

T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI



BÜYÜK KÜTLELİ YILDIZLARIN YAPISININ İNCELENMESİ

GÜLNAR AMRAHOVA
YÜKSEK LİSANS TEZİ

Jüri Üyeleri : **Dr. Öğr. Üyesi Gülay İNLEK (Tez Danışmanı)**
Doç. Dr. Aysun BÖKE
Dr. Öğr. Üyesi Cengiz AKAY

BALIKESİR, HAZİRAN -2022

ETİK BEYAN

Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak tarafımda hazırlanan “**Büyük Kütleli Yıldızların Yapısının İncelenmesi**” başlıklı tezde;

- Tüm bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Kullanılan veriler ve sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Tüm bilgi ve sonuçları bilimsel araştırma ve etik ilkelere uygun şekilde sunduğumu,
- Yararlandığım eserlere atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,

beyan eder, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Gülner AMRAHOVA

(imza)

Bu tez çalışması Balıkesir Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeler Birimi tarafından BAP 2020/096 nolu proje ile desteklenmiştir.

ÖZET

BÜYÜK KÜTLELİ YILDIZLARIN YAPISININ İNCELENMESİ
YÜKSEK LİSANS TEZİ
GÜLNAR AMRAHOVA
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI
(TEZ DANIŞMANI: DR. ÖĞR. ÜYESİ GÜLAY İNLEK)

BALIKESİR, HAZİRAN - 2022

Bu çalışmada kütlesi $50 M_{\odot}$ den büyük olan ZAMS (Sıfır Yaş Ana Kol) model yıldızların içyapı sabitleri k_j , η_j , Δ_j 'nin metalik ve kütleyle göre değişimi incelenmiştir. Hesaplamalar, $50-100 M_{\odot}$ arasında kütleyle sahip bir dizi yıldız modeli için yapılmıştır. Metalik değeri olarak, $Z=0.0001$ ve $Z=0.03$ aralığında olan değerler alınmıştır. Her model için katsayılar Clairaut-Radau'nun diferansiyel denklemi ile elde edilmiştir. Eggleton yıldız modelleri, EZ-Web derlemesinde kullanılmıştır. Sonuçlar, yüksek metal değerleri için ilginçtir. Evrimleşmiş yıldızlar için apsisli hareket sabiti k_2 'nin nasıl değiştiğini araştırılmıştır. Bu bağlamda eksantrik kütleli ikili sistemler olan HD 152218 ve HD 152248 için yıldız yaşına bağlı olarak k_2 sabiti teorik olarak hesaplanmıştır. Sonuçlar en son teorik ve gözlemsel sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Sonuçlar, büyük kütleli yıldızların içlerinin evrimleştikçe değiştiğini göstermektedir. Kütlesi $50 M_{\odot}$ den büyük olan yıldız modelleri için içyapı katsayılarını hesaplamak için az sayıda çalışma bulunduğundan, bu sonuçlar çok büyük kütleli yıldızlar için gelecekteki teorik ve gözlemsel çalışmalara rehberlik edecektir.

ANAHTAR KELİMELER: Yıldız yapısı, yapısal katsayılar, büyük kütleli yıldızlar, evrim.

Bilim Kod / Kodları : 20202

Sayfa Sayısı : 25

ABSTRACT

INVESTIGATION OF THE STRUCTURE OF LARGE MASS STARS

MSC THESIS

GÜLNAR AMRAHOVA

BALIKESİR UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE

PHYSICS

(SUPERVISOR: ASSIST. PROF. DR. GÜLAY İNLEK)

BALIKESİR, JUNE - 2022

The variation of internal structure constants k_j , η_j , Δ_j of ZAMS (Zero Age Main Sequence) model stars larger than $50 M_{\odot}$ mass according to metallicity and mass are investigated. Calculations are made for stellar model in the range of 50-100 M_{\odot} . Metallicities are taken between $Z=0.0001$ and $Z=0.03$. For each model, the coefficients are obtained by Clairaut-Radau's differential equation. The Eggleton stellar models are used in *EZ- Web* compilation. The results are interesting for high metal values. We investigate how the apsidal motion constant k_2 changes for evolved stars. In this context, we have computed the constant k_2 theoretically depending on stellar age for the eccentric eclipsing massive binaries HD 152218 and HD 152248. Comparison of the models with observational data was made for stars below $50 M_{\odot}$. Since there are no studies to calculate internal structure coefficients for stellar models with masses greater than $50 M_{\odot}$, these results will guide the future theoretical and observational studies for very massive stars.

KEYWORDS: Stellar structure, structural coefficients, very massive stars, evolution

Science Code / Codes : 20202

Page Number : 25

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
ŞEKİL LİSTESİ	iv
TABLO LİSTESİ.....	v
SEMBOL LİSTESİ	vi
ÖNSÖZ	vii
1. GİRİŞ	1
2. YILDIZ EVRİM MODELLERİ.....	4
3. DENKLEMLERİN ÇÖZÜMÜ	7
4. SONUÇLAR VE TARTIŞMA	11
5. SONUÇLAR	21
6. KAYNAKLAR	22
ÖZGEÇMİŞ	25

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

- Şekil 4.1: Teorik apsidal sabiti $\log k_2$ 'nin farklı metallikler için kütle ile değişimi. 17
- Şekil 4.2: $Z=0.004$ metallik değeri için $32 M_{\odot}$ kütleli yıldız için yapı sabiti k_2 'nin evrimi. Gözlem değeri [22] çizgili kare ile gösterilmektedir. 19
- Şekil 4.3: $50 M_{\odot}$ kütleli yıldız modeli için apsidal hareket sabiti k_2 'nin evrimi. 19
- Şekil 4.4: a) η_2 'nin Evrimi ve b) $50 M_{\odot}$ Güneş kütlesi model için sayısal integrasyonda zarfın katmanları boyunca ilerlerken yıldızın içindeki delta η_2 20

TABLO LİSTESİ

Sayfa

Tablo 4.1: $Z=0.0001$ metallik değeri için yapı katsayıları.	11
Tablo 4.2: $Z=0.0003$ metallik değeri için yapı katsayıları.	12
Tablo 4.3: $Z=0.004$ metallik değeri için yapı katsayıları.....	13
Tablo 4.4: $Z=0.01$ metallik değeri için yapı katsayıları.	14
Tablo 4.5: $Z=0.02$ metallik değeri için yapı katsayıları.	15
Tablo 4.6: $Z=0.03$ metallik değeri için yapı katsayıları.	16
Tablo 4.7: $20M_{\odot}$ model yıldızın apsidal hareket sabiti k_2 'nin yaş ve metallikliğin bir fonksiyonu olarak evrimi.	18
Tablo 4.8: $15M_{\odot}$ model yıldızın apsidal hareket sabiti k_2 'nin yaş ve metallikliğin bir fonksiyonu olarak evrimi.	18

SEMBOL LİSTESİ

N	:Parçacık sayısı
V	:Hacim (m^3)
Z	:Metallik değer
k	:İçyapı sabiti
J	:İçyapı katsayıları
η	:Parçacık sayısı
M_{\odot}	:Güneş Kütlesi
γ	:Adyabatik ölçek
μ	:Parçacıkların Atomik Ağırlığı
F	:Kuvvet (N)
E	:Enerji (J)
m	:Kütle (kg)
c	:Işık hızı (m/s)
T	: Sıcaklık (K)
P	:Basınç (Pa)
L	:Işıtma gücü
M	:Yıldızın merkez kütlesi
G	:Yerçekimi İvmesi
R	:Yıldızın yarıçapı
ρ	:Yıldızın yoğunluğu
ρ_0	:Yıldızın merkez yoğunluğu

ÖNSÖZ

Yüksek lisans eğitimim boyunca çalışmamın her aşamasında değerli zamanını ayırarak samimiyeti, sonsuz anlayış ile, bilgi ve tecrübelerini benden esirgemeyen, her fırsatta bana yardımcı olan değerli danışmanım, hocam Sayın Dr. Öğretim Üyesi Gülay İnek'e en içten teşekkür eder sevgi ve saygılarımı sunarım.

Bu çalışmada bana araştırma ve çevirilerim konusunda yardım ve destek olan çok değerli arkadaşım Senem Kayral'a teşekkürü bir borç bilirim.

Yüksek lisans süresince daima yanımda olan ve her zaman maddi, manevi desteklerini benden esirgemeyen canım ablam Vusala Amrahova'ya ve sevgili eşim Muharrem Kaplan'a sonsuz teşekkür ederim.

