

**T.C.**  
**BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**



**ENGELLİLER İÇİN DIŞ İSKELET TİPİ ROBOT KOL TASARIMI,  
ANALİZİ VE KONTROLÜ**

**HAKAN AKSOY**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Jüri Üyeleri : Dr. Öğr. Üyesi Hüray CAN (Tez Danışmanı)**  
**Doç. Dr. Elif ERZAN TOPÇU**  
**Doç. Dr. Sabri BIÇAKÇI**

**BALIKESİR, OCAK - 2023**

## **ETİK BEYAN**

Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak tarafımda hazırlanan “**Engelliler için Dış İskelet Tipi Robot Kol Tasarımı, Analizi ve Kontrolü**” başlıklı tezde;

- Tüm bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Kullanılan veriler ve sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Tüm bilgi ve sonuçları bilimsel araştırma ve etik ilkelere uygun şekilde sunduğumu,
- Yararlandığım eserlere atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,

beyan eder, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ederim.

**Hakan AKSOY**

## ÖZET

### ENGELLİLER İÇİN DIŞ İSKELET TİPİ ROBOT KOL TASARIM, ANALİZİ VE KONTROLÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

HAKAN AKSOY

BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

(TEZ DANIŞMANI: DR. ÖĞR. ÜYESİ HÜRAY CAN)

(EŞ DANIŞMAN: DR. ÖĞR. ÜYESİ SEVDA TELLİ ÇETİN)

BALIKESİR, OCAK - 2023

Bu çalışmada, inme gibi hastalıklar nedeniyle uzuv fonksiyon kaybı yaşayan engelli hastalar için 3 serbestlik derecesine sahip üst uzuv rehabilitasyon robot kol tasarımı yapılmıştır. Tasarlanan rehabilitasyon robot kolunun kinematik ve dinamik analizi incelenmiş ve robot kolun pozisyon, hız ve ivme kontrolü için kapalı çevrim kontrol yöntemi uygulanmıştır.

Çalışmada insan üst uzuv kemik yapısı, hareket yapısı ve antropometrisi gibi tasarım kriterleri göz önünde bulundurularak 3 serbestlik derecesine sahip 3 farklı rehabilitasyon robot kol tasarımı yapılmış ve kriterlere en uygun tasarım seçilmiştir. Tasarlanan robot kolun verilen referans açı değerleri ile robot kol uç pozisyonunun belirlenmesi için Denavit-Hartenberg yöntemiyle kinematik analizi gerçekleştirilmiştir. Aynı zamanda verilen referans açılarla Lagrange yöntemi kullanılarak robot kolun verilen açı değerlerini belirli bir yörünge izleyerek ulaşırken her bir eklemden meydana gelen tork değerleri elde edilerek dinamik analizi yapılmıştır. Tasarlanan rehabilitasyon robot kola ait yapılan bu kinematik ve dinamik analizlerin sonuçları MATLAB/Simulink ve MATLAB/Simscape ortamında modellenerek grafiksel olarak sunulmuş ve iki farklı uygulamadan elde edilen bu sonuçlar birbiriyle karşılaştırılarak doğruluğu gösterilmiştir. Elde edilen tork değerleri ile her bir eklem için uygun doğru akım motor parametrelerinin seçimi yapılmıştır. Doğru akım motorunun seçilen parametrelerle birlikte transfer fonksiyonu oluşturulmuştur. Tasarlanan robot kolun yörünge takibi sırasında pozisyon, hız ve ivme kontrolü için PID kontrol uygulanmıştır. Uygulanan PID kontrol yönteminde kontrol parametreleri deneme yanılma ve Parçacık Sürü Optimizasyonu ile elde edilmiştir. İki farklı yöntem ile elde edilen parametreler doğrultusunda pozisyon, hız ve ivme kontrolü Parçacık Sürü Optimizasyon yöntemi ile daha doğru bir şekilde sonuçlanmıştır.

**ANAHTAR KELİMELER:** Robot kol, kinematik analiz, kontrol, optimizasyon

Bilim Kodları : 91420, 91430, 91418

Sayfa Sayısı : 137

## **ABSTRACT**

### **DESIGN, ANALYSIS AND CONTROL OF EXOSKELETON-TYPE ROBOTIC ARM FOR THE DISABLED PERSONS**

**MSC THESIS**

**HAKAN AKSOY**

**BALIKESİR UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE  
MECHANICAL ENGINEERING**

**(SUPERVISOR: ASSIST. PROF. DR. HÜRAY CAN )**

**(CO-SUPERVISOR: ASSIST. PROF. DR. SEVDA TELLİ ÇETİN )**

**BALIKESİR, JANUARY - 2023**

In this study, an upper limb rehabilitation robot arm with 3 degrees of freedom was designed for disabled patients who have loss of limb function due to diseases such as stroke. The kinematic and dynamic analysis of the designed rehabilitation robot arm was examined and closed loop control method was applied for the position, speed and acceleration control of the robot arm.

In the study, 3 different rehabilitation robot arm designs with 3 degrees of freedom were made, considering the design criteria such as human upper limb bone structure, movement structure and anthropometry, and the most suitable robot arm design was selected. The kinematic analysis of the designed robot arm was carried out with the Denavit-Hartenberg method to determine the robot arm end position with the given reference angle values. At the same time, using the Lagrangian method with the reference angles given, while the robot arm reaches the given angle values by following a certain trajectory, the dynamic analysis is performed by obtaining the torque values occurring in each joint. The results of these kinematic and dynamic analyzes of the designed rehabilitation robot arm were modeled in MATLAB/Simulink and MATLAB/Simscape environments and presented graphically, and these results obtained from two different applications were compared with each other and their accuracy was demonstrated. With the obtained torque values, suitable direct current motor parameters were selected for each joint. The transfer function of the direct current motor was created with the selected parameters. PID control is applied for position, speed and acceleration control of the designed robot arm during trajectory tracking. In the applied PID control method, the control parameters were obtained by trial-error method and Particle Swarm Optimization. Position, velocity and acceleration control in line with the parameters obtained with 2 different methods resulted in a more accurate result with the Particle Swarm Optimization method.

**KEYWORDS:** Robotic arm, kinematic analysis, control, optimization

Science Codes : 91420, 91430, 91418

Page Number : 137

# İÇİNDEKİLER

Sayfa

<b>ÖZET</b> .....	<b>ii</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>iii</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>iv</b>
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b> .....	<b>vi</b>
<b>TABLO LİSTESİ</b> .....	<b>ix</b>
<b>SEMBOL LİSTESİ</b> .....	<b>x</b>
<b>ÖNSÖZ</b> .....	<b>xi</b>
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>12</b>
1.1 İnme Hastalığında Rehabilitasyon Tedavisi .....	12
1.1.1 Pasif Terapi .....	13
1.1.2 Aktif Terapi .....	14
1.1.3 İki Taraflı Terapi .....	14
1.2 İnme Tedavisinde Rehabilitasyon Robotlarının Kullanılması .....	15
1.3 Rehabilitasyon Robotları .....	15
1.3.1 Rehabilitasyon Robotlarının Tarihçesi .....	16
1.4 Rehabilitasyon Robotlarının Sınıflandırılması .....	18
1.4.1 Yardımcı Robotlar .....	18
1.4.1.1 Sabit Robotlar .....	18
1.4.1.2 Mobil Robotlar .....	19
1.4.1.3 Protez ve Ortez .....	19
1.4.2 Terapötik ve Terapi Robotları .....	19
1.4.2.1 Duygusal ve Gelişimsel Terapi Robotları .....	19
1.4.2.2 Fiziksel Terapi Robotları .....	20
1.5 Üst Uzun Rehabilitasyon Robotu .....	21
1.5.1 Üst Uzun Rehabilitasyon Robotlarının Sınıflandırılması .....	22
1.5.1.1 Uç efektör Robotlar .....	22
1.5.1.2 Dış İskelet Robotları .....	23
<b>2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI</b> .....	<b>25</b>
<b>3. MATERYAL ve METOT</b> .....	<b>31</b>
3.1 İnsan Üst Uzun Anatomisi .....	31
3.1.1 İnsan Üst Uzun Yapısı .....	31
3.1.2 İnsan Üst Uzun Hareket Yapısı .....	32
3.1.2.1 Omuz Kompleksi .....	33
3.1.2.2 Dirsek Kompleksi .....	34
3.1.2.3 Bilek Kompleksi .....	35
3.2 Robot Kol Mekanik Tasarım .....	35
3.2.1 İnsan Antropometrisi .....	35
3.2.2 Kütle Merkezi ve Atalet Momenti .....	36
3.2.3 Dış İskelet Robotu Tasarım Kriterleri .....	37
3.2.4 Robot Kol Tasarım Çalışmaları .....	38
3.3 Robot Kol Kinematik ve Dinamik Analizi .....	42
3.3.1 Robot Kol Kinematik Analiz .....	42

3.3.1.1 İleri ve Ters Kinematik Analiz Hesaplama Yöntemi .....	42
3.3.1.2 Üst Uzuv Rehabilitasyon Robot Kolun Kinematik Analizinin Hesaplanması.....	44
3.3.1.2.1 Üst Uzuv Rehabilitasyon Robot Kolun İleri Kinematik Analizinin Hesaplanması.....	44
3.3.1.2.2 Üst Uzuv Rehabilitasyon Robot Kolun Ters Kinematik Analizinin Hesaplanması.....	47
3.3.1.3 Üst Uzuv Rehabilitasyon Robot Kol Kinematiğinin Modellenmesi .....	48
3.3.2 Robot Kol Dinamik Analizi .....	51
3.3.2.1 Robot Kol Dinamik Analiz Hesaplama Yöntemi.....	51
3.3.2.2 Üst Uzuv Rehabilitasyon Robot Kolunun Dinamik Analizinin Hesaplanması.....	54
3.3.2.3 Üst Uzuv Rehabilitasyon Robot Kol Dinamiğinin Modellenmesi.....	60
3.4 Robot Kol Kontrol Sistemi .....	65
3.4.1 Kontrol Sistemi .....	65
3.4.2 PID Kontrol Yöntemi.....	66
3.4.2.1 Deneme Yanılma Yöntemi.....	67
3.4.2.2 Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO) .....	67
3.4.3 Üst Uzuv Rehabilitasyon Robot Kol Kontrolünün Modellenmesi .....	69
3.4.3.1 Doğru Akım Motorunun Dinamik Modellenmesi.....	70
3.4.3.2 Açısal Pozisyon Takibi için Doğru Akım Servo Motorların PID Kontrolör Tasarımı.....	72
3.4.3.3 Açısal Pozisyon Takibi için Doğru Akım Motorlarının Parçacık Sürü Optimizasyon Yöntemi ile Kaskad PID Kontrolör Tasarımı.....	76
<b>4. BULGULAR ve TARTIŞMA.....</b>	<b>80</b>
4.1 Kinematik Analiz Sonuçlarının Doğrulanması .....	80
4.2 Dinamik Analiz Sonuçlarının Doğrulanması .....	83
4.3 PID Kontrol Sonuçlarının İncelenmesi .....	85
<b>5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER.....</b>	<b>95</b>
<b>6. KAYNAKLAR .....</b>	<b>96</b>
<b>EKLER .....</b>	<b>102</b>
EK A: Simulink modelinde kullanılan Denavit-Hartenberg uç pozisyon kod yapıları.....	102
EK B: Kütle matrisleri .....	103
EK C: Coriolis merkezkaç kuvvet vektörleri ve tork değerleri .....	105
EK D: Robot koluna ait yörünge planlaması.....	124
EK E: Robot kola ait dinamik denklemlerin MATLAB uygulamasındaki kod yapısı.....	126
EK F: Robot kol uzuvlarının hareketli parçalarının malzeme özellikleri.....	134
EK G: PSO yönteminde en iyi parçacık değerinin belirlenmesi için oluşturulan kod .....	136
ÖZGEÇMİŞ.....	137

## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

Şekil 1.1: İnme sonrası rehabilitasyon süreci [5].	13
Şekil 1.2: Pasif terapinin bir örneği [4].	13
Şekil 1.3: Aktif terapinin bir örneği [4].	14
Şekil 1.4: İki taraflı terapinin bir örneği [4].	14
Şekil 1.5: Rehabilitasyon robotlarının sınıflandırılması.	18
Şekil 1.6: A) DVAR, B) The Handy I [11].	18
Şekil 1.7: A) Manus, B) Raptor [11].	19
Şekil 1.8: UTAH/MIT [13].	19
Şekil 1.9: A) Paro, B) Keepon [15].	20
Şekil 1.10: A) MIT-MANUS, B) Lokomat [15].	20
Şekil 1.11: Üst uzuv rehabilitasyon robotlarının sınıflandırılması.	21
Şekil 1.12: Tekli ve çoklu uç efektör robotlarının örnek gösterimi [17].	22
Şekil 1.13: MIT-MANUS (solda), MIME (sağda) [13].	22
Şekil 1.14: Mobil ve sabit dış iskelet robotlarının örnek gösterimi [17].	23
Şekil 1.15: Rehabilitasyon robot kol örnekleri; a) CADEN-7 b) RUPERT IV c) ARMin III [10].	23
Şekil 1.16: Üst uzuv dış iskelet robotlarının tarihsel gelişimi [16].	24
Şekil 3.1: A) İnsan üst uzuv eklemleri, B) Omuz, dirsek, bilek ve el iskelet yapısı [38].	32
Şekil 3.2: İnsan vücudunun yüzeyleri [40].	32
Şekil 3.3: Omuz ekleminde meydana gelen hareketlerin gösterimi [41].	33
Şekil 3.4: Omuz ekleminin abdüksiyon hareketi sırasında meydana gelen humerus başının (HH) translasyon hareketi [42].	34
Şekil 3.5: Dirsek ekleminde meydana gelen hareketlerin gösterimi [41].	34
Şekil 3.6: Bilek ekleminde meydana gelen hareketlerin gösterimi [41].	35
Şekil 3.7: İnsan vücudunun bölümlerinin ortalama değerleri [3].	36
Şekil 3.8: Üst ekstremitelerin hedeflenen uzuvlarının ağırlığı, ağırlık merkezi, uzunluğu ve dönme yarıçapı [3].	37
Şekil 3.9: Robot kol ilk tasarım.	38
Şekil 3.10: Robot kol ikinci tasarım.	39
Şekil 3.11: Robot kol üçüncü tasarım.	40
Şekil 3.12: Robot kolun omuz bölgesi için addüksiyon ve abdüksiyon hareketi.	41
Şekil 3.13: Robot kolun omuz bölgesi için ekstensiyon ve fleksiyon hareketi.	41
Şekil 3.14: Robot kolun dirsek bölgesi için ekstensiyon ve fleksiyon hareketi.	41
Şekil 3.15: Modifiye Denavit-Hartenberg parametlerinin eksenler üzerinde gösterimi.	43
Şekil 3.16: SolidWorks programında 3 boyutu tasarımı yapılan rehabilitasyon robot kolunun eksen dağılımı, dönme açıları ve uzuv uzunlukları.	45
Şekil 3.17: Homojen dönüşüm matrisleri oluşturulan Simulink modeli.	48
Şekil 3.18: Solidworks uygulamasından elde edilen Simscape modeli.	49
Şekil 3.19: MATLAB'ta iki farklı yöntem ile uç pozisyonun karşılaştırılacağı Simulink modeli.	50
Şekil 3.20: Dinamik denklemler ve yörünge ile oluşturulan Simulink modeli.	62
Şekil 3.21: SolidWorks uygulaması ve yörünge ile elde edilen Simmechanics modeli.	63
Şekil 3.22: Simscape ve Simulink sonuçlarının karşılaştırıldığı MATLAB modeli.	64
Şekil 3.23: Açık çevrim kontrol sistemi.	65
Şekil 3.24: Kapalı çevrim kontrol sistemi.	65

Şekil 3.25: Parçacık Sürü Optimizasyonu akış diyagramı [48].	68
Şekil 3.26: Parçacık hareketlerinin gösterimi [48].	69
Şekil 3.27: Parçacıkların En iyi sonuç etrafında toplanması [48].	69
Şekil 3.28: Doğru akım motorunun elektromekaniksel devre şeması [48].	70
Şekil 3.29: Doğru akım motor blok diyagramı.	71
Şekil 3.30: Doğru akım motorun PID kontrollü blok diyagramı.	72
Şekil 3.31: Sistemin pozisyon takibi için deneme yanılma yöntemine göre kontrolü.	73
Şekil 3.32: Robot kol sisteminin deneme yanılma yöntemine göre oluşturulan MATLAB Simulink.	74
Şekil 3.33: Robot kol sisteminin deneme yanılma yöntemine göre oluşturulan bozucu girdili MATLAB Simulink.	75
Şekil 3.34: Rehabilitasyon robot koluna ait pozisyon, hız ve ivme takibi yapılan kontrol sistemi.	76
Şekil 3.35: Rehabilitasyon robot koluna ait pozisyon, hız ve ivme takibinin yapıldığı kontrol sisteminin göre oluşturulan MATLAB Simulink.	78
Şekil 3.36: Rehabilitasyon robot koluna ait bozucu girdili pozisyon, hız ve ivme takibinin yapıldığı kontrol sistemine göre oluşturulan MATLAB Simulink.	79
Şekil 4.1: Robot kola ait verilen deneysel açılar $\theta_1 = 20^\circ, \theta_2 = 70^\circ, \theta_3 = 55^\circ$ .	80
Şekil 4.2: Simulink ve Simscape’de verilen değerler sonucunda uç pozisyonun sırasıyla $P_x, P_y, P_z$ hareketleri.	81
Şekil 4.3: Robot kola ait verilen deneysel açılar $\theta_1 = 80^\circ, \theta_2 = 65^\circ, \theta_3 = 55^\circ$ .	81
Şekil 4.4: Simulink ve Simscape’de verilen değerler sonucunda uç pozisyon sırasıyla $P_x, P_y, P_z$ hareketleri.	82
Şekil 4.5: Robot kola ait verilen deneysel açılar $\theta_1 = 37^\circ, \theta_2 = 93^\circ, \theta_3 = 27^\circ$ .	82
Şekil 4.6: Simulink ve Simscape’de verilen değerler sonucunda uç pozisyon sırasıyla $P_x, P_y, P_z$ hareketleri.	83
Şekil 4.7: Simmechanics ve Simulink modellerinde Şekil 4.1’deki açı değerlerinde robot kolun tork sonuçlarının karşılaştırması.	84
Şekil 4.8: Simmechanics ve Simulink modellerinde Şekil 4.3’deki açı değerlerinde robot kolun tork sonuçlarının karşılaştırması.	84
Şekil 4.9: Simmechanics ve Simulink modellerinde Şekil 4.5’deki açı değerlerinde robot kolun tork sonuçlarının karşılaştırması.	85
Şekil 4.10: Deneme yanılma yöntemi ile bulunan kontrol parametleriyle robot kola ait referans pozisyonun kontrolü.	86
Şekil 4.11: Deneme yanılma yöntemi ile bulunan kontrol parametleriyle robot kola ait referans hızın kontrolü.	86
Şekil 4.12: Deneme yanılma yöntemi ile bulunan kontrol parametleriyle robot kola ait referans ivmenin kontrolü.	87
Şekil 4.13: Üst uzuv bozucu girişi.	88
Şekil 4.14: Alt uzuv bozucu girişi.	88
Şekil 4.15: Deneme yanılma yöntemi ile bulunan kontrol parametleriyle robot kola ait referans pozisyonun bozucu girdili kontrolü.	89
Şekil 4.16: Deneme yanılma yöntemi ile bulunan kontrol parametleriyle robot kola ait referans hızın bozucu girdili kontrolü.	89
Şekil 4.17: Deneme yanılma yöntemi ile bulunan kontrol parametleriyle robot kola ait referans ivmenin bozucu girdili kontrolü.	90
Şekil 4.18: İterasyon sayısına göre uyum fonksiyonunun değişimi.	91
Şekil 4.19: İterasyon sayısına göre $K_p$ değerlerinin değişimi.	92
Şekil 4.20: İterasyon sayısına göre $K_i$ değerlerinin değişimi.	92
Şekil 4.21: İterasyon sayısına göre $K_d$ değerlerinin değişimi.	93



<b>Şekil 4.22:</b> Parçacık sürü optimizasyonu ile bulunan kontrol parametreleriyle robot kola ait referans pozisyonun kontrolü. ....	93
<b>Şekil 4.23:</b> Parçacık sürü optimizasyonu ile bulunan kontrol parametreleriyle robot kola ait referans hızın kontrolü. ....	94
<b>Şekil 4.24:</b> Parçacık sürü optimizasyonu ile bulunan kontrol parametreleriyle robot kola ait referans ivmenin kontrolü. ....	94
<b>Şekil F.1:</b> Robot kol omuz bölgesi için hareketli parçanın malzeme özellikleri. ....	134
<b>Şekil F.2:</b> Robot kol üst kol bölgesi için hareketli parçanın malzeme özellikleri. ....	134
<b>Şekil F.3:</b> Robot kol alt kol bölgesi için hareketli parçanın malzeme özellikleri. ....	135

## TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
<b>Tablo 3.1:</b> Modifiye Denavit-Hartenberg parametre tablosunun gösterimi. ....	42
<b>Tablo 3.2:</b> Tez kapsamında tasarlanan robot kolun Denavit-Hartenberg tablo oluşumu. ..	45
<b>Tablo 3.3:</b> Rehabilitasyon robot kola ait ters kinematik eşitlikler.....	47
<b>Tablo 3.4:</b> Doğru akım motor parametreleri [49]. ....	71
<b>Tablo 3.5:</b> Parçacık Sürü Optimizasyon parametreleri.....	77
<b>Tablo 4.1:</b> Parçacık Sürü Optimizasyonu ile elde edilen kontrol parametreleri.....	91

## SEMBOL LİSTESİ

$\theta_i$	: i. eklem d6nme açısı
$S\theta_i$	: i. eklem d6nme açısının sinüsü ( $\sin\theta_i$ )
$C\theta_i$	: i. eklem d6nme açısının cosinüsü ( $\cos\theta_i$ )
$S\alpha_{i-1}$	: i-1. Eklem bağ uzunluğunun sinüsü ( $\sin\alpha_{i-1}$ )
$C\alpha_{i-1}$	: i-1. Eklem bağ uzunluğunun cosinüsü ( $\cos\alpha_{i-1}$ )
$k$	: 1 numaralı z eksen ile 2 numaralı z eksen arasındaki mesafe
$P_x$	: Robot kolun x eksenindeki pozisyonu
$P_y$	: Robot kolun y eksenindeki pozisyonu
$P_z$	: Robot kolun z eksenindeki pozisyonu
$K_p$	: Oransal kazanç
$K_i$	: İntegral kazanç
$K_d$	: Türevsel kazanç
$\tau_i$	: i. eklem tork değeri

## **ÖNSÖZ**

Bu tez çalışması süresince yardımlarını esirgemeyen, bilgi ve tecrübeleri ile çalışmalarına yön veren değerli danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Hüray CAN, değerli eş danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Sevda TELLİ ÇETİN ve çalışmalarım boyunca her konuda destek olan değerli Arş. Gör. Dr. Berkan HIZARCI hocama teşekkürlerimi sunarım.

Hayatım boyunca her konuda bana destek olan, güvenlerini eksik etmeyen ve bugünlere gelmemi sağlamak için tüm imkanlarını sunan aileme sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

**Balıkesir, 2023**

**Hakan AKSOY**

## 1. GİRİŞ

İnme, klinik olarak, beyin damarındaki kanın tıkanması (siskemik inme) ya da beyin veya omuriliğe kan akışını sağlayan damar duvarının yırtılması (intraserebral kanama ya da subaraknoid) olan serebral dolaşımdaki lokal bir bozukluğun neden olduğu fiziksel bozulma olarak tanımlanır. Bu üç farklı grup olarak siskemik inme (İS), intraserebral kanama (İSK) ve subaraknoid kanama (SAK) yıllık tüm inmelerin sırasıyla yaklaşık %87, %10 ve %3'ünü oluşturur [1]. İnme hastası yüz, kol ve bacaklarda ani uyuşukluk yaşayabilmekte ve bunun sonucunda konuşmada güçlük, yürüme ve görmede güçlük, baş dönmesi ve bilinç kaybı ile karşılaşmaktadır [2].

Amerika Birleşik Devletleri'nde her yıl yaklaşık 795.000 kişi ilk kez felç olmakta veya tekrarlayan felç ile mücadele etmektedir ve 130.000 kişi ise ölmektedir. Dünya çapında, her yıl 10 milyondan fazla insan inme hastalığına yakalanmakta ve 6,5 milyon inme hastası hayatını kaybetmektedir. Bu rakamlar inmeyi önde gelen ölüm nedeni yapmaktadır [1]. İnme olasılığı 30 yaşından itibaren katlanarak artmaktadır ve bu olasılık etiyolojik olarak ve yaşa göre değişmektedir. İleri yaş en önemli inme risk faktörlerinden birisidir. İnmelerin %95'i 45 yaş ve üzerindeki kişilerde görülürken felçlerin üçte ikisi ise 65 yaş üstü kişilerde görülür. Bununla birlikte, inme, çocukluk da dahil olmak üzere her yaşta ortaya çıkabilir. İnme nedeniyle kaybedilen bir işlevi geri kazanma tedavisi, inme rehabilitasyonu olarak adlandırılır. İnme rehabilitasyonunun birinci hedefi, maksimum hasta iyileşmesini sağlamaktır [3].

### 1.1 İnme Hastalığında Rehabilitasyon Tedavisi

İnme geçiren kişiler birçok fiziksel sorunla karşı karşıya kalmaktadır. Bu nedenle fiziksel bozukluklar onları sosyal hayattan koparmaktadır. İnme nedeniyle uzvun motor kontrolü tehlikeye girdiğinde, terapistler, bozulmuş uzvu tedavi etmek için en uygun rehabilitasyon tedavi sürecini aramaktadırlar. Doğru rehabilitasyon tedavi sürecini seçmek, tedavinin etkinliğindeki çok önemli bir karardır. Terapistler tarafından takip edilen standart rehabilitasyon stratejisine göre, hastalar inme sonrası akut fazdan tam iyileşme aşamasına kadar farklı egzersiz modlarından geçmek zorundadır. Farklı rehabilitasyon aşamalarında yer alan egzersizler, hastalara sadece kas güçlerini geri kazanmayı değil, aynı zamanda normal yaşamlarına geri döndürmeyi ve sosyal yaşama uyum sağlamak için zihinsel güçlerini geliştirmeyi de sağlar. Şekil 1.1'de rehabilitasyon aşamaları ile ilgili bir örnek

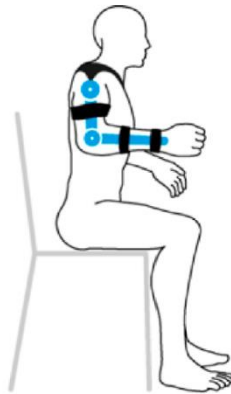
verilmiştir. Bozulmuş uzuvların tedavisi için tekrarlayan hareketleri sağlayan üç tip rehabilitasyon tedavisi vardır [4,5]. Bunlar aktif, pasif ve iki taraflı terapidir.



Şekil 1.1: İnme sonrası rehabilitasyon süreci [5].

### 1.1.1 Pasif Terapi

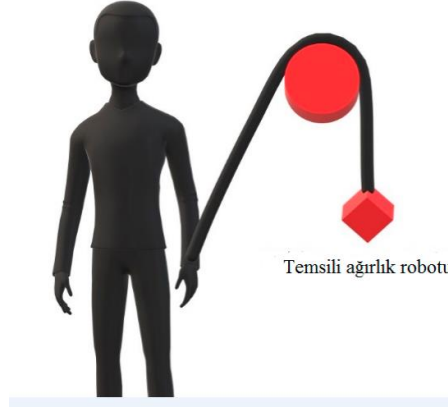
Pasif terapi, genellikle inme sonrası semptomların erken evrelerinde, hasta tarafından herhangi bir kuvvet uygulanmadan ve hasarlı uzuvdan yanıt olmadığında uygulanan terapi yöntemidir. Genellikle inmenin tek tarafa hasar bıraktığı hastalarda tercih edilir. Hasarlı uzvun belirli bir yörüngede birkaç kez hareket ettirilmesini içerir ve hastayı etkileyebilecek herhangi bir zarardan kaçınmak için hareketin yörüngesi dikkatlice önceden planlanmıştır. Şekil 1.2’de gösterimi yapılan pasif tedavi, bozulmuş üst ekstremitenin gerilmesi ve kasılmasına odaklanır [4].



Şekil 1.2: Pasif terapinin bir örneği [4].

### 1.1.2 Aktif Terapi

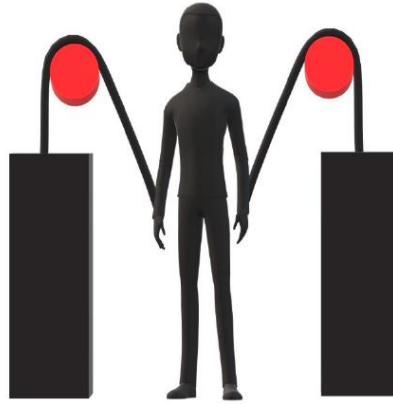
Bu tür bir tedavi, bozulmuş uzuvlarını bir dereceye kadar hareket ettirebilen hastalar için önerilmektedir. Şekil 1.3’de örnek gösterimi yapılan aktif terapi, aktif-yardımcı terapi veya aktif-dirençli terapi olarak sınıflandırılabilir. Aktif-yardımcı terapi, hastanın atanan görevi yerine getirmesine yardımcı olmak için bir terapist veya robot tarafından harici bir kuvvetin uygulanmasını içermektedir. Ayrıca hareket aralığını iyileştirmek için kullanılmaktadır. Aktif dirençli tedavi ise, bozulmuş uzuvlara karşıt bir kuvvet uygulamayı içermektedir ve bu karşı kuvvet bir terapist veya robot tarafından uygulanabilmektedir [4].



Şekil 1.3: Aktif terapinin bir örneği [4].

### 1.1.3 İki Taraflı Terapi

İki taraflı terapi, rehabilitasyonda yansıtma ilkesiyle bozulmuş uzvun fonksiyonel uzvun hareketini aynalayarak kopyaladığı tedavi yöntemidir [4]. Şekil 1.4’de iki taraflı terapi örneği verilmiştir.



Şekil 1.4: İki taraflı terapinin bir örneği [4].

## **1.2 İnme Tedavisinde Rehabilitasyon Robotlarının Kullanılması**

Egzersiz tedavisi motor fonksiyonunu ve motor koordinasyonunu iyileştirmek, kas atrofisi ve kas spastisitesi gibi ikincil komplikasyonları önlemek için etkili bir rehabilitasyon tedavisidir [6]. Rehabilitasyon tedavisi için geleneksel tedavi yöntemleri, terapistler tarafından yürütülen zahmetli manuel prosedürlere dayanır. Bununla birlikte, bu tedaviler zaman alıcıdır ve etkili olduğunu kanıtlamak için bir fizyoterapistin sürekli denetimini gerektirir. Bu da ekonomik maliyetlerini artırır ve rehabilitasyon süresinin artmasına yol açar [7]. İnme hastalarının popülasyonu artmaya devam ettikçe, hastalara yeterli rehabilitasyon tedavisi sağlanmasının, yoğun emek ve yoğun tedavi süresi nedeniyle giderek daha zor hale gelmesi beklenmektedir [8].

Terapistlerin ve sağlık sistemlerinin yükünü potansiyel olarak hafifletmek ve aynı zamanda felçten kurtulanların tedaviye erişimini artırmak için rehabilitasyon robotları geliştirilmiştir [9]. Bu robotlar tekrarlayan görevler için çok uygun olduklarından ve yeterli kuvvet yeteneklerine sahip olacak şekilde tasarlanabildiklerinden dolayı bu egzersizlerin yürütülmesinde robotların kullanılması terapistlerin fiziksel iş yükünü azaltabilecek ve potansiyel olarak terapistlerin tedaviyi eşzamanlı olarak denetlemesine izin verecektir [10]. Ek olarak özel olarak tasarlanmış sanal oyunların kullanılması, daha eğlenceli bir terapi deneyimi sağlar ve hastayı egzersizlere karşı kendi çabasını göstermeye teşvik eder[8].

Ayrıca fiziksel terapide kullanılan robotlar uygun sensörler takıldığında çok sayıda veri toplamak için yüksek tekrarlanabilirlik ve kullanılabilirliği nedeniyle ileri derece avantaj sağlamaktadır. Terapistler esas olarak “hislerine” dayalı olarak çalıştırdıklarından, hastanın durumunu değerlendirmeleri oldukça öznel olabilir. Robotik cihazlar kullanılarak nicel veriler yardımıyla tanı ve prognoz daha objektif olarak yapılabilmekte, farklı vakalar arasında karşılaştırmalar da daha kolay uygulanabilmektedir [10].

## **1.3 Rehabilitasyon Robotları**

Rehabilitasyon robotiğinin kırk yıllık gelişimini incelemeye çalışırken resmi bir tanımdan başlamak akıllıca olacaktır. Amerika Robot Enstitüsü, robotu “çeşitli görevlerin yerine getirilmesi için değişken programlanmış hareketler yoluyla malzeme, parça, alet veya özel cihazları hareket ettirmek için tasarlanmış yeniden programlanabilir, çok işlevli bir manipülatör” olarak tanımlamıştır. Bu tanım açıkça endüstriyel robotlar için tanımlanmıştır. 1987'de Birleşik Krallık'taki Ticaret ve Sanayi Bakanlığı, fabrikalar dışındaki alanlarda



robotiklerin daha geniş kullanımını teşvik etmek için Gelişmiş Robotik (Advance Robotics) girişimi başlatmıştır [11]. Bu girişim ile birlikte robot teknolojisi tarım robotları, tıbbi robotlar, askeri robotlar, endüstriyel robotlar vb. gibi farklı uygulama alanlarına göre çeşitlenmiştir. 20. Yüzyılın sonlarına doğru sağlık alanında endüstriyel robotlar ile medikal robotların birleşimi olan rehabilitasyon robotları klinik rehabilitasyon çevreleri ve uluslararası akedemisyenler tarafından oldukça popüler bir araştırma konusu haline gelmiştir.

1980'lerde rehabilitasyon robotiği alanındaki araştırmalara ve geliştirmelere ABD, İngiltere ve Kanada liderlik etmişlerdir. 1990'dan sonra rehabilitasyon robotlarının farklı türlerde sınıflara ayrılması gibi kapsamlı gelişmelerle bu alandaki araştırmalar dünyadaki 5 farklı endüstri bölgesinde bulunan 56 araştırma merkezine yayılmıştır. Bu bölgeler ABD, İngiltere, Kanada, Avrupa kıtası ve İskandinavya-Japonya'dır [12].

### **1.3.1 Rehabilitasyon Robotlarının Tarihçesi**

1950'lerin sonlarında başlayan robotikleşme kirli, tehlikeli ve istenmeyen görevler için fabrikalardaki işçilerin yerini alacak büyük manipülatörler olarak düşünülmüştür [13]. İlk kabul edilen rehabilitasyon manipülatörü, 1960'ların başında inşa edilen CASE manipülatörü idi. Bu, kullanıcının felçli kolunu hareket ettirebilen dört serbestlik derecesine sahip elektrikli bir ortezdir. Diğer bir elektrikli ortez ise yedi serbestlik derecesine sahip Rancho Los Amigos manipülatörüdür [11]. Rehabilitasyon robotiğinin daha spesifik alanındaki çalışmalar ise 1970'lerin ortalarında başlamıştır. 1970'lerin ortalarında, Amerika Gazi İşleri Departmanı, Seamone ve Schmeisser'in rehberliğinde Uygulamalı Fizik Laboratuvarı'ndaki bir grup, bir kişiyi beslemek gibi günlük yaşam aktivitelerini gerçekleştirmek için bir iş istasyonuna monte edilmiş bir ortezi bilgisayara dönüştürmek için finanse etmeye başlamıştır. Böylece ilk kez bir rehabilitasyon robotu, yalnızca eklemler arası hareket kontrolörü değil, komut tipi bir arayüze sahip olmuştur. 1970'li yıllarda ayrıca büyük tele-manipülatörler kullanan Fransız Atom Enerjisi Komisyonu tarafından Fransız Spartacus sistemi geliştirilmiştir [13].

On yıl sonra, Spartacus projesindeki araştırmacılardan biri olan Kwee, ilk tekerlekli sandalyeye monte manipülatörü olan Hollandalı MANUS Projesi geliştirilmesine yardımcı olmuştur. 1978'de Stanford Üniversitesi'nde ve daha sonra ABD Gazi İşleri Departmanından on yıllarca süren finansmanla Leifer, Mesleki Asistan Robot programını başlatmış ve

masaüstü robotu DeVAR'ın klinik olarak test edilmiş birkaç versiyonuyla sonuçlanmış, daha sonra mobil versiyon MoVAR ve son olarak Van der Loos ve diğerleri tarafından geliştirilen ve kullanıcının görevlerinin kullanımını kolayca tarayıcı tipi bir ortamda programlaması için geliştirilmiş bir yeteneğe sahip olan ProVAR geliştirilmiştir. 1980'lerin ortalarında ise, mevcut endüstriyel, eğitimsel ve ortezden türetilmiş manipülatörlerin rehabilitasyon uygulamaları için uygunsuzluğuna ilişkin gözlemlerden yola çıkarak, Birleşik Krallık'taki Universal Machine Intelligence'den (daha sonra Oxford Intelligent Machines: OxIM) Tim Jones, rehabilitasyon robotik topluluğunu oluşturmak için yoğun bir çaba göstermeye başlamıştır [13].

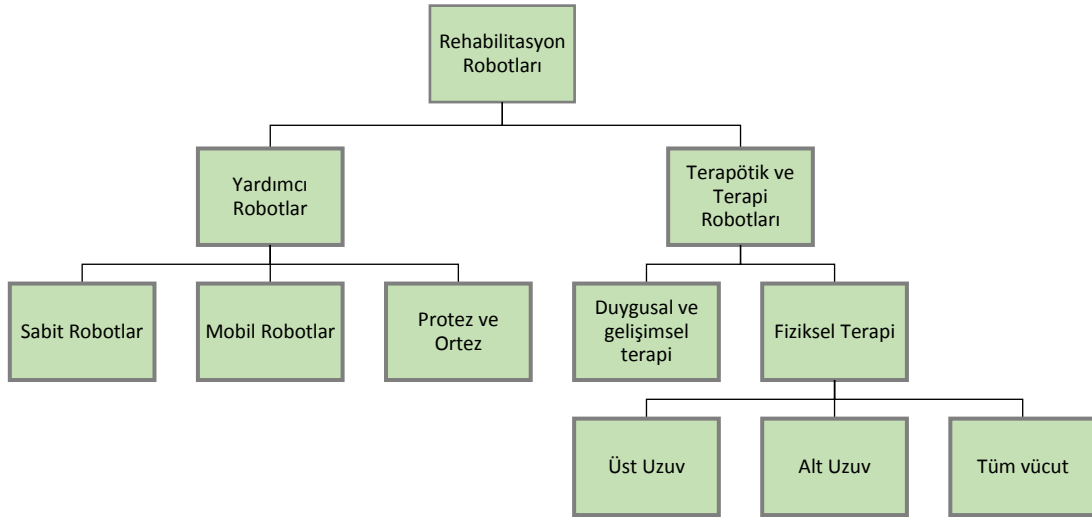
Daha sonra 1990'larda Rehabilitation Robotics Ltd. tarafından ucuz ve iyi bir cihaz olan ticari olarak temin edilebilen ilk besleme robotu Handy-I tanıtılmıştır. 1990'larda ve 2000'lerin başında, vizyon tabanlı servo ve lazer menzilli tarayıcıların ortaya çıkmasıyla birlikte, daha hızlı, daha akıllı, daha az hataya açık navigasyon ve engellerden kaçınma algoritmaları bu sektördeki araştırma ilerlemelerine egemen olmuştur. Örneğin Kore'de Bien ve diğerleri, KAIST İnsan Refahı Robotik Merkezi'nde 1990'ların sonlarında KARES tekerlekli sandalye tabanlı navigasyon sistemleri serisini geliştirmeye başlamıştır [13].

Terapi robotları ise yardımcı robotlarla karşılaştırıldığında daha geç bir başlangıca sahiptir. Bu yüzden üst uzuv terapi robotları üzerine araştırmalar, 1980'lerin ortalarında, BioDex gibi programlanabilir, kuvvet kontrollü, ancak tek eksenli cihazlarda ilk adım olan erken egzersiz cihazlarıyla başlamıştır. İlk çok eksenli konsept Khalili ve Zomlefer tarafından tasarlanmış ve ilk test edilen sistem Erlandson ve diğerleri tarafından yayınlanmıştır. Bu çalışmaların dışında Wayne State Üniversitesi'nde de 1980'lerin ortalarında robot çalışmaları ortaya çıkmıştır. Daha sonra robotlarda, önemli ölçüde bilgisayar gücü gerektiren gelişmiş kuvvet tabanlı kontrol kullanılmaya başlanmıştır. Bununla birlikte 1990'ların başında, Hogan ve Krebs ile MIT-MANUS projesi ve birkaç yıl sonra ise Lum ve ark. U.C.'de Berkeley tarafından Palo Alto VA MIME projeleri üretilmiştir [13].

Son on yılda rehabilitasyon robotiğindeki büyüme, yeni cihazların geliştirilmesinin yanı sıra rehabilitasyonun neden olduğu beyin değişikliklerini anlamaya yönelik yeni araştırma yöntemleriyle karakterize edilmiştir.

## 1.4 Rehabilitasyon Robotlarının Sınıflandırılması

Rehabilitasyon robotiği, Şekil 1.5’deki gibi fiziksel, sosyal, iletişim veya bilişsel işlevlerini iyileştirmek isteyen kişiler için terapi robotları ve kronik engelli kişilere günlük yaşam aktivitelerini gerçekleştirmede yardımcı olan yardımcı robotlar olarak iki ana grubu ayrılır.

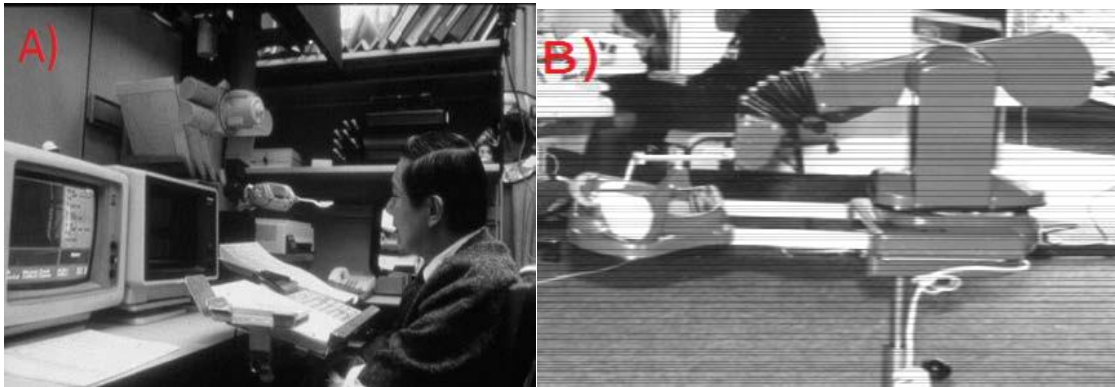


Şekil 1.5: Rehabilitasyon robotlarının sınıflandırılması.

### 1.4.1 Yardımcı Robotlar

#### 1.4.1.1 Sabit Robotlar

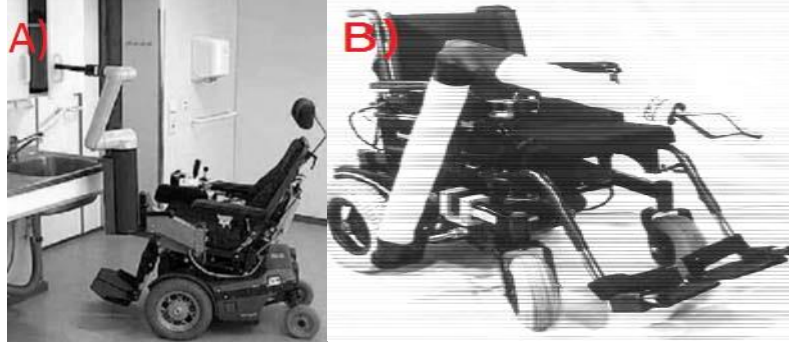
Bu tip robotlar insanların yaşam alanlarında yemek yeme, içme, yıkama, tıraş olma, makyaj yapma gibi yardıma ihtiyaç duyduğu durumlarda kullanılmaktadır. Bu robotlar çok iyi mekanik stabiliteye sahiplerdir ve çevre ile kolay uyum sağlarlar [14]. Şekil 1.6’da sabit robotlara örnek olarak bir çalışma alanına sabitlenmiş şekilde kullanılan DVAR ile birlikte dünyada en çok satın alınan robotlardan biri olan The Handy I sistemleri gösterilmiştir.



Şekil 1.6: A) DVAR, B) The Handy I [11].

### 1.4.1.2 Mobil Robotlar

İş istasyonu tabanlı cihazlarla karşılaştırıldığında, mobil yardımcı robotların sayısı çok azdır [11]. Tasarımın amacı hastaların kavrama, yürüme, hareket gibi yeteneklerinin geliştirilmesi ve fonksiyonlarını kaybeden engelli insanlara yardım etmektir [12]. Şekil 1.7’de gösterilen Manus ve Raptor sistemleri mobil robotlara örnek verilebilir.



Şekil 1.7: A) Manus, B) Raptor [11].

### 1.4.1.3 Protez ve Ortez

Otomatik kontrol teknolojisinin kullanıldığı ortez ve protezler ile hastaların vücudunun bir bölümünü desteklemek veya kontrol etmek için üretilen sistemlerdir. Şekil 1.8’de bilinen en iyi sistem olan UTAH/MIT yapay kolu bu sistemlere örnek verilebilir. Bu kategorideki ürünlerin çoğu hala çalışma ve laboratuvar safhasındadır.



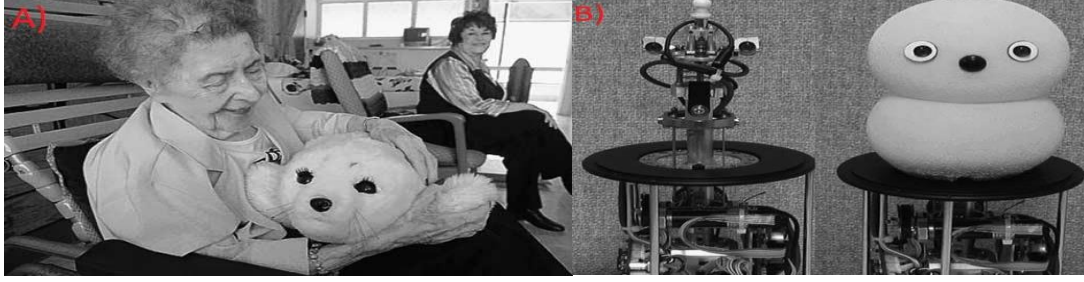
Şekil 1.8: UTAH/MIT [13].

## 1.4.2 Terapötik ve Terapi Robotları

### 1.4.2.1 Duygusal ve Gelişimsel Terapi Robotları

Robot terapisinin, özellikle otizm spektrum bozukluğu (ASD) olan çocuklarda, sosyal bir katılım oluşturarak, duygusal tepkiyi teşvik ederek ve olumlu davranış değişikliğini motive

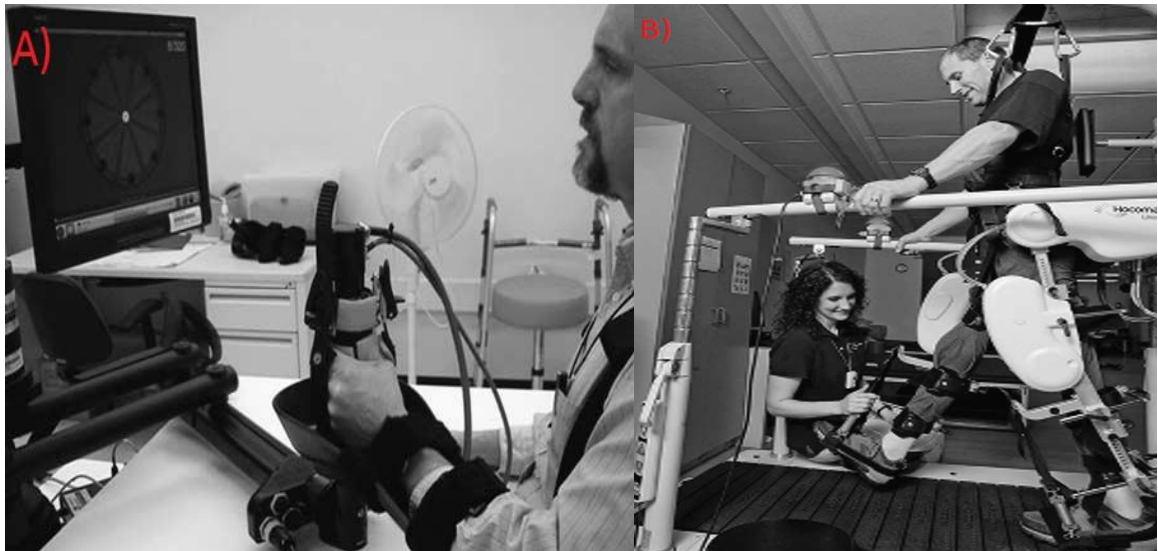
ederek çok çeşitli sosyal, duygusal ve gelişimsel bozuklukları olan çocuklara ve yaşlı bireylere faydalı olduğu gösterilmiştir. Bu robotlar çoğunlukla bir evcil hayvanı veya oyuncak simüle eder ve ana işlevi, kullanıcı etkileşimini artırmak, arkadaşlık sağlayarak sağlığı ve psikolojik refahı artırmaktır [15]. Bu tür robotlara örnek olarak Şekil 1.9'daki Paro ve Keepon sistemleri örnek verilebilir.



Şekil 1.9: A) Paro, B) Keepon [15].

#### 1.4.2.2 Fiziksel Terapi Robotları

Genel olarak, etkilenen uzvun artık işlevsel olmaması veya inme hastalarının uzuv hareketlerinin sınırlamalarını ortadan kaldırmak için uygulanan tedavilerinin safhalarında rehabilitasyon egzersizlerinde bir tür fiziksel destek ve hareketlilik sağlarlar. İlk rehabilitasyon robotları 1990'larda üst uzuvlar için geliştirilmiştir, ardından alt uzuvlar ve tüm vücut için destek cihazları geliştirilmiştir [15]. Üç ana gruba ayrılır: Üst uzuv, alt uzuv ve tüm vücut. Şekil 1.10'da MIT-Manus, Lokomat sistemleri bu tür robotlara örnek verilebilirler.



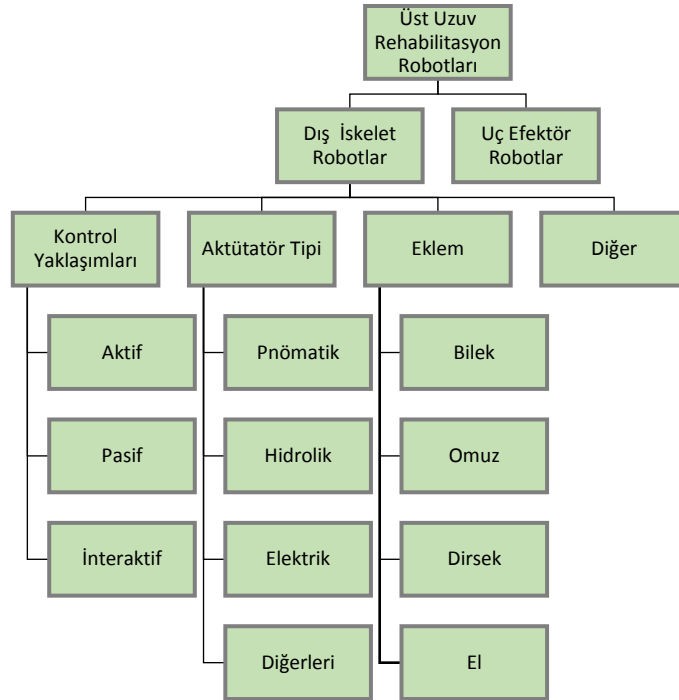
Şekil 1.10: A) MIT-MANUS, B) Lokomat [15].

## 1.5 Üst Uzun Rehabilitasyon Robotu

Rehabilitasyon robotiği, biyomedikal mühendisliği ve insan-robot etkileşiminin bir birleşimidir. Rehabilitasyon robotları, hastanın etkilenen uzuv hareketinin geri kazanabilmesi için hastaya yardımcı olmak üzere tasarlanmıştır [16]. Robotlar 1960lardan beri rehabilitasyon amacıyla kullanılır. Rehabilitasyondaki robotların uygulamaları ilk olarak besleme cihazları ve robotik tekerlekli sandalyeler, robotik iş istasyonları ve robotik ortez gibi cihazların kullanılması vasıtasıyla fiziksel engelli bireylerin kayıp fonksiyonlarını değiştirmeye ve geliştirmeye odaklanmıştır. Ancak son 20 yılda fiziksel terapi robotlarının kullanımının ve araştırmalarının sayısında ciddi bir artış vardır [10].

Üst uzuv hareketleri günlük aktiviteleri gerçekleştirmek için çok önemlidir. Fiziksel olarak zayıf olan kişilerin üst uzuvlarının hareketine yardımcı olmak, günlük yaşamlarını kolaylaştırmak ve onları toplumda daha üretken kılmak için birçok fayda sağlar. Bu nedenle, araştırmaların çoğu üst uzuv rehabilitasyon robotları ile ilgilidir.

Üst uzuv rehabilitasyon robotları yapısal olarak Şekil 1.11'deki gibi uç efektör ve dış iskelet robotları olarak iki ayrılmıştır. Ayrıca dış iskelet robotlarında kontrol yaklaşımı, serbestlik derecesi, aktütatör tipi ve eklem gibi çeşitli şekilde sınıflandırılabilir.

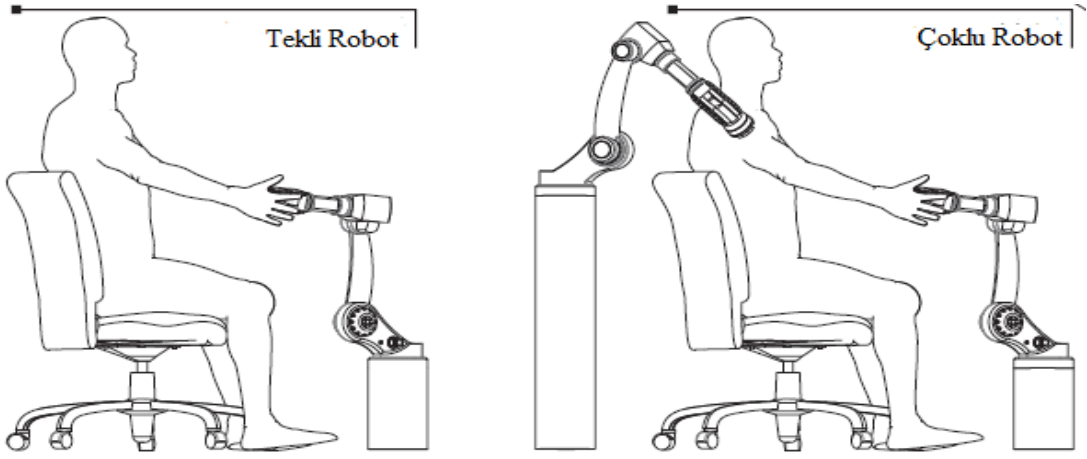


Şekil 1.11: Üst uzuv rehabilitasyon robotlarının sınıflandırılması.

## 1.5.1 Üst Uzuv Rehabilitasyon Robotlarının Sınıflandırılması

### 1.5.1.1 Uç efektör Robotlar

Üst uzuv için rehabilitasyon robotları üzerinden yapılan ilk araştırmalar Şekil 1.12'deki örnek gösterimi verilen uç efektör robotlar ile başlamıştır. Hastaların ön kol veya elini bir noktadan tutarak belirli bir alan içerisinde kuvvet ile hareketler oluşturur. Bu tür robotlar basittir, bir veya iki serbestlik derecesine sahiptir, insan eklemleri ile uyummadığı için imal etmesi kolaydır ve farklı hasta kol uzunluklarına göre kolayca ayarlanabilirler. Üst uzuv eklemleri arasında tork kontrolünün sağlanamaması ve serbestlik derecesinin az olması nedeniyle izole bir hareket oluşturma imkanı yoktur. Hareket aralığının az olması sebebiyle sınırlı sayıda rehabilitasyon egzersizi oluşturulmasına neden olur.



Şekil 1.12: Tekli ve çoklu uç efektör robotlarının örnek gösterimi [17].

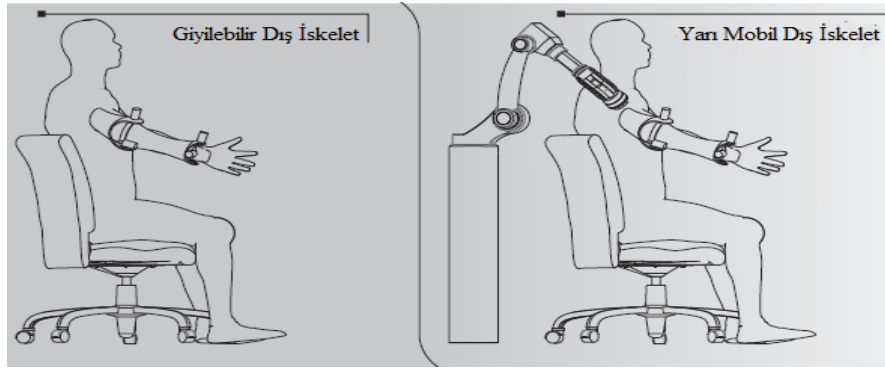
İlk defa üst uzuv rehabilitasyonunda robot destekli tedavide değerlendirilmeye başlayan Şekil 1.13'deki Hogan ve Krebs tarafından tasarlanan MIT-MANUS robotu ve Palo Alto Va tarafından geliştirilen MIME robotu uç efektör robotlara örnek verilebilir.



Şekil 1.13: MIT-MANUS (solda), MIME (sağda) [13].

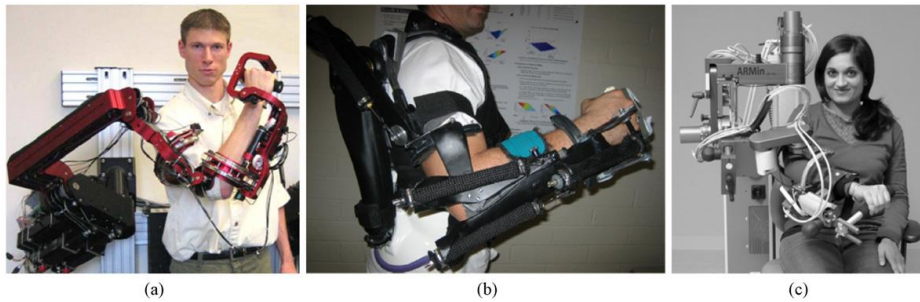
### 1.5.1.2 Dış İskelet Robotları

Üst uzuv rehabilitasyon robotlarındaki son çalışmalar uç efektör robotlardaki dezavantajlardan dolayı dış iskelet robotlarına doğru yönelmiştir. Üst uzuv dış iskelet robotları insan üst uzuv yapısına benzeyen ve üst uzuv eklemleriyle eşleşen robot eklem eksenlerine sahip robotlardır. Bu yüzden üst uzuvlara farklı yerlerden eklenebilirler. Çoklu arayüz sayesinde üst uzuv pozisyonu tam olarak belirlenebilir ve uzuva bağımsız olarak kontrollü tork kuvveti uygulanabilir. Uygulanan tork kuvvetleri ile tork kombinasyonu sağlanarak belirli kasların hedef alınması sağlanabilir. Birden fazla serbestlik derecesi ile uç efektör robotlara göre daha geniş bir hareket aralığı ve egzersiz çeşitliliği mümkündür. Üst uzuv dış iskelet robotları serbestlik derecesine, eklem bölgelerine, aktütatör tiplerine, kontrol yaklaşımlarına göre çeşitli şekilde sınıflandırılabilirler. Şekil 1.14’da ise dış iskelet robotlarının gösterimi verilmiştir.



**Şekil 1.14:** Mobil ve sabit dış iskelet robotlarının örnek gösterimi [17].

Rehabilitasyon tedavisi için tasarlanmış ilk robotlardan Şekil 1.15’de gösterilen CADEN-7 ve RUPERT IV, ARMin üst uzuv dış iskelet rehabilitasyon robotlarına örnek verilebilir. Şekil 1.16’da ise dış iskelet rehabilitasyon robotlarının tarihsel gelişimi gösterilmiştir.



**Şekil 1.15:** Rehabilitasyon robot kol örnekleri; a) CADEN-7 b) RUPERT IV c) ARMin III [10].



Sıfıncı Nesil 1883-1955	Birinci Nesil 1956-1982	İkinci Nesil 1990-2000	Üçüncü Nesil 2005-2012	2012- Günümüz
Fornier - Cordero (1883) : Dış iskelet ve mobil yardımcı konsept tanıtıldı	Battye (1956) : Geliştirme zırhı kıyafeti - Amerika Savunma Departmanı -	Kazerooni (1990) : Kullanıcı ve genişletici arasında doğrudan temas kuvvetlerine sahip insan makine arayüzü	T.Nef (2006) : ARMin-1 ( üst uzuv dış iskelet)	Arata, Ohtomo (2013) : Az çalıştırılan mekanizma tanıtımı
L.Robert (1936) : Çocuk felci için ilk gövde tahrikli mekanik tasarım	Gopua (1961) : Felçli kas için Myo-elektrik kontrollü simülatörü kontrol etmek için biyolojik sinyallerin kullanımı	Japon Kanagawa Teknoloji Enstitüsü (1990) : Güç kıyafeti	Sasaki (2008) : Lyapunov tabanlı kontrol çerçevesi(hastalara tam uzanma hareketlerinde uyumlu bir şekilde yardım edebilen)	Whitney ve Hodgins (2014) : Karşı dengeli yerçekimi telafili robotik kol tanıtımı
L.Robert (1950): Masaya bağlı kısıkaç besleyici	Gablaut and Parashar (1966): Ana bağımlı konfigürasyonlu hidrolik aktüatörlü robot	Gunasekara (1998) : Robotta toplanan kinematik verileri analiz etme yaklaşımı	Nef, Guidali (2009) : ARMin III-ARMEO rehabilitasyon için ticari olarak temin edilebilen dış iskelet cihazları	Spagnolo, Malosio (2015) : Tamamen pasif kablo tabanlı üretilen dış iskelet
L.Robert (1953) : Doğrudan gövdeye takılan ilk elektrikli besleyici sistem	Pennacchletti (1982) : Robotik üst uzuv ortezi	Rabischong (2000) : İlk güçlendirilmiş ortezi	Sankai (2009) : Elastik aktüatör serisinin tanıtımı	Altenburger, Scherly (2016) : Yay tabanlı pasif mekanizma
Lether (1955): Aktif kontrollü iskelet çalışması konseptinin başlatılması			2012 : Hibrit yardımcı uzuv (HAL-5)	Bosh, Van ETC (2016) : Yükün sırt desteğine dağıtılmış mekanizmalı tasarım
				Spada, Ghibardo (2017) : Sırt ve kol destekli mekanizma tasarımı

**Şekil 1.16:** Üst uzuv dış iskelet robotlarının tarihsel gelişimi [16].

Bu tez çalışmasında; inme hastalarının üst uzuv rehabilitasyon tedavisi için insan koluna hizalanarak kullanılacak, omuz ve dirsek hareketlerini kapsayan 3 serbestlik derecesine sahip bir dış iskelet rehabilitasyon robotu tasarlanmıştır ve incelenmiştir. Tasarlanan rehabilitasyon robotunun incelenmesinde kinematik analiz ve dinamik analiz yapılmıştır. Kinematik ve dinamik analiz ile elde edilen değerler yardımıyla PID denetleyici vasıtasıyla yörünge kontrolü yapılmıştır.

## 2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Bu tez çalışmasının literatür araştırmasında inme hastalığı, inme hastalığında rehabilitasyon robotları, rehabilitasyon robotlarının tarihçesi, üst uzuv rehabilitasyon robotları ve sınıflandırılması, insan üst uzuv yapısı ve hareketi, robot kol tasarım kriterleri, robot kol kinematiği, robot kol dinamiği ve robot kol kontrolü ile ilgili çalışmalar incelenmiştir.

Benjamin ve arkadaşları çalışmalarında, inme hastalığının klinik tanımını, hastalığın meydana gelmesindeki sebepleri açıklamışlardır. İnme hastalığının dünya nüfusuna dağılımını ve bu hastalık ile mücadele eden insanların yaşadıkları zorluklardan bahsedilmiştir. Hastalığın risk faktörlerine göre sınıflandırılması yapılmış ve bu hastalıktan korunma yolları ile hastalığa karşı tıbbi müdahale yöntemi anlatılmıştır [1].

Helmy, Zakaria ve arkadaşları bu çalışmalarında, inme hastalığı ile bilgilendirme yapmışlar ve hastalık tedavisinde kullanılacak robot tasarım için tasarım gereksinimlerini belirlemişlerdir. İnme hastalığının tedavisi için 3 boyutlu tasarım programında belirli kriterlere göre 5 serbestlik derecesine sahip bir kol tasarlamışlar ve bu kol için gerekli tork değerini ve kolun hareket aralıklarını elde etmişlerdir [2].

Qassim ve Hasan çalışmalarında, rehabilitasyon tedavisi aktif, pasif ve ikili terapi yöntemi olarak 3 grupta sınıflandırmışlardır. Tedavideki limitleri, tedavi sürelili hakkında bilgi vermişlerdir. Aynı zamanda günümüzde kullanılan rehabilitasyon robotlarını sınıflandırmışlar ve robot hakkında bilgi vermişlerdir [4].

Manna ve Dubey çalışmalarında, giyilebilir dış iskeletlerde aranan önemli özellikleri belirlemişlerdir ve bunlarla ilgili bilgi aktarılmışlardır. Rehabilitasyon tedavisindeki süreci belirleyen stratejiyi anlatmışlardır. Giyilebilir rehabilitasyon robotlarının aktüatör kullanımına göre sınıflandırılması yapmışlardır ve örneklerle açıklamışlardır [5].

Cheng, Zhou ve arkadaşları çalışmalarında, üst uzuv için rehabilitasyon tedavisinin motor öğrenme programı ve merkezi sinir sistemi ile tedavisi anlatmışlardır. İnsan üst uzvunun yapısal olarak ve hareket olarak analizi yapılmıştır [6].

Meng ve arkadaşları çalışmalarında, inme hastalığını tanımı ve tedavisindeki klasik tedavi ve güncel tedaviyi anlatmışlardır. Rehabilitasyon robotlarının uç efektör robotlar ve giyilebilir robotları iki grupta örneklerle açıklamışlardır. Aynı zamanda kullanılan rehabilitasyon robotlarında yaşanan problemlerden bahsetmişlerdir [7].

Lo ve Xie çalışmalarında, nöromüsküler bozuklukları olan hastaların rehabilitasyon tedavisi için üst uzuv dış iskelet robotlarında yaşanan gelişmeleri gözden geçirmişler ve bu cihazların geliştirilmesindeki temel zorlukları anlatmışlardır. İnsan üst uzvundaki hareketlerden, serbestlik derecelerinden ve kontrol için PD ve EMG sisteminden bahsetmişlerdir [8].

Khudzari, Yakub ve Mori çalışmalarında, rehabilitasyon tedavi için kullanılan alt ve üst uzuv rehabilitasyon robotlarını sınıflandırmışlar ve örneklerle açıklamışlardır. Rehabilitasyon robotlarının gelişim sürecindeki güncel sorunlar ve gelecekteki sorunlar ele alınmıştır. Bu sorunlar için yeni teknolojik gelişmeler önerilmiştir [15].

Gupta, Agrawal ve Singla çalışmalarında, üst uzuv rehabilitasyon robotlarının hareketlerini tanımlamışlar ve sınıflandırılmasını yapmışlardır. Tasarım sürecinde yaşanan zorlukları konu başlıklarıyla incelemişlerdir. Günlük aktiviteleri yerine getirebilecek hareketleri kamera sensörü ile gözlemleyerek bu hareketleri benzetebilecek 2 serbestlik dereceli bir kol önerisinde bulunmuşlardır [16].

Khalid ve arkadaşları çalışmalarında, motor fonksiyon bozukluğuna sebep olan inme ve omurilik gibi hastalıklar hakkında bilgilendirmişlerdir. Motor fonksiyonlardaki iyileşmenin sağlanması için yapılacaklardan söz edilmiştir. İyileşme süresince kullanılan rehabilitasyon robotlarının detaylı incelenmesi için gerekli kriterlerden ve robotların karşılaştırılmasından bahsedilmiştir [18].

Bessler ve arkadaşları çalışmalarında, rehabilitasyon robotlarının güvenliğinin, hastalarla kullanılmadan önce, geliştirme aşamasında erken nasıl değerlendirilebileceğini araştırmışlardır. Rehabilitasyon robotları için tehlikeli olacak yumuşak doku seviyesinde ve kas-iskelet seviyesinde çok yönlü aşırı kuvvetleri belirlemişler ve bunları dört güvenlik becerisiyle ilişkilendirerek güvenlik değerlendirmesi için somut bir başlangıç noktası sağlamışlardır. Tasarım hastalar için daha güvenli bir yapıya ulaşmasını amaçlamışlardır [19].

Gupta ve arkadaşları çalışmalarında, üst uzuv rehabilitasyonu için farklı ülkelerden inme kaynaklı yapılan çeşitli çalışmalar incelenmiştir. Bu alanda gelişmeler olmasına rağmen hala büyük zorluklar olduğu belirlenmiştir. Dış iskelet teknolojisindeki mevcut gelişmeleri, ilerlemeyi ve araştırma zorluklarını, dış iskelet ve ortez alanıyla ilgili gelecekteki araştırma yönergelerini sunmuşlardır. Ayrıca geliştirilen rehabilitasyon robotları incelenmiştir [20].

Boris ve arkadaşları çalışmalarında, robotiğin rehabilitasyon sürecindeki uygulamasını tanıtmışlardır. Rehabilitasyon robotlarının tedavi sürecindeki her bir unsur için sağladığı avantaj ve dezavantajlardan bahsetmişlerdir. Rehabilitasyon robotlarının yapım mimarisinden bahsedilmiş ve yapay kas yöntemi ile örnek bir robot kol tasarlanmıştır [21].

Qian ve Bi çalışmalarında, hastalıklardan kaynaklanan ve toplumda insanların yaş ortalamasının artmasıyla birlikte rehabilitasyon alanında yaşanan zorlukları açıklamışlardır. Rehabilitasyon robotlarının avantaj ve dezavantajları araştırılmış, rehabilitasyon robotlarının geliştirilmesinde yer alan konular incelenmiştir. Piyasaya sürülmüş rehabilitasyon robotlarını hakkında araştırma yapılmıştır. Rehabilitasyon robotlarının geliştirmenin zorluklarına karşı yapılabilecek önerilerde bulunmuşlardır [22].

Gopura ve arkadaşları çalışmalarında, üst uzuv rehabilitasyon robotlarının tarihte meydana gelen büyük gelişmeleri evrim sırasına göre günümüze kadar gelmesini incelemiştir. Bu gelişim sırasında yaşanan zorluklardan bahsedilmiştir. Çalışmaları yapılan üst uzuv robotlarının çoğunun mekanizmaları, çalıştırma ve güç iletiminin bir sınıflandırmasını, karşılaştırmasını ve tasarım için bir genel bakış sağlamışlardır. Ayrıca rehabilitasyon robotlarının gelecekteki yönelimini tartışmışlardır [23].

Hung, Chen ve Lin çalışmalarında, inme sonrası üst uzuv rehabilitasyonun alt uzuv rehabilitasyona göre daha zor olması nedeniyle hızla gelişen teknoloji ile birlikte rehabilitasyonda robotların avantajlarını ve tasarımda klinik ve terapötik gereksinimlerin dikkate alınmasından bahsetmişlerdir. Rehabilitasyon robot tasarımında makaleler üzerinden literatür taraması yapılarak tasarımın odak noktası, tasarım faktörleri ve fırsatları vurgulanarak rehabilitasyon robotlarının tasarımında robotik tasarım topluluğuna fayda sağlamayı hedeflemişlerdir [24].

Martine ve Aviles çalışmalarında, rehabilitasyon robotlarının tasarımı klinik ortamda yer alan faktörleri dikkate alan metodoloji sunmuşlardır. Birlikte çalışan farklı disiplinleri içeren bu metodolojinin ilk aşamayı rehabilitasyon sırasında hasta ve terapistin gereksinimlerini dikkate alan klinik bağlam, ikinci aşamayı dijital ikiz felsefesine dayalı mühendislik üzerine odaklanma ve üçüncü aşamayı ise cihaz değerlendirme olarak belirlemişlerdir. Böylece metodolojinin tasarımı nasıl uygulandığını açıklamışlardır [25].

Tatar ve Noveanu çalışmalarında, üst uzvun yapısını kısaca açıklamışlar ve üst uzuvda bulunan serbestlik derecelerini ve hareket tanımlarını ifade etmişlerdir. Çalışmalarında 3 serbestlik derecesi ile üst uzuv için hareket kombinasyonları planlayarak sınıflandırma yapmışlardır. Yaptıkları sınıflandırma içerisinde seçilen 3 farklı serbestlik derecesi ile bunlara ait ileri kinematik hesaplama ve ters kinematik hesaplama yöntemlerini göstermişlerdir. Tasarım topluluğu için örnek çalışmalar elde etmeyi amaçlamışlardır [26].

Reddy çalışmasında, kinematik zincir tanımı ve gösterimini yapmıştır. Robotik kol hesaplama yöntemi olan klasik Denavit-Hartenberg yönteminin parametrelerini, eksenlerin dağılım metodunu açıklamıştır. Klasik Denavit-Hartenberg yöntemi dışında eksen dağılımının değiştirildiği modifiye Denavit-Hartenberg yönteminde kendi parametrelerini ve eksen dağılımını göstermiştir. Çalışmasında ifade ettiği klasik ve modifiye Denavit-Hartenberg yöntemleri arasında farkı karşılaştırmıştır ve RR robot ile örneklendirmiştir [27].

Guo ve Li çalışmalarında, üst uzuv rehabilitasyon robotlarının büyük boyutlu olmasından dolayı SolidWorks uygulamasında giyilebilir bir robot tasarlamışlardır. Tasarlanan robota ait kinematik analizi Denavit-Hartenberg yöntemine göre yapmışlar ve tasarlanan modelin hareket simülasyonu ADAMS programında analiz etmişlerdir. Elde edilen tasarımın iyi tasarlanmış olduğunu görülmüştür ve gelecekteki robot kol prototipleri için temel atılmıştır [28].

Mendez, Martinez ve Garcia çalışmalarında, üç serbestlik derecesine sahip zırhlı bir üst uzuv için giyilebilir bir dış iskelet tasarlamışlardır. Tasarlanan robot kol insan anatomik yapısına ve hareket kabiliyetine göre tasarlanılmış ve Denavit-Hartenberg yöntemi ile kinematik analizi yapılmıştır. Çalışmalarında aynı zamanda pozisyon ve hız kontrol testi uygulanmıştır [29].

Gonzales ve arkadaşları çalışmalarında, insan vücudunun omuz ve dirseğine yardımcı olmak ve rehabilite etmek amacıyla 4 serbestlik derecesine sahip bir üst uzuv rehabilitasyon robotu olan Exo-First'in kinematik analizini yapmışlardır. Dış iskeletin ileri ve ters kinematiğini tanımlayan matematiksel modeli elde etmek için Denavit-Hartenberg yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca MATLAB yazılımı kullanılarak dış iskelet uç efektör yörüngeleri elde edilmiştir. Sonuç olarak hastalar için güvenli bir hareket aralığının sağlandığı görülmüştür [30].

Resnik ve arkadaşları çalışmalarında, sağlıklı katılımcılar ile üst uzvun kullanıldığı 8 günlük yaşam hareketinin hareket aralığını ölçmüşlerdir. Hareketler tamamlanırken eklemlerin kinematik hareketleri yakalama sistemi ile incelenerek üst uzvun bölümleri için kullanılan hareket açıları belirlenmiştir. Böylece hareketler ile ilgili veritabanı oluşturulmuş ve robot kol tasarımları için bir yol haritası yapılmıştır [31].

Wang, Ni ve Tian çalışmalarında, 4 serbestlik derecesine sahip rehabilitasyon robotunu incelemişlerdir. İnceledikleri rehabilitasyon robot kol için Denavit-Hartenberg yöntemi ile ileri ve ters kinematik analiz ve Lagrange yöntemi ile dinamik analiz sonucu elde edilmiştir. Aynı zamanda incelemesi yapılan rehabilitasyon robot kolu için PID kontrolü, hesaplanmış tork kontrolü ve zaman gecikmesi kontrolü ile birlikte 3 farklı kontrol yapılmıştır. Yapılan analiz ve kontroller ile birlikte tasarlanan 4 serbestlik dereceli rehabilitasyon robot kolun ön çalışması yapılmıştır [32].

Nguyen ve arkadaşları çalışmalarında, 4 serbestlik derecesine sahip robotik kol için hassas pozisyon kontrolörünün kinematik, dinamik ve tasarımı problemlerini sunmuşlardır. İlk olarak, ileri kinematik ve ters kinematik, Denavit - Hartenberg yöntemine dayalı olarak ele alınmıştır. İkinci olarak, dinamik denklemler Euler-Lagrange yöntemi ile elde edilmiştir. Üçüncü olarak 2 tip kontrol çeşidi kullanılarak uç efektör konumunun kontrolü yapılmıştır. Son olarak sonuçların doğrulanması için sayısal simülasyon uygulanmıştır [33].

Adar, Özen ve Kozan çalışmalarında, 5 serbestlik dereceli robot kolu için dinamik modelleme yapılmışlardır. Euler-Lagrange denklemleri ile dinamik modellemesi yapılan robot kolun hareket denklemleri çıkarılmıştır. Elde edilen denklemlerle birlikte eklemlere ait konum grafikleri elde etmişlerdir. Çalışmada PID kontrol ile konumların elde edilmesi sağlanmıştır ve simülasyon ile sonuçlar bulunmuştur [34].

Akdoğan ve Kocaoğlu çalışmalarında, dünyadaki yaş ortalamasının yükselmesi ve buna bağlı hastalıklardan kaynaklanan hastalardaki uzuv motor becerilerinin geri kazanılmasını sağlamak için kullanılan rehabilitasyon robotlarının öneminden ve yaşanan gelişmelerden bahsetmiştir. Rehabilitasyon amacıyla yapılan dış iskelet robotlarının tasarım kriterleri anlatılmıştır. Mekanik dizayn için insan üst uzvunun yapısı ve hareketleri hakkında bilgi verilmiştir ve bu robotlarda kullanılan empedans kontrol, kayan tipli kontrol ve EMG hakkında bilgi ve örnekler verilmiştir. Çalışmanın son kısmında ise dış iskelet robotlarının geleceğinden bahsedilmiştir [35].

Luengas ve arkadaşları çalışmalarında, omuzundan yaralanan hastaların rehabilitasyon egzersizleri için 5 serbestlik dereceli robot kol tasarlamışlardır. Robot kolun belirlenen hareket aralıklarına göre 6061-T6 alüminyum alaşım malzemesi ile mekanik tasarımı yapmışlardır. Elde edilen mekanik tasarım ile Euler-Langrage yöntemi ile tasarımın dinamik modellemesini yapmışlardır. Kontrol için ise orantısal türev (PD) kontrol, orantısal integral türev (PID) kontrol, yerçekimi telafili orantısal türev kontrol ve kayma modlu türev kontrol uygulamışlardır. Matematiksel terimlerle birlikte mekanik bir sistem üretmişlerdir [36].

Linkel ve arkadaşları çalışmalarında, yeni bir metodoloji tanıtarak insan üst uzuv hareketlerinin kalite değerlendirmesinin bir araştırmasını sunmuşlardır. Üst uzvun kinematiğini değerlendirmek için VICON hareket yakalama sistemi uygulamışlardır. MATLAB'ta tasarlanan 5 serbestlik dereceli kolun dinamik modelinin parametrelerinin belirlenmesi için 3.derece polinom yaklaşımı kullanmışlardır. Elde edilen değerler araştırmaya katılan 23 sağlıklı birey için kontrolünü etmişlerdir. Çalışmanın sonunda hareket açısı ile açısal hız genlikleri arasındaki ve yapılan iş ile hareketin gücü arasındaki korelasyon katsayıları elde etmişlerdir [37].

Bu tez çalışması kapsamında incelenen literatür araştırmaları son 10 yılda gerçekleşen araştırmaları içermektedir ve bu araştırmaların büyük çoğunluğu 2019 – 2021 yılları arasında gerçekleştirilen çalışmalardan oluşmaktadır. İncelenen literatür araştırmaları tezimizin giriş kısmındaki inme hastalığı, rehabilitasyon tedavisi, rehabilitasyon robotları alt başlıkları hakkında kaynak oluşturmuştur. Materyal metot kısmında ise rehabilitasyon robotlarının kinematik, dinamik analizinin ve kontrol planlamasının yapılması için kullanılacak matematiksel yöntemleri belirlememizde yol gösterici olmuştur.

### **3. MATERYAL ve METOT**

Bu tez çalışmasında bu bölümünde insan üst uzvunun anatomik yapısı ve üst uzvun meydana geldiği bölgeler ile bu bölgelere ait hareket yapıları anlatılmıştır. Üst uzaa ait bu bölgelerin yaş, cinsiyet, ırk gibi nedenlerden dolayı meydana gelebilecek insan antropometrisindeki değişiklikler ile ortalama değerlerden söz edilmiştir. Tasarım sürecinde yaşanan zorluklardan bahsedilmiş ve bu zorluklar göz önünde bulundurularak 3 serbestlik derecesine sahip dış iskelet rehabilitasyon robot kol tasarımı yapılmıştır. Tasarlanan robot kol için kinematik ve dinamik hesap yöntemleri anlatılmış ve robot kol için gerekli hesaplar yapılmıştır. Kinematik ve dinamik sonuçlar doğrultusunda ise robot kola ait PID kontrol uygulanmıştır.

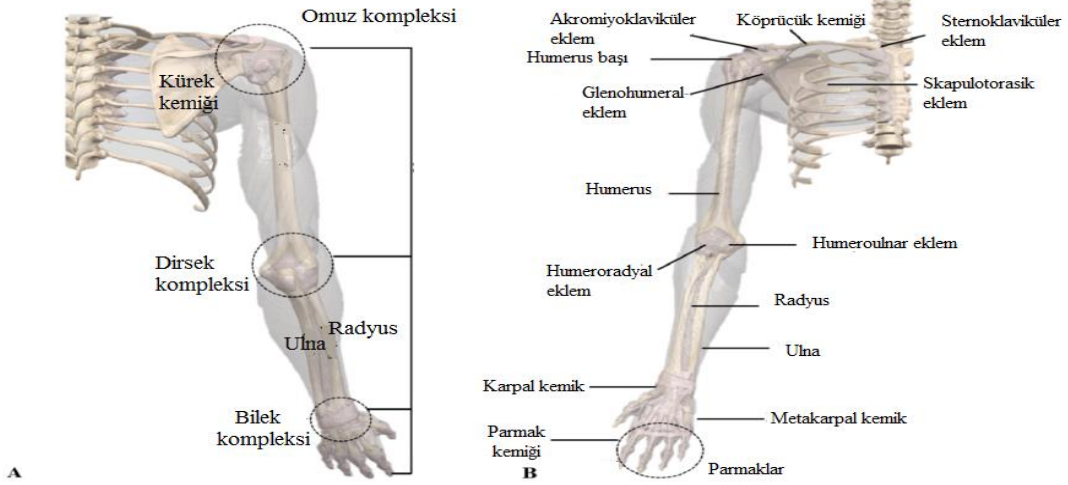
#### **3.1 İnsan Üst Uzuu Anatomisi**

##### **3.1.1 İnsan Üst Uzuu Yapısı**

İnsan üst uzvu ön kol, üst kol iskelet kasları ve omuz eklemi, dirsek eklemi, bilek eklemi ve el ekleminde meydana gelen iskelet sistemidir. Üst kol, omuz eklemi yoluyla gövdeye bağlanır; ön kol, dirsek eklemi yoluyla üst kola tutturulur ve bilek eklemi ise, ön kol ile eli birbirine bağlar [6]. Omuz bölgesi insan üst uzvunun en karmaşık, esnek ve belirleyici mekanizmasıdır. Omuz, klavikula (veya köprücük kemiği), skapula (veya kürek kemiği) ve humerus (veya üst kol kemiği) dahil olmak üzere üç kemik arasında oluşturulan dört eklemden (glenohumeral artikülasyon, akromiyoklaviküler, sternoklaviküler ve skapulotorasik olarak adlandırılır) oluşur. Glenohumeral eklem, genellikle humerus başı ile glenoid kavitenin eklemi arasında oluşan bir bilyeli soket eklemi olarak adlandırılır [38].

Dirsek, ön kol ve üst kolu birbirine bağlama görevinden dolayı önemli bir eklemdir. Dirsek yapısı ön kolda ulna ve radius ile humerus arasında oluşmaktadır. Humeroradial eklem içbükey küresel bir eklemdir ve ulnohumeral eklem bir menteşe eklemdir. Bilek ise, kompozit bir eklem olarak, radyokarpal eklem olarak da bilinen radyal tabanın yay eklem yüzeyini, ulnar tabanın eklem diskini ve metakarpaleyi içerir [39]. Şekil 3.1'de insan üst uzvunun yapısı gösterilmiştir.

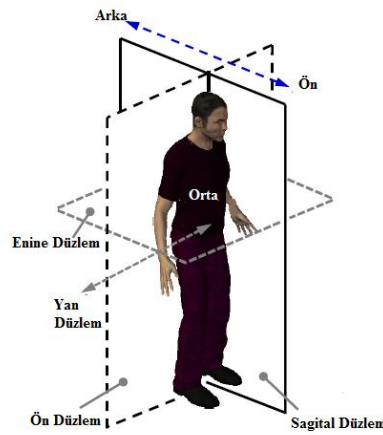




Şekil 3.1: A) İnsan üst uzuv eklemleri, B) Omuz, dirsek, bilek ve el iskelet yapısı [38].

### 3.1.2 İnsan Üst Uzuv Hareket Yapısı

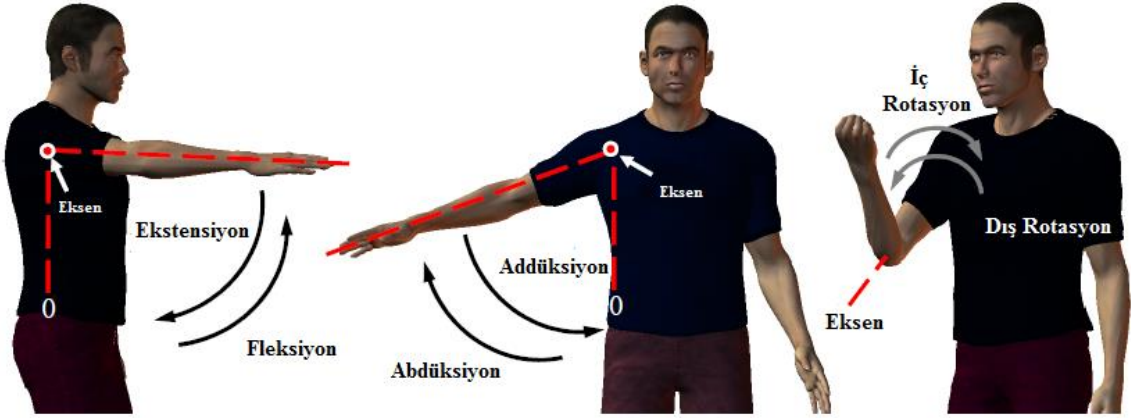
Bir dış iskeletin amacı, insan kas-iskelet yapısının kinematiğini ve dinamiklerini kopyalamak ve böylece mevcut mekanizmalar ve çalıştırma modu ile zorlanan uzuv hareketini desteklemektir. Karmaşık anatomik yapı nedeniyle, insan üst uzuvları için dış iskelet tasarımlarımıza yardımcı olabilecek ortak bir kinematik model yoktur. Ayrıca, dış iskeletin tasarım parametreleri büyük ölçüde hedeflenen uygulamaya bağlıdır. Bu nedenle, dış iskeleti tasarlamak için insan üst uzvunun anatomisinin iskelet yapısına göre hareket analizinin yapılması gerekmektedir [38]. İnsan üst uzvunda parmaklar hariç omuzdan bileğe kadar yedi serbestlik derecesi vardır. İnsan üst uzvundaki yedi ana serbestlik derecesi, Şekil 3.2’de gösterilen üç düzlemde meydana gelir. Bunlar sagittal düzlem, ön düzlem ve enine düzlemdir.



Şekil 3.2: İnsan vücudunun yüzeyleri [40].

### 3.1.2.1 Omuz Kompleksi

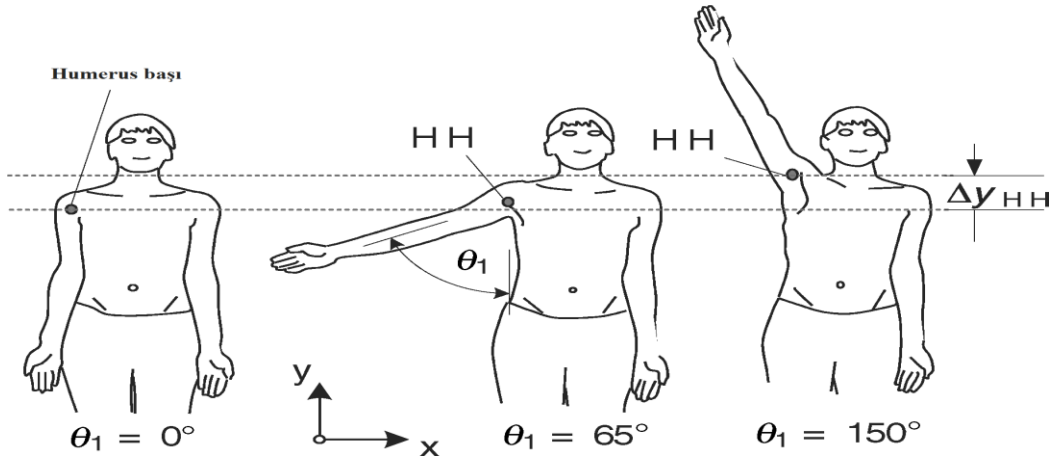
Omuz kompleksi, genellikle omuz eklemi olarak adlandırılan glenohumeral (GH) ekleminde bulunan klavikula, skapula ve humerus olmak üzere üç ana kemikten oluşan bileşik bir eklemdir. Omuz eklemi oldukça hareketli bir bilyeli ve soketli eklemdir [3]. Omuz eklemi üç serbestlik derecesine sahiptir. Şekil 3.3’de gösterilen omuz ekleminde meydana gelen hareketler, omuz fleksiyonu/ekstansiyonu, omuz abdüksiyonu/addüksiyonu ve iç/dış rotasyondur. Omuz ekleminde meydana gelen hareketlerin açısal aralığı: abduksiyon ( $180^{\circ}$ )/addüksiyon ( $30^{\circ}$ - $40^{\circ}$ ), ekstensiyon ( $40^{\circ}$ - $50^{\circ}$ )/fleksiyon ( $150^{\circ}$ - $180^{\circ}$ ) ve iç ( $55^{\circ}$ )/dış ( $45^{\circ}$ )’dir.



Şekil 3.3: Omuz ekleminde meydana gelen hareketlerin gösterimi [41].

Üst uzuv için dış iskelet tasarlamak mekanik açıdan özel bir dikkat gerektirir. Hareket paterni, skapulotorasik eklem (skapula ile toraks arasındaki eklem) ve glenohumeral eklemin (omuz eklemi) hareketi ile tanımlanabilir. Bu patern skapulohumeral ritim olarak adlandırılır. Skapulotorasik eklem, sinovyal olmayan bir kemik-kas-kemik eklemdir. Bununla birlikte, skapulunun toraks üzerindeki hareketini tanımlarken yaygın olarak eklem kabul edilir. Bu, kolun hareketinin skapula hareketinden bağımsız olmadığı anlamına gelir. Skapulohumeral ritme göre, sagittal düzlemde ilk  $60^{\circ}$ 'de veya ön düzlemde  $30^{\circ}$ 'de skapula sabit kalabilir veya hafifçe yukarı veya aşağı hareket edebilir. Glenohumeral eklem için her iki hareket derecesinde genel bir kural olarak, skapular eklem bir derece hareket etmektedir. Bu hareket, skapulunun yukarıya doğru birincil rotasyonu ile tamamlanan iki ikincil hareket, posterior eğim ve humerus açısı arttıkça sagittal ve enine düzlemde rotasyondan oluşur [3]. Humerusun yükselmesi, humerusun glenohumeral eklem etrafındaki rotasyonlarından, skapulunun akromiyoklaviküler eklem etrafındaki rotasyonlarından ve klavikulanın sternoklaviküler eklem etrafındaki rotasyonlarından kaynaklanır. Bu mekanizma sayesinde, Şekil 3.4’de translasyon hareketi ile meydana gelen  $\Delta y_{HH}$  (humerus başının yükselmesi)

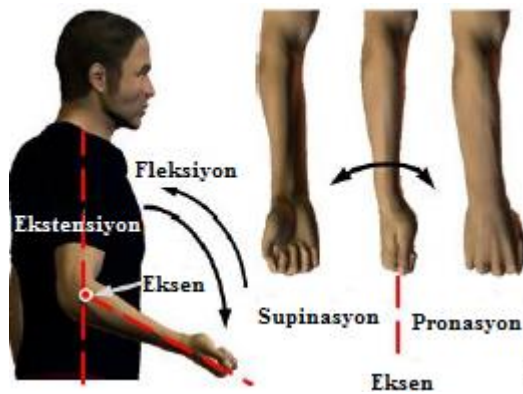
gösterilmiştir [42]. Pek çok dış iskelet tasarımında gözden kaçırılan veya ihmal edilen bu konu oldukça önemlidir.



**Şekil 3.4:** Omuz eklemi abduksiyon hareketi sırasında meydana gelen humerus başının (HH) translasyon hareketi [42].

### 3.1.2.2 Dirsek Kompleksi

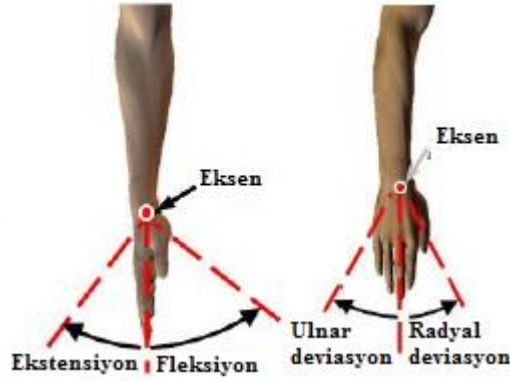
Dirsek kompleksi, iki eklemden oluşan bileşik bir eklemdir: humeroradyal ve humeroulnar. Humeroradial eklem, bilyeli ve yuvalı bir eklemdir. Humeroradial eklem, yarıçapın başı ile humerus kapitulumu arasında yer alan sınırlı bir bilyalı ve yuvalı, menteşe tipi sinovyal eklemdir [3]. Dirsek eklemi iki serbestlik derecesine sahiptir. Şekil 3.5'de gösterilen dirsek eklemi başlıca hareketleri, fleksiyon (135°-140°)/ekstansiyon (0°) ve ön kolda pronasyon(70°-90°)/supinasyon (85°-90°) hareketleridir.



**Şekil 3.5:** Dirsek eklemi hareketlerinin gösterimi [41].

### 3.1.2.3 Bilek Kompleksi

Bilek veya el bileği, eli ön kola bağlayan deforme olabilen anatomik bir varlıktır [40]. Şekil 3.6'da gösterilen bilek eklemi iki serbestlik derecesine sahiptir; fleksiyon ( $73^\circ$ )/ekstansiyon ( $70^\circ$ ) ve radyal ( $27^\circ$ )/ulnar ( $27^\circ$ ) deviasyon. Bilek hareketleri, anlık bir merkez etrafında üretilir. Merkez düğümün yolu küçüktür. Bununla birlikte, geleneksel olarak, anlık dönme merkezinin yer değiştirmesi ihmal edilir ve fleksiyon/ekstansiyon ve ulna/radyal sapma için dönme eksenlerinin sabit olduğu kabul edilir [39].

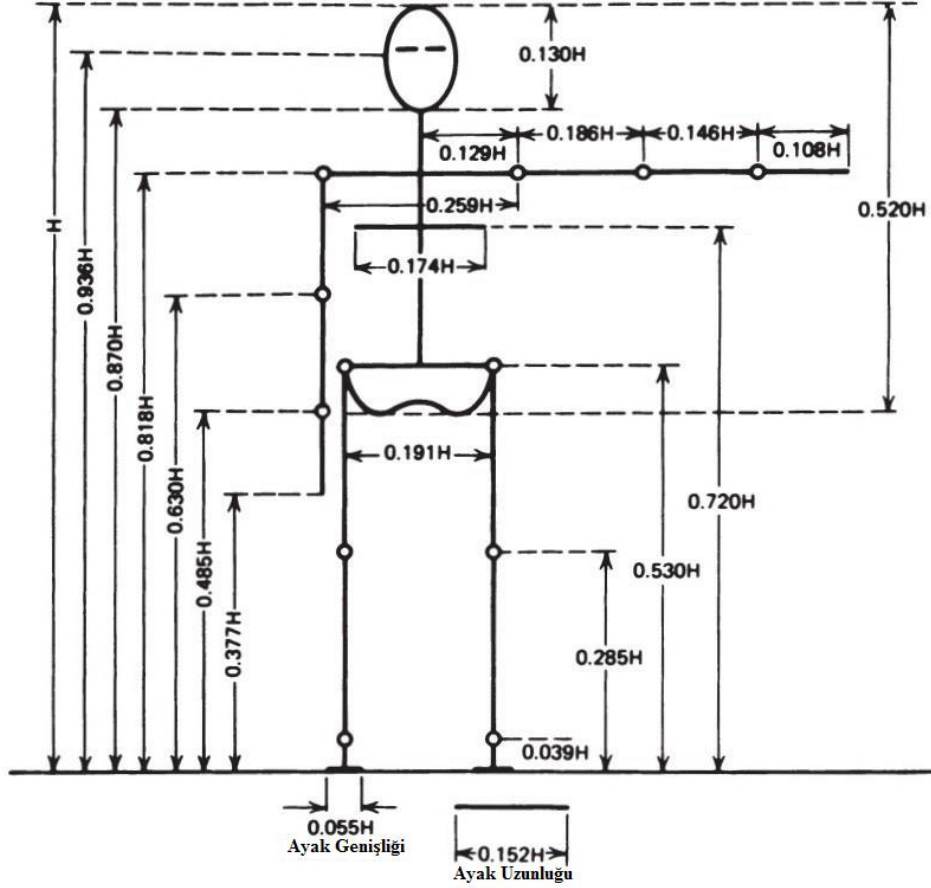


Şekil 3.6: Bilek ekleminde meydana gelen hareketlerin gösterimi [41].

## 3.2 Robot Kol Mekanik Tasarım

### 3.2.1 İnsan Antropometrisi

İnsan vücudunun boyutunu tanımlamanın en kolay yolu, cinsiyet, yaş, ırk ve vücut tipine göre değişen eklemler arasındaki bölümlerin uzunluğudur. Segment uzunlukları ve eklem pozisyonlarının tahminlerini içeren ilk model, Dempster ve diğerleri tarafından ifade edilmiştir. Drillis ve Contini ise yüksekliğin bir fonksiyonu olarak ortalama segment uzunluğunun ilk modelini hazırlamışlardır. Şekil 3.7'de gösterilen ortalama segment oranları, kullanıcıların segment boyutları aralığına dayalı olarak robot segmentlerinin boyutlarını tahmin etmek için kullanılabilir. Bu oranların ortalama değerler olduğu ve bireylerden alınan gerçek verilerin yerine geçmediği belirtilmelidir [3].



Şekil 3.7: İnsan vücudunun bölümlerinin ortalama değerleri [3].

### 3.2.2 Kütle Merkezi ve Atalet Momenti

Dinamik analizlerde, kütle merkezi ve atalet momenti ile ilgili verilere ihtiyaç duyulmaktadır. Her segmentin boyutu gibi, toplam vücut kütlesi arttıkça her bir segmentin kütlesi de artmaktadır [3]. Şekil 3.8’de segment yüzdeleri hakkında görsel bilgi verilmiştir.

Hareket analizini yapabilmek için bir sistemin kütle merkezi konumu gereklidir. Ancak sistemde ivme söz konusuysa, sistem analizi için Newton'un ikinci yasası kullanılmalıdır, bu da sistemin atalet momenti gibi yeni özelliklerini gerektirir. Uzunlukların eylemsizlik momenti, dönme yarıçapı kullanılarak hesaplanır [3].

Bölüm	Üst Kol	Ön Kol	El	Ön Kol ve El
Bölüm tanımları	Glenohumeral eksen/Dirsek eksen	Dirsek ekseninden ulnar stiloit çıkıntısı arası	Bilek ekseninden orta parmağa	Dirsek ekseninden ulnar stiloit çıkıntısı arası
Ağırlık oranları : Vücut bölümleri/Tüm vücut	0.028	0.016	0.006	0.022
Kütle merkezi oranı : Bölümlerin ağırlık merkezi(en yakın)/ Bölüm uzunluğu	0.436	0.430	0.506	0.682
Uzunluk oranı : Bölüm/Boy	0.186	0.146	0.108	0.254
Dönme yarıçapı/ Bölüm uzunluğu	0.322	0.303	0.297	0.468

**Şekil 3.8:** Üst ekstremitelerin hedeflenen uzuvlarının ağırlığı, ağırlık merkezi, uzunluğu ve dönme yarıçapı [3].

### 3.2.3 Dış İskelet Robotu Tasarım Kriterleri

Dış iskelet tasarımı yapılırken çeşitli zorluklar ve performans ölçütleri vardır. Bunlar:

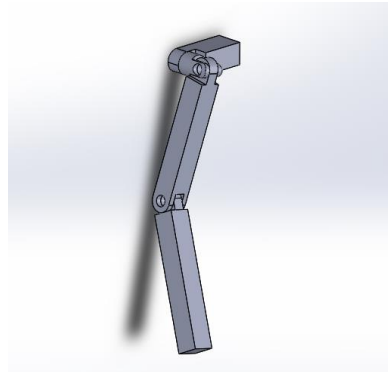
- Anatomik hizalama: Robot eklemleri ve bağlantıları, insan üst uzvunun eklemleri ile doğru hizalanmalıdır.
- Uzunluk ayarı: İnsan uzuvlarının kişiye göre farklı uzunlukta olmasıyla birlikte robot eklemlerinin uzunluk ayarı zordur. Çoklu arayüzler ile farklı kol uzunluklarına göre ayarlanması ve kontrollü tork uygulanması kolaylaşır.
- Rotasyon merkezindeki değişiklik: Omuz tasarımı, hareketi ile rotasyon merkezinde bir değişiklik olduğu için üst ekstremiten anatomisi açısından kritik olarak kabul edilir. Bu nedenle omuz ekleminin pozisyon konumunu hastanın omuz eklemi ile aynı olacak şekilde ayarlamak zordur
- Tekillik: Diğer bir sınırlama, tekil konfigürasyonlardır. Tekillik normalde iki döner mafsal birbiriyle hizalandığında ve birkaç serbestlik derecesi kaybolduğunda ortaya çıkar.
- Geri sürülebilirlik: Cihaz pasif durumdayken bile hastanın cihazı hareket ettirebildiğini gösteren mekanik tasarım özelliğidir. Uzuv hareketlerini kısıtlamadığı ve hastayı rahat bir pozisyonda tuttuğu için hasta güvenliğini artırır.
- Aktüatörün güç/ağırlık (kütle) oranı ve bant genişliği: Yüksek güç/ağırlık oranı ve yüksek bant genişliği türü aktüatörler talep edilirken, yeni aktüatörler hem yüksek güç/ağırlık oranı hem de yüksek bant genişliği sağlayamaz. Motorlar yeterli bant genişliğine sahiptir ancak güç/ağırlık oranı zayıf olabilir.
- Optimum performans parametresine ulaşma: Dış iskeletler, insan-robot etkileşiminde yükü taşıırken EMG sinyallerinin kas ve dokunun mekanik özelliklerini

iletmesi gibi birçok değişken parametreye sahiptir. Optimum performans parametrelerinin belirli hastalar için özelleştirilmesi gerekir.

- İnsan kasları üzerinde minimum stres ile daha fazla yük taşımak: İnsan kasları üzerinde minimum stres ile daha fazla yük taşıyabilecek bir dış iskelet tasarlamak ortak bir hedeftir. Bu tür dış iskeletler, yalnızca felçten etkilenen kişilere yardımcı olmakla kalmaz, aynı zamanda kişilerin kapasitesini de artırır.
- Hafiflik: Dış iskeletin toplam ağırlığı hafif olmalıdır. Bu bağlamda araştırmacılar, aktüatör kullanımını en aza indirmenin yanı sıra hafif ağırlıklı malzemeye odaklanmaya çalışmışlardır.
- Yüksek mukavemet ve sertlik: Hafif ağırlık ve yüksek mukavemet (sertlik) arasında bir denge sağlamak, genel bir tasarım zorluğudur.
- İnsan güvenliği ve rahatlığı: Çoğunlukla dış iskeletler, fiziksel olarak uygun olmayan kişiler için tasarlanmıştır ve bazen giyen kişi acı duygusuna sahip değildir. Böyle bir senaryoda, insan güvenliği bir diğer en önemli parametredir. Bir dizi sensör tanıtılmıştır. Bunlar; sıcaklık sensörü, kan basıncı sensörü, SO<sub>2</sub> ölçüm sensörü, güvenlik ve konforu artırmak için kalp atışı sensörü [16].

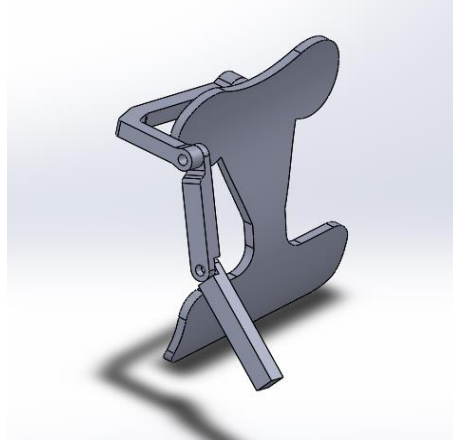
### 3.2.4 Robot Kol Tasarım Çalışmaları

Tez kapsamında üst uzuva ait rehabilitasyon robotlarının incelenmesi için Solidworks uygulamasında farklı tasarımlar elde edilmiştir. Bu elde edilen tasarımlar insan üst uzuv kemik yapısına, hareket yapısına ve diğer tasarım kriterlerine göre değerlendirilerek tasarımın son haline ulaşılmıştır. Robot kol omuz bölgesinde abduksiyon/adüksiyon ve fleksiyon/ekstansiyon hareketlerini ve dirsek bölgesinde ise fleksiyon/ekstansiyon hareketlerini kapsayan 3 serbestlik derecesine sahip olacak şekilde tasarlanmıştır.



Şekil 3.9: Robot kol ilk tasarım.

Tasarımın son evresine giden sürecin ilk tasarımı Şekil 3.9’da gösterilmektedir. İlk tasarımda tez çalışmasında incelenecek robotik kolun meydana getireceği 3 serbestlik derecesine sahip hareketlere odaklanılmıştır. Ancak omuz bölgesi için hedeflenen abdüksiyon/adüksiyon ve fleksiyon/ekstansiyon hareketlerinin aynı noktada sağlanması insan üst uzvunun omuz bölgesinin tasarımsal karmaşıklığı sebebiyle olumsuz sonuçlanmıştır.



**Şekil 3.10:** Robot kol ikinci tasarım.

İlk tasarımda meydana gelen 2 farklı hareketin aynı noktada meydana gelmesinin zor olması sebebiyle Şekil 3.10’daki tasarıma geçilmiştir. Şekil 3.10’da elde edilen tasarımda omuz bölgesindeki abdüksiyon/adüksiyon ve fleksiyon/ekstansiyon hareketleri ve dirsek bölgesindeki fleksiyon/ekstansiyon hareketleri doğru bir şekilde meydana gelmektedir. Fakat elde edilen 2. tasarımda insan omzunun humerus başının hareketi sebebiyle omuz eksenine denk gelen robotik kol ile insan kolunun hizalanmasında problem yaşanıldığı için bu tasarımdan vazgeçilmiştir.





**Şekil 3.11:** Robot kol üçüncü tasarım.

Yukarıda incelenen ilk 2 tasarımdaki belirli problemler göz önünde bulundurularak Şekil 3.11'deki son tasarım ortaya çıkmıştır. Elde edilen son tasarımda incelenen robot kolun serbestlik derecelerine uygun olarak hareketleri doğru bir biçimde yapabilecek hale gelmesi sağlanmıştır. Boyun ile omuz arasındaki bölgeye oturtularak kullanılan tasarımda robot kol insan üst uzvuna arka kısımdan bağlanacak şekilde tasarlanmıştır. Tasarlanan robot kolun dinamik analizi için SolidWorks çizim programında 1060 alüminyum alaşım malzemesi seçimi yapılmıştır. Şekil 3.11'de gösterilen SolidWorks programında tasarımı yapılan rehabilitasyon robot kolun 3D yazıcı yardımıyla gerçek bir ortamda çalışılabilirliğini test etmek için üretilmiştir ve 3 serbestlik derecesine sahip robot kolun omuz bölgesi için Şekil 3.12'de abduksiyon/adüksiyon, Şekil 3.13'de fleksiyon/ekstensiyon hareketlerinin ve dirsek bölgesi için Şekil 3.14'de fleksiyon/ekstensiyon hareketlerinin gerçekleştirilebilirliği gösterilmiştir.



**Şekil 3.12:** Robot kolun omuz bölgesi için addüksiyon ve abdüksiyon hareketi.



**Şekil 3.13:** Robot kolun omuz bölgesi için ekstensiyon ve fleksiyon hareketi.



**Şekil 3.14:** Robot kolun dirsek bölgesi için ekstensiyon ve fleksiyon hareketi.

### 3.3 Robot Kol Kinematik ve Dinamik Analizi

#### 3.3.1 Robot Kol Kinematik Analiz

Robot kolun kinematik analizi, robot hareketlerinin teorik temelini oluşturur ve harekete etki eden kuvvet ve torktan bağımsız hareketi ifade eder. Kinematik analizin yapılabilmesi için tasarlanan robotun eksen takımları yardımıyla kinematik modelinin oluşturulması önemlidir. Kinematik analiz, ileri kinematik ve ters kinematik olmak üzere iki çözüm içerir. İleri kinematik, robot eklemleri arasındaki açı ile robot uç noktasının pozisyon ve yöneliminin elde edilmesidir. Ters kinematik ise robot uç noktasının pozisyon ve yönelimi ile robot eklemleri arasındaki açının elde edilmesini sağlar. İleri ve ters kinematik hesaplama yönteminde Prof. Dr. Zafer Bingül ve Prof. Dr. Serdar Küçük'e ait Robot Kinematiği adlı kitaptan yararlanılmıştır [43].

##### 3.3.1.1 İleri ve Ters Kinematik Analiz Hesaplama Yöntemi

Bir katı cisim hareketi için öteleme ve dönme hareketi vardır. Robotlarda bu hareketleri temsil etmek için uzayda kinematik modelinin çıkarılması gerekir ve bunun için ise bazı yöntemler kullanılır. Bunlar homojen dönüşüm yöntemi, üssel yöntemi, sıfır referans konum yöntemi, Pieper-Roth yöntemi, tam ve parametrik sürekli yöntemidir. Bu yöntemlerden en çok kullanılan yöntem Denavit-Hartenberg gösteriminin kullanıldığı homojen dönüşüm yöntemidir. Bu yöntemle göre kinematik hesaplama yapılırken tasarlanan robotun temel alınan noktadan uç noktasına kadar koordinat eksen takımları atanır. Bu eksen takımları yardımıyla n serbestlik derecesine sahip robotun Denavit-Hartenberg parametre tablosu kullanılarak her bir i. eklem için dönüşüm matrisleri elde edilir ve bu dönüşüm matrislerinin çarpımı ile robotun homojen dönüşüm matrisi bulunur. Bunun için ilk adım olarak modifiye Denavit-Hartenberg tablosu oluşturulur.

**Tablo 3.1:** Modifiye Denavit-Hartenberg parametre tablosunun gösterimi.

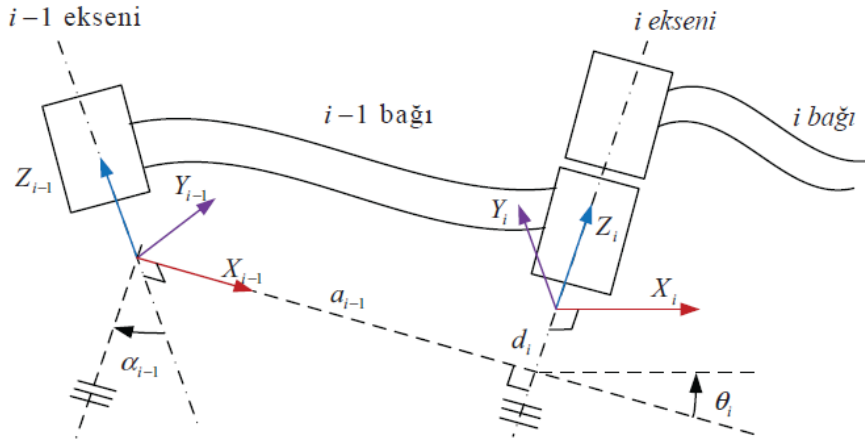
Bağ, i	$\alpha_{i-1}$	$a_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1				
2				
3				
4				

Bağ açısı ( $\alpha_{i-1}$ ),  $z_{i-1}$  ekseninin  $z_i$  eksenine konumuna gelmesi için  $x_{i-1}$  eksenine etrafında döndürüldüğü açıdır.

Bağ uzunluğu ( $a_{i-1}$ ),  $z_{i-1}$  eksenini ile  $z_i$  eksenini arasındaki mesafenin  $x_{i-1}$  eksenini boyunca ifade edildiği uzunluktur.

Eklem uzunluğu ( $d_i$ ),  $x_{i-1}$  eksenini ile  $x_i$  eksenini arasındaki mesafenin  $z_i$  eksenini boyunca ifade edildiği uzunluktur.

Eklem açısı ( $\theta_i$ ),  $x_{i-1}$  eksenini  $x_i$  eksenini konumuna gelmesi için  $z_i$  eksenini etrafında döndürüldüğü açıdır.



**Şekil 3.15:** Modifiye Denavit-Hartenberg parametrelerinin eksenler üzerinde gösterimi.

Denklem (3.1)'de robotun eklemine ait homojen dönüşüm matrislerini Şekil 3.15'de gösterilen bu dört değişken yerine koyularak elde edilir.

$$\begin{aligned}
 {}^{i-1}_1T &= Rot(x_{i-1}, \alpha_{i-1}) Trans(x_{i-1}, a_{i-1}) Rot(z_i, \theta_i) Trans(z_i, d_i) \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{i-1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ S\theta_i C\alpha_{i-1} & C\theta_i C\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1} & -d_i S\alpha_{i-1} \\ S\theta_i S\alpha_{i-1} & C\theta_i S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & d_i C\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)
 \end{aligned}$$

Elde edilen homojen dönüşüm matrisi dönel matris ve yer değiştirme vektöründen meydana gelmektedir ve denklem (3.2)'deki gibi ifade edilir.

$${}^{i-1}_i T = \begin{bmatrix} {}^{i-1}_i R_{3 \times 3} & {}^{i-1}_i d_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Denklem (3.1)'de verilen matris formülasyonu ile her eklem için dönüşüm matrisleri bulunarak elde edilen matrisler çarpılır ve robot kolun ileri kinematığı hesaplanır.

$${}^0T_i = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4 \dots {}^{i-1}T_i \quad (3.3)$$

İleri kinematik tanımını yaparken robot kolun verilen eklem değişkenleri ile robot uç noktasının pozisyonun elde edilmesi sağlanır. Ters kinematikte ise ileri kinematik ile hesaplanan konumdan tersine doğru yönelim ile eklem değişkenleri elde edilmektedir. Denavit-Hartenberg tablosu ile robot kola ait ileri kinematik denklemi denklem (3.3)'de ifade edilmiştir.

$${}^oT_i = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & P_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & P_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Robota ait genel homojen dönüşüm matrisinin yönelim ve konumu ifade eden denklem (3.4)'deki genel forma eşittir. Ters kinematik denklemlerinin elde edilmesi için denklem (3.5)'deki eşitliğin her iki tarafı ilk dönüşüm matrisin tersi ile çarpılarak denklem (3.6) bulunur. Robotik sisteme ait serbestlik dereceleri arttıkça eşitliklerin çözüme ulaşabilmesi için birden fazla dönüşüm matrisin tersi ile çarpılabilir. Elde edilen eşitliğin her iki tarafındaki matrislerin elemanları birbirine eşitlenerek denklemler elde edilir. Bu denklemler ile eklem değişkenleri bulunur.

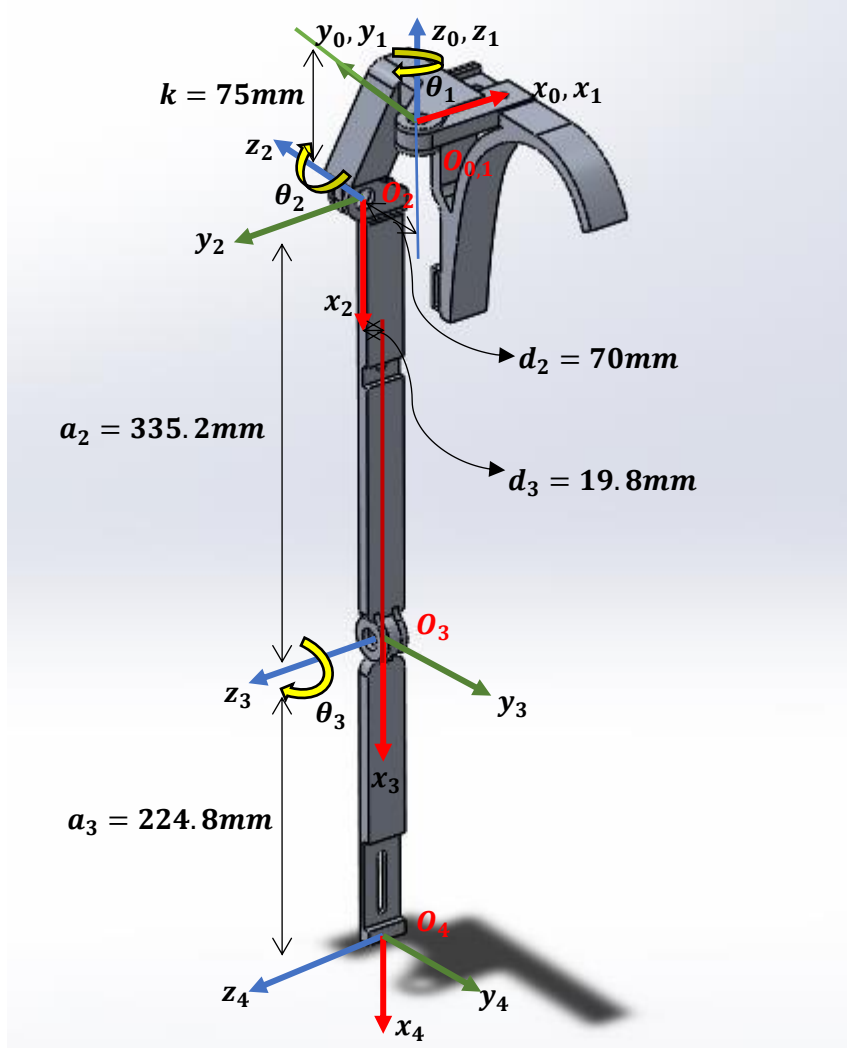
$$[{}^0T_i]^{-1} {}^0T_i = [{}^0T_1]^{-1} {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4 \dots {}^{i-1}T_i \quad [{}^0T_1]^{-1} {}^0T_1 = 1 \quad (3.5)$$

$$[{}^0T_i]^{-1} {}^0T_i = {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4 \dots {}^{i-1}T_i \quad (3.6)$$

### 3.3.1.2 Üst Uzuv Rehabilitasyon Robot Kolun Kinematik Analizinin Hesaplanması

#### 3.3.1.2.1 Üst Uzuv Rehabilitasyon Robot Kolun İleri Kinematik Analizinin Hesaplanması

Tez çalışmasında yer alan dış iskelet rehabilitasyon robotu 3 serbestlik derecesine sahiptir ve 4 eksenlidir. İleri kinematik hesaplamalarında önce tasarlanan robot kolun sabit kabul edilen kısmından robot uç noktasına kadar koordinat takımlarının ataması yapılmıştır. Koordinat takımlarının robot kolun üzerindeki eksenlere ataması Şekil 3.16'da gösterilmiştir.



**Şekil 3.16:** SolidWorks programında 3 boyutu tasarımı yapılan rehabilitasyon robot kolunun eksen dağılımı, dönme açıları ve uzuv uzunlukları.

Şekil 3.16'da gösterilen robot kolun 3 boyutlu Solidworks tasarımı belirlenen koordinat takımları ile modifiye Denavit-Hartenberg tablosundaki parametreler tanımlarına uygun olarak belirlenerek aşağıdaki tablo oluşturulmuştur.

**Tablo 3.2:** Tez kapsamında tasarlanan robot kolun Denavit-Hartenberg tablo oluşumu.

Bağ, $i$	$\alpha_{i-1}$	$a_{i-1}$	$d_i$	$\theta_i$
1	0	0	0	$\theta_1$
2	$-\pi/2$	0	$d_2$	$90^\circ + \theta_2$
3	$-\pi/2$	$a_2$	$d_3$	$\theta_3$
4	0	$a_3$	0	$\theta_4$

Tablo 3.2'deki değerler ile modifiye Denavit-Hartenberg yöntemine göre kabul edilen genel homojen dönüşüm matrisi formülasyonu ile her eksene ait dönüşüm matrisleri elde edilmiştir.

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} -S\theta_2 & -C\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ -C\theta_2 & S\theta_2 & 0 & -k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 & -d_3 \\ -S\theta_3 & -C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$${}^3_4T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Denklem (3.7), denklem (3.8), denklem (3.9) ve denklem (3.10)'da her bir eklem için oluşturulan dönüşüm matrislerinin denklem (3.11)'deki gibi çarpımıyla denklem (3.12)'deki robot kolun ileri kinematik homojen dönüşüm matrisine ulaşılmıştır.

$${}^0_4T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T \quad (3.11)$$

$$= \begin{bmatrix} S\theta_1 S\theta_3 - C\theta_1 C\theta_3 S\theta_2 & C\theta_3 S\theta_1 + C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 & \cdot & \cdot \\ -C\theta_1 S\theta_3 - C\theta_3 S\theta_1 S\theta_2 & S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 - C\theta_1 C\theta_3 & \cdot & \cdot \\ -C\theta_2 C\theta_3 & C\theta_2 S\theta_3 & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & -C\theta_1 C\theta_2 & a_3(S\theta_1 S\theta_3 - C\theta_1 C\theta_3 S\theta_2) - d_2 S\theta_1 + d_3 C\theta_1 C\theta_2 - a_2 C\theta_1 S\theta_2 \\ \cdot & \cdot & -C\theta_2 S\theta_1 & d_2 C\theta_1 - a_3(C\theta_1 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_1 S\theta_2) + d_3 C\theta_2 S\theta_1 - a_2 S\theta_1 S\theta_2 \\ \cdot & \cdot & S\theta_2 & -k - a_2 C\theta_2 - d_3 S\theta_2 - a_3 C\theta_2 C\theta_3 \\ \cdot & \cdot & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

### 3.3.1.2.2 Üst Uzuv Rehabilitasyon Robot Kolun Ters Kinematik Analizinin

#### Hesaplanması

Tez çalışmasındaki robot kolun denklem (3.13)'de ileri kinematik homojen dönüşüm matrisinin genel eşitliği yazılmıştır.

$${}^0_4T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & P_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & P_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Denklem (3.15)'de ifade edilen genel formdaki eşitliğin elde edilmesi için denklem (3.14)'deki eşitliğin her iki tarafı ilk dönüşüm matrisinin tersi ile çarpılmıştır.

$$[{}^0_1T]^{-1} {}^0_4T = [{}^0_1T]^{-1} {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T \quad (3.14)$$

$$[{}^0_1T]^{-1} {}^0_4T = {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T \quad (3.15)$$

Denklem (3.15)'deki eşitliğin her iki tarafındaki zincirleme çarpma işlemleri yapılmıştır ve matrisleri oluşturan elemanlar birbirine eşitlenerek aşağıdaki Tablo 3.3'deki eşitlikler elde edilmiştir. Tabloda bulunan 13, 14 ve 15 numaralı denklemlerin çözümü ile ters kinematik çözümü elde edilir.

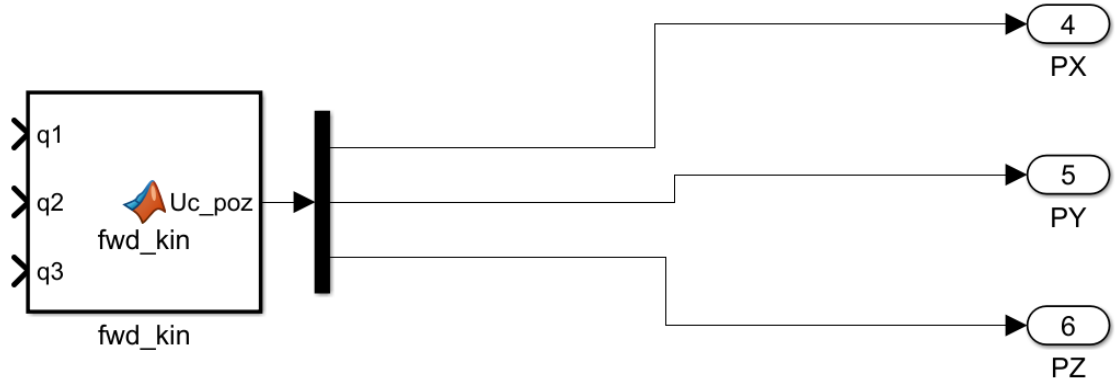
**Tablo 3.3:** Rehabilitasyon robot kola ait ters kinematik eşitlikler.

Numara	Eşitlikler 1	Eşitlikler 2
1	$r_{11}C\theta_1 + r_{21}S\theta_1$	$C\theta_3S\theta_2$
2	$r_{21}C\theta_2 - r_{11}S\theta_1$	$S\theta_3$
3	$r_{31}$	$-C\theta_2C\theta_3$
4	0	0
5	$r_{12}C\theta_1 + r_{22}S\theta_1$	$-S\theta_2S\theta_3$
6	$r_{22}C\theta_1 - r_{12}S\theta_1$	$C\theta_3$
7	$r_{32}$	$C\theta_2S\theta_3$
8	0	0
9	$r_{13}C\theta_1 + r_{23}S\theta_1$	$C\theta_2$
10	$r_{23}C\theta_1 - r_{13}S\theta_1$	0
11	$r_{33}$	$S\theta_2$
12	0	0
13	$P_xC\theta_1 + P_yS\theta_1$	$d_3C\theta_2 + a_2S\theta_2 + a_3C\theta_2S\theta_2$
14	$P_yC\theta_1 - P_xS\theta_1$	$a_3S\theta_3 - d_2$
15	$P_z$	$d_3S\theta_2 - a_2C\theta_2 - k - a_3C\theta_2C\theta_3$
16	1	1

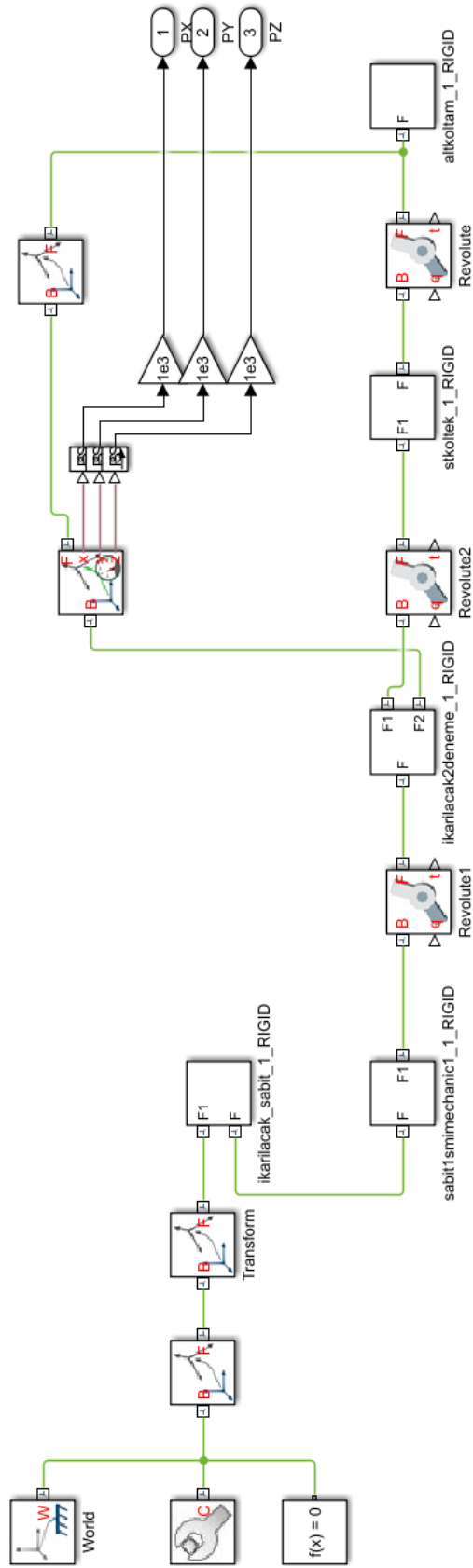


### 3.3.1.3 Üst Uzuv Rehabilitasyon Robot Kol Kinematiğinin Modellenmesi

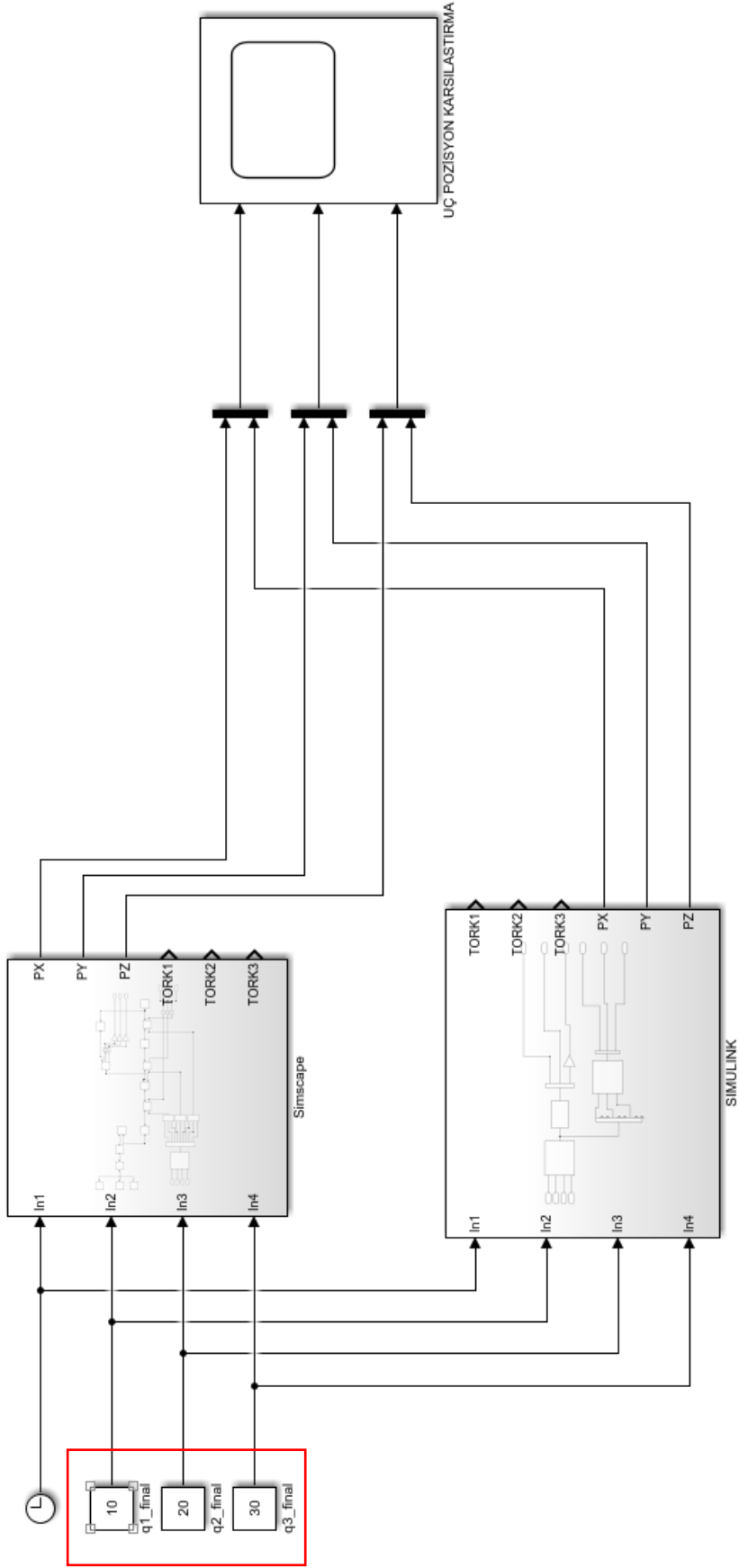
Tez çalışması kapsamında tasarlanan Şekil 3.16'daki rehabilitasyon robot kolun kinematik hesapları yapılarak sonuçlar elde edilmiştir. Bu sonuçların doğrulunu kontrol etmek için MATLAB programı kullanılmıştır. Şekil 3.19'da gösterilen MATLAB modelinde sonuçların doğruluğunun sağlanması için Simscape modeli ve Simulink modeli oluşturulmuştur. Tasarlanan rehabilitasyon robot kolun Simscape modeli için Şekil 3.18'de gösterilen SolidWorks uygulamasında MATLAB Simscape Multibody eklentisi kullanılarak bir alt model oluşturulmuştur. Simulink modeli için ise Şekil 3.17'de gösterilen Denavit-Hartenberg tablosu yardımı ile bulunan homojen dönüşüm matrislerinin Ek A'da ifade edildiği şekilde yazılarak alt model oluşturulmuştur. Bu iki farklı yöntem ile elde edilen modelin sonuçlarının karşılaştırılması bulgular kısmında grafiksel olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.17: Homojen dönüşüm matrisleri oluşturulan Simulink modeli.



Şekil 3.18: Solidworks uygulamasından elde edilen Simscape modeli.



**Şekil 3.19:** MATLAB'ta iki farklı yöntem ile uç pozisyonun karşılaştırılacağı Simulink modeli.

### 3.3.2 Robot Kol Dinamik Analizi

Robot kolun dinamik analizi, eklemlere tahrik elemanları tarafından uygulanan moment ve kuvvet büyüklükleri ile robot kolun zamana göre hız ve ivmesi arasındaki ilişkinin incelenmesini ifade eder. Dinamik analizin hesaplanması için Lagrange yöntemi ve Newton-Euler yöntemi kullanılır. Tez çalışması kapsamında ise dinamik analiz için Lagrange yöntemi kullanılmıştır. Dinamik hesaplama yönteminde Prof. Dr. Zafer Bingül ve Prof. Dr. Serdar Küçük'e ait Robot Dinamiği ve Kontrolü adlı kitaptan yararlanılmıştır [44].

#### 3.3.2.1 Robot Kol Dinamik Analiz Hesaplama Yöntemi

Robot kolun dinamik modelinin oluşturulması için denklem (3.16)'daki Lagrangian eşitliğine ihtiyaç duyulur.

$$L(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) - P(q) \quad (3.16)$$

Bir robot kolun hareketinde oluşan denklem (3.17) nx1 boyutlu tork vektörüne eşitlenir ve denklemin açık hali denklem (3.18)'deki gibi yazılır.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau \quad (3.17)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial K}{\partial q} + \frac{\partial P}{\partial q} = \tau \quad (3.18)$$

Denklem (3.18)'de ifade edilen kinetik ve potansiyel enerjiler robot kola ait her bir eklem için ayrı olarak bulunup toplanarak tanımlanması gerekir. Tek boyutlu harekette sadece doğrusal hareket meydana gelirken üç boyutlu harekette ise kinetik enerji hem doğrusal hızdan hem de açısal hızdan meydana gelir ve denklem (3.19)'daki gibi ifade edilir.

$$K(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (V_i)^T m_i V_i + (\omega_i)^T I_i \omega_i \quad (3.19)$$

Denklem (3.19)'da  $m_i$ , i. eklem kütlesini,  $V_i$ , doğrusal hız,  $\omega_i$ , açısal hız,  $I_i$  ise i. eklem kütle merkezinin ana koordinat sistemine göre 3x3 boyutlu matris olan atalet tensörünü gösterilmektedir.

Bir eklem atalet tensörünü ana koordinat sistemine göre ifade edebilmek için ilk önce kütle merkezine göre atalet tensörünün tanımlanması gerekir. Bu durumda atalet tensörü denklem

(3.20)'deki gibi tanımlanır. Sadeleştirme işlemi uygulanarak denklem (3.21)'deki gibi elde edilir.

$$I_m = \begin{bmatrix} \int (y^2 + z^2) \rho dV & - \int xy \rho dV & - \int xz \rho dV \\ - \int xy \rho dV & \int (x^2 + z^2) \rho dV & - \int yz \rho dV \\ - \int xz \rho dV & - \int yz \rho dV & \int (x^2 + y^2) \rho dV \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$I_m = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$I_m$  matrisi simetrik bir matristir. Eğer koordinat sistemi kütle merkezine yerleştirilirse köşegenler dışında kalan atalet çarpanları sıfır olur. Bu durumda atalet tensörü denklem (3.22)'deki gibi gösterilir.

$$I_m = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Kütle merkezine göre bulunan atalet tensörünün ana koordinat sistemine göre ifade edilmesi için denklem (3.23)'de gösterilen  $i$ . eklemin dönüşüm matrisindeki  $R_i^0$  yönelimi ile çarpılır ve  $i$ . ekleme ait atalet tensörü denklem (3.24)'deki gibi bulunur.

$$T_i^0 = \begin{bmatrix} R_i^0 & P_i^0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$I_i = R_i^0 I_m R_i^{0T} \quad (3.24)$$

Kinetik enerji ifadesindeki doğrusal hız ve açısal hız terimlerinin robot kolda ifade etmek için eklemlerin Jakobiyen matrisleri  $J_i$ 'nin denklem (3.25)'de gösterildiği gibi bulunması gerekir.

$$J_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial q_1} \dots & \dots & \frac{\partial h_i}{\partial q_i} & 0 \\ \xi_1 z^1 \dots & \dots & \xi_i z^i & 0 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Denklemden  $h_i$ ,  $i$ . eklemin kütle merkezinin ana koordinat merkezine konumu ifade eder ve denklem (3.26)'da gösterilmektedir.  $\Delta h_i$  ise  $i$ . ekleme yerleştirilen koordinat sistemine göre  $i$ . eklemin kütle merkezinin koordinatını gösterir.

$$h_i = T_i^0 \Delta h_i \quad (3.26)$$

Aynı denklemde ifade edilen  $\xi_i$ , dönel eklemlerde 1, prizmatik eklemlerde 0 kabul edilen sabit değişkendir. Denklem 3.27'de gösterilen  $z^i$  ise i. koordinat sisteminin üçüncü sütun birim vektörüdür.

$$z^i = R_i^0 i^3 \quad i^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

i. ekleme ait elde edilen  $J_i$  matrisi doğrusal ve açısal hıza denklem 3.28'deki gibi eşitlenir.

$$J_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial q_1} & \frac{\partial h_i}{\partial q_i} & 0 \\ \xi_1 z^1 & \xi_i z^i & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Denklemde  $A_i$ , doğrusal hızı ve  $B_i$  açısal hızı temsil etmektedir.

$$V_i = A_i \dot{q} \quad \omega_i = B_i \dot{q} \quad (3.29)$$

Denklem (3.29)'da  $V_i$  ve  $\omega_i$  ifadelerinin Jakobiyen matrisi ile bulunan değerleri yerlerine yazılarak denklem (3.30)'daki toplam kinetik enerji bulunur.

$$K(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T \sum_{i=1}^n [(A_i)^T m_i A_i + (B_i)^T I_i B_i] \dot{q} \quad (3.30)$$

Denklemde  $A_i$  ve  $B_i$  3xn Jakobiyen alt matrisi,  $I_i$  3x3 atalet tensörüdür. Eklem hızları ve atalet tensörü denklem (3.31)'de gösterilen kütle matrisi olarak tekrardan ifade edilerek toplam kinetik enerji denklem (3.32)'deki gibi elde edilir.

$$D(q) = \sum_{i=1}^n [(A_i)^T m_i A_i + (B_i)^T I_i B_i] \quad (3.31)$$

$$K(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T D(q) \dot{q} \quad (3.32)$$

Lagrange fonksiyonunun tamamen ifade edilebilmesi için potansiyel enerjinin bulunması ve bunun için robot kola ait denklem (3.33)'deki toplam potansiyel enerjisi tanımlanmalıdır.

$$P(q) = \sum_{i=1}^n m_i g^T h_i \quad (3.33)$$

Potansiyel enerjinin elde edilmesiyle birlikte denklem (3.34)'de Lagrange-Euler eşitliğinde elde edilen kinetik ve potansiyel enerji ifadeleri yerlerine yazılarak tekrardan düzenlenir.

$$\sum_{j=1}^n D_{ij}(q)\ddot{q}_j + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n c_{kj}^i(q)q_k\dot{q}_j + y_i(q) + b_i(\dot{q}) = \tau_i \quad (3.34)$$

Denklem (3.34)'de ilk terim kütle matrisini ve eklem ivmesini ifade eder. İkinci terim Coriolis ve merkezkaç kuvvet vektörüdür. Coriolis ve merkezkaç kuvvet vektörünün elemanlarını bulunması için denklem (3.35)'deki ifade ile ekleme ait hız bağlaşım matrisi bulunur. Hız bağlaşım matrisi denklem (3.36)'daki gibi düzenleme yapılır ve eşitlikte karşılıklı elemanlar çarpılıp yan yana toplanarak ekleme ait Coriolis ve merkezkaç kuvvet vektörünün elemanı bulunur.

$$c_{kj}^i(q) = \frac{\partial}{\partial q_k} D_{ij}(q) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_i} D_{kj}(q) \quad 1 \leq i, j, k \leq n \quad (3.35)$$

$$\begin{bmatrix} c_{11}^i & c_{12}^i & c_{13}^i \\ c_{21}^i & c_{22}^i & c_{23}^i \\ c_{31}^i & c_{32}^i & c_{33}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\dot{\theta}_1)^2 & \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_2\dot{\theta}_1 & (\dot{\theta}_2)^2 & \dot{\theta}_2\dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_3\dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_3\dot{\theta}_2 & (\dot{\theta}_3)^2 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Üçüncü terim yer çekimi ivmesidir ve denklem (3.37)'deki gibi gösterilir.

$$y_i(q) = - \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^n g_k m_j A_{ki}^j(q) \quad (3.37)$$

Elde edilen kütle matrisi, Coriolis ve merkezkaç kuvveti ve yerçekimi kuvveti ile bir robot kolun eklem uzayındaki dinamik ifadesi denklem (3.38)'deki gibi bulunur.

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = \tau_i \quad (3.38)$$

### 3.3.2.2 Üst Uzun Rehabilitasyon Robot Kolunun Dinamik Analizinin Hesaplanması

Tez kapsamında tasarlanan robot kolun dinamik analizi için Lagrange yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem ile birlikte robot kolun dönme hareketi yapan her bir eklemi için ayrı ayrı kütle matrisleri, Coriolis ve merkezkaç kuvveti için hız bağlaşım matrisleri ve yer çekimi kuvveti için ise yerçekimi ivmeleri hesaplanır.

Birinci eklem için birinci eklem kütle merkezinin atalet tensörü bulunur. Birinci ekleme ait atalet tensörü denklem (3.39)'daki gibi ifade edilir.

$$I_{m_1} = \begin{bmatrix} I_{xx_1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy_1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz_1} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Birinci ekleme ait elde edilen atalet tensörü kullanılarak birinci eklemin ana koordinat sistemine göre atalet tensörü denklem (3.41) ile bulunur. Birinci ekleme ait  $R_1^0$  ve  $R_1^{0T}$  ifadeleri homojen dönüşüm matrislerine göre hesaplanır ve denklem (3.40)'daki gibi bulunur. Böylece birinci eklemin ana koordinat sistemine göre atalet tensörü denklem (3.42)'deki gibi elde edilir.

$$R_1^0 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_1^{0T} = \begin{bmatrix} C\theta_1 & S\theta_1 & 0 \\ -S\theta_1 & C\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$$I_1 = R_1^0 I_{m_1} R_1^{0T} \quad (3.41)$$

$$= \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{xx_1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy_1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta_1 & S\theta_1 & 0 \\ -S\theta_1 & C\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Birinci ekleme ait çizgisel ve açısal hızı bulmak için denklem (3.25)'de ifade edilen Jakobiyen matrisi, 1. ekleme ait kütle merkezinin ana koordinat sisteminin ifade eden  $h_1$ 'in robot kol sistemindeki dönme açılarına göre türevinin alınıp  $z^1$  ve  $\xi_1$  değişkenlerinin kullanılmasıyla denklem (3.46)'daki gibi bulunur. Birinci ekleme ait  $h_1$  denklem (3.43) ile denklem (3.44)'deki gibi ve  $z^1$  ve  $\xi_1$  değişkenler ise denklem (3.45)'deki bulunur. Elde edilen Jakobiyen matrisleri  $A_1$  ve  $B_1$  şeklinde iki alt matris şeklinde yazılarak ekleme ait çizgisel ve açısal hızlar matris olarak denklem (3.46)'deki gibi ifade edilir.

$$h_1 = T_1^0 \Delta h_1 \quad \Delta h_1 = [x_1 \quad y_1 \quad z_1 \quad 1]^T \quad (3.43)$$

$$h_1 = \begin{bmatrix} x_1 C\theta_1 - y_1 S\theta_1 \\ y_1 C\theta_1 + x_1 S\theta_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

$$z^1 = R_1^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \xi_1 = 1 \quad (3.45)$$



$$I_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_{1_1}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial h_{1_1}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial h_{1_1}}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial h_{1_2}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial h_{1_2}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial h_{1_2}}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial h_{1_3}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial h_{1_3}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial h_{1_3}}{\partial \theta_3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Birinci eklem için elde edilen açısal hız, çizgisel hız ve atalet tensörü ile birinci ekleme ait kütle matrisi denklem (3.47)'deki gibi bulunur.

$$D(\theta_1) = m_1 A_1^T A_1 + B_1^T I_1 B_1 \quad (3.47)$$

İkinci eklem için ikinci eklemin kütle merkezinin atalet tensörü bulunur. İkinci ekleme ait atalet tensörü denklem (3.48)'e göre aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$I_{m_2} = \begin{bmatrix} I_{xx_2} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy_2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz_2} \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

İkinci ekleme ait elde edilen atalet tensörü kullanılarak ikinci eklemin ana koordinat sistemine göre atalet tensörü denklem (3.50) ile bulunur. İkinci ekleme ait  $R_2^0$  ve  $R_2^{0T}$  ifadeleri homojen dönüşüm matrislerine göre hesaplanır ve denklem (3.49)'daki gibi bulunur. Böylece ikinci eklemin ana koordinat sistemine göre atalet tensörü denklem (3.51)'deki gibi elde edilir.

$$R_2^0 = \begin{bmatrix} -C\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_1 C\theta_2 & -S\theta_1 \\ -S\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_2 S\theta_1 & C\theta_1 \\ -C\theta_2 & S\theta_2 & 0 \end{bmatrix} \quad R_2^{0T} = \begin{bmatrix} -C\theta_1 S\theta_2 & -S\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_2 \\ -C\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_2 S\theta_1 & S\theta_2 \\ -S\theta_1 & C\theta_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

$$I_2 = R_2^0 I_{m_2} R_2^{0T} \quad (3.50)$$

=

$$\begin{bmatrix} -C\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_1 C\theta_2 & -S\theta_1 \\ -S\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_2 S\theta_1 & C\theta_1 \\ -C\theta_2 & S\theta_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{xx_2} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy_2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -C\theta_1 S\theta_2 & -S\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_2 \\ -C\theta_1 C\theta_2 & -C\theta_2 S\theta_1 & S\theta_2 \\ -S\theta_1 & C\theta_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

İkinci ekleme ait çizgisel ve açısal hızı bulmak için denklem (3.25)'de ifade edilen Jakobiyen matrisi, 2. ekleme ait kütle merkezinin ana koordinat sisteminini ifade eden  $h_2$ 'in robot kol sistemindeki dönme açılarına göre türevinin alınıp  $z^2$  ve  $\xi_2$  değişkenlerinin kullanılmasıyla denklem (3.55)'deki gibi bulunur. İkinci ekleme ait  $h_2$  denklem (3.52) ile denklem (3.53)'deki gibi ve  $z^2$  ve  $\xi_2$  değişkenler ise denklem (3.54)'deki bulunur. Elde edilen Jakobiyen matrisleri  $A_2$  ve  $B_2$  şeklinde iki alt matris şeklinde yazılarak ekleme ait çizgisel ve açısal hızlar matris olarak denklem (3.55)'deki gibi ifade edilir.

$$h_2 = T_2^0 \Delta h_2 \quad \Delta h_2 = [x_2 \quad -y_2 \quad z_2 \quad 1]^T \quad (3.52)$$

$$h_2 = \begin{bmatrix} y_2 C\theta_1 C\theta_2 - z_2 S\theta_1 - d_2 S\theta_1 - x_2 C\theta_1 S\theta_2 \\ d_2 C\theta_1 + z_2 C\theta_1 + y_2 C\theta_2 S\theta_1 - x_2 S\theta_1 S\theta_2 \\ -k - x_2 C\theta_2 - y_2 S\theta_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

$$z^2 = R_2^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S\theta_1 \\ C\theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \xi_2 = 1 \quad (3.54)$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_{2_1}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial h_{2_1}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial h_{2_1}}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial h_{2_2}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial h_{2_2}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial h_{2_2}}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial h_{2_3}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial h_{2_3}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial h_{2_3}}{\partial \theta_3} \\ 0 & -S\theta_1 & 0 \\ 0 & C\theta_1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

İkinci eklem için elde edilen açısal hız, çizgisel hız ve atalet tensörü ile ikinci ekleme ait kütle matrisi denklem (3.56)'daki gibi bulunur.

$$D(\theta_2) = m_2 A_2^T A_2 + B_2^T I_2 B_2 \quad (3.56)$$

Üçüncü eklem için üçüncü eklem kütle merkezinin atalet tensörü bulunur. Üçüncü ekleme ait atalet tensörü denklem (3.57)'ye göre aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$I_{m_3} = \begin{bmatrix} I_{xx_3} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy_3} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz_3} \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

Üçüncü ekleme ait elde edilen atalet tensörü kullanılarak üçüncü eklemın ana koordinat sistemine göre atalet tensörü denklem (3.60) ile bulunur. Üçüncü ekleme ait  $R_3^0$  ve  $R_3^{0T}$  ifadeleri homojen dönüşüm matrislerine göre hesaplanır ve denklem (3.58) ve denklem (3.59)'daki gibi bulunur. Böylece üçüncü eklemın ana koordinat sistemine göre atalet tensörü denklem (3.61)'deki gibi elde edilir.

$$R_3^0 = \begin{bmatrix} S\theta_1 S\theta_3 - C\theta_1 C\theta_3 S\theta_2 & C\theta_3 S\theta_1 + C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 & -C\theta_1 C\theta_2 \\ -C\theta_1 S\theta_3 - C\theta_3 S\theta_1 S\theta_2 & S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 - C\theta_1 C\theta_3 & -C\theta_2 S\theta_1 \\ -C\theta_2 C\theta_3 & C\theta_2 S\theta_3 & S\theta_2 \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

$$R_3^{0T} = \begin{bmatrix} S\theta_1 S\theta_3 - C\theta_1 C\theta_3 S\theta_2 & -C\theta_1 S\theta_3 - C\theta_3 S\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_2 C\theta_3 \\ C\theta_3 S\theta_1 + C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 & S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 - C\theta_1 C\theta_3 & C\theta_2 S\theta_3 \\ -C\theta_1 C\theta_2 & -C\theta_2 S\theta_1 & S\theta_2 \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

$$I_3 = R_3^0 I_{m_3} R_3^{0T} \quad (3.60)$$

$$= \begin{bmatrix} S\theta_1 S\theta_3 - C\theta_1 C\theta_3 S\theta_2 & C\theta_3 S\theta_1 + C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 & -C\theta_1 C\theta_2 \\ -C\theta_1 S\theta_3 - C\theta_3 S\theta_1 S\theta_2 & S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 - C\theta_1 C\theta_3 & -C\theta_2 S\theta_1 \\ -C\theta_2 C\theta_3 & C\theta_2 S\theta_3 & S\theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{xx_3} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy_3} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz_3} \end{bmatrix} \dots$$

$$\dots \begin{bmatrix} S\theta_1 S\theta_3 - C\theta_1 C\theta_3 S\theta_2 & -C\theta_1 S\theta_3 - C\theta_3 S\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_2 C\theta_3 \\ C\theta_3 S\theta_1 + C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 & S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 - C\theta_1 C\theta_3 & C\theta_2 S\theta_3 \\ -C\theta_1 C\theta_2 & -C\theta_2 S\theta_1 & S\theta_2 \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

Üçüncü ekleme ait çizgisel ve açısal hızı bulmak için denklem (3.25)'de ifade edilen Jakobiyen matrisi, 3. ekleme ait kütle merkezinin ana koordinat sisteminini ifade eden  $h_3$ 'in robot kol sistemindeki dönme açılarına göre türevinin alınıp  $z^3$  ve  $\xi_3$  değişkenlerinin kullanılmasıyla denklem (3.65)'deki gibi bulunur. 3. ekleme ait  $h_3$  denklem (3.62) ile denklem (3.63)'deki gibi ve  $z^3$  ve  $\xi_3$  değişkenler ise denklem (3.64)'deki bulunur. Elde edilen Jakobiyen matrisleri  $A_3$  ve  $B_3$  şeklinde iki alt matris şeklinde yazılarak ekleme ait çizgisel ve açısal hızlar matris olarak denklem (3.65)'deki gibi ifade edilir.

$$h_3 = T_3^0 \Delta h_3 \quad \Delta h_3 = [x_3 \quad -y_3 \quad z_3 \quad 1]^T \quad (3.62)$$

$$h_3 = \begin{bmatrix} x_3(S\theta_1 S\theta_3 - C\theta_1 C\theta_3 S\theta_2) - y_3(C\theta_3 S\theta_1 + C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3) & \dots \\ y_3(C\theta_1 C\theta_3 - S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3) - x_3(C\theta_1 S\theta_3 + C\theta_3 S\theta_1 S\theta_2) & \dots \\ z_3 S\theta_2 - a_2 C\theta_2 - d_3 S\theta_2 & \dots \\ 1 & \dots \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dots & -d_2 S\theta_1 + d_3 C\theta_1 C\theta_2 - a_2 C\theta_1 S\theta_1 - z_3 C\theta_1 C\theta_2 \\ \dots & d_2 C\theta_1 + d_3 C\theta_2 S\theta_2 - a_2 S\theta_1 S\theta_2 - z_3 C\theta_2 S\theta_1 \\ \dots & -k - x_3 C\theta_2 C\theta_3 - y_3 C\theta_2 S\theta_3 \\ \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

$$z^3 = R_3^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C\theta_1 C\theta_2 \\ -C\theta_2 S\theta_1 \\ S\theta_2 \end{bmatrix} \quad \xi_3 = 1 \quad (3.64)$$

$$I_3 = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_{3_1}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial h_{3_1}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial h_{3_1}}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial h_{3_2}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial h_{3_2}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial h_{3_2}}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial h_{3_2}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial h_{3_2}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial h_{3_2}}{\partial \theta_3} \\ 0 & -S\theta_1 & -C\theta_1 C\theta_2 \\ 0 & C\theta_1 & -C\theta_2 S\theta_1 \\ 1 & 0 & S\theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_3 \\ B_3 \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

Üçüncü eklem için elde edilen açısal hız, çizgisel hız ve atalet tensörü ile üçüncü ekleme ait kütle matrisi denklem (3.66)'deki gibi bulunur.

$$D(\theta_3) = m_3 A_3^T A_3 + B_3^T I_3 B_3 \quad (3.66)$$

Her bir eklem için hesaplanan kütle matrisleri toplanarak robot kol sistemine ait toplam kütle matrisi denklem (3.67)'deki gibi elde edilir. Kütle matrisinin elemanları Ek B'te verilmiştir.

$$D_T = D(\theta_1) + D(\theta_2) + D(\theta_3) = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

Robot kol sistemine ait kütle matrisi bulunduktan sonra her eklem için Coriolis ve merkezkaç kuvveti denklem (3.36)'ya göre bulunur. Robot koldaki eklemlere ait hız bağlaşım matrisinin elemanları denklem (3.35) ile hesaplanması Ek C'de gösterilmiştir. Bulunan hız bağlaşım matrisinin elemanları matriste yerine koyularak birinci, ikinci ve üçüncü eklemlere ait Ek C'deki Coriolis ve merkezkaç kuvvetleri bulunur. Bu kuvvetler ile birlikte toplam Coriolis ve merkezkaç kuvvet vektörü ise denklem (3.68)'deki gibi ifade edilir.

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

Sisteme ait tork değerlerinin elde edilmesi için gerekli olan bileşenlerden kütle matrisi ve Coriolis ve merkezkaç kuvveti bulduktan sonra hesaplanması gereken yerçekimi vektörü bulunmalıdır. Bunun için ise robot kol sisteminde birinci eklem referans alındığında yerçekimi vektörü z ekseninde alınır ve yerçekimi ivmeleri sırasıyla denklem (3.37)'de  $z_1$ ,  $z_2$  ve  $z_3$  kabul edilir ve yerçekimi ivmeleri sırasıyla denklem (3.69), denklem (3.70) ve denklem (3.71) olarak bulunur. Sisteme ait toplam yerçekimi vektörü ise denklem (3.72)'deki gibi ifade edilir.

$$z_1 = -g(m_1A_{31}^1 + m_2A_{31}^2 + m_3A_{31}^3) \quad (3.69)$$

$$z_2 = -g(m_2A_{32}^2 + m_3A_{32}^3) \quad (3.70)$$

$$z_3 = -g(m_3A_{33}^3) \quad (3.71)$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} 0 & \dots \\ -g(m_2(y_2C\theta_2 - x_2S\theta_2)) & \dots \\ -gm_3(y_3C\theta_2C\theta_3 & \dots \\ \dots & 0 \\ \dots & -m_3(a_2S\theta_2 - d_3C\theta_2 + x_3C\theta_3S\theta_2 + y_3S\theta_2S\theta_3)) \\ \dots & -x_3C\theta_2S\theta_3 \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

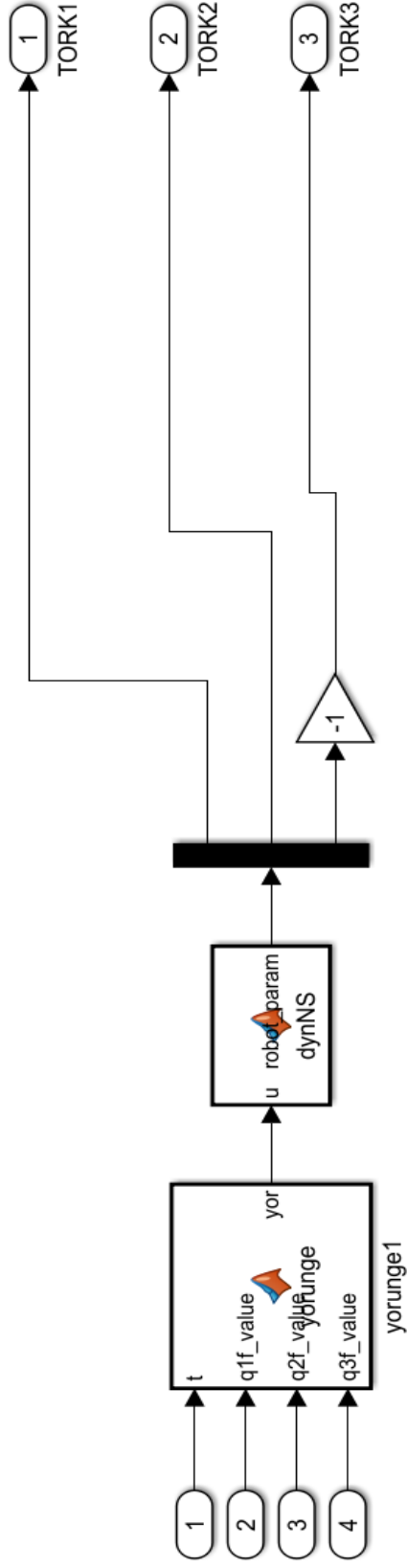
Robot kol sisteminde her bir ekleme etki eden tork vektörü kütle matrisi, Coriolis ve merkezkaç kuvveti ve yerçekimi vektörünün denklem (3.73)'de yerine koyulması ile aşağıdaki şekilde bulunur. Bu işlemler sonunda elde edilen tork değerleri Ek C'de verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

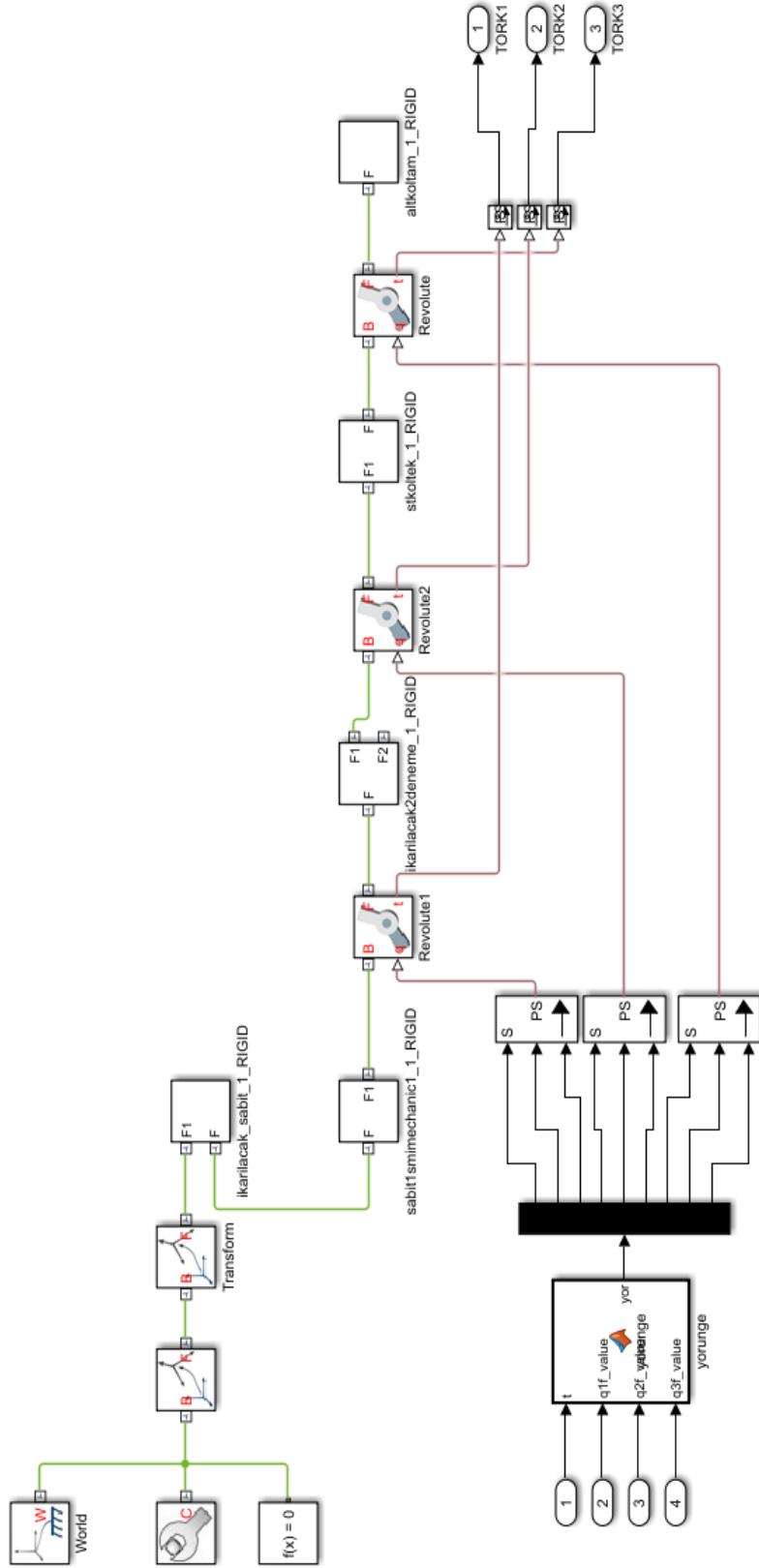
### 3.3.2.3 Üst Uzuv Rehabilitasyon Robot Kol Dinamiğinin Modellenmesi

Tez çalışması kapsamında tasarlanan Şekil 3.16'daki rehabilitasyon robot kolun Lagrange yöntemine göre dinamik hesapları yapılarak sonuçlar elde edilmiştir. Bu sonuçların doğrulunu kontrol etmek için MATLAB programı kullanılmıştır. Denklem sonuçlarının doğrulanması Şekil 3.22'de gösterilen MATLAB modelinde Simscape ve Simulink modellerinin karşılaştırılması kullanılarak yapılmıştır. Simscape modeli Şekil 3.21'de gösterilen rehabilitasyon robot kolun SolidWorks programında tasarlanan modelinin

MATLAB'ın Simscape Multibody eklentisi ile elde edilmiş ve Simscape modelinde her bir ekleme Ek D'deki kodlarla oluşturulmuş yörünge uygulanarak tork çıkışı sağlanmıştır. Rehabilitasyon robot kolun Simulink modeli ise Şekil 3.20'de gösterilen tez çalışmasında Lagrange yöntemi ile hesaplanan atalet tensörü, kütle matrisleri, Coriolis merkezkaç kuvveti, yer çekimi ve tork denklemleri ile oluşturulan Ek E'deki MATLAB fonksiyonu ve Ek D'deki kodlarla oluşturulan yörünge ile elde edilmiştir. Simulink modelinde sayısal değerler ile sonuç elde edilmesi için Ek F'de verilen Solidworks uygulamasında tasarlanan robot kolunun hareketli uzuvlarının malzeme özellikleri kullanılmıştır. Dinamik analizin doğruluğu için kullanılan iki farklı yöntem ile elde edilen bu sonuçların bulgular kısmında grafiksel olarak kesiştiği gösterilmiştir.

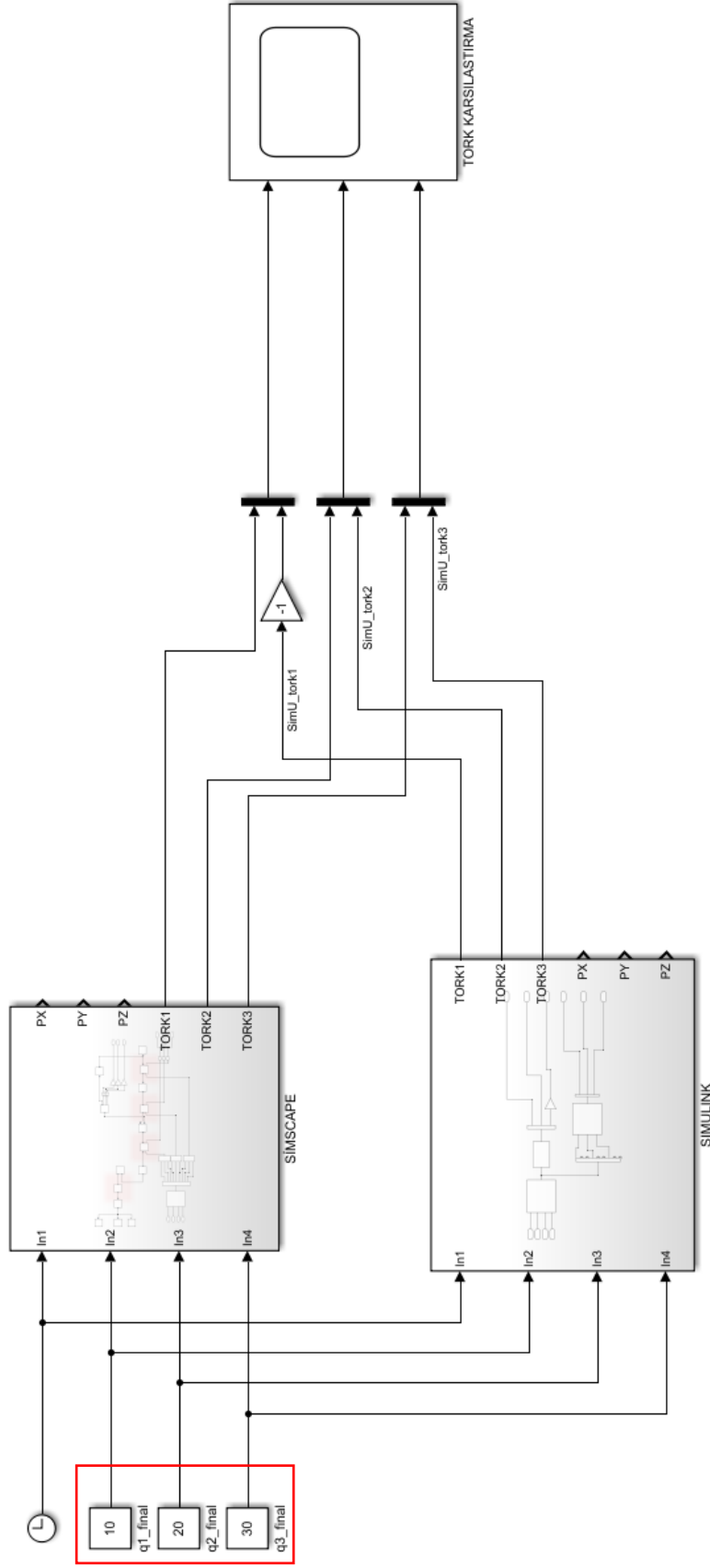


**Şekil 3.20:** Dinamik denklemler ve yörünge ile oluşturulan Simulink modeli.



Şekil 3.21: SolidWorks uygulaması ve yörünge ile elde edilen Simmechanics modeli.



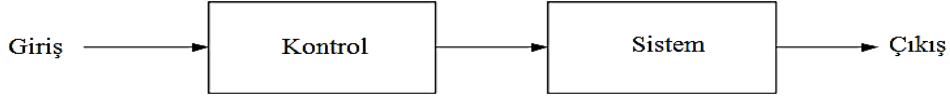


**Şekil 3.22:** Simscape ve Simulink sonuçlarının karşılaştırıldığı MATLAB modeli.

### 3.4 Robot Kol Kontrol Sistemi

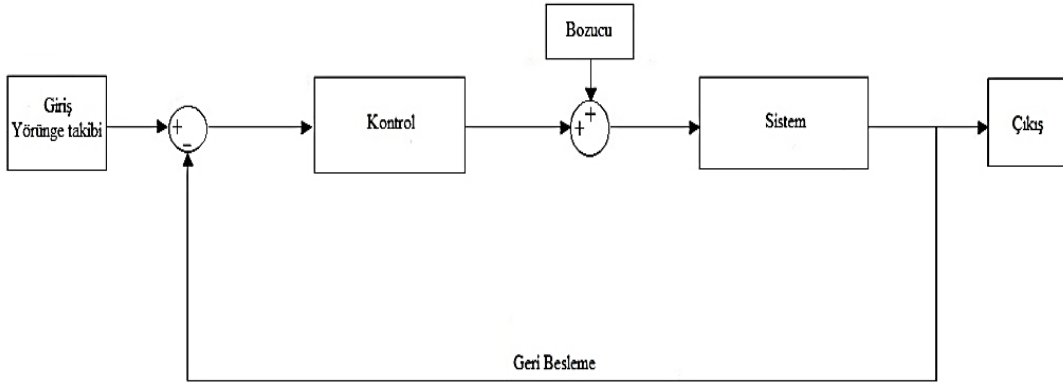
#### 3.4.1 Kontrol Sistemi

Bu bölümde kontrol sistemi ile ilgili genel bir bilgi verilmiştir. Daha sonra tez çalışmasında incelenmek üzere tasarlanmış üst uzuv rehabilitasyon robot kolun yörünge kontrolü için kullanılacak PID kontrol ile ilgili anlatım yapılmış ve MATLAB/Simulink uygulamasında oluşturulan kontrol modeli gösterilmiştir. Tez kapsamında PID kontrol için gerekli katsayıların belirlenmesinde kullanılacak yöntemler detaylı şekilde anlatılmıştır. Günümüzde robotlar sağlık sektörü, endüstri gibi birçok alanda yaygın bir şekilde kullanılmaktadır ve robotlar üzerine yapılan birçok akademik çalışmalar bulunmaktadır. Geliştirilen robotlarda serbestlik derecelerindeki artış ile birlikte robot sistemlere ait dinamik ve kinematik yapılarının serbestlik derecesine bağlı olarak zorlaşmaktadır. Bu yapıların doğru modellenmesi için doğru kontrol sistemlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Robot sistemlerindeki kontrolün amacı sistemin doğru matematiksel ifadelerle birlikte uygun bir kontrolcü yardımıyla robot uç işlevcisinin istenilen hedeflere verilen yörüngeyi takip ederek ulaşmasıdır [45,46]. Kontrol sisteminin iki farklı çeşidi vardır. Bu kontrol sistemleri açık çevrim ve kapalı çevrim kontrol sistemleridir.



Şekil 3.23: Açık çevrim kontrol sistemi.

Şekil 3.23’de gösterilen açık çevrim kontrol sisteminde bağımsız bir değişken olan giriş ve girişin bir fonksiyonu olan çıkış bulunmaktadır.



Şekil 3.24: Kapalı çevrim kontrol sistemi.

Şekil 3.24’de gösterilen kapalı çevrim kontrol sisteminde çıkış tarafından geri besleme işlemi ile denetlenen giriş ve giriş ile geri beslemenin toplamının fonksiyonu olan çıkış bulunmaktadır. Tez çalışmasında kapalı çevrim kontrol sisteminde en yaygın kullanılan kontrolcü olan PID denetleyici kullanılmaktadır.

### 3.4.2 PID Kontrol Yöntemi

PID kontrol sistemi, 1939 yılında ortaya çıkan ve endüstri alanında yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. PID yönteminin içerdiği az sayıda tasarım parametresinden dolayı basit ve kolay uygulanabilirliği en çok kullanılan kontrol yöntemi olmasını sağlamaktadır. PID kontrolün amacı sistemin maruz kaldığı bozucuyu ortadan kaldırarak referans ve gerçek çıkış arasındaki denklem (3.74)’de gösterilen hata sinyalinin geçmişi, anlık durumu ve geleceğine uygun şekilde sinyal üretmektir. PID kontrol yöntemi denklem (3.75)’de gösterilen hatanın genliğini tanımlayan oransal, denklem (3.76)’da gösterilen hatanın alanını tanımlayan integral ve denklem (3.77)’de gösterilen hatanın eğimini belirleyen türevsel üç bileşenden oluşmaktadır. Bu kontrol bileşenlerini etkisi ise kazanç sabitleri ile belirlenmektedir. Bu kazanç sabitleri  $K_p$  oransal sabit,  $K_i$  integral sabit ve  $K_d$  türevsel sabit ile ifade edilmektedir. Kontrol sisteminin başarılı bir şekilde sonuçlanması için kazanç sabitlerinin uygun değerlerde bulunması gerekmektedir. Bu değerlerin uygun bulunması için birçok yöntem kullanılır [45,46]. Tez çalışmasında ise bu yöntemler içerisinde bulunan deneme yanılma yöntemi ve Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO) kullanılmıştır.

$$Hata = Referans - Gerçek çıkış \quad (3.74)$$

$$P = K_p * Hata \quad (3.75)$$

$$I = I + (K_i * Hata * dt) \quad (3.76)$$

$$HD = Hata - Bir önceki hata \quad D = (K_d * HD)/dt \quad (3.77)$$

Bu terimler ile birlikte PID kontrol ifadesinin genel denklemi denklem (3.78)’de gösterilmiştir.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3.78)$$

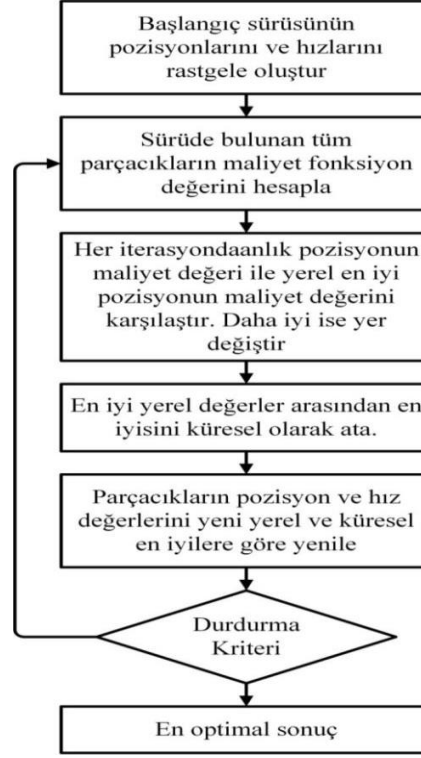
### **3.4.2.1 Deneme Yanılma Yöntemi**

Kapalı çevrim kontrol sistemi olan PID kontrolde katsayıları elde elde en kolay yolu deneme yanılma yöntemi ile belirlemektir. Sistemde yaşanan değişikliklerin ve bozucu girişleri ile birlikte meydana gelen değişikliklerin düzeltilmesi için parametrelerin seçilmesinde ön izleme sağlamaktadır. Fakat bu yöntemde katsayıların belirlenmesi zaman kaybına sebep olmaktadır ve istenen sonuçlara ulaşılması zor olabilir. Tez çalışmasında ise PID kontrol katsayılarının belirlenmesi için kullanılacak ilk yöntem deneme yanılma yöntemi kabul edilmiştir ve elde edilen sonuçlar bulgular kısmında verilmiştir.

### **3.4.2.2 Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO)**

Geçmişten günümüze gelişen teknoloji ile birlikte karşılaşılan problemlerde en iyiye ulaşmak için optimizasyona ihtiyaç duyulmaktadır. Problemlerin çözümünde kullanılan optimizasyon klasik yöntem diye adlandırılan matematiksel çözüm yöntemleri yaygın olarak kullanılmıştır. Fakat bu yöntemin kendi içerisinde farklı dezavantajlar barındırdığı için doğadