Yani 15.soru katılımcı öğretmenlerin ilk 16 soru içinde en çok zorlandıkları soru olarak karşımıza çıkmaktadır. Değerlendirme Tablosuna baktığımızda, soruya tam ve doğru cevap veren öğretmen sayısı 1'dir. Kodu verilen öğretmenimizin soruya verdiği cevap oldukça yaratıcı ve soyutlama düzeyi de yüksektir. Aşağıda,  $\ddot{O}_{21}$  öğretmenin verdiği cevap görüntülenmiştir.  $\ddot{O}_{21}$  kodlu öğretmenin branşı biyoloji olup, ne matematik ne de felsefedir. Hatta tabloya baktığımızda araştırmaya katılan 3 matematik öğretmenin hiçbiri soruyu doğru cevaplayamamıştır. 23 öğretmen 2'şer puan, 2 öğretmen de 1'er puan almıştır. Ortalama puan alan 23 öğretmenin yüzdelik düzeyi  $23/74 = \%31$ 'dir ve oldukça düşük bir orandır. Tam puan alan 1 kişi olduğuna göre, bunun oranı ise  $1/74 = \%1,4$  olup çok çok düşüktür. Soruya tam ve yaratıcı bir cevap veren  $\ddot{O}_{21}$  kodlu öğretmenin verdiği cevap:





Ö<sub>21</sub> kod adlı öğretmen sonsuz kümelerde 1-1 eşleme yapılabildiğini belirtmiş ve örnek olarak da doğal sayılar kümesiyle insanların kullandıkları eşyalar arasında birebir eşleme yapılabileceğini örneklemiştir. Elde edilen bilgi, Ö<sub>21</sub> kodlu öğretmenin; dönüştürülebilir veya aksiyomatik bir yaklaşım içinde olduğundan, *analitik kanıt şemasına*; SOLO taksonomisinde ise, soruya verilen yanıtta yaratıcı ve özgün bir yaklaşım sergilendiği için, *soyutlanmış yapıya* sahip olduğu görülmektedir.

Ö<sub>3</sub> kodlu matematik öğretmenin verdiği cevap:



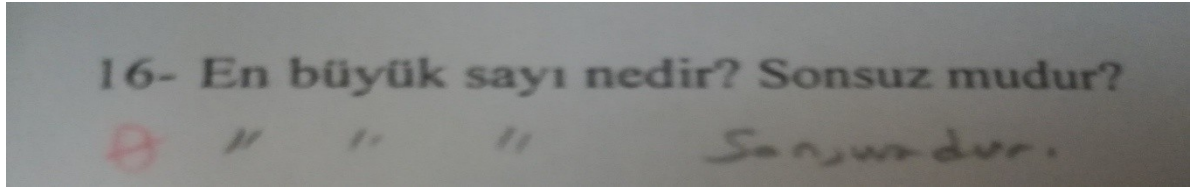
Ö<sub>3</sub> kodlu öğretmenin sonsuz kümelerde birebir eşleme yapılamayacağını, çünkü sonunu bilmediğini ifade etmiştir. Katılımcı 1-1 eşleme kavramının yalnızca sonlu kümelerde düşündüğünden bahsi geçen hataya düşmüştür. Oysaki sonsuz elemanlı kümeler arasında da birebir eşleme yapılabilir.

Ö<sub>3</sub> kodlu öğretmen; otoriteye veya alışkanlıklara dayalı bir yaklaşım içinde olduğundan, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, sorulan soruya ilgisiz cevaplar verdiği için, “yapı öncesi” evreye sahip olduğu görülmektedir.

Her iki öğretmenin kanıt şemalarının ve SOLO taksonomisinde sahip oldukları yapıların farklı olduğunu göstermektedir. Ulaşılan itiyadi sonuç, bizi, APOS teorisine göre, elde edilen algıların öğretmenlerin branşlarından/alanlarından kaynaklandığı sonucuna götürebilir. Çünkü daha önce de belirttiğimiz gibi, farklı disiplinler ve bilgi alanları, özünde benzer öğeler taşıyor görünseler de farklı duyuşsal ve bilişsel “pratikler” ürettiklerinden, ilgili bireyin algı ve bilinç dünyasını da köklü bir şekilde etkilemekte, hatta şekillendirmektedir. Tespit edilen zemin, öteki şeyler yanında, ortak duyuşsal ve bilişsel “pratikler” üreten alanlarda faaliyet gösteren bireylerin “düşünce şemalarının” neden benzer olduklarını da açıklayan, temel edimsel zemindir.

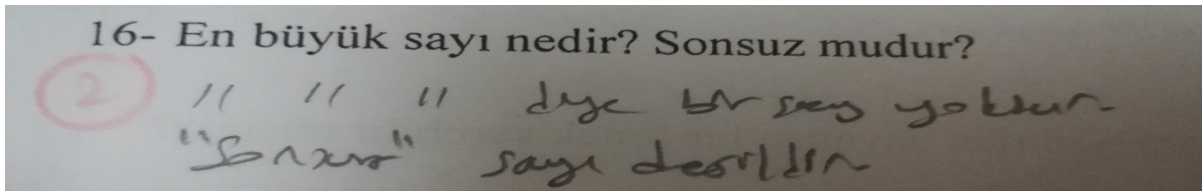
#### 4.16 Araştırmanın On Altıncı Alt Problemi Olan “En Büyük Sayı Nedir? Sonsuz Mudur?” Sorusuna Ait Bulgular

“Sonsuz” bir reel (gerçel) sayı değildir, “sonsuz ölçülemez” (Öztürk, 2017) ve en “büyük sayı” diye bir şey de söz konusu olamaz. Çünkü her sayıdan daha büyük bir reel sayı daima vardır. Tespit açıktır. Buna göre “en büyük sayı” yoktur. Sonsuz da zaten bir sayı değildir. Değerlendirme tablosu 4.2’de verilen cevapların genel cevaplanma oranı %35 dir. %35’lik oran, araştırmamızın ortaya koyduğu sonsuzluk algısının genel oranı olan %64’ün çok çok altında kaldığından, genel ortalamayı düşürmekte olup on altıncı maddeye ilişkin algı düzeyi çok düşüktür. Tabloyu incelediğimizde 2 puandan yukarı bir puan alan tek bir öğretmen dahi yoktur. 2 puan alan öğretmen sayısı 17, 1 puan 18 ve 0 puan alan öğretmen sayısı 39’dur. Öğretmenlerin %53’ü soru hakkında fikre sahip değildir. Diğer yandan, öğretmenlerin  $17/74=23\%$ ’ü de soru hakkında orta düzeyde bir fikre sahiptir. Katılımcı öğretmenlerden soruya verilen en olumsuz ve en olumlu iki cevabın görüntüsünü paylaşalım: Ö<sub>74</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



Ö<sub>74</sub> kodlu öğretmenin en büyük sayının olduğunu ve bunun da sonsuz olduğunu belirtmiştir. Ö<sub>74</sub> kodlu öğretmenin; sembollere, otoriteye veya alışkanlıklara dayalı bir yaklaşım içinde olduğundan, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, üzerinde çalışılan problemin tek bir yönüne odaklanıldığı için, “tek yönlü yapı”ya sahip olduğunu göstermektedir.

Ö<sub>1</sub> kodlu öğretmenin verdiği cevap:



Ö<sub>1</sub> kodlu öğretme “en büyük sayı olmadığını ve sonsuzun sayı olmadığını ifade etmiştir.

Ö<sub>1</sub> kodlu öğretmenin; sembollere, otoriteye veya alışkanlıklara dayalı bir yaklaşım içinde olduğundan, *dışsal kanıt şemasına* ve SOLO taksonomisinde ise, soyutlama yapıldığından *soyutlanmış yapıya* sahip olduğu görülmektedir.

Her iki öğretmenin kanıt şemalarının ortak olduğu görülmekte olup SOLO taksonomisinde sahip oldukları yapılar farklıdır. Elde edilen sonuç, bizi, APOS teorisine göre, öğretmenlerin branşlarından/alanlarından kaynaklandığı sonucuna götürebilir. Çünkü farklı disiplinler ve bilgi alanları, özünde benzer öğeler taşıyor olsalar da farklı duyuşsal ve bilişsel pratikler ürettiğinden, ilgili bireyin algı ve bilinç dünyasını da köklü bir şekilde etkilemektedir. Tespit edilen zemin, öteki şeyler yanında, ortak duyuşsal ve bilişsel “pratikler” üreten alanlarda faaliyet gösteren bireylerin “düşünce şemalarının” neden birbirlerine benzer olduklarını da açıklayan, temel zemindir.

**4.17 Araştırmanın On Yedinci Alt Problemi Olan; a)  $0 \cdot \infty = ?$  b)  $\frac{\infty}{\infty} = ?$  c)  $\frac{0}{0} = ?$  d)  $1^\infty = ?$  e)  $\infty^0 = ?$  f)  $\frac{a}{0} = ? (a \neq 0)$  İfadelerinin Eşitleri Nedir?” Sorusuna Ait**

#### **Bulgular**

Sorulara verilecek cevaplar: “ $0 \cdot \infty =$  Belirsiz.  $\frac{\infty}{\infty} =$  Belirsiz.  $\frac{0}{0} =$  Belirsiz.  $1^\infty =$  Belirsiz.  $\infty^0 =$  Belirsiz.  $\frac{a}{0} = (a \neq 0)$  Tanımsız.” şeklinde olmalıdır. Verilen cevaplar incelendiğinde birçok öğretmenin söz konusu ifadelerin değerini bulamadıkları tespit edilmiştir.  $\infty^0 = belirsiz$  dir ifadesi sadece 3 matematik öğretmeni (Ö<sub>1</sub>, Ö<sub>2</sub>, Ö<sub>3</sub>) tarafından doğru cevaplanmış olup diğer tüm katılımcılar yanlış cevaplamıştır. Diğer yandan  $\frac{0}{0} = ?$  ifadesinin cevabının belirsizlik olduğu 1 Edebiyat (Ö<sub>7</sub>) ve 1 Kimya öğretmeni (Ö<sub>17</sub>) tarafından doğru cevaplanmıştır. Ancak, sadece matematik öğretmenlerinin branş bazında %78 oranında ifadenin değerini doğru cevapladıkları görülmüştür. Matematik öğretmenleri hariç diğer branş öğretmenlerine baktığımızda ise Kimya öğretmenleri, Fizik öğretmenleri, Din Kültürü öğretmenlerinin ortalamalarının diğer branşlara göre yüksek olduğu görülmektedir. Katılımcı öğretmenlerimizin içinden, yalnızca f maddesinde yer alan,  $\frac{a}{0} = (a \neq 0)$  sorusuna 12 öğretmen, ifadenin doğru cevabına ulaşmış ancak, diğer öğretmenler ifadenin doğru cevabına ulaşamamıştır.

**Tablo 4.5:** 17. sorunun cevaplarına ait puan dağılımları

ÖĞRETMEN NO	CİNSİYETİ	YAŞ	KIDEM	BRANŞ	17.SORU(a)	17.SORU(b)	17.SORU(c)	17.SORU(d)	17.SORU(e)	17.SORU(f)	TOPLAM	ORTALAMALAR	YÜZDELER	GRUPLAR
1	K	50	22	MATEMATİK	1	1	1	1	0	1	5	0,833333333	83%	
2	K	54	28	MATEMATİK	1	1	1	1	0	1	5	0,833333333	83%	78%
3	K	42	18	MATEMATİK	1	1	1	0	0	1	4	0,666666667	67%	
4	K	44	22	EDEBİYAT	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
5	K	40	19	EDEBİYAT	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
6	K	39	13	EDEBİYAT	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	6%
7	E	60	38	EDEBİYAT	0	0	1	0	0	0	1	0,166666667	17%	
8	E	42	18	EDEBİYAT	0	0	0	0	0	1	1	0,166666667	17%	
9	K	38	9	EDEBİYAT	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
10	K	50	28	TARİH	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
11	E	52	27	TARİH	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	0%
12	E	55	34	TARİH	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
13	K	47	23	COĞRAFYA	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
14	K	46	23	FELSEFE	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
15	K	48	23	FİZİK	0	1	0	0	0	1	2	0,333333333	33%	17%
16	E	59	33	FİZİK	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
17	K	56	29	KİMYA	0	1	1	0	1	0	3	0,5	50%	
18	K	51	31	KİMYA	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	22%
19	E	54	32	KİMYA	0	0	0	0	0	1	1	0,166666667	17%	
20	K	44	18	BİYOLOJİ	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
21	K	47	26	BİYOLOJİ	0	0	0	0	0	1	1	0,166666667	17%	11%
22	E	52	28	BİYOLOJİ	0	0	0	0	1	0	1	0,166666667	17%	
23	E	65	37	DİN KÜL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
24	E	51	26	DİN KÜL.	0	0	0	0	1	1	2	0,333333333	33%	17%
25	K	41	19	İNGİLİZCE	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
26	K	35	12	İNGİLİZCE	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
27	K	40	18	İNGİLİZCE	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	0%
28	K	53	31	İNGİLİZCE	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
29	E	47	22	BEDEN EĞT.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
30	E	45	22	BEDEN EĞT.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	0%
31	K	46	21	MÜZİK	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
32	E	50	25	TESİSAT TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
33	E	48	26	TESİSAT TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
34	E	48	26	TESİSAT TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	6%
35	E	52	28	TESİSAT TEK.	0	0	0	0	0	1	1	0,166666667	17%	
36	E	48	23	TESİSAT TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
37	E	45	22	TESİSAT TEK.	0	0	0	0	0	1	1	0,166666667	17%	
38	E	43	16	BİLİŞİM TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
39	E	38	14	BİLİŞİM TEK.	0	0	0	0	0	1	1	0,166666667	17%	6%

Tablo 4.5: (devam)

ÖĞRETMEN NO	CİNSİYETİ	YAŞ	KIDEM	BRANŞ	17.SORU(a)	17.SORU(b)	17.SORU(c)	17.SORU(d)	17.SORU(e)	17.SORU(f)	TOPLAM	ORTALAMALAR	YÜZDELER	GRUPLAR
40	K	47	23	BİLİŞİM TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
41	E	46	24	ELEKTRİK TEK.	0	0	0	0	0	1	1	0,166666667	17%	
42	E	47	26	ELEKTRİK TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
43	E	50	29	ELEKTRİK TEK.	0	0	0	0	0	1	1	0,166666667	17%	
44	K	44	24	ELEKTRİK TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	4%
45	E	57	33	ELEKTRİK TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
46	E	60	38	ELEKTRİK TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
47	E	45	23	ELEKTRİK TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
48	E	50	29	ELEKTRİK TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
49	E	55	30	MAKİNE TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
50	E	58	38	MAKİNE TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
51	E	58	38	MAKİNE TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
52	E	53	32	MAKİNE TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
53	E	47	21	MAKİNE TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	0%
54	E	49	27	MAKİNE TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
55	E	55	30	MAKİNE TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
56	E	43	21	MAKİNE TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
57	E	43	20	MAKİNE TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
58	E	63	40	İNŞAAT TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
59	E	53	27	İNŞAAT TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
60	E	51	28	İNŞAAT TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
61	E	53	28	İNŞAAT TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
62	E	56	34	İNŞAAT TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	0%
63	E	56	30	İNŞAAT TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
64	E	52	30	İNŞAAT TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
65	E	49	28	İNŞAAT TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
66	E	52	30	İNŞAAT TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
67	K	53	27	İNŞAAT TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
68	E	55	33	METALURJİ TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
69	E	52	28	METALURJİ TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
70	E	53	31	METALURJİ TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
71	E	57	35	METALURJİ TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	0%
72	E	53	29	METALURJİ TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
73	E	53	28	METALURJİ TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
74	E	52	26	METALURJİ TEK.	0	0	0	0	0	0	0	0	0%	
TOPLAM					3	5	5	2	3	13	31	5,166666666	519%	11%
BİREYSEL ORTALAMALAR					0,0405	0,6756	0,6756	0,027	0,0405	0,1756	0,4189	0,0698	7%	
YÜZDELER					4%	7%	7%	3%	4%	18%	42%	7%	7%	

17. sorunun bir bütün olarak analizinde, a, b, c, d, e, f maddelerine verilen cevapların doğruluk değerlerinin genel ortalamasının %11 gibi çok düşük bir seviyede kaldığını görmekteyiz (Tablo 4.5). Bunun temel nedeni, 17. soruya özel soruların teknik matematik olarak algılanması olabilir. Geldiğimiz noktadaki izlenim, görüşmeci öğretmenlerin görüşme sırasında sorulara verdikleri tepkilerden de görülmüş ve sezilmiştir.

Tablo 4.5'te en düşük oran % 3'le (d) maddesi olurken, en yüksek oran da (f) maddesi olup %18'dir. En düşük oran olan (d) maddesinin analizinde, 3 matematik öğretmeninden ancak 2'si soruya doğru cevap verebilmiş, geriye kalan öğretmenlerin hiçbiri soruya doğru cevap verememiştir. En yüksek oran olan (f) maddesinin analizinde şunları görmekteyiz: soruya verilen yanıtın matematik öğretmenlerinin tamamında (3 kişi); edebiyat öğretmenlerinin birinde, fizik öğretmenlerinin birinde; kimya öğretmenlerinin birinde; biyoloji öğretmenlerinin birinde; Din kültürü ve ahlak bilgisi öğretmenlerinin birinde; tesisat teknolojisi öğretmenlerinin ikisinde; bilişim teknolojisi öğretmenlerinin birinde; elektrik teknolojisi öğretmenlerinin ikisinde; doğru olduğu tespit edilmiştir. Toplam 13 öğretmen (f) maddesindeki soruya doğru doğru cevap vermiş, kalan  $74-13=61$  öğretmen yanlış cevap vermiştir.

17. sorunun analizinde, cinsiyet ve kıdem bazında değerlendirme yapabileceğimiz bir tablo bulunmamaktadır.

Branş (grup) bazındaki değerlendirmelerini yaptığımızda da aşağıdaki tablo meydana gelmiştir:

**Tablo 4.6:** Grup bazında başarı oranları

	17/a	17/b	17/c	17/d	17/e	17/f	ORT.
Matematik	100%	100%	100%	66,60%	0%	100%	78%
Edebiyat	0%	0%	17%	0%	0%	17%	6%
Tarih	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Fizik	0%	50%	0%	0%	0%	50%	17%
Kimya	0%	33%	33%	0%	33%	33%	22%
Biyoloji	0%	0%	0%	0%	33%	33%	11%
Din kül.	0%	0%	0%	0%	0%	50%	8%
İngilizce	0%	0%	0%	0%	50%	0%	8%

**Tablo 4.6:** (devam)

	17/a	17/b	17/c	17/d	17/e	17/f	ORT.
Beden eğt.	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Tesisat tek.	0%	0%	0%	0%	0%	33%	6%
Bilişim tek.	0%	0%	0%	0%	0%	33%	6%
Elektrik tek.	0%	0%	0%	0%	0%	25%	4%
Makine tek.	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
İnşaat tek.	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Metalurji tek.	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Gruplar Ort.	7%	12%	10%	4%	8%	25%	11%

Tablo 4.6'da görüldüğü gibi, matematik öğretmenleri grubu hariç sorular yeterli düzeyde cevaplanamamıştır. Matematik öğretmenleri grubunun ortalaması %78 ve kimya grubu öğretmenlerinin ortalaması %22, fizik grubu öğretmenlerinin ortalaması %17, biyoloji grubu öğretmenlerinin ortalaması %11 bandında kalmıştır. İlginç olarak din kültürü grubu öğretmenleri ve İngilizce grubu öğretmenlerinin ortalaması %8 dir. Tesisat grubu öğretmenleri, edebiyat grubu öğretmenleri ve İngilizce grubu öğretmenlerinin ortalaması %6'dır.

#### 4.18 Ortaöğretim Öğretmenlerinin “Branş Bazında Aldıkları Puan Ortalamaları Nedir?” Alt Problemine Ait Bulgular Nelerdir?

**Tablo 4.7:** Branşlara göre öğretmen sayıları ve başarı oranları.

Branş	Öğretmen Sayısı	Başarı Oranı
Biyoloji Öğretmenleri	3	%79
Matematik Öğretmenleri	3	%71
Metalurji Teknolojileri Öğretmenleri	7	%70
Kimya Öğretmenleri	3	%69
Tesisat Teknolojileri Öğretmenleri	6	%68
Edebiyat Öğretmenleri	6	%66
Fizik Öğretmenleri	2	%65
Elektrik Teknolojileri Öğretmenleri	8	%65
İnşaat Teknolojileri Öğretmenleri	10	%65
Tarih Öğretmenleri	3	%60

**Tablo 4.7:** (devam)

Branş	Öğretmen Sayısı	Başarı Oranı
İngilizce Öğretmenleri	4	%59
Beden Eğitimi Öğretmenleri	2	%59
Bilişim Teknolojileri Öğretmenleri	3	%59
Din Kültürü ve Ahlak Bilgisi Öğretmenleri	2	%56
Makine Teknolojileri Öğretmenleri	9	%55
Biyoloji Öğretmenleri	3	%79
Matematik Öğretmenleri	3	%71
Metalurji Teknolojileri Öğretmenleri	7	%70
Kimya Öğretmenleri	3	%69
Tesisat Teknolojileri Öğretmenleri	6	%68
Edebiyat Öğretmenleri	6	%66
Fizik Öğretmenleri	2	%65
Elektrik Teknolojileri Öğretmenleri	8	%65
İnşaat Teknolojileri Öğretmenleri	10	%65
Tarih Öğretmenleri	3	%60
İngilizce Öğretmenleri	4	%59
Beden Eğitimi Öğretmenleri	2	%59
Bilişim Teknolojileri Öğretmenleri	3	%59
Din Kültürü ve Ahlak Bilgisi Öğretmenleri	2	%56
Makine Teknolojileri Öğretmenleri	9	%55

Grupların (zümrelerin) içindeki öğretmen sayıları farklı olduğundan grup değerlendirmesi çok sağlıklı olmamakla birlikte başarı oranları hesaplanmıştır. Buna göre en yüksek oran %79'la Biyoloji grubuna sahipken ikiciliği %71'le matematik grubu almıştır. En düşük grup başarı oranı da %55'le Makine teknolojileri grubu olmuştur.



#### 4.19 Ortaöğretim Öğretmenlerinin “Cinsiyet Bazında Aldıkları Puan Ortalamaları Nedir?” Alt Problemine Ait Bulgular Nelerdir?

**Tablo 4.8:** Öğretmenlerin cinsiyeti, sayısı ve başarı oranları.

Öğretmenin Cinsiyeti	Sayısı	Başarı oranı
Kadın	23 kişi	%66
Erkek	51 kişi	%63
<b>Toplam</b>	74 kişi	%64

Araştırmamıza konu olan 74 öğretmenimizin 23’ü kadın ve 51’i de erkektir. Kadın öğretmenlerin kendi aralarındaki başarı oranı %66 ve erkek öğretmenlerin kendi aralarındaki başarı oranı %63 olarak bulunmuştur. Her iki oranın birbirine yakın olması, bizi, öğretmenlerin *cinsiyet farklarının, araştırma sonuçlarını etkilemediği sonucuna götürebilir*. Bununla birlikte, insan bilincinin varlık tarzı, cinsiyet olgusuna bağlı bir cevher içermemektedir. Yani “kadın bilinci” “erkek bilinci” diye iki ayrı nitelikte insan bilinci yoktur. Yani var olan bilinç, cinsiyetsiz insan bilincidir. Gelinek nokta, günümüzde toplumsal cinsiyet sosyolojisinin artık üzerinde durmaya ihtiyaç bile duymadığı bir hakikattir. Ancak, bir bilimsel araştırma kadın bilincinin geriden geldiğini iddia ediyorsa, bunun kaynağı, olsa olsa o alanda kadın bilincinin yeterli toplumsal pratiklere sahip olmadığıdır, kadının “geri” olan bilincinden değil.

Aktüel kullanımıyla “toplumsal cinsiyet” ilk defa, “cinse dayalı” ayrımların aslında toplumsal ve kültürel olduğunda ısrar eden, feminist Amerikalılar arasında ortaya çıkmış olduğu görünüyor. Feminizm kavramı, özünde, “cins” ya da “cinsel farklılık” gibi kavramların kullanımında işaret edilen “biyolojik belirlenimciliğin” reddini ifade etmiştir. “Toplumsal cinsiyet” kavramı, bununla birlikte, dişillik normatifleşen tanımlarının toplumsal yönünü de vurgulamıştır. Kadın araştırmalarının çok kısıtlı ve ayrışık tarzda kadınlara odaklanmasından kaygı duyanlar, “toplumsal cinsiyet” kavramını, çözümlemeli sözcük dağarcığımızla ilişkilendiren bir kavram olarak sunmak için kullandılar (Scott, 2010). Böyle bir görüşe göre, kadınlar ve erkekler, toplumsal ilişkiler bağlamında, birbirlerine göre tanımlanmıştı ve herhangi birinin tamamen bağımsız ve fiilen yalıtılmış olarak yürütülen bir çalışmayla kavranması imkânsızdı. İşte buradan da görüldüğü gibi, “kadın öğretmen”, “erkek öğretmen” şeklinde anlamlı bir bölünmenin ve “şeyleştirilenin” mümkün olmadığı görülmektedir.

#### **4.20 Ortaöğretim Öğretmenlerinin “Kıdem Bazında Aldıkları Puan Ortalamaları Nedir?” Alt Problemine Ait Bulgular Nelerdir?**

Yöntem bölümünde öğretmenlerin kıdem yılları, cinsiyetleri verilmişti (Tablo 3.1 ve Tablo 3.3). Öğretmenlerin 63 tanesinin (47 erkek, 16 kadın) kıdemlerinin 20 yıl ve üzeri olduğu ve yaş aralığının da 50'nin üzerinde olduğu görülmektedir. Bu çalışma da özellikle deneyimli öğretmenlerin konu ile ilgili görüşlerinin belirlenmesi bağlamında önem taşımakta ve ilginç sonuçlar vermektedir.

## 5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde, elde edilen bulgular sonucunda tartışma, sonuçlar ve önerilere yer verilmiştir. Öğretmenlerin başta matematik ve fen bilimleri alanlarında birbirlerine çeşitli noktalarda ve bağlamlarda sık sık karıştırılan “tanımsızlık”, “belirlilik”, “belirsizlik”, “sonsuzluk”, “sınırlılık”, “sınırsızlık”, “sonsuz küçük”, “sonsuz büyük”, “sonlu küme”, “sonsuz küme” ve “sayılabilirlik” kavramlarına ilişkin cevapları incelenmiştir. Sonsuzluk algısıyla ilgili olarak, söz konusu kavramların tanımlarını ve bu kavramları simgesel olarak temsil eden karakterlerin gösterimlerini, “sonsuz”la ilişkili olabildikleri düzeye kadar, bağımlı ya da özerk kavram yapısı biçiminde, öğretmenlerin algı ve görüşleri “üzerinde” durulmuştur.

Sonsuzluk mefhumuna ait bulunan, öğretmen algıları ve ifadeleri incelendiğinde, öğretmenlerin azınlıkta olan bir kısmının sonsuzluk kavramını “sembol, sonsuz elemanlardan oluşan küme” gibi, nesne (obje, “şey”) olarak, kalan öğretmenlerin de olguyu bir “süreç” olarak açığa vurdukları tespit edilmiştir. Saptanmış bulunan oran, araştırmamızın ikinci maddesinde de görüldüğü gibi, %78 düzeyindedir (Tablo 4.2). Yani katılımcı öğretmenlerin %78’i sonsuz kavramını bir “süreç” olarak gördükleri, geriye kalanlar ise (%22) bir obje(nesne) tarzında algıya sahip oldukları görülmüştür.

Tall & Schwarzenberger (1978) çalışmalarında, sonsuzluğu bir nesne (simge, çok büyük bir sayı simgesi anlamında) olarak algılayan öğrencilerin varlığına işaret etmişlerdir. Buna paralel bir şekilde, elde edilen sonuç, Maria vd. (2009)’nin yaptıkları çalışmanın sonuçlarıyla da benzerlikler arz etmektedir. Maria ve diğerleri, öğretmenlerin %27,9’unun sonsuzluk(ebediyet) mefhumunu bir “obje” olarak algıladıkları, kalan öğretmenlerin %72,1’inin de kavramı bir “süreç” olarak algıladıklarını tespit etmişlerdir. Yapılan bir başka araştırmada da ortaokul öğrencilerinin sonsuzluk kavramını “sonu gelmeyen”, “bitmeyen/bitimsiz” ve “devam eden” bir süreç olarak algıladıkları tespit altına alınmıştır (Bozkuş, Toluk-Uçar, & Çetin, 2015).

Sonsuzluğu ifade ve sembolize eden gösterimlere ait bulgular incelendiğinde, ulaşılan önemli sonuçlardan biri, öğretmenlerin çoğunun sonsuzluğu temsil eden gösterimleri tanımasıdır. Özellikle de hemen bütün öğretmenler, “ $\infty$ ” gösteriminin(sembolünün) “sonsuz” olduğunu tanımış ve bilmişlerdir. Sonsuzluğu temsil eden diğer gösterimlerde hatalı cevap veren öğretmenlerden bazıları, “sonsuz” kavramı yerine “belirsiz” ya da

*işlemsel sonuç olarak “1” cevabını vermişlerdir. Literatürde de örneğin, öğretmen adaylarının sonsuzluk kavramı yerine “belirsizliği” kullandıklarına ilişkin saptamayı temsil eden çalışmalara rastlamak olasıdır (Çelik ve Akşan, 2013; Kanbolat, 2010). Öğretmenlerin, işaret ettikleri gösterimlerin neden sonsuzluk kavramını temsil ettiğine ilişkin gerekçeleri incelendiğinde, çoğu öğretmen, sonsuzluğun büyüklüğüne vurgu yapmışlardır. Örneğin  $(\infty-1)$  ifadesinde sonsuzun büyüklüğünden dolayı 1’in etki etmediğini, yani sonsuz büyüklüğün yanında sabit bir büyüklüğün (burada “1” sayısının) “yutulduğunu” ifade etmişlerdir.*

Belirsizliğin tanımı ile ilgili bulgular dikkate alındığında, öğretmenlerin çoğunun belirsizliği “belirsiz değer” olarak algıladıkları ortaya çıkmıştır. Belirsizlik kavramını temsil eden gösterimler ele alındığında matematik öğretmenleri hariç, diğer öğretmenler öğretmenlerin  $0 \cdot \infty = ?$ ,  $\frac{\infty}{\infty} = ?$ ,  $\frac{0}{0} = ?$ ,  $1^\infty = ?$ ,  $\infty^0 = ?$ ,  $\frac{a}{0} = ?$  ( $a \neq 0$ ) gösterimlerinin tamamını tanımada ve cevaplamakta zorlandıkları tespit edilmiştir. Bunun sebebi olarak, öğretmenlerin branş farklılıkları ve mesleki pratikleri olduğu görülmüştür. Yanlış ya da hatalı yanıt veren öğretmenlerin ifadeleri incelendiğinde, çarpıcı bulunan sonuçlardan biri, araştırmaya konu olan öğretmenlerin “belirsizlik” kavramı yerine “sonsuzluk” veya “tanımsızlık” kavramlarını ikame ettikleridir. Kanbolat (2010) çalışmasında, bahsi geçen üç kavramın birbirilerinin yerlerine gelişigüzel kullanıldığını açığa çıkarmıştır. Benzer biçimde Jaffar ve Dindyal (2011) araştırmalarında, öğrencilerin “0/0” belirsizliğini, “tanımsız” olarak ifade ettiklerini belirtmişlerdir. Öğretmenlerin, belirsizliği “tanımsız” olarak nitelendirmelerinin nedenlerinden başlıcası, kavramların iyice karanmaması olmakla beraber, tanımsız değerde paydanın “sıfır” olması olabilir. Çünkü paydada sıfır olması, bölme işleminin neticelendirilememesine neden olmaktadır. Gerçekten de örneğin, Nair (2010), çalışmasında öğrencilerin  $b/0$  ( $b \neq 0$ ) ve  $0/0$  ifadelerinin değerlerine (sonuçlarına) “benzer” anlam atfettiklerini belirtmiştir. Sonsuz ile tanımsız kavramlarının eş anlamlı olarak kullanılmasının nedenlerinden biri de öğretmenlerin derslerinde, pedagojik bir hiyerarşi sonucu,  $a/0$  ifadesini ortaokulda “tanımsız”, lisede “sonsuz” olarak nitelendirmeleri olabilir. Bu yüzden, pedagojik sınırlar ve koşullar altında bulunan öğretmenler ve okul ders kitapları “ $\infty = \text{tanımsız}$ ” olarak nitelendirmekte ve eş değerli kavramlar olarak kullanılmaktadırlar.

Literatürdeki çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin sonsuzluk kavramı ile ilgili algılarının tutarsız olduğu ve yaş ilerledikçe geliştiği görülmektedir. Diğer yandan öğrencilerin

sonsuzluk kavramı ile ilgili sezgisel algılarının yaşa göre değişmediğini fakat formal sonsuzluk kavramı ile ilgili algılarının yaşla değiştiği sonucuna ulaşılmıştır. O nedenle, kıdem ve yaş arttıkça öğretmenlerin de sonsuzlukla ilgili sezgisel algılarının arttığı sonucuna ulaşılmıştır.

## 5.1 Sonuç

Çalışmanın çarpıcı sonuçlarından bir diğeri de bazı öğretmenlerin “sonsuzu” sayısal (skaler) bir büyüklük olarak algılamalarıdır. Çünkü elde edilen bulgulara bakıldığında, bazı öğretmenler “sayılar” için geçerli olan işlem kurallarını (örneğin,  $2^0=1$ ’den  $\infty^0=1$ ;  $0.2=0$ ’dan  $0.\infty=0$ ;  $1^{250}=1$ ’den  $1^\infty=1$ ) şeklinde yüzeysel bir “geçiş mantığına” kapılarak “sonsuzu” doğrudan skaler(sayı) olarak ele almışlar ve ona sayı muamelesi uygulamışlardır. Literatürde de işaret edilen sonuçlara paralel bulgulara rastlayan çalışmalar görmek olasıdır (Çelik ve Akşan, 2013; Monaghan, 1986; Nesin, 2002; Özmantar, 2013; Singer ve Voica, 2003). Sonsuzun sayı olarak algılanmasının sebebi, öğretmenlerin çoğunun sonsuzu nesne (sembol vb.) olarak algılamaları gösterilebilir. Nesin (2002) de benzer şekilde, yanlışlıkla sayı olarak nitelenen “sonsuz”un, tıpkı bir sayı gibi düşünülmesinin nedenini sonsuzun *sembolik biçiminden* kaynaklandığını ileri sürmektedir.

*Genel olarak araştırmada aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:*

Öğretmenler *sonlu* kavramının tanımı ve günlük hayatta kullanımı ile ilgili %93 oranında doğru cevap vermiştir. *Sonsuzluk* kavramı tanımı ve günlük hayatta kullanımı ile ilgili cevapların doğruluk oranı %78dir. Öğretmenlerin çoğunluğunun sonsuzluk kavramı algısı, ortalama düzeyin de üzerindedir. *Belirsizlik* kavramı tanımı ve günlük hayatta kullanımı ile ilgili cevapların doğruluk oranı %65dir. %65’lik oran, çok başarılı olmamakla birlikte, %70 seviyesinin altındadır ve yeterli düzeye sahip değildir. Aynı oran, sonsuzluk algılarının genel düzeyi olan %64’ün de üzerinde olduğundan, genel oranın şekillenmesinde “oranı” yukarı doğru çeken bir etkidir. *Belirlilik* kavramı tanımı ve günlük hayatta kullanımı ile ilgili cevapların doğruluk oranı %78’dir. Kavramın kolay ve anlaşılır olması, tanımlamayı ve yaklaşımı da kolay kılmıştır. Doğru cevap oranının %70’in üzerinde olması, öğretmenlerin zikredilen kavramı tanımlarken fazla güçlük çekmediklerini göstermiştir. *Tanımsızlık* kavramı tanımı ve günlük hayatta kullanımı ile ilgili cevapların doğruluk oranı %61’dir. Tanımsızlık kavramına ait bulunan sonuçlara bakıldığında, ortaöğretim öğretmenlerinin büyük çoğunluğunun “tanımsızlığı” yüzeysel bir şekilde gödükleri ve tanımsızlığı “tanımsız durum” olarak dile getirdikleri tespit edilmiştir.

Tanımsızlığı simgesel olarak ifade etme noktasında ise, öğretmenlerin önemli bir kısmının(çoğunun) “a/0” olan, “tanımsızlık sembolü” gösterimini tanıdıkları görülmektedir. Bazı öğretmenler “a/0” ifadesinin neden tanımsız olduğunu üstünkörü bir şekilde dile getirirken, bazı öğretmenler de detaya inmiş ve özü yakalamış görünmektedir. *Sınırlılık* kavramı tanımı ve günlük hayatta kullanımı ile ilgili cevapların doğruluk oranı %74dür. *Sınırsızlık* kavramı tanımı ve günlük hayatta kullanımı ile ilgili cevapların doğruluk oranı %78dür. Genel doğru cevap ortalaması olan %64’ün çok üzerinde olduğu için, ortalamayı yukarı doğru iten güçlü bileşenlerden biridir. *Sonsuz küçük* kavramına ait cevap oranının, daha önceki sorularla kıyaslandığında önemli bir düşüş olduğu hemen göze çarpar. Sözü geçen oran %53’tür. “*Sonsuz büyük*” kavramının tanımlanmasını ve örnek gösterilmesinde oran %51 düzeyinde olup çok düşük bulunmuştur. *Sonsuz, sınırlı mıdır*, tanımı ve günlük hayatta kullanımı ile ilgili cevapların doğruluk oranı %48 olup cevaplanma oranı çok düşüktür. *Sınırlı, sonsuz mudur* tanımı ve günlük hayatta kullanımı ile ilgili cevapların doğruluk oranı %50 olup cevaplanma oranı çok düşüktür. *Sonsuzda yutan eleman var mıdır?* Sorusunun tanımı ve günlük hayatta kullanımı ile ilgili cevapların doğruluk oranı %84 olup cevaplanma oranı çok yüksektir. Günlük hayattan örneği de okyanus ile ifade etmişlerdir. *Sayılabirlik* kavramının tanımlanmasında ve örnek gösterilmesinde oran %68 olup, oran, %70 ideal düzeyin biraz altında olmakla birlikte, yüksek başarılı bir oran değildir. *Sonlu küme* kavramının tanımlanmasını ve örnek gösterilmesinde oran %61 olup, söz konusu oran ortalamanın altında kalan bir orandır. Sonsuz kümelerde bire-bir eşleme kavramının tanımlanmasını ve örnek gösterilmesinde oran %18 olup çok düşüktür. Öğretmenlerin ilk 16 soru içinde en çok zorlandıkları sorudur. *En büyük sayı varsa sonsuzdur* kavramının tanımlanmasını ve örnek gösterilmesinde oran %35 olup çok düşüktür. Öğretmenlerin en çok zorlandıkları sorulardan biridir.  $0 \cdot \infty = ?$ ,  $\frac{\infty}{\infty} = ?$ ,  $\frac{0}{0} = ?$ ,  $1^\infty = ?$ ,  $\infty^0 = ?$ ,  $\frac{a}{0} = ? (a \neq 0)$  ifadelerinin cevabını matematik öğretmenlerinin dışında kimya öğretmenleri cevaplayabilmişlerdir. Matematik öğretmenlerinin doğru cevaplama oranı %78 ve kimya öğretmenlerinin doğru cevaplama oranı %22dir. Ortaöğretim öğretmenlerinin “*branş bazında aldıkları puan ortalamaları* %79’la Biyoloji grubu öğretmenleri ve sonra %71’le matematik grubu öğretmenleridir. En düşük grup başarı oranı da %55’le Makine Teknolojileri öğretmenleri grubudur. 74 katılımcı öğretmenin 23’ü kadın ve 51’i de erkektir. Sayılarda eşitlik söz konusu olmadığından karşılaştırma yapmak doğru olmamakla birlikte, yine de kadın öğretmenlerin başarı oranı %66 ve erkek öğretmenlerin başarı oranı %63dür. (Tüm ortalamalar ise %64

tür.) Her iki oranın birbirine yakın olması, araştırmanın iç tutarlılığı açısından da dikkat çekicidir. Kıdem bazında öğretmenlerin hemen hemen hepsi 20 yıldan daha fazla bir tecrübeye sahiptir.

## 5.2 Öneriler

Ayrıca öğretmenlerin bahse konu olan kavramların anlamları ve ilgili kavramları sembolize eden gösterimlere ilişkin branş/alan bilgi ve birikimlerinin gelişimine yönelik çalışmalar yapılabilir. Bu çalışma ortaöğretim öğretmenleri üzerinden gerçekleştirilmiştir. Benzer çalışmalar, öğretmen adayları ve çeşitli branşlarda öğretmenlerle yürütülerek karşılaştırmalı olarak yapılabilir. Branş/alan farklarının “algı düzeyleriyle” birlikte, birbirine yakın olan branşların algı düzeyleri tespit edilerek bunların kaynağı üzerinde durulabilir.

Çalışmada belirsizlik, tanımsızlık, sonsuzluk gibi kavramlar başta olmak üzere, bunların tümü ve onlarla çeşitli biçimlerde bağlantılı ve ilişkili olan diğer kavramlar ele alındığından, ilgili kavramların alt anlamları (örneğin sınırsızlık çeşitleri, belirsizlik çeşitleri, ...vb.) incelenememiştir. Adı geçen kavramlar düzleminde çalışma yapacak olan araştırmacıların, söz konusu kavramların her birine ilişkin teferruatlı çalışmalar yaparak, özellikle de uygulamalar yaparak belirsizlik, tanımsızlık ve sonsuzluk kavramlarını ayrı incelemelere tabi tutmaları önerilebilir.

Araştırmadan ele alınan sonsuzluk ve ilişkili kavramlar soyut ve anlaşılması zor kavramlardır. Konu böyle ele alındığında, lise öğretmenlerinin sonsuzluğun kavramsal gelişimi için kendi alanlarını içeren etkinlikler oluşturulmalıdır. Temsillerin öğrenme üzerindeki etkisi göz önüne alındığında, öğretmenlerin farklı bakış açılarının oluşturulabilmesi için aynı içerikli farklı temsiller ile sonsuzluk düşüncesini kapsayan hizmetiçi etkinlikler hazırlanabilir.

Araştırmada ortaöğretim öğretmenlerinin sonsuzluk algılarının düzeyi, genel olarak (meslek ve kültür dersi öğretmenleri bakımından) ele alınmıştır. Bu nedenle, örneğin, sadece meslek dersi öğretmenlerinin ya da sadece kültür dersi öğretmenlerinin ya da sadece sınıf öğretmenlerinin ya da sadece anasınıfı öğretmenlerinin, ...vb. “sonsuzluk” algılarının düzeylerinin tespit edilmesi yönünde çalışmaların yapılabileceği açıktır.

Bu çalışma meslek lisesinde çalışan meslek ve kültür öğretmenleriyle yapılmıştır. Benzer bir çalışma, özellikle ortaöğretim matematik öğretmenleri, ilköğretim matematik öğretmenleri, fizik öğretmenleri, kimya öğretmenleri, biyoloji öğretmenleri ile de yapılabilir. Böylece, farklı fen alanları öğretmenleriyle ilgili kavram yapılarının nasıl olduğu ortaya koyulabilir. Araştırmaya konu olan öğretmenler arasındaki farklılıklar ve benzerlikleri tespit edilebilir, bunların kaynağı üzerinde durulabilir. Böylece, öğretmenlerin sonsuzluk kavrayışlarına ilişkin, branş bazında genel veya özel, heterojen veya homojen öğretmen kitlelerinin bir “algı profili” ortaya koyulabilir.



## 6. KAYNAKLAR

- Akbulut, K. ve Akgün, L. (2005). Matematik ve sonsuzluk. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11, 548-559.
- Akbulut, K. ve Işık, A. (2005). Limit kavramının anlaşılmasında etkileşimli öğretim stratejisinin etkinliğinin incelenmesi ve bu süreçte karşılaşılan kavram yanılgıları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13(2), 497-512.
- Alev, N. (2011). *Nitel veri analizi dersi*. Trabzon: KTÜ Fatih Eğitim Fakültesi Yayınlanmamış Ders Notları.
- Allen, G.D. (2000). The history of infinity. Retrieved from Erişim adresi: <http://www.math.tamu.edu/~dallen/history/infinity.pdf> Erişim tarihi: 10.01.2021
- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S. ve Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel matematik kavramların künyesi*. Ankara: Gazi Kitapevi.
- Aşık, S. (2010). *Tanımsızlık ve belirsizlik kavramlarının öğretmen ve öğretmen adaylarının görüş ve performansları bağlamında incelenmesi: 0, 1 ve  $\infty$  ile yapılan işlemler*. (Yüksek Lisans Tezi), Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 279904).
- Aztekin, S. (2008). *Farklı yaş gruplarındaki öğrencilerde yapılmış sonsuzluk kavramlarının araştırılması*. (Doktora Tezi), Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 219685).
- Aztekin, S. (2013). Matematiksel bir kavram olarak sonsuzluk ve ötesi. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır ve A. Delice (Edt.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* (ss. 500-516) (1. Baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Aztekin, A., Arıkan, A. ve Sriraman, B. (2010). The constructs of PhD students about infinity: An application of repertory grids. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 7(1), 149–174.
- Baki, A. (2019). *Matematiği öğretme bilgisi* (2. baskı ). Ankara: Pegem Akademi
- Balcı, M. (2010). *Genel matematik* (6 baskı). Ankara: Balcı Yayınları.
- Baştürk, S. ve Dönmez, G. (2011). Matematik öğretmen adaylarının limit ve süreklilik konusuyla ilgili kavram yanılgıları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 5(1), 225-249.

- Baştürk, S. ve Dönmez, G. (2011). Matematik öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerinin ölçme ve değerlendirme bilgisi bileşeni bağlamında incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(3), 17-37.
- Bieda, K.N. (2008). *The pedagogy of proving in middle school mathematics* (Doctoral Thesis). University of Wisconsin, Madison, USA.
- Biggs, J.B. ve Collis, K.F. (1982). *Öğrenme kalitesinin değerlendirilmesi: SOLO taksonomisi*. New York: Akademik Basın.
- Bogdan, R. ve Biklen, S. K. (2007). *Qualitative research for education: An introduction to theories and method*. USA: Allyn ve Bacon.
- Boero, P., Douek, N. ve Garuti, R. (2003). *Children's conceptions of infinity of numbers in a fifth grade classroom discussion context*. ABD: Paper session presented at the meeting of Proceedings of PME27, Honolulu.
- Bozkuş, F., Toluk-Uçar, Z. ve Çetin, İ. (2015). Ortaokul öğrencilerinin sonsuzluğu kavrayışları. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 6(3), 506-531.
- Bukova, E. (2006). *Öğrencilerin Limit Kavramını Algılamasında ve Diğer Kavramların İlişkilendirilmesinde Karşılaştıkları Güçlükleri Ortadan Kaldıracak Yeni Bir Program Geliştirme*, Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Bulutay, T. (1986). *Bilimin niteliği üzerine denemeler (Evrin ve Quantum kuramları)*. Ankara: Mülkiyeliler Birliği.
- Cadez, T.H. (2012). Analysis of factors influencing the understanding of the concept of infinity. *Educational Studies in Mathematics*, 80(3), 389-412.
- Crespo, S. ve Cynthia, N. (2006). Challenging preservice teachers' mathematical understanding: the case of division by zero. *School Science ve Mathematics*, 106(2), 84-98.
- Crilly, T. ve Johnson, D. (1998), The emergence of topological dimension theory. I.M. James (Edc.), *History of topology*, (pp.1-24). Elsevier Science B.V.
- Çanköy, Ö. (2010). Matematik öğretmenlerinin öğretim bağlamında konuya özel pedagojik alan bilgileri  $a^0$ ,  $0!$  ve  $a/0$ . *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 10(2), 749-769.
- Çelik, D. ve Akşan, E. (2013). Matematik öğretmen adaylarının sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarına ilişkin anlamları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 7(1), 166-190.

- Çelik, D. ve Akşan, E. (2012). *Matematik öğretmeni adaylarının sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarına ilişkin anlamaları*. Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi.
- Çelik, D. ve Baki, A. (2007). Öğretmen adaylarının cebirde çoklu gösterimlerden yararlanma durumları üzerine bir çalışma. *7 th International Educational Technology Conference*, Kıbrak Lefkoşe: Near East University.
- Çepni, S. (2012). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş*. Trabzon: Celepler Matbaacılık.
- Dindyal, J. (2003). *Algebraic thinking in geometry at high school level* (Doctoral Thesis). Illinois State University.
- Dubinsky, E., Weller, K., McDonald, M. A. ve Brown, A. (2005). Some historical issues and paradoxes regarding the concept of infinity: An Apos -Based analysis: Part1. *Educational Studies in Mathematics*, 58(3), 335-359.
- Ergene, Ö. (2021). Öğretmen adayları gözünden sonsuzluk kavramı ve matematik dersi öğretim programı. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18 (2), 123–151.
- Ervynck, G. (1994). Students' conceptions of infinity in the calculus. *Problems, Resources and Issues in Mathematics Undergraduate Studies (PRIMUS)*, 4 (1), 84-96.
- Even, R. ve Tirosh, D. (1995). Subject-matter knowledge and knowledge about students as sources of teacher presentations of the subject-matter. *Educational Studies in Mathematics*, 29(1), 1-20.
- Falk, R., Gassner, D., Ben Zoor, F. ve Ben Simon, K. (1986). How do children cope with the infinity of numbers? *Paper session presented at the meeting of Proceedings of the 10th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, London, England.
- Fischbein, E., Tirosh, D. ve Hess, P. (1981). The intuition of infinity. *Educational Studies in Mathematics*, 10(1), 3-40.
- Fischbein, E. (2001). Tacit models and infinity. *Educational Studies in Mathematics*, 48(2-3), 309-329.
- Gillies, D. (2000). *Philosophical theories of probability*. London: Routledge.
- Ginsburg, R. (1981). The clinical interview in psychological research on mathematical thinking: Aims, rationales, techniques. *For the Learning of Mathematics*, 1(3), 4–11.

- Gökkurt, B. (2014). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik cisimler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi*. (Doktora Tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 381641).
- Gür, B.S. (2004). *Matematik felsefesi*. Ankara: Orient Yayınları.
- Güven, B. ve Karataş, İ. (2004). Sonsuz kümelerin karşılaştırılması: öğrencilerin kullandığı yöntemler. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15, 65 -73.
- Güven, B. (2006). *Öğretmen adaylarının küresel geometri anlama düzeylerinin karakterize edilmesi*. (Doktora Tezi), Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 183078).
- Güney, Z. (2005). *Uzamsal sonsuzluk ve matematiksel sonsuzluk üzerine*. Muğla: Muğla Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü.
- Harel, G. (2007). Students' proof schemes revisited. In P. Boero (Eds.), *Theorems in school. From history, epistemology and cognition to classroom practice* (pp. 65-78). Rotterdam: Sense Publishers.
- Harel, G. ve Sowder, L. (1998). Students proof schemes: Results from exploratory studies. *CBMS Issues in Mathematics education*, 7, 234-283.
- Harel, G. ve Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. In: Lester, F., Ed., *Second handbook of research on mathematics education*. Greenwich: Information Age Pub Inc.
- Harel G. ve Rabin, J. M. (2010) Teaching practices that can promote the authoritative proof scheme. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 10(2), 139-159.
- Hazzan, O. (1999). Reducing abstraction level when learning abstract algebra concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 40, 71–90.
- Jaffar, S. M. ve Dindyal, J. (2011). Language-related misconceptions in the study of limits. In J. Clark, B. Kissane, J. Mousley, T. Spencer ve S. Thornton (Eds.), *Proceedings of the 34th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia and the 23rd biennial conference of the Australian Association of Mathematics Teachers, Alice Springs*, (pp. 390-397). Adelaide, SA: Aamt ve Merga.
- Jirotková, D. ve Littler, G. (2004). *Insight into pupils' understanding of infinity in a geometrical context*. Paper session presented at the meeting of Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Bergen, Norway.

- Juter, K. (2005). Öğrencilerin matematiğe karşı tutumları ve fonksiyonların limitlerinde performans. *Math Ed Res J.*, 17, 91–110.
- Kadioğlu E. ve Kamali M. (2009). *Genel matematik* (4. baskı). Erzurum: Kültür Eğitim Vakfı Yayınevi.
- Kanbolat, O. (2010). *Bazı matematiksel kavramlarla ilgili epistemolojik engeller*. (Yüksek Lisans Tezi), Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 270672).
- Karasar, N. (2008). *Bilimsel araştırma yöntemi*. Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Kim, D.J., Sford, A. ve Ferrini-Mundy, J. (2005). Students' colloquial and mathematical discourses on infinity and limit. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 201-208.
- Kojeve, A. (2000). *Hegel felsefesine giriş*. (S. Hilav çev.). (1. baskı). İstanbul: Yapı Kredi Yayınları.
- Kolar, V.M. ve Cadez, T.H. (2012). Analysis of factors influencing the understanding of the concept of infinity. *Educational Studies in Mathematics*, 80(3), 389-412.
- Konyalıoğlu, A.C. ve Gedik, S.D. (2015). *Matematik öğretiminde hata temelli aktiviteler* (1. baskı). Erzurum: Ertual Akademi Yayıncılık.
- LeCompte, M.D. ve Goetz, J.P. (1982). Problems of reliability and validity in ethnographic research. *Review of Educational Research*, 52(1), 31-60.
- Mamolo, A.M. (2009). Intuitions of “infinite numbers”: Infinite magnitude vs. infinite representation. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 6(3), 305-330.
- McMillan, J. H. ve Schumacher, S. (2010). *Research in education: Evidence-based inquiry* (7th ed.). New York, NY: Pearson.
- Maria, K., Thanasia, M., Katerina, K., Constantinos, C. ve George, P. (2009). *Teachers' perceptions about infinity: a processor an object?*. France: Paper session presented at the meeting of Proceedings of CERME 6.
- Maxwell, J. (1996). *Qualitative research design*. California: Thousand Oaks, CA: Sage.
- Miles, M.B. ve Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. California: CA: Sage.
- Milli Eğitim Bakanlığı, (2015). Ortaöğretim matematik dersi (9. 10. 11. ve 12. sınıflar) öğretim programı, Alınan yer <https://ttkb.meb.gov.tr>. (15.06.2021 tarihinde alınmıştır)

- Merriam, S.B. (1990). *Qualitative research and case study applications in education. Revised and expanded from case study research in education*. San Francisco:CA: Jossey-Bass Publishers.
- Monaghan, J.D. (1986). *Adolescents' understanding of limits and infinity* (Doctoral Thesis). University of Warwick.
- Nair, G.S. (2010). *College students' concept images of asymptotes, limits, and continuity of rational functions* (Doctoral Thesis). The Ohio State University.
- Narlı, S. ve Narlı, P. (2012). Sonsuz sayı kümeleri ışığında ilköğretim öğrencilerinin sonsuzluk algı ve yanlışlarının belirlenmesi. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33, 123-137.
- Nesin, A. (2002). Matematik ve sonsuz. Erişim Adresi: [http://www.alinesin.org/popular\\_math/S\\_7\\_matematik\\_ve\\_sonsuz.doc](http://www.alinesin.org/popular_math/S_7_matematik_ve_sonsuz.doc). Erişim Tarihi: 3.04.2021
- Nesin, A. (2009). *Sezgisel kümeler kuramı*. İstanbul: Nesin yayınevi.
- Özmantar, F. (2010). Sonsuzluk kavramı: Tarihsel gelişimi, öğrenci zorlukları ve çözüm önerileri. M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Eds.), *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri* (s. 151-180). Ankara: Pegem Akademi.
- Özmantar, M.F. ve Bozkurt, A. (2013). Tanımsızlık ve belirsizlik: Kavramsal ve geometrik bir inceleme. İ.Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, Şandır, H. , ve A. Delice (Edt.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* (ss. 437-461). Ankara: Pegem Akademi.
- Öztürk, F. (2017). *Pi sayısı, feigenbaum sabiti ve yerçekimi ivmesi*. Kırıkkale Üniversitesi Semineri.
- Pehkonen, E., Hannula, M. S., Majjala, H. ve Soro, R. (2006). Infinity of numbers: How students understand it. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 345-358
- Petty, J.A. (1996). *The role of reflective abstraction in the conceptualization of infinity and infinite processes* (Doctoral Thesis). Purdue University, West Lafayette, ABD.
- Raman, M.J. (2002). *Proof and justification in collegiate calculus* (Doctoral Thesis). University of California, USA.
- Reys, R.E. ve Grouws, D.A (1975). Division involving zero: Some revealing thoughts from interviewing children. *School Science and Mathematics*, 78, 593-605.
- Sbaragli, S. (2006). Primary school teachers' beliefs and change of beliefs on mathematical infinity. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 5(2), 49-76.

- Scott, J.W. (2010). *Toplumsal cinsiyet: faydalı bir tarihsel analiz kategorisi-1* (D. Demirler, F. Dinçer Çev.). Kültür ve Siyasette Feminist Yaklaşımlar, Sayı 12.
- Shirvani H. (2015). Pre-service elementary teachers' mathematics content knowledge: a predictor of sixth graders' mathematics performance. *International Journal of Instruction*, 8(1), 133-142.
- Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations for the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Sırmacı, N. ve Gökkurt Özdemir, B. (2016). Matematik öğretmenlerinin sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarına ilişkin öğretimsel açıklamaları. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 5(3), 788-806.
- Sierpińska A. (1987). Humanities students and epistemological obstacles related to limits. *Educational Studies in Mathematics*, 18, 371-397.
- Singer, M. (2002). New ways of developing mathematical abilities. *Paper presented at the meeting of Proceedings of the 26th Conference of the International group for the Psychology of Mathematics Education*, Norwich, UK.
- Singer, F. M. ve Voica, C. (2008). Between perception and intuition: Learning about infinity. *The Journal of Mathematical Behavior*, 27(3), 188-205.
- Singer, M. ve Voica, C. (2003). Perception of infinity: does it really help in problem solving. *Paper presented at the meeting of Proceedings of the International Conference "The Decidable and the Undecidable in Mathematical Education"*, Brno, Czech Republic. Middle School Students' Conceptions of Infinity.
- Singer, M. ve Voica, C. (2007). Children's perceptions on infinity: could they be structured?. *Paper Presented At The Meeting of Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Larnaca-Cyprus.
- Soto, O.D. (2010). *Teacher change in the context of a prof-centered professional development* (Doctoral Thesis). San Diego State University.
- Sowder, L. ve Harel, G. (1998). Types of students' justifications. *The Mathematics Teacher*, 91(8), 670-675.
- Şenkon, H. (1993). *Soyut cebir dersleri*. Cilt:1 İstanbul: İstanbul üniversitesi.
- Şimşek, H. ve Yıldırım, A. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Takıçak, M. (2016). Salih Zeki'nin matematik felsefesine bakışı: Nâmütenâhî. *Dört Öge*, 4(9), 191-200.

- Tall, D. (1980). Mathematical intuition, with special reference to limiting processes. *Paper presented at the meeting of Proceedings of the Fourth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Berkeley-California.
- Tall, D. (2004). The three worlds of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 23(3), 29–33.
- Tall, D. ve Schwarzenberger, R.L.E. (1978) Conflicts in the learning of real numbers and limits. *Mathematics Teaching*, 82, 44-49.
- Tirosh, D. ve Tsamir, P. (1996). The role of representations in students' intuitive thinking about infinity. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology* 27(1), 33–40.
- Toumasis, C. (1995). Concept worksheet: an important tool for learning. *The Mathematics Teacher* 88(2), 98-100.
- Tsamir, P. (1999). The transition from comparison of finite to the comparison of infinitesets: teaching prospective teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 209– 234.
- Tsamir, P. ve Sheffer, R. (2000). Concrete and formal arguments: The case of division by zero. *Mathematics Education Research*, 12(2), 92-106.
- Tsamir, P., Sheffer, R. ve Tirosh, D. (2000). Intuitions and Undefined operations: The cases of division by zero. *Focus on Learning in Mathematics*, 22 (1), 1–16.
- Ural, Ş. (2019). Sonsuzluk ve görelilik. Ş. Ural, A. Şen, Y.Yüksel (Edt.). *Sonsuzluk kavramının felsefe, edebiyat ve sanat açısından ele alınması, sonsuzun kavranılması (I)* (ss73-90). III. Ulusal Sempozyumu, 20-24 Eylül, İzmir.
- Ünan, Z. ve Doğan, M. (2011). Sonlu ve sayılabilir sonsuz kümeler ve sayılamayan sonsuz kümelerin bir modellemesi. *e-Journal of New World Sciences Academy*, 6(2), 1938-1950.
- Yazıcı, F. ve Şimşek, A. (2011). *Tarih öğretiminde nesnellik sorunu*. Tarih Okulu. (11), 13- 32.
- Yin, R. K. (1984). *Vaka çalışması araştırması: tasarım ve yöntemler*. Adaçayı Yayınları, Beverly Hills, Kaliforniya.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Zikre, N. M. ve Eu, L. K. (2016) Malaysian mathematics teachers' beliefs about the nature of teaching and learning. *The Malaysian Online Journal of Educational Science*, 4(1), 21-29.



Büyük Sayılar Nasıl Adlandırılır? <https://www.matematikselsel.org/buyuk-sayilar-nasil-adlandirilir/>

TDK, *Sonsuzluk kavramı*, [www.tdkterim.gov.tr](http://www.tdkterim.gov.tr)

Yöntembilim Terimleri Sözlüğü, *sınırlılık kavramı*, <https://sozce.com/nedir/280512-sinirlilik>

# **EKLER**

## EK A: Görüşme Formu

### ORTAÖĞRETİM ÖĞRETMENLERİNİN SONSUZLUK ALGILARIYLA İLE İLGİLİ GÖRÜŞME FORMU

Değerli Öğretmenim,

Ben Fuat Genç, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi'nde Yüksek Lisans öğrencisiyim. "Ortaöğretim Öğretmenlerinin Sonsuzluk Algıları" üzerine bir araştırma hazırlamaktayım. Bu konu ile ilgili görüşleriniz, söz konusu bilimsel araştırma için önemlidir. Görüşme süresi ortalama 20 dakikadır. Görüşmede elde edilen bilgiler bilimsel amaçlı kullanılacak olup, diğer kişilerle paylaşılmayacaktır. Sizin için bir sakıncası yoksa görüşmede ses kayıt cihazı kullanmak istiyorum. Sormak istediğiniz herhangi bir soru var mı? Görüşmelerinizle yaptığımız katkıdan ve ayırdığınız zamandan dolayı çok teşekkür ederim.

Görüşmeci:

Görüşülen Öğretmenin:

Branş: Cinsiyeti: Yaşı: Tarih: Süre: Kıdem Yılı:

Sorular:

- 1- **Sonlu** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?
- 2- **Sonsuzluk** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?
- 3- **Belirsizlik** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan bir örnek verebilir misiniz?
- 4- **Tanımsızlık** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan bir örnek verebilir misiniz?
- 5- **Belirli** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?
- 6- **Sınırlılık** kavramından ne anlıyorsunuz? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?



- 7- Sınırsızlık kavramından ne anlıyorsunuz? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?
- 8- "Sonsuz küçük" kavramından ne anlıyorsunuz? Bir örnek verebilir misiniz?
- 9- "Sonsuz büyük" nedir? Bir örnek verebilir misiniz?
- 10- Sonsuz, sınırlı mıdır?
- 11- Sınırlı, sonsuz mudur?
- 12- Sonsuzda yutan eleman var mıdır?
- 13- Sayılabilirlik nedir?
- 14- Sonlu küme nedir?
- 15- Sonsuz kümlerde bire-bir eşleme yapılabilir mi?
- 16- En büyük sayı nedir? Sonsuz mudur?
- 17-  $0 \cdot \infty = ?$        $\frac{\infty}{\infty} = ?$        $\frac{0}{0} = ?$        $1^\infty = ?$        $\infty^0 = ?$        $\frac{a}{0} = ? (a \neq 0)$



## EK B: Araştırma Evreninde Yer Alan Öğretmen Sayısı

Balıkesir İİ Geneli Ortaöğretim Öğrenci ve Öğretmen Sayısı (2020-2021 Eğitim Öğretim Yılı)

İLÇE	Kurum Sayısı	Derstlik Sayısı	Şube Sayısı	Öğrenci Sayısı			Öğretmen Sayısı			Derstlik Başına Düşen Öğrenci	Öğretmen Başına Düşen Öğrenci
				Erkek	Kız	Toplam	Erkek	Kız	Toplam		
Altaylılı	25	389	393	4.820	4.161	8.981	492	525	1.017	23,1	8,8
Karesi	27	445	427	5.551	6.070	11.621	451	498	949	26,1	12,2
Ayvattık	12	204	178	1.753	1.568	3.321	163	192	355	16,3	9,4
Balya	1	8	11	120	63	183	10	10	20	22,9	9,2
Bandırma	24	374	372	3.977	3.801	7.778	286	477	763	20,8	10,2
Bigadiç	4	75	79	813	849	1.662	86	64	150	22,2	11,1
Burhanıye	11	138	144	1.336	1.536	2.872	148	169	317	20,8	9,1
Dursunbey	6	90	83	765	811	1.576	78	58	136	17,5	11,6
Edremit	21	352	294	3.374	3.426	6.800	318	326	644	19,3	10,6
Erdek	4	52	43	372	288	660	37	46	83	12,7	8,0
Gömeç	2	25	21	221	258	479	21	22	43	19,2	11,1
Gönen	13	197	162	1.736	1.566	3.302	174	146	320	16,8	10,3
Havran	3	37	38	348	508	856	42	37	79	23,1	10,8
İvrindi	8	124	62	571	571	1.142	41	71	112	9,2	10,2
Kepsut	2	8	17	177	229	406	14	21	35	50,8	11,6
Maryas	3	45	43	323	286	609	40	24	64	13,5	9,5
Marmara	2	24	15	93	78	171	12	19	31	7,1	5,5
Savaştepe	4	62	36	345	320	665	31	48	79	10,7	8,4
Sındırgı	3	60	64	564	464	1.028	66	36	102	17,1	10,1
Susurluk	6	78	78	797	676	1.473	73	77	150	18,9	9,8
<b>TOPLAM</b>	<b>181</b>	<b>2.787</b>	<b>2.560</b>	<b>28.056</b>	<b>27.529</b>	<b>55.585</b>	<b>2.583</b>	<b>2.866</b>	<b>5.449</b>	<b>19,9</b>	<b>10,2</b>


NOT :

1. Bilgiler 22.02.2021 Tarihli Meis Sorğu Modülünden Alınmıştır.
2. Tüm Ortaöğretim Okulları, Özel Ortaöğretim Okulları, İmam Hatip Liseler, İle Özel Eğitim Okulları III. Kademe Bilgilerini Kapsar
3. İmam Hatip Liseleri Bünyesinde ortaokul öğrencileri (635) dahil edilmemiştir.

Selim SARPAÇ

*[Signature]*

## EK C: Balıkesir İl Millî Eğitim Müdürlüğü'nden Alman Resmi İzin Belgeleri



T.C.  
BALIKESİR VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-99191664-605.01-24732455  
Konu : Araştırma İzni

28.04.2021

BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE  
(Necatibey Eğitim Fakültesi Dekanlığı)

İlgi : 11/03//2021 tarih ve 18414 sayılı yazınız.

Üniversiteniz Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü Fizik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı Öğrencisi Fuat GENÇ'in, Müdürlüğümüze bağlı eğitim kurumlarında uygulamak istediği anket çalışmasının uygun görüldüğüne ilişkin Valilik Makamının 28/04/2021 tarih ve 24723203 sayılı onayı ekte sunulmuştur.  
Bilgilerinize arz ederim.


Yakup YILDIZ  
İl Millî Eğitim Müdürü

Ek :  
1-Onay (1 Adet)  
2-Anket Formu (3 Sayfa)

28 Nisan 2021  
Güvenli Elektronik İmzalı  
Asli ile Aynıdır.  
Cema/ELİTAŞ  
V.H.K.I.

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.  
Adres : Kasaplar Mahallesi Sındırgı Caddesi No:1 Merkez/BALIKESİR Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>  
Telefon No : (0 266) 277 10 49 Bilgi için: Hasan KARADEMİR  
E-Posta: stratejigelistirme10@meb.gov.tr Unvan : V.H.K.I.  
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr İnternet Adresi: balikesir.meb.gov.tr Faks: (0 266) 277 10 66

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 5818-d830-3cfd-af0f-43be kodu ile teyit edilebilir.





T.C.  
BALIKESİR VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-99191664-605.01-24723203  
Konu : Araştırma İzni

28.04.2021

VALİLİK MAKAMINA  
BALIKESİR

İlgi : a) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21/01/2020 tarih ve 2020/2 sayılı genelgesi.  
b) Balıkesir Üniversitesi Rektörlüğünün 11/03/2021 tarih ve 18414 sayılı yazısı.

Başvuru Sahibinin Adı Soyadı	Fuat GENÇ		
Danışmanı	Hülya GÜR		
Kurumu/Üniversite/Görev Yeri	Balıkesir Üniversitesi/ Matematik ve Fen Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Öğrencisi		
Alan/Bölüm	Fen Bilimleri Enstitüsü / Matematik ve Fen Alanları Eğitimi Anabilim Dalı		
Tez Araştırma veya Anketin Konusu	"Ortaöğretim Öğretmenlerinin Sonsuzluk Algıları"		
Başvuru Tarihi	27/04/2021	Başvuru Sayısı :	24684125
Çalışma Başlama Tarihi	01/05/2021		
Çalışma Bitiş Tarihi	30/06/2021		
Yeri Toplama Araçları	• Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu		
Araştırma Türü	Tez Çalışması		

**CALISMA YAPILACAK EGITIM KURUMLARININ LİSTESİ**

Balıkesir İli Genelî Ortaöğretim Öğretmenleri
---

27/04/2021 tarihli araştırma izni başvurusu 21.01.2020 tarih ve 2020/2 sayılı araştırma, yarışma ve sosyal etkinlik izinlerine ilişkin genelge kapsamında değerlendirilmiştir. Lisans, lisansüstü, TÜBİTAK çalışmalarına ve seminer ödevlerine veri toplamak amacıyla, araştırma önerisinin ve veri toplama araçlarının içerik ve kapsam yönünden Türk Millî Eğitiminin amaçlarına uygun olduğu, millî ve manevî değerlere aykırı ve kişilik haklarını zedeleyecek herhangi bir unsur taşımadığı görülmüştür.

Ayrıca 21/01/2020 tarih ve 2020/2 sayılı araştırma, yarışma ve sosyal etkinlik izinlerine ilişkin genelgenin 28. Maddesinde; "Araştırma uygulama izni alan kamu kurum ve kuruluşları, uluslararası kuruluşlar, üniversiteler, sivil toplum kuruluşları ve araştırmacılar tamamladıkları bilimsel araştırma ile ilgili sonuç raporlarını, izni aldıkları ilgili birime çalışma bitiminden itibaren 30 gün içerisinde göndereceklerdir." denilmektedir Yapılan çalışmaların raporları en geç 30 gün içerisinde birimize ulaştırılmalıdır.

Bakanlığımıza bağlı okul ve kurumlarda yapılacak Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik izinleri ilgi (a) genelge gereğince yukarıdaki bilgileri belirtilen çalışmanın, eğitim kurumlarında, okul/kurum müdürlüklerinin denetiminde, öğrenci ve velilerin kişisel bilgilerinin alınmaması/verilmemesi kaydı ile yapılması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Hüseyin AŞIK  
Müdür a.  
İl Millî Eğitim Müdür Yardımcısı

Ek : Anket Formu (3 Sayfa)

OLUR  
28.04.2021  
Yakup YILDIZ  
Vali a.  
İl Millî Eğitim Müdürü

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Kasaplar Mahallesi Sındırgı Caddesi No:1 Merkez/BALIKESİR

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>

Bilgi için: Hasan KARADEMİR

Telefon No : (0 266) 277 10 49

Unvan : V.H.K.İ.

E-Posta: stratejigelistirme10@meh.gov.tr

İnternet Adresi: balikesir.meb.gov.tr

Faks: (0 266) 277 10 66

Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 2f77-ec52-3423-9b2b-8364 kodu ile teyit edilebilir.



## EK D: Etik Kurul Kararı



T.C.  
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ  
Rektörlük

Sayı : E-19928322-302.08.01-14679  
Konu : Etik Kurul Onayı

NĖCATİBEY EĞİTİM FAKÜLTESİ DEKANLIĞINA

İlgi : 26/01/2021 tarihli ve 28932772/302.08.01/5132 sayılı yazı.

Necatibey Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Öğretim Üyesi Prof. Dr. Hülya GÜR' ün danışmanlığını yaptığı yüksek lisans öğrencisi Fuat GENÇ' in "Ortaöğretim Öğretmenlerinin Sonsuzluk Algıları" başlıklı tez çalışmasının uygulamalarını yürütebilmek için etik kurul onay belgesi isteği ile ilgili Fen ve Mühendislik Bilimleri Etik Kurulu 22.02.2021 tarih ve 2021/1 sayılı toplantısında alınan karar gereği düzenlenen onay belgesi ekte gönderilmiştir.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof. Dr. İbrahim TÜRKMEN  
Rektör Yardımcısı

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu :BELM5KN90 Pin Kodu :30712

Belge Takip Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/balikesir-universitesi-ebys>

Adres:Balıkesir Üniversitesi Rektörlüğü Çağış Yerleşkesi 10145 Balıkesir  
Telefon:2666121400 Faks:2666121412  
Web:<http://www.balikesir.edu.tr>  
Kep Adresi:balikesiruniversitesi@hs01.kep.tr

Bilgi için: Seda Özbay  
Unvanı: Bilgisayar İşletmeni  
Tel No: 2666121418





**T.C.**  
**BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN VE MÜHENDİSLİK BİLİMLERİ ETİK KOMİSYONU**  
**ONAY BELGESİ**

Balıkesir Üniversitesi Necatibey Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Öğretim Üyesi Prof. Dr. Hülya GÜR' un danışmanlığını yaptığı Yüksek Lisans öğrencisi Fuat GENÇ' in "Ortaöğretim Öğretmenlerinin Sonsuzluk Algıları" başlıklı tez çalışmasının uygulamalarını yürütebilmek için etik kurul onay belgesi isteği komisyonumuzca değerlendirilmiş ve etik açıdan uygun bulunmuştur. 22.02.2021



Komisyon Başkanı  
Prof. Dr. İbrahim TÜRKMEN



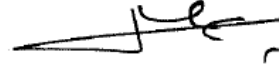
Prof. Dr. Hakan KÖÇKAR  
Üye



Prof. Dr. Zafer ASLAN  
Üye



Prof. Dr. Hülya GÜR  
Üye



Prof. Dr. Musa KARAMAN  
Üye

## EK E: Katılımcı Onam Formu

### GÖNÜLLÜ KATILIM FORMU

Sayın katılımcı, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Öğrencisiyim. “Ortaöğretim Öğretmenlerinin Sonsuzluk Algıları” belirlemek amacıyla bir tez çalışması gerçekleştiriyorum. Bu araştırma için Balıkesir Üniversitesi Etik Komisyonundan gerekli izinler alınmıştır. Araştırma kapsamında ankette yer alan sorulara vereceğiniz cevap yaklaşık 15-20 dakikanızı alacaktır. Anketlerde cevaplamak istemeyeceğiniz, özel olduğunuzu düşündüğünüz sorular olursa cevap vermeyebilirsiniz.

Araştırmaya katılım gönüllülük esasına dayanmaktadır. Araştırmadan istediğiniz zaman çekilebilirsiniz. Bu durum size hiçbir sorumluluk getirmeyecektir. Görüşmede sorulara vereceğiniz cevaplar araştırmacı dışında kimseyle paylaşılmayacaktır. Araştırma sonuçları eğitim ve bilimsel amaçlar için kullanılacaktır. Araştırmanın tüm süreçlerinde kişisel bilgileriniz ihtimamla korunacaktır. Bu Gönüllü Katılım Formuna adınızı ve soyadınızı yazmanıza gerek yoktur. Bu gönüllü katılım formunu imzalamadan önce veya daha sonra aklınıza gelebilecek olan soruları istediğiniz zaman bize sorabilirsiniz. Telefon numaram ve adresim bu kâğıtta yazıyor. Bu görüşme ya da araştırma bittikten sonra da bana ulaşabilir ve araştırma ile ilgili soru sorabilirsiniz. Araştırmaya katılmayı tercih ediyorsanız, lütfen aşağıya imzanızı atınız. İmzaladıktan sonra size bu formun bir kopyasını vereceğim.

Katılımcının adı, soyadı:

İmzası:

Tarih:

Araştırmanın yürütücüsü Adı Soyadı:

(Yüksek Lisans Öğrencisi-Fuat Genç)

(Danışman-Yürütücü) Prof. Dr. Hülya Gür

Adres: Balıkesir Üniversitesi Necatibey Fakültesi, Altteyül, Balıkesir

Tel: 0 5301237500

E-posta: fuatgenc40@hotmail.com

İmza:

Tarih: 04/03/2021



## EK F: Grup Çalışma Fotoğrafları

**ORTAÖĞRETİM ÖĞRETMENLERİNİN SONSUZLUK ALGILARIYLA İLE İLGİLİ  
GÖRÜŞME FORMU**

**Değerli Öğretmenim,**

Ben **Fuat Genç**, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi'nde Yüksek Lisans öğrencisiyim. "**Ortaöğretim Öğretmenlerinin Sonsuzluk Algıları**" üzerine bir araştırma hazırlamaktayım. Bu konu ile ilgili görüşleriniz, söz konusu bilimsel araştırma için önemlidir. Görüşme süresi ortalama **20** dakikadır. Görüşmede elde edilen bilgiler bilimsel amaçlı kullanılacak olup, diğer kişilerle paylaşılmayacaktır. Sizin için bir sakıncası yoksa görüşmede ses kayıt cihazı kullanmak istiyorum. Sormak istediğiniz herhangi bir soru var mı? Görüşmelerinizle yaptığınız katkıdan ve ayırdığınız zamandan dolayı çok teşekkür ederim.

**Görüşmecisi:**

**Görüşülen Öğretmenin:**

Branşı: Diyalog Cinsiyeti: E Yaşı: 52 Tarih: 06.05.2021 Süre: 20 Kıdem Yılı: 29

**Sorular:**

- 1- **Sonlu** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?  
2 Bir şeyin zamanla bütünlüğü, verilen süreç bitmesi.  
2 Ör Yolculuğun bitmesi.
- 2- **Sonsuzluk** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?  
2 Ucu bucağı olmayan.  
2 Ör Sevgide sınırsızlık.
- 3- **Belirsizlik** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan bir örnek verebilir misiniz?  
1 Siyasal istikrarlılık.  
2 Ör Ders işlendikten sonra konunun anlatılıp anlatılmaması bir belirsizliktir.
- 4- **Tanımsızlık** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan bir örnek verebilir misiniz?  
2 Zihnimizde bir varlığı canlandırma.  
1 Ör Depremde alacağımız tavır.
- 5- **Belirli** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?  
1 Arkada soru işaretler bırakmayan, asik olan.  
1 Ör 20 dakika sonra okul nöbetim bitiyor olgusu, belirlidir.
- 6- **Sınırlılık** kavramından ne anlıyorsunuz? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?  
1 Alacağımız kararlar da bütür olamamak. (davranda sınırlı olma olgusu)  
2 Ör Bütünlük kavramını çağrıştırırdı.

7- Sınırsızlık kavramından ne anlıyorsunuz? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?

② Uzun geliyor aklınıza, sınırsızlık denince...

① Bri: Atatürk'ün manevir bilimselliği.

8- "Sonsuz küçük" kavramından ne anlıyorsunuz? Bir örnek verebilir misiniz?

② Ölçmeyeceğimiz kadar küçük olan şey.

① Bri: Atom - altı parçacıklar. Daha alt düzeyde parçacıklar da var. Bunun sonu yok.

9- "Sonsuz büyük" nedir? Bir örnek verebilir misiniz?

Erişilemezlik.

Bri: Evrenin kendisi sonsuz büyüktür.

10- Sonsuz, sınırlı mıdır?

① Sonsuz kavramı sınırsızlığı ifade eder, ama o sınırsızlığı zihnimizde canlandırmak zor olduğu için, mecburen bir sınır koyuyor oluyuz.

11- Sınırlı, sonsuz mudur?

① Sınırlı sonsuz değildir, bu aparıktır.

12- Sonsuzda yutan eleman var mıdır?

② Sonsuzluğun bizzat kendisi yutan elemandır. Çünkü her şey isme alır.

13- Sayılabilirlik nedir?

② Belli bir miktarda (nicelikte) olan varlıkları belirlemek, saymak.

① Bri: İnsanların yaşları sayılabilir bir kümedir.

14- Sonlu küme nedir?

② Bir başlangıcı ve bir de bittiği olan kümedir. (saymayı durdurur.)

① Bri: Okulumuzda plöre yapan öğretmenler kümesi, sonlu bir kümedir.

15- Sonsuz kümelerde bire-bir eşleme yapılabilir mi?

~~+~~ Sonsuz kümelere bire-bir eşleme yapılamaz, çünkü sonu yoktur.

16- En büyük sayı nedir? Sonsuz mudur?

① En büyük sayı bilinmez. Çünkü sonu yoksa bilinemez.

17-  $0 \cdot \infty = ?$   $\frac{\infty}{\infty} = ?$   $\frac{0}{0} = ?$   $1^\infty = ?$   $\infty^0 = ?$   $\frac{a}{0} = ?$  ( $a \neq 0$ )  $a$ .

~~+~~

~~+~~

~~+~~

~~+~~

~~+~~

①

~~+~~

## ORTAÖĞRETİM ÖĞRETMENLERİNİN SONSUZLUK ALGILARIYLA İLE İLGİLİ GÖRÜŞME FORMU

Değerli Öğretmenim,

Ben Fuat Genç, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Eğitimi'nde Yüksek Lisans öğrencisiyim. "Ortaöğretim Öğretmenlerinin Sonsuzluk Algıları" üzerine bir araştırma hazırlamaktayım. Bu konu ile ilgili görüşleriniz, söz konusu bilimsel araştırma için önemlidir. Görüşme süresi ortalama 20 dakikadır. Görüşmede elde edilen bilgiler bilimsel amaçlı kullanılacak olup, diğer kişilerle paylaşılmayacaktır. Sizin için bir sakıncası yoksa görüşmede ses kayıt cihazı kullanmak istiyorum. Sormak istediğiniz herhangi bir soru var mı? Görüşmelerinizle yaptığınız katkıdan ve ayırdığınız zamandan dolayı çok teşekkür ederim.

Görüşmeci:

Görüşülen Öğretmenin:

Branşı: Biyojeo Cinsiyeti: K Yaşı: 47 Tarih: 14.05.2021 Süre: 14' Kıdem Yılı: 27

Sorular:

- 1- Sonlu kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?  
① Sonu olan, bitiş olan ve sınırları olan.  
② Öri Derin sınırlar. (40')
- 2- Sonsuzluk kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?  
① Sonu olmayan, uçsuz bucaksız olan.  
② "Ufak boşluğu" sonuna örnek olabilir.
- 3- Belirsizlik kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan bir örnek verebilir misiniz?  
① Net olmama hali. Karmaşa.  
② Öri iki dakika sonrasında ne olacağını bilmemek.
- 4- Tanımsızlık kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan bir örnek verebilir misiniz?  
① Net açıklanması olmayan.  
② Öri Mutluluk ya da mutluluğun bir tanımı yapılmaz, öri.
- 5- Belirli kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?  
① Net ifade edilebilen şeyler.  
② Öri Yaşımın zamanla olarak ifade edilebilir, öri 27 yaş öri.
- 6- Sınırlılık kavramından ne anlıyorsunuz? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?  
① Öri sınırların aşılması, kısıtları kanulmuş şey.  
② Öri Yemeklerde kullanılan malzemelerin ölçüsü.

7- Sınırsızlık kavramından ne anlıyorsunuz? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?

- ② Birer kısıtlamayan, sınır koymayan.  
③ öf: Çocukların davranışları.

8- "Sonsuz küçük" kavramından ne anlıyorsunuz? Bir örnek verebilir misiniz?

- ① Çok çok küçük olan şey.  
Hiç kullanmadığım bir kavram.

9- "Sonsuz büyük" nedir? Bir örnek verebilir misiniz?

- ① Çok büyük  
öf: pas.

10- Sonsuz, sınırlı mıdır?

- ⊕ Sonsuz sınırlı değildir.

11- Sınırlı, sonsuz mudur?

- ① Sınırlı, sonsuz olabilir.

12- Sonsuzda yutan eleman var mıdır?

- ① Sonsuzda yutan eleman var olabilir.  
② öf: Üstüdümlü karakterler olabilir.

13- Sayılabilirlik nedir?

- ① Somut varlıkları sayma işlemi.  
② öf: Öğrencilerin sayılması.

14- Sonlu küme nedir?

- ① Sonlu küme, sınırı olan kümedir.  
② öf: 150'ye kadar olan doğal sayılar kümesidir.

15- Sonsuz kümelerde bire-bir eşleme yapılabilir mi?

- ② " " " " " yapılabilir.  
② öf:

16- En büyük sayı nedir? Sonsuz mudur?

- ⊕ " " " sonsuzdur.

17-  $0 \cdot \infty = ?$  0

$\frac{\infty}{\infty} = ?$  1

$\frac{0}{0} = ?$  1

$1^\infty = ?$  1

$\infty^0 = ?$  1

$\frac{a}{0} = ?$  (a ≠ 0)

anlam dışı.

①

## EK G: Veri Analizi İçin Kodlama Örnekleri

**Görüşmeci:**  
**Görüşülen Öğretmenin:** Ö<sub>20</sub> (kod)  
Branşı: Biyoloji Cinsiyeti: K Yaşı: 44 Tarih: 03.03.2021 Süre: 14<sup>1</sup> Kıdem Yılı: 18

**Sorular:**

1- **Sonlu** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?  
Sonlu... sınırları olan... sonu olan...  
ör: Günün sonu...

**Görüşmeci:**  
**Görüşülen Öğretmenin:** Ö<sub>1</sub> (kod)  
Branşı: Matematik Cinsiyeti: K Yaşı: 50 Tarih: 27.02.2021 Süre: 14<sup>1</sup> Kıdem Yılı: 22

**Sorular:**

1- **Sonlu** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?  
Sayıların dışı bütün nesnelere... çağrıştırıyor...  
ör: Verecek o kadar çok örnek var ki... 1 kg'da kaç elma sayısı... artı eksi biley sayıları...

**Görüşmeci:**  
**Görüşülen Öğretmenin:** Ö<sub>12</sub> (kod)  
Branşı: Tarih Cinsiyeti: E Yaşı: 55 Tarih: 13.02.2021 Süre: 10<sup>1</sup> Kıdem Yılı: 24

**Sorular:**

1- **Sonlu** kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?  
Sonlu kavramı... devamı olmayan... sonu olan şeyler...  
örneğin uyku eylemi... uykunun bitmesi...

Görüşmeci:

Görüşülen Öğretmenin: Ö20 (kod)

Branşı: Beden Eğitimi Cinsiyeti: E Yaşı: 47 Tarih: 13.03.2021 Süre: 12' Kıdem Yılı: 22

Sorular:

1- Sonlu kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?

Bazen ilk aklıma gelen masın başlangıcı ve bitirisi...

Bitirisi değilim... sınırları olan...

ör: Bir masın bitirisi...

Görüşmeci:

Görüşülen Öğretmenin: Ö10

Branşı: Tarih Cinsiyeti: K Yaşı: 50 Tarih: 03.03.21 Süre: 18' Kıdem Yılı: 28

Sorular:

1- Sonlu kavramı size ne çağrıştırıyor? Günlük hayattan örnek verebilir misiniz?

Soru olan... Biten... Biten...

ör: İnsan hayatı...



# ÖZGEÇMİŞ

## Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı : Fuat GENÇ

Doğum tarihi ve yeri : 07.10.1974

e-posta : f.genc7479@gmail.com

## Öğrenim Bilgileri

Derece	Program	Yıl
1. Lisans	Dicle Üniversitesi Eğitim Fak. Matematik ögr.	1999
2. Lisans	Anadolu Üniversitesi AÖF Sosyoloji Bölümü	2019
Lise	Şehit Öğretmen Bayram Tekin Lisesi (Çiçekdağı Lisesi)	1992