Balıkesir, 2022

Gülner AMRAHOVA

1. GİRİŞ

Yüz yıllardır insanların yıldızlar hakkındaki merakı devam etmektedir. Gökyüzüne bakıldığında nokta kadar görünen yıldızlar, kimi zaman yol gösterici olmuşlardır, kimi zamansa insanların hayallerinde yer almışlardır. Yıldızlar, bilim insanları tarafından yakından incelenen gök cisimleri olup, bilimsel alanlarda büyük önem arz etmektedir. Yıldızlar, atom ve molekülden çok, iyon ve elektronlardan oluşmuş bir gaz küreleridir. Yıldızların, yıldız olabilmeleri için yapılarında bulunan hidrojenin, termonükleer reaksiyonlar ile helyum, karbon, azot, oksijen, demir gibi daha ağır elementlere dönüşmesi gerekmektedir. İçlerinde oluşan nükleer tepkimelerle uzaya devamlı enerji salarlar. Bu enerji ile kütlelerinden kaybederler. Bu kütle kaybı, yıldızın yaşamı boyunca kütlelerinin %1'ni geçmez. Yıldızlarda gerçekleşen en önemli tepkime zinciri, hidrojeni helyuma dönüştüren zincirdir (hidrojen yanması). Yıldızlar kütle, sıcaklık ve büyüklük bakımından çok çeşitlidirler. Yıldızların renkleri de sıcaklıklarına bağlı olarak değişirler. En yüksek sıcaklıktaki yıldızın rengi mavi iken en düşük sıcaklıktaki yıldızın rengi ise kırmızıdır. Dünya'ya en yakın olan yıldız, Dünya'nın hayat kaynağı Güneş'tir. Yıldızların kütlesi ne kadar büyükse, hidrojenin yanma süresi o kadar kısa olur. Yıldızlar, doğar, büyür ve ölürlür. Bir yıldızın öldüğünü görmek, doğduğunu görmekten çok daha kolaydır. Büyük kütleli yıldızlar, gökadalara evriminde temel rol oynarlar. Büyük kütleli yıldızlar, evrenin her yerinde yıldızlararası ortamın fiziksel ve kimyasal evriminde baskın roller oynamaktadırlar. Büyük kütleli yıldızlar, çökmeleriyle oluşan karadeliğin ve süper devlerin öncüleridir. Büyük kütleli yıldızların evrimi, düşük kütleli yıldızlar gibi kütlelerine bağlıdır. Büyük kütleli yıldızların yaşamlarının sonunda, dış katmanlarının büyük bölümünü, uzaya fırlatan bir patlamayla yok olurlar. Bu patlama, gökadalara kimyasal açıdan zenginleşmesine sebep olur. Bu zenginlik yıldızların oluşum sürecine yansır. Yıldızın parlayacağı süreyi, doğduğu andaki kütlesi tayin eder. Kütle ne kadar büyükse, parlaklık o kadar fazladır. Ancak bir yıldız ne kadar büyük kütleli ise, o kadar kısa sürede bir karadeliğe dönüşür. Metallik, opaklıkları ve dolayısıyla yıldızların iç yapısını nitelendirmek için büyük kütleli yıldızların evriminin ana itici gücüdür [1]. Bunların iç yapısı ve evrimi birçok yazar tarafından araştırılmıştır [2]. Apsis hareket hızı, çift yıldızların iç kütle dağılımına bağlıdır, bu nedenle iç yapı sabiti k_2 ile ilişkilidir [3]. Örtün çift yıldızlar, yıldızların iç yapısı hakkında çok faydalı olan bilgi kaynaklarıdır. Evrimsel yıldız modellerini test etmek için çift yıldızlardaki eksantrik tutulma ve uzun yıllardır kullanılmaktadır [4-8]. Gözlemsel ve teorik sabitler arasındaki karşılaştırmalar, gerçek

yıldızların teorik olarak modellenen yıldızlardan merkezi olarak daha fazla yoğun olduğunu göstermiştir [9-11]. Uzun yıllardır modern yıldız modelleri ile k_2 'nin gözlemsel ve teorik değerleri arasındaki farklılıkları azaltmak için çalışmalar yapılmaktadır [12-16]. Claret ve Gimenez [5], yaptıkları çalışmada, Rogers ve Iglesias'ın [17] opaklık tablolarını kullanarak bu tutarsızlıkların azaldığını ve yıldız modellerinin rotasyon etkisi içerdiği sonucuna varmışlardır. Claret ve Gimenez [8], Claret modellerini [6] kullanarak içyapı sabitleri k_2 'nin gözlemsel ve teorik olarak elde edilen değerleri arasında iyi bir uyum bulmuşlardır. Yapısal sabitler, astrofizik sunumlarında genellikle k_j ile temsil edilmekte ve k_j ($j=2,3,\dots,n$) ile gösterilen yıldızların yapısal veya 'apsidal hareket' sabitleri, özellikle k_2 (veya ikili sistem ortalama değeri k_2), teorik olarak incelenmiş ve birçok yazarın katkıda bulunduğu uzun yıllar boyunca gözlemsel olarak kontrol edilmiştir. Kushwaha [18] ve Schwarzschild [9], apsidal sabit k_2 'nin gözlemlenen ve teorik değerleri arasındaki sistematik sapmalara dikkat çeken ilk araştırmacılar arasında yer almaktadır. Konu, Kopal [10] tarafından özetlenmiştir. Teorik işlemlerde, içyapı sabitleri k_3 ve k_4 de k_2 ile birlikte ele alınır ancak büyüklüğü genellikle iyi gözlemlerle net karşılaştırmalara izin verecek kadar yüksek olan ikincisi, özellikle eksantrik yörüngelere sahip ikili yıldızlardaki apsis çizgisinin ilerlemesi ile ilgilidir [11]. Bu tür etkiler, yıldızların içyapısını araştırmak ve böylece temel astrofizik teorisini test etmek için açık bir gözlemsel yöntem sunar; böylece, onların çalışmaları için önemli bir gerekçe sağlar. Düşük k_j değerleri merkezi olarak yoğunlaşmış yıldızları temsil eder ve daha büyük k_j değerleri için bunun tersi geçerlidir. Tipik 'birinci dereceden' modelleme programları k_2 , k_3 , k_4 sabitlerini içerirken, genelde k_2 yapısal sabiti hesaplanmaktadır. İnek ve arkadaşları [19] yaptıkları çalışmada, hesaplamaları İnek ve Budding [20] tarafından açıklanan prosedürün aynısını izlemişler ve teorik hesaplamalar yapmışlardır. ZAMS(Sıfır Yaş Ana Kol Yıldız) modelleri için yapısal sabitleri hesaplamak için EZ-Web veritabanındaki yapısal verileri kullanılmışlardır. Çalışmalarında, kütleleri $1-40 M_{\odot}$ arasında olan bir dizi yıldız modeli için katsayıları hesaplamışlardır. Elde ettikleri sonuçları literatürdeki gözlemsel ve teorik sonuçlarla karşılaştırmışlardır. Ana kol kütleli yıldızların apsidal hareketine ilişkin gözlemsel veriler olmasına rağmen, büyük kütleli yıldızlar için az sayıda çalışma bulunmaktadır. Çok yakın geçmişte Rauw ve arkadaşları [21] genç açık küme NGC 6231'de yer alan ve çift yıldız olan HD 152218'i analiz etmişlerdir. İçyapı sabiti k_2 'nin evrimini, büyük kütleli CLES model yıldızlar için yaş, aşma parametresi ve metalikliğin bir fonksiyonu olarak hesaplamışlardır. Rosu ve arkadaşları [22] ayrıca eksantrik kütleli ikili yıldız sistemi HD 152248'i ve apsidal hareketini CLES yıldız evrim modellerini kullanarak analiz etmiştir.

Elde ettikleri sonuçlar, apsis hareketindeki yüksek dereceli terimlerin ihmal edilebilir olduğuna işaret etmiştir. Büyük kütleli ikili yıldızların içyapı katsayılarındaki kısıtlamayı araştırmışlardır. EZ-Web modelleri, başlangıç kütlesi 0.1 ile 100 Güneş kütlesi aralığındaki yıldız modellerini kapsamaktadır. Bu çalışmada, büyük kütleli yıldızların modellenmesi literatürde az sayıda ($M > 50 M_{\odot}$) olduğundan, bu büyük kütleli yıldızların yapısal sabitlerini EZ-Web modellerini kullanarak hesaplamaya karar verilmiştir. Kimyasal bileşimin yıldızların yapısı üzerindeki etkilerini araştırmak için ana parametre olarak metallik Z değeri alınmıştır. Bu çalışmada k_j , η_j , ve Δ_j yapı katsayıları $j=2, 3, 4, 5, 6$ ve 7 için hesaplanmıştır. Hesaplamalarda Eggleton modelleri kullanılmıştır. 2. bölümde modelleme anlatılmaktadır. Çalışmada EZ-Web ZAMS modelleri için yapısal katsayıların türetilmiş değerleri yer almaktadır. 4. Bölümde elde edilen sonuçlar verilmiş olup, bunlar Rauw ve arkadaşlarının [21] ve Rosu ve arkadaşlarının [22] çalışmalarıyla karşılaştırılmaktadır. Son olarak, 5. Bölümde bu çalışmanın sonuçları yer almaktadır. Çok büyük kütleli yıldızların içyapısı ile ilgili sınırlı gözlemsel çalışmalar nedeniyle, bu çalışmada elde edilen sonuçlar literatürde yeni sonuçlar sağlayacaktır.

2. YILDIZ EVRİM MODELLERİ

Geceleri, gökyüzüne baktığımızda, binlerce irili ufaklı parıltılar görüyoruz. Gördüğümüz evrenin içerisinde dağılmış olan milyarlarca yıldızdan bazılarıdır. Gördüğümüz bu yıldızlar, genellikle yeryüzüne diğerlerine oranla daha yakın, bu nedenle de parlak görünen yıldızlardır. Bu parlak noktaların güzelliği ve ulaşılmazlığı, çok eski çağlardan bu güne insanların ilgisini çekmiş, 19 yüzyılın sonlarına doğru, teleskopların ve gökbilimin gelişmesine bağlı olarak, gök cisimlerinin de yapıları anlaşılmaya başlandı. Yıldızlar ile ilgili bilimsel çalışmalar yapılmaya başlamadığı yüzyıllarda da yıldızlar insanoğlunun dikkatini çekmişti. Babiller döneminde ilk kez takımyıldızları keşfedilmişti. Sonrasında ise yıldızlar adlandırılmaya başlandı. Yıldızlar genelde Arapça ve Latince isimler verilmeye başlandı. Yıldızlar bizden çok uzak oldukları için gökyüzünde bir nokta gibi görünürler ve bu yüzden gerçek büyüklüklerini tespit etmek çok güçtür. Bilim adamları eskiden bu konuda hiçbir fikir üretemezken, teleskoplar üzerinde geliştirilen bir yöntem sayesinde artık yıldızların büyüklükleri hakkında bir bilgiye ulaşılabilir. Hertzsprung ve Russel adlı iki astrofizikçi, 20. yüzyılın başlarında, yıldızların yaydıkları ışımının şiddetine karşı sıcaklıklarını bir grafik haline getirmişlerdir. Hertzsprung ve Russel, bekledikleri gibi bir yıldızın sıcaklığı ile ışımaya şiddeti arasında sistematik bir ilişkinin olduğunu gördüler. Gözle gördüğümüz yıldızlar hemen hemen hepsi, ana kol adı verilen bir eğri oluşturuyordu. Hertzsprung ve Russell'in oluşturdukları bu diyagram, (H-R diyagramı) yıldızların özelliklerinin anlaşılmasında önemli bir role sahip olmuştur. Farklı yaş ve kütledeki yıldızların iç yapıları da değişik olur. Yıldızlarla ilgili yapı modelleri, bir yıldızın iç yapısını ayrıntılı olarak tanımlar ve parlaklık hakkındaki ayrıntılı tahminler de, yıldızın rengi ve gelecekteki evrimi hakkında bilgiler sunar. Kararlı ana kol yıldızı, iç kuvvetlerin birbirini sürekli karşıladığı sürekli bir denge halindedir. Birbirini dengeleyen kuvvetler içeri doğru yönelen kütle çekim kuvveti ve bunu karşılayan plazma gazının ısı enerjisidir. Bu kuvvetlerin birbirini dengelemesi için tipik bir yıldızın çekirdeğindeki sıcaklık 10^7K ya da daha yüksek olmalıdır. Bir ana kol yıldızının hidrojen yakan çekirdeğinde ortaya çıkan sıcaklık ve basınç, yıldızın daha fazla çökmesini önleyecek kadar yeterli enerji üretir. Atom çekirdekleri yıldızın çekirdeğinde kaynaştıkça gama ışınları şeklinde enerji yayarlar. Bu fotonlar, çevresini saran plazma ile etkileşime girerek çekirdeğe ısı enerjisi eklerler. Ana koldaki yıldızlar hidrojeni helyuma çevirerek yavaş ama düzenli artan bir oranda çekirdekdeki helyumu artırır. Sonunda helyum oranı baskın hale gelir ve çekirdekdeki

enerji üretimi durur. Hidrostatik dengenin dışında kararlı bir yıldızın içinde enerji dengesini sağlayacak ısı denge de bulunur. İçeride bulunan ışınsal sıcaklık eğimi sonucunda dışarıya doğru sürekli olarak bir enerji akışı oluşur. Yıldızın herhangi bir katmanında dışa doğru akan enerji akışı, yukarıdan içeriye doğru gelen enerji akışına tam olarak denktir. Samanyolu'ndaki yıldızların çok büyük kısmını, Güneşimizden oldukça küçük yıldızlar oluşturur. Samanyolu'ndaki yüz milyar kadar yıldız arasında Güneş'ten daha büyük ve daha sıcak olan yıldızların oranı yalnızca %1 dir. Büyük kütleli yıldızlar ana kol üzerinde göreceli olarak az zaman geçirirler. Büyük kütleli yıldızlar tıpkı küçük kütleli gibi çekirdeğindeki helyum tükendiğinde dev hatta süper dev bir yıldız dönüşür. Bununla birlikte, büyük kütleli yıldız bekleyen son daha dramatiktir. Yüksek kütle çekimi nedeniyle çekirdekteki enerji son damlasına kadar tüketilir. Nükleer füzyon, Güneş kütlesi kadar demir oluştuğunda durur. Büyük kütleli yıldızların evrimi, kütlelerine göre artan ölçüde karmaşıklaşan ve zenginleşen bir senaryo uyarınca gelişir. Güneş'ten daha büyük kütleli yıldızlar, yaşamları boyunca içyapılarını derinden etkileyen birçok kararsızlık evresinden geçer. Bir yıldızın iç yapısının modellenmesi; atom ve nükleer fizik, sıvı dinamiği ve termodinamik dahil olmak üzere devam eden araştırma alanlarına yol açabilecek çeşitli fizik alanlarını içermektedir. Günümüzde, yıldız modellemesinde genellikle ilgili fiziksel yasaları kapsayan denklemleri içeren geliştirilmiş sayısal teknikler kullanılmaktadır. Elde edilen teorik sonuçlar, gözlemlenen yıldız parametreleri ile kontrol edilmektedir. Yıldızların iç yapısının sayısal hesaplamalarında, Henyev ve arkadaşlarının [23] metodu kullanılmaktadır. Bu metot ile birlikte Eggleton'un programı da yıldız model programlamasında kullanılmaktadır [24-27]. Bu program için tasarlanan sayısal yenilik, hızla değişen koşulların iç ince kabuklarının mevcut olabileceği durumları etkili bir şekilde ele almış ve hesaplamalarda daha fazla istikrar ve öz tutarlılık sağlamıştır. Pols ve arkadaşları [28]; asıl Eggleton programında kullanılan durum denklemini, Iglesias ve Rogers [29] ve Alexander ve Ferguson [30]'ın revize ettiği OPAL opaklık tablolarını, enerji üretimi ve nötrino kaybı oranları ile ilgili güncellenmiş verilerle birlikte düzenleyerek, modellemenin fiziksel temelini geliştirmişlerdir. Pols ve arkadaşları; 0.5 ile 50 M_{\odot} aralığındaki kütleler için 0.0001 ile 0.03 arasındaki yedi metalik değeri için yıldız modelleri oluşturup teorik hesaplamalar yapmışlardır. Paxton [31], yıldız modeli oluşturan bu kodu geliştirip kolay kullanılabilir hale getirmiştir. Kütle aralığının tabanını 0.1 M_{\odot} 'e düşürmüş, tavanı ise 100 M_{\odot} 'ye yükseltmiştir. Bu program ilk olarak sıfır yaş modelini oluşturur ve ikinci adımda, kullanıcının yakın inceleme için evrim yolu boyunca belirli aşamaları seçmesine izin vererek bu modeli geliştirir. Helyum bollukları, Paxton'ın

paketinde ayrı bir rutin kullanılarak değiştirilebilir. Bu programın ‘EZ-Web’ versiyonu, Wisconsin –Madison Üniversitesi’nden R.Townsend tarafından doğrudan internet erişimi için kurulmuştur[32]. Web sitesinin helyum bolluğunun 0.281 olarak önceden seçilmiş olmasına rağmen, bunu uygulamak yine de çok kolaydır. Bir model oluşturmak ve geliştirmek için; (a) yıldızın ilk kütlesi, (b) metalikliği, (c) yıldızın yıllar içinde evrimleşeceği maksimum zaman aralığı ve (d) yıldızın evrimleşeceği maksimum adım sayısı olmak üzere kısa bir parametre seçimi kullanıcı tarafından girilir. Programı çevrim içi çalıştırdıktan sonra kullanıcı, ayrıntılı içyapıyı katman katman eşleştiren dosyaları indirebilir. Bu çalışmada, yapısal sabitlerle ilgili mevcut hesaplamalarımızın temelini oluşturan bu programdır. Yıldızların evrimsel modelleri, yıldızların yapısıyla ilgilenen bir araştırmacı için ana kaynaktır. Bir yıldızın içinin modellenmesi; nükleer, atomik, termodinamik ve akışkanlar dinamiğini içermektedir. Wisconsin – Madison Üniversitesi’nden R. Townsend, kullanımı kolaylaştırmak için web tabanlı bir EZ Web kodu geliştirmiştir. Bir model oluşturmak ve geliştirmek için bazı parametrelerin girilmesi gerekmektedir. Bu parametreler şunlardır; başlangıç kütlesi, metalik değeri, maksimum yaş ve maksimum adım sayısı. Parametreleri girdikten sonra, kullanıcı bunları yapı dosyaları oluşturmak için göndermektedir. Sonuçlar verilen e-posta adresine gönderilmektedir. Bu çalışmada; 50, 60, 70, 80, 90, 100 M_{\odot} kütleleri için altı farklı metalik değeri (Z): 0.0001, 0.0003, 0.004, 0.01, 0.02 ve 0.03 için içyapı sabitleri hesaplanmıştır. Mevcut veri tabloları için ZAMS modelleri ve sonuçların gözlemsel ve diğer teorik sonuçlarla karşılaştırılması için TAMS modelleri kullanılmıştır.

3. DENKLEMLERİN ÇÖZÜMÜ

Daha önce de dile getirdiğimiz gibi bir yıldızın en önemli özelliği sürekli uzaya enerji yaymasıdır. Bu enerjinin kaynağını ve yıldızın içinde nasıl yol aldığını bilmek gerekir. Enerji yoktan var edilemez, o zaman yaymaya hazır olmayan biçimden yayabileceği bir biçime dönüşüyor olmalı. Einstein'ın meşhur formülünü göz önüne alalım.

$$E = mc^2 \quad (3.1)$$

Bir yıldızın yapısının hesaplanması için temel yapı denklemlerinin çözülmesi gerekir. Ancak bu denklemler analitik olarak çözülemez sadece bilgisayarlarda sayısal çözümleri yapılabilir. Bu yapı denklemleri varsayımlar yapılarak ve değişkenler boyutsuz hale getirilerek çözülebilir. Bu denklemler politropik modeller için uygun olan n politropik indeksine karakterize edilebilir. Bu n politropik indeksi için yıldızın iç yapısının modeli oluşturulmuşsa yıldızla ilgili diğer parametreler de hesaplanabilir. Ancak bilgisayarda sayısal çözümlerini yapmak en olası sonuçları vermektedir. Bir yıldızın yapısının hesaplanması, dört diferansiyel yapı denkleminin çözümlerini gerektirir. Bu denklemlerin, sayısal çözümleri, sadece bilgisayarlar ile yapılabilir.

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (3.2)$$

Yukarıdaki birinci dereceden bir diferansiyel denklemin çoklu çözümü vardır ve çözüm bir sabit içerir. Sabitin sayısal değerini bulmak için çoklu çözümlerde sınır koşullarına ihtiyaç vardır.

Aşağıda verilen dört diferansiyel denklemin çözümünde, yüzey için iki ve merkez için de iki, toplam dört sınır koşulunun belirlenmesi gerekir. Yüzeyde sıcaklık $T(R) = 0$ ve basınç $P(R) = 0$ alınır. Merkezde ise ışınım gücü $L(0) = 0$ ve kütle $M_r(0) = 0$ dır. Bunlar kabuldür!

Yıldızın iç yapısını anlayabilmek ve gerekli teorik hesaplamalar için aşağıda verilen denklemlerin çözülmesi gerekir. Çözümler için farklı metotlar geliştirilmiştir.

$$\frac{dP}{dm} = -\frac{GM}{4\pi r^4} \quad (3.3)$$

$$\frac{dL}{dm} = \varepsilon \quad (3.4)$$

$$\frac{dT}{dm} = -\frac{3k_R L}{64\pi^2 r^4 acT^3} \quad (3.5)$$

$$\frac{dr}{dm} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \quad (3.6)$$

Çözümlerin yapılması için sınır şartları tekrar düzenlenir. Yüzeyde yani kütle $m = M$, yoğunluk ve sıcaklık için sırasıyla $\rho = 0$, $T = 0$ olur. Merkezde ise $m = 0$ için yarıçap ve ışınma gücü $r = 0$ ve $L = 0$ olur.

Herhangi bir kütleye sahip yıldızın özellikleri bir kez bilinirse diğer yıldızlarınkı kütleyle bağlı olarak bulunabilir.

Yıldızın yapısı belirlenirken önce kütlesi ve kimyasal bileşimi belirlenir ve diferansiyel denklemleri çözülür.

Temel yapı denklemlerinin çözülmesi ile özellikleri belirlenen referans yıldız 0 indisi ile modeli yapılacak yıldız da indissiz olarak gösterilir.

$$\frac{r}{R} = \frac{r_0}{R_0} \rightarrow r = \left(\frac{R}{R_0}\right) r_0 \quad m = \left(\frac{M}{M_0}\right) m_0 \quad (3.7)$$

Her iki tarafın diferansiyeli alındığında,

$$\frac{dr}{dr_0} = \frac{R}{R_0} \quad ve \quad \frac{dm}{dm_0} = \frac{M}{M_0} \quad (3.8)$$

Bu ifadeler ile yıldızın içinde yoğunluğun nasıl dağıldığı bulunabilir. Kütle denklemi yazılır ve her iki tarafı da son bulunan denklemler ile çarpılırsa

$$\frac{dr}{dmr} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \quad (3.9)$$

$$\frac{dr_0}{dr} = \frac{R_0}{R} \quad \frac{dm}{dm_0} = \frac{M}{M_0} \quad (3.10)$$

$$\frac{dr}{dm} \left(\frac{dr_0}{dr}\right) \left(\frac{dm}{dm_0}\right) = \frac{dr_0}{dm_0} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \left(\frac{R_0}{R}\right) \left(\frac{M}{M_0}\right) = \frac{1}{4\pi r_0^2 \rho_0} \quad (3.11)$$

Düzenlendiğinde,

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{R_0}{R}\right) \left(\frac{M}{M_0}\right) \left(\frac{r_0^2}{r^2}\right) = \left(\frac{M}{M_0}\right) \left(\frac{R_0}{R}\right)^3 \quad (3.12)$$

Bu şekilde fiziksel parametrelerin her biri için boyutsuz değişkenler tanımlanır ve bazı yaklaşımlar yapılarak yıldız yapı denklemlerinin çözümüne ulaşılır. Bu 7 yapı denklemini doğru olarak çözmek birçok gökbilimciyi uğraştırmıştır. Yöntemlerden biri de politropik modeller oluşturmaktır. Politropik modelde aşağıda verilen ideal gaz yasası kullanılır.

$$P_g V = NkT \quad n = \frac{N}{V} \quad P_g = nkT \quad (3.13)$$

Burada N parçacık sayısı, n ise parçacık yoğunluğudur.

Astrofizikte, kütle yoğunluğu kullanılır. Farklı kütlelere sahip parçacıklar için yukarıda tanımlanan n yerine, $n = \frac{\rho}{m}$ formülü kullanılır.

$$P_g = \frac{\rho k T}{\mu m_H} \quad (3.14)$$

Adyabatik ölçekte, gazın basıncı ile hacmi arasında şöyle bir bağıntı vardır:

$$P V^\gamma = Sabit \quad \text{veya} \quad \frac{P}{\rho^\gamma} = Sabit \quad \gamma = \frac{C_P}{C_V} \quad (3.15)$$

Burada γ iki esas özgül ısının oranı olup, adı adyabatik ölçektir. Poisson sabiti olarak da bilinir. Gaz basıncının, hacime bağlı olan bu tanımına politropik durum denklemi denir.

$$P_g = \frac{\rho k T}{\mu m_H} \quad P_g = K \rho^\gamma \quad (3.16)$$

γ Adyabatik sabit, n politropik ölçeye şu şekilde bağlıdır:

$$\gamma = 1 + \frac{1}{n} \quad (3.17)$$

Bu çalışmada, içyapı sabitlerini ve bunlarla ilgili katsayıları teorik olarak hesaplamak için küçük bir FORTRAN programı oluşturulmuştur [20]. Bu programı kullanarak Clariaut-Radau'nun Kopal [33] tarafından verilen diferansiyel denklemi çözülmektedir.

$$a \frac{d\eta_j}{da} = j(j+1) - \frac{6\rho}{\bar{\rho}} (\eta_j + 1) - \eta_j (\eta_j - 1) \quad (3.18)$$

Burada η_j yapısal bir sabittir. Radau diferansiyel denkleminin belirli bir çözümünün yüzey değerini göstermektedir. Aşağıdaki şekilde verilen ve genellikle belirtilen k_j ile doğrusal olarak ilişkilidir:

$$\eta_j(a) = \frac{a}{y_j^i} \frac{\partial y_j^i}{\partial a} \quad (3.19)$$

Burada Clariaut denklemini çözmek için kullanılan harmonikler bulunmaktadır. İy yapı sabitleri k_j , η_j katsayıları ile aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

Δ_j katsayıları, birinci dereceden yüzey pertürbasyonu için Clariraut denkleminde tanıtılan anahtar katsayılardır. Δ_j aşağıdaki denklemden hesaplanmaktadır:

$$\Delta_j = \frac{(2j+1)}{j+\eta_j} \quad (3.21)$$

Bu çalışmada kullanılan metot ve program, kararlılık ve doğruluk açısından Broker ve Olle [34] tarafından verilen verilerle karşılaştırılmış ve aralarında çok iyi bir uyum bulunmuştur. [20]. Bu prosedürün ayrıntılı bir açıklaması İnek ve Budding [20] tarafından verilmiştir. $j=2, 3, 4, 5, 6, 7$ için EZ- Web kodundaki veriler kullanılarak bu prosedürle Radau denklemini çözülmüştür.

4. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Farklı kütleler (50 ile 100 M_{\odot} arasında) ve farklı altı başlangıç metalikliği ($Z=0.0001$ ve $Z=0,03$ arasında) için teorik olarak hesaplanmış içyapı katsayıları (η_j , Δ_j ve k_j için $j=2, 3, 4, 5, 6$ ve 7) Tablo 4.1- Tablo 4.6 arasında sunulmuştur. Sonuçlardan, η_j değerlerinin artan kütle ile azaldığı ve artan j değeri ile arttığı görülmüştür.

Tablo 4.1: $Z=0.0001$ metalik değeri için yapı katsayıları.

$J=2$				$J=3$			
M_{\odot}	η_j	Δ_j	k_j	M_{\odot}	η_j	Δ_j	k_j
50	2,67619	1,06925	0,03462	50	3,89728	1,01489	0,00745
60	2,67303	1,06997	0,03499	60	3,89573	1,01512	0,00756
70	2,67140	1,07034	0,03517	70	3,89472	1,01527	0,00764
80	2,67116	1,07040	0,03520	80	3,89435	1,01532	0,00766
90	2,67156	1,07031	0,03515	90	3,89422	1,01534	0,00767
100	2,67262	1,07006	0,03503	100	3,89435	1,01532	0,00766
$J=4$				$J=5$			
M_{\odot}	η_j	Δ_j	k_j	M_{\odot}	η_j	Δ_j	k_j
50	4,95558	1,00496	0,00248	50	5,97725	1,00207	0,00104
60	4,95478	1,00505	0,00252	60	5,97681	1,00211	0,00106
70	4,95422	1,00511	0,00256	70	5,97649	1,00214	0,00107
80	4,95399	1,00514	0,00257	80	5,97635	1,00215	0,00108
90	4,95386	1,00515	0,00258	90	5,97627	1,00216	0,00108
100	4,95386	1,00515	0,00258	100	5,97625	1,00216	0,00108
$J=6$				$J=7$			
M_{\odot}	η_j	Δ_j	k_j	M_{\odot}	η_j	Δ_j	k_j
50	6,98696	1,00100	0,00050	50	7,99190	1,00054	0,00027
60	6,98670	1,00102	0,00051	60	7,99174	1,00055	0,00028
70	6,98651	1,00104	0,00052	70	7,99162	1,00056	0,00028
80	6,98642	1,00105	0,00052	80	7,99156	1,00056	0,00028

Tablo 4.1 devam

90	6,98638	1,00105	0,00052	90	7,99153	1,00056	0,00028
100	6,98636	1,00105	0,00053	100	7,99153	1,00057	0,00028

Tablo 4.2: Z=0.0003 metallik değeri için yapı katsayıları.

J=2				J=3			
M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j	M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j
50	2,69787	1,06431	0,03216	50	3,90744	1,01340	0,00670
60	2,69509	1,06494	0,03247	60	3,90610	1,01360	0,00680
70	2,69394	1,06520	0,03260	70	3,90535	1,01371	0,00685
80	2,69418	1,06515	0,03257	80	3,90522	1,01373	0,00686
90	2,69505	1,06495	0,03248	90	3,90533	1,01371	0,00686
100	2,69662	1,06460	0,03230	100	3,90571	1,01365	0,00683
J=4				J=5			
M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j	M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j
50	4,96108	1,00434	0,00217	50	5,98053	1,00177	0,00089
60	4,96043	1,00442	0,00221	60	5,98019	1,00180	0,00090
70	4,96003	1,00446	0,00223	70	5,97999	1,00182	0,00091
80	4,95994	1,00447	0,00224	80	5,97995	1,00183	0,00091
90	4,95996	1,00447	0,00223	90	5,97996	1,00182	0,00091
100	4,96011	1,00445	0,00223	100	5,98005	1,00182	0,00091
J=6				J=7			
M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j	M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j
50	6,98907	1,00084	0,00042	50	7,99333	1,00044	0,00022
60	6,98888	1,00086	0,00043	60	7,99322	1,00045	0,00023
70	6,98878	1,00086	0,00043	70	7,99317	1,00046	0,00023
80	6,98876	1,00087	0,00043	80	7,99317	1,00046	0,00023
90	6,98878	1,00086	0,00043	90	7,99319	1,00045	0,00023
100	6,98884	1,00086	0,00043	100	7,99323	1,00045	0,00023

Tablo 4.3: Z=0.004 metallik değeri için yapı katsayıları.

J=2				J=3			
M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j	M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j
50	2,72932	1,05723	0,02862	50	3,92112	1,01140	0,00570
60	2,72744	1,05765	0,02883	60	3,92029	1,01152	0,00576
70	2,72775	1,05759	0,02879	70	3,92026	1,01152	0,00576
80	2,72913	1,05728	0,02864	80	3,92066	1,01146	0,00573
90	2,73134	1,05678	0,02839	90	3,92139	1,01136	0,00568
100	2,73473	1,05603	0,02801	100	3,92256	1,01119	0,00559
J=4				J=5			
M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j	M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j
50	4,96816	1,00355	0,00178	50	5,98461	1,00140	0,00070
60	4,96782	1,00359	0,00179	60	5,98448	1,00141	0,00071
70	4,96784	1,00359	0,00179	70	5,98454	1,00141	0,00070
80	4,96806	1,00356	0,00178	80	5,98468	1,00139	0,00070
90	4,96842	1,00352	0,00176	90	5,98491	1,00137	0,00069
100	4,96898	1,00346	0,00173	100	5,98524	1,00134	0,00067
J=6				J=7			
M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j	M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j
50	6,99161	1,00065	0,00032	50	7,99501	1,00033	0,00017
60	6,99157	1,00065	0,00032	60	7,99500	1,00033	0,00017
70	6,99163	1,00064	0,00032	70	7,99507	1,00033	0,00016
80	6,99174	1,00064	0,00032	80	7,99515	1,00032	0,00016
90	6,99190	1,00062	0,00031	90	7,99526	1,00032	0,00016
100	6,99211	1,00061	0,00030	100	7,99541	1,00031	0,00015

Tablo 4.4: Z=0.01 metallik değeri için yapı katsayıları.

<i>J=2</i>				<i>J=3</i>			
M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j	M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j
50	2,76380	1,04958	0,02479	50	3,93511	1,00936	0,00468
60	2,76421	1,04949	0,02475	60	3,93532	1,00933	0,00466
70	2,76742	1,04879	0,02439	70	3,93653	1,00915	0,00458
80	2,77123	1,04795	0,02397	80	3,93794	1,00895	0,00447
90	2,77643	1,04681	0,02340	90	3,93985	1,00867	0,00433
100	2,89395	1,02167	0,01083	100	3,97980	1,00289	0,00145
<i>J=4</i>				<i>J=5</i>			
M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j	M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j
50	4,97503	1,00278	0,00139	50	5,98840	1,00106	0,00053
60	4,97525	1,00276	0,00138	60	5,98859	1,00104	0,00052
70	4,97591	1,00268	0,00134	70	5,98902	1,00100	0,00050
80	4,97662	1,00260	0,00130	80	5,98944	1,00096	0,00048
90	4,97756	1,00250	0,00125	90	5,98998	1,00091	0,00046
100	4,99461	1,00060	0,00030	100	5,99828	1,00016	0,00008
<i>J=6</i>				<i>J=7</i>			
M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j	M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j
50	6,99388	1,00047	0,00024	50	7,99646	1,00024	0,00012
60	6,99404	1,00046	0,00023	60	7,99659	1,00023	0,00011
70	6,99433	1,00044	0,00022	70	7,99680	1,00021	0,00011
80	6,99461	1,00041	0,00021	80	7,99699	1,00020	0,00010
90	6,99495	1,00039	0,00019	90	7,99721	1,00019	0,00009
100	6,99939	1,00005	0,00002	100	7,99977	1,00002	0,00001

Tablo 4.5: $Z=0.02$ metallik değeri için yapı katsayıları.

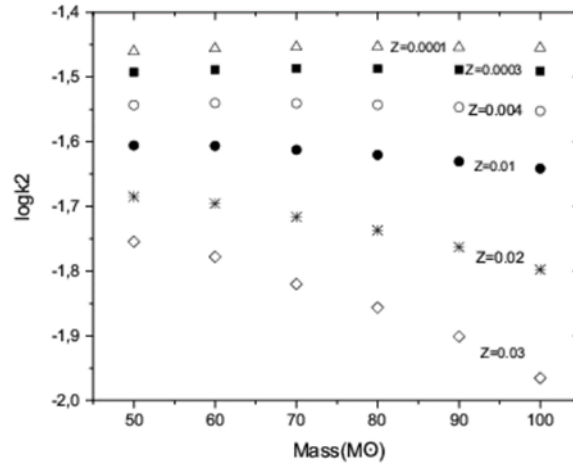
$J=2$				$J=3$			
M_θ	η_j	Δ_j	k_j	M_θ	η_j	Δ_j	k_j
50	2,80158	1,04132	0,02066	50	3,94935	1,00729	0,00364
60	2,80637	1,04029	0,02014	60	3,95122	1,00702	0,00351
70	2,81499	1,03842	0,01921	70	3,95437	1,00656	0,00328
80	2,82329	1,03664	0,01832	80	3,95730	1,00614	0,00307
90	2,83313	1,03453	0,01726	90	3,96069	1,00565	0,00282
100	2,84558	1,03187	0,01593	100	3,96486	1,00505	0,00252
$J=4$				$J=5$			
M_θ	η_j	Δ_j	k_j	M_θ	η_j	Δ_j	k_j
50	4,98164	1,00204	0,00102	50	5,99189	1,00074	0,00037
60	4,98263	1,00193	0,00097	60	5,99249	1,00068	0,00034
70	4,98415	1,00176	0,00088	70	5,99333	1,00061	0,00030
80	4,98550	1,00161	0,00081	80	5,99405	1,00054	0,00027
90	4,98701	1,00145	0,00072	90	5,99483	1,00047	0,00024
100	4,98881	1,00125	0,00062	100	5,99572	1,00039	0,00019
$J=6$				$J=7$			
M_θ	η_j	Δ_j	k_j	M_θ	η_j	Δ_j	k_j
50	6,99590	1,00032	0,00016	50	7,99772	1,00015	0,00008
60	6,99629	1,00029	0,00014	60	7,99798	1,00013	0,00007
70	6,99681	1,00025	0,00012	70	7,99832	1,00011	0,00006
80	6,99723	1,00021	0,00011	80	7,99858	1,00009	0,00005
90	6,99767	1,00018	0,00009	90	7,99884	1,00008	0,00004
100	6,99815	1,00014	0,00007	100	7,99913	1,00006	0,00003

Tablo 4.6: Z=0.03 metallik değeri için yapı katsayıları.

<i>J=2</i>				<i>J=3</i>			
M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j	M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j
50	2,82999	1,03520	0,01760	50	3,95933	1,00584	0,00292
60	2,83871	1,03333	0,01667	60	3,96246	1,00539	0,00270
70	2,85319	1,03025	0,01513	70	3,96734	1,00469	0,00234
80	2,86456	1,02784	0,01392	80	3,97100	1,00416	0,00208
90	2,87762	1,02509	0,01255	90	3,97502	1,00358	0,00179
100	2,89395	1,02167	0,01083	100	3,97980	1,00289	0,00145
<i>J=4</i>				<i>J=5</i>			
M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j	M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j
50	4,98604	1,00155	0,00078	50	5,99412	1,00053	0,00027
60	4,98753	1,00139	0,00069	60	5,99494	1,00046	0,00023
70	4,98968	1,00115	0,00057	70	5,99603	1,00036	0,00018
80	4,99121	1,00098	0,00049	80	5,99677	1,00029	0,00015
90	4,99281	1,00080	0,00040	90	5,99751	1,00023	0,00011
100	4,99461	1,00060	0,00030	100	5,99828	1,00016	0,00008
<i>J=6</i>				<i>J=7</i>			
M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j	M_{θ}	η_j	Δ_j	k_j
50	6,99716	1,00022	0,00011	50	7,99848	1,00010	0,00005
60	6,99764	1,00018	0,00009	60	7,99879	1,00008	0,00004
70	6,99826	1,00013	0,00007	70	7,99916	1,00006	0,00003
80	6,99865	1,00010	0,00005	80	7,99938	1,00004	0,00002
90	6,99902	1,00008	0,00004	90	7,99958	1,00003	0,00001
100	6,99939	1,00005	0,00002	100	7,99977	1,00002	0,00001

Daha yüksek mertebeden terimler apsidal hareket sabiti k_j için ihmal edilebilmektedir. η_j değerleri artan metallik ile artma eğilimindedir. Δ_j 'nin değişimi ile ilgili olarak, tablolardan bu katsayının kütle ile arttığı, ancak büyük bir j değeri ve artan metallik ile azaldığı görülmektedir. k_j sabitleri için olan sonuçlar, artan j değerleriyle azalma eğilimini

desteklemektedir [21,8]. Bu tablolardaki apsidal hareket sabiti k_j ($j=2$) ile ilgili veriler, Şekil 4.1’de farklı metaliklikler için kütleye (Güneş kütlesi cinsinden) karşı grafiğe geçirilmiştir. Aynı metalik değeri için k_j değerlerinin kütle arttıkça azaldığı görülmektedir. Ancak bu azalma $Z=0,02$ ve $Z=0,03$ yüksek metalik değerleri için diğerlerine göre daha fazladır. Ayrıca evrimin iç yapı sabiti k_2 üzerindeki etkileri incelenmiştir. Sabit k_2 , eksantrik yakın ikili sistemlerin apsidal hareket sabiti olarak da bilinmektedir. Yakın geçmişte Rauw ve arkadaşları [21] ikili yıldız sistemi olan HD 152218’de apsisli hareketi incelemişlerdir. Yapı sabiti k_2 nin 15 M_{\odot} ve 20 M_{\odot} küteleleri için CLES yıldız modellerinde yaşa göre evrimi incelemişlerdir ve bu modeller için iç yapı sabitlerini hesaplamışlardır. Bu çalışmada aynı küteleli modeller için elde edilen sonuçlar, Rauw ve arkadaşlarının sonuçlarıyla birlikte Tablo 4.7 ve Tablo 4.8’de sunulmuştur. Sonuçların, Rauw ve arkadaşlarının [21] sonuçları ile uyum olduğu tablolardan görülebilmektedir. Yaş arttıkça k_2 değerleri azalmaktadır. Kimyasal bileşimin etkisi, metalikteki artışın k_2 değerlerini düşürmesidir. Bu etki, yüksek metaliklik değerleri için daha belirgindir. Şekil 4.1’den görülebilmektedir.



Şekil 4.1: Teorik apsidal sabiti $\log k_2$ 'nin farklı metalikler için kütle ile değişimi.

İkili yıldızlar, hem gözlemler, hem de apsidal hareket için ideal astrofizik laboratuvarlarıdır. İkili yıldızların ikiz doğası, yıldızların iç yapısını araştırma yeteneği vermektedir. Eksantrik küteleli ikili HD 152248 bunlardan biridir [36, 37, 23].

Tablo 4.7: $20M_{\odot}$ model yıldızın apsidal hareket sabiti k_2 'nin yaş ve metalikliğinin bir fonksiyonu olarak evrimi.

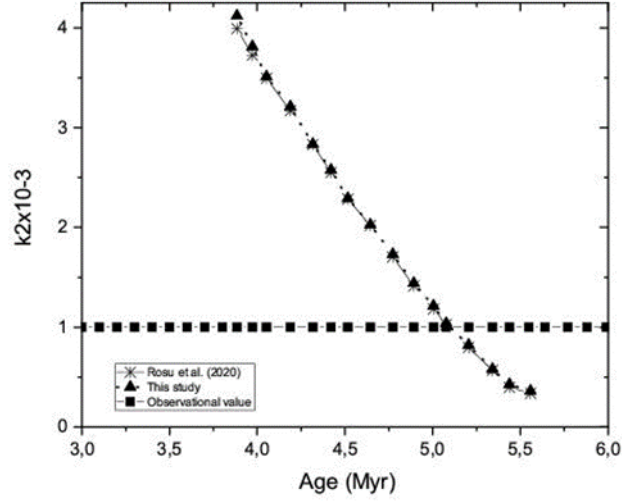
Yaş (Myr) $20M_{\odot}$	Z=0.014 Rauw ve diđerleri (2016) k_2	Z=0.014 Bu alıřma k_2	Z=0.020 Rauw ve diđerleri (2016) k_2	Z=0.020 Bu alıřma k_2
3.3	0.010115	0.01067	0.009241	0.00943
3.8	0.009187	0.00936	0.008414	0.00871
4.3	0.008326	0.00841	0.007587	0.00769
4.8	0.007403	0.00761	0.006757	0.00692
5.3	0.006528	0.00672	0.005946	0.00624
5.8	0.005663	0.00586	0.005143	0.00531
6.3	0.004788	0.00498	0.004337	0.00453
6.8	0.003921	0.00411	0.003531	0.00369
7.3	0.003128	0.00330	0.002776	0.00291

Tablo 4.8: $15M_{\odot}$ model yıldızın apsidal hareket sabiti k_2 'nin yaş ve metalikliğinin bir fonksiyonu olarak evrimi.

Yaş (Myr) $15M_{\odot}$	Z=0.014 Rauw ve diđerleri (2016) k_2	Z=0.014 Bu alıřma k_2	Z=0.020 Rauw ve diđerleri (2016) k_2	Z=0.020 Bu alıřma k_2
3.3	0.011154	0.01179	0.010386	0.01048
3.8	0.010632	0.01083	0.009905	0.01015
4.3	0.010104	0.01064	0.009428	0.00981
4.8	0.009586	0.00981	0.008951	0.00921
5.3	0.009065	0.00920	0.008472	0.00872
5.8	0.008532	0.00872	0.007989	0.00818
6.3	0.008002	0.00843	0.007503	0.00770
6.8	0.007467	0.00766	0.007015	0.00731
7.3	0.006937	0.00711	0.006529	0.00679

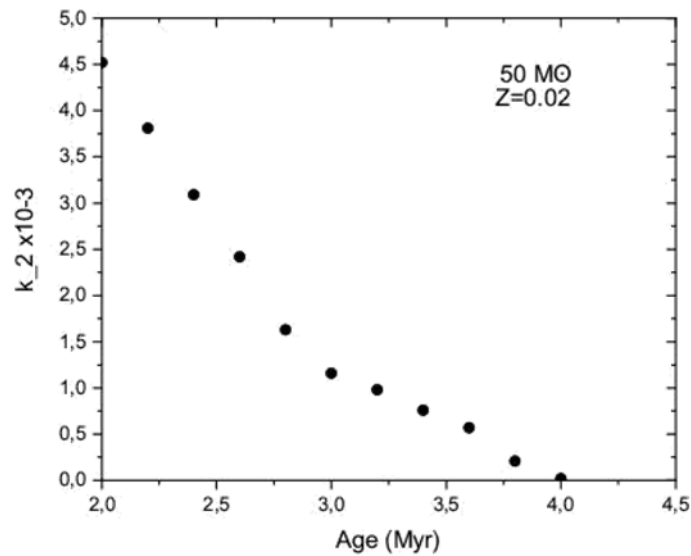
HD 152248 için $32M_{\odot}$ kütle modelinin apsidal hareket sabiti k_2 için elde ettiğimiz teorik sonuçlar, Rosu ve arkadaşlarının [22] ile Şekil 4.2'de yıldız yaşının bir fonksiyonu olarak gösterilmiştir. Z=0.015 değeri için EZ- Web'in sonuçları interpolate edilerek elde edilmiştir. İç yapı yapı sabitinin gözlem değeri, kare sembollü yatay bir çizgi ile gösterilmektedir. Şekil 4.2'den sonuçlarımızın Rosu ve arkadaşlarının [22] çalışmasının sonuçlarıyla iyi bir

uyum içinde olduğu görülmektedir. Yıldızın yaşı arttıkça k_2 değerinin azaldığı görülmektedir. Elde edilen k_2 sabiti teorik olarak gözlem değerine yaklaşık ~ 5.3 Myr'de ulaşmaktadır. Bu, yıldız için minimum 5.3 Myr yaşının önerildiği anlamına gelmektedir.



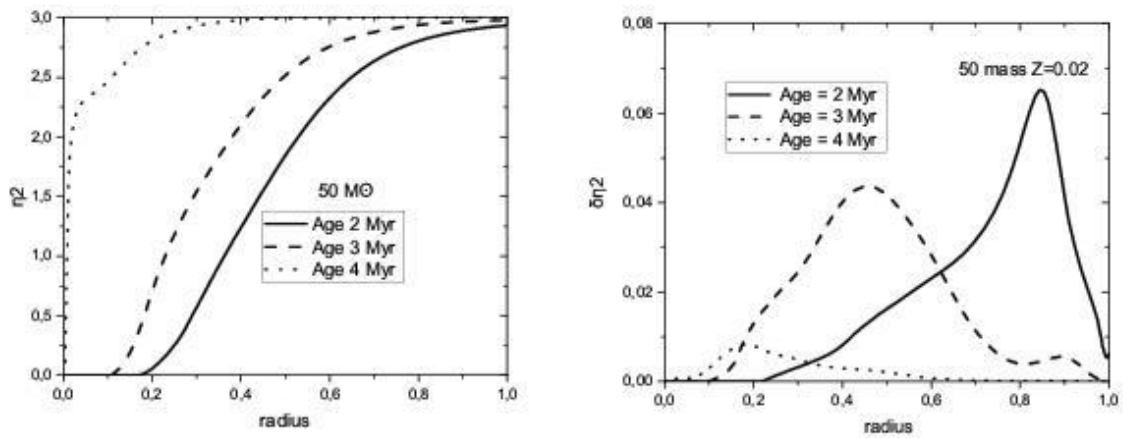
Şekil 4.2: $Z=0.004$ metallik değeri için $32 M_{\odot}$ kütleli yıldız için yapı sabiti k_2 'nin evrimi. Gözlem değeri [22] çizgili kare ile gösterilmektedir.

Bu kapsamda $50 M_{\odot}$ modelinde k_2 'nin yaşa göre değişimi $Z = 0.02$ metal değeri için incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar Şekil 4.3'de gösterilmiştir. Artan yaşla birlikte sabitin azaldığı görülmektedir.



Şekil 4.3: $50 M_{\odot}$ kütleli yıldız modeli için apsidal hareket sabiti k_2 'nin evrimi.

4 Myr yaşında k_2 sabiti 0,00002'ye düşmektedir. Bu k_2 değeri oldukça küçüktür. $50M_{\odot}$ model yıldızın merkezi hidrojen içeriği tükenmiş olabilir ($XC = 0$). Bu sonuçlar kütlesi $50M_{\odot}$ civarında olan çok yüksek kütleli yıldızların gözlemsel sonuçlarını kontrol etmek için kullanılabilir. Bu sonuçların, çok büyük kütleli yıldızların yaşını ve apsidal sabitini gözlemsel veya teorik çalışmalarla belirlemede çok faydalı olacağı düşünülmektedir. Şekil 4.4'de, $Z = 0.02$ için $50 M_{\odot}$ ile yıldızın içindeki η_2 (a) ve $\Delta\eta_2$ (b)'nin evrimi çizilmiştir. Kullanılan veriler RADAU programının çıktısıdır. Her çizgi farklı bir yaşa karşılık gelmektedir. Yaş modelleri Şekil 4.4'de gösterilmiştir.



Şekil 4.4: a) η_2 'nin Evrimi ve b) 50 Güneş kütlesi model için sayısal integrasyonda zarfın katmanları boyunca ilerlerken yıldızın içindeki delta η_2 .

$\Delta\eta_2$ 'nin integrasyondaki dağılımı ZAMS'a çok benzemektedir [19]. Sırasıyla 2 Myr, 3 Myr ve 4 Myr yaşları için 2,93, 2,98, 2,99'a kadar ulaşmaktadır. 4 Myr yaşında η katsayısı 2,99'a (Roche modeliyle neredeyse 3 değerine) ulaşmaktadır, diğer yaşlara göre yarıçapın (daha içerisinde) 0.4-0.5 değeri civarındadır. Bu, bir miktar yaşlanmadan sonra, yıldızın merkezine doğru artan yoğunlaşma nedeniyle k_2 değerlerinin düştüğü anlamına gelmektedir. Diğer bir deyişle η artmaktadır. Bu η değişimi, ZAMS'ın $10 M_{\odot}$ modeli için Claret ve Gimenez'inkine [37] benzerdir. 2 Myr ve 3 Myr yaşlar için sonuçlar, ZAMS modeli için Claret ve Gimenez'in sonuçlarına [37] benzer bir eğri vermektedir. Yıldızın yaşı arttıkça $\Delta\eta_2$ 'nin maksimum değeri sola (yıldızın merkezine doğru) kaymaktadır. Yüksek kütleli yıldızlar, çekirdek ve ışınımsal zarf çevresinde geniş bir merkezi konvektif bölgeye sahiptir. Bu en üst sınır, konvektif çekirdek ve ışınımsal zarfın buluştuğu noktada meydana gelmektedir [22].

5. SONUÇLAR

ZAMS için 50-100 M_{\odot} kütle aralığında çok yüksek kütleli yıldız modelleri için kütle ve metalik ile içyapı katsayılarının değişimi araştırılmıştır. $\text{Log}k_2$ 'deki azalma, daha büyük metal değerlerinde ($Z=0.02$ ve $Z=0.03$) daha şiddetlidir. Bu katsayılar da beşinci dereceden ve ya daha yüksek terimlerin ihmal edilebileceği sonucuna varılmıştır. Ayrıca k_2 sabitinin yaşla nasıl değiştiği araştırılmıştır. Yıldız geliştikçe k_2 değerinin azaldığı sonucuna varılmıştır. Elde edilen teorik sonuçlar, Rosu ve arkadaşlarının [22] gerçek gözlemlenen büyük kütleli ikili yıldız sistemi olan HD 152248 için elde ettikleri teorik sonuçlarla karşılaştırılmıştır. $k_2=0.001$ 'in gözlemsel sonuçları [22] kontrol edilerek, yıldızın yaşının yaklaşık 5.3 Myr olması önerilmiştir. Bu sonuç, Rosu ve arkadaşlarının [22] ile hemen hemen aynıdır. Elde edilen verilerden apsidal hareket sabiti k_2 'nin yıldızların yaşlarını belirlemek için kullanılabileceği sonucuna varılabilmektedir. Bu bağlamda Şu söylenebilmektedir: EZ- Web model programı ve RADAU diferansiyel denkleminin integralini alan Fortran Programı, evrimleşmiş yıldızların (ZAMS olmayan) yapı katsayıları için literatür doğrultusunda iyi sonuçlar vermektedir. Yıldız evrimleşirken k_2 sabiti azalmaktadır. Sabit k_2 , yıldızların evrimsel durumunu anlamak için yararlı bir parametredir.

Denklem 3'e göre; k_2 'deki değişim η_2 'deki değişimle ilgilidir. Şekil 4'de η_2 ve $\Delta\eta_2$ 'nin yarıçap ile değişimi çizilmiştir. Bu bağlamda şu sonuca varılabilmektedir; çok büyük kütleli yıldızlar hakkında çok fazla gözlemsel ve teorik sonuç bulunmamaktadır. Bu makaledeki teorik sonuçlar, hem teorik hem de gözlemsel olarak çok büyük yıldızlarla ilgili gelecekteki çalışmalara temel teşkil edebilmektedir.

6. KAYNAKLAR

- [1] F. Martins, A. Palacios, “Spectroscopic evolution of massive stars near the main sequence at low metallicity”, *Astron. Astrophys.*, Vol. 645, pp. 67, 2021.
- [2] S. Sakashita, C. “Hayashi Internal structure and evolution of very massive stars”, *Progress of Theo. Physics.*, Vol. 22, pp. 830-834, 1959.
- [3] Z. Kopal , *Dynamics of Close Binary Systems*. Manchester Üniversitesi:Holland 1978.
- [4] PM. Hejlesen “Studies in stellar evolution. III. The internal structure constants”, *Astron. Astrophys.*, Vol. 69, pp. 251-262, 1987.
- [5] A. Claret, A. Gimenez, “The apsidal motion test of the internal stellar structure: comparison between theory and observations”, *Astron. Astrophys.*, Vol. 277, pp. 487 -502, 1993.
- [6] A. Claret, “New grids of stellar models including tidal-evolution constants up to carbon burning”, *Astron. Astrophys.*, Vol. 424, pp. 919 -925, 2004.
- [7] NR. Landin, LTS. Mendes, LPR. Vaz, “Combined effects of tidal and rotational distortions on the equilibrium configuration of low-mass, pre-main sequence stars”, *Astron. Astrophys.*, Vol. 494, pp. 209, 2009.
- [8] A. Claret, A. Gimenez “The apsidal – motion test of stellar structure and evolution: an update”. *Astron. Astrophys.*, vol. 519, Vol. 57, pp.1-6, 2010.
- [9] M. Schwarzschild, “Structure and Evolution of the Stars”. Berlin, Heidelberg (1958).
- [10] Z. Kopal, “Internal structure of the stars and apsidal motions”, *Adv. Astron. Astrophys.*, vol. 3, pp. 89, 1965.
- [11] J. Shade, F.B. Wood, “*In: Interacting Binary Stars*”, Oxford: Pergamom Press, 1978.
- [12] I. Semeniuk, B. Paczynski “Apsidal motion in binary systems. III. Model computations”, *Acta Astron.*, Vol. 18, pp. 33-47, 1968.
- [13] R. Stothers “The apsidal-motion test for models of main- sequence stars” *Astrophys. J.*, Vol. 194, pp. 651-655, 1974.
- [14] J. Andersen, JV. Clausen, B. Nordström DM. Popper, “Absolute dimensions of eclipsing binaries”, *Astron. Astrophys.*, Vol.151, pp.329-339, 1985.
- [15] A. Gimenez, JV. Clausen J. Andersen, “Four- colour photometry of eclipsing binaries”, *Astron. Astrophys.*, Vol. 160, pp. 310-320, 1986.

- [16] A. Claret, B. Willems “New results on the apsidal-motion test to stellar structure and evolution including the effects of dynamic tides” *Astron. Astrophys.*, Vol. 388, pp. 518-530 2002.
- [17] FJ. Rogers , CA. Iglesias “ Rosseland mean opacities for variable composition ” *The Astrophysical Journal.*,Vol. 401, pp. 361-366, 1992.
- [18] RS. Kushava, “The Evolution of Early Main-Sequence Stars”, *The Astrophysical Journal.*,Vol. 125, pp. 242, 1957.
- [19] G. Inlek, E. Budding, O. Demircan, “Structure coefficients for different initial metallicities for use in stellar analysis”. *Astrophys. Space Sci.*, Vol. 362, pp.167, 2017.
- [20] G. Inlek, E. Budding, “Structure coefficients for use in stellar analysis”. *Astrophys. Space Sci.*, Vol. 342, pp. 365-370, 2012.
- [21] G. Rauw, et all., “Apsidal motion in the massive binary HD 152218”, *Astron. Astrophys.*, Vol. 33, pp. 594, (2016).
- [22] S. Rosu, A. Noels, MA. Dupret, G. Rauw, M. Farnir, S. Ekström, “Apsidal motion in the massive binary HD 152248. Constraining the internal structure of the stars”, *Astron. Astrophys.*, Vol. 221, pp. 624, 2020.
- [23] LG. Henyey, JE. Forbes, NL. Gould, “A new method of automatic computation of stellar evolution”, *Astrophys. Journal.*, Vol. 139, pp.306-317, 1964.
- [24] P. Eggleton “The evolution of low-mass stars”, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, Vol.151, pp.351-364, 1971.
- [25] P. Eggleton “Composition changes during stellar evolution”, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, Vol.156, pp.361- 376, 1972.
- [26] P. Eggleton, “A numerical treatment of double shell source stars”, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, Vol.163, pp. 279-284, 1973.
- [27] P. Eggleton, J. Faulkner, BP. Flannery, “An approximate equation of state for stellar material”, *Astron. Astrophys.*, Vol. 23, pp. 325-330, 1973.
- [28] OR. Pols, CA. Tout, PP. Eggleton, H. Zhanwen, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, Vol. 274, pp. 964 974, 1995.
- [29] CA. Iglesias, FJ. Rogers “ Updated Opal Opacities ”, *The Astrophysical Journal.*, Vol. 464, pp. 943-953, 1996.
- [30] DR. Alexander, JW. Ferguson, “Low- Temperature Rosseland Opacities ”, *The Astrophysical Journal.*, Vol.437, pp. 879, 1994.
- [31] B. Paxton, “EZ to evolve ZAMS stars A program derived from Eggletons stellar evolution code”, *Publ. Astron. Soc.*, Vol. 116, pp. 699-701, 2004.

[32] mad star- EZ-Web, (t.y.). Özet Dosyalar

<http://www.astro.wisc.edu/~townsend/static.php?ref=e-z-web> Erişim tarihi: 10 aralık 2020.

[33] Z. Kopal “*Close Binary Systems*”. Chapman & Hall, London, (1959).

[34] RA. Brooker, TW. Olle “Apsidal –motion constants for polytropic models”, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, Vol. 115, pp. 101-106, 1955.

[35] H. Sana, G. Rauw, E. Gosset, “Evidence for a colliding wind interaction”, *Astron. Astrophys.*, Vol. 370, pp.121-135, 2001.

[36] P. Mayer, et all., “Improved estimates of the physical properties of the O-star binary V1007 sco”, *Astron. Astrophys.*, Vol. 481, pp. 183-192, (2008).

[37] A. Claret, A. Gimenez, “Physical processes in close binary systems”, pp.1-47, 2001.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı : Gülnar Amrahova

Doğum tarihi ve yeri : 23.06.1985/Azərbaycan

e-posta : gulnarkaplan10@gmail.com

Öğrenim Bilgileri

Derece	Okul/Program	Yıl
Y. Lisans	Balıkesir Üniversitesi/ Fizik	2022
Lisans	Azərbaycan Devlet Pedaqoji Üniversitesi/ Fizik Bölümü	2007
Lise	İsmayilli şehir Mican kend orta mektebi	2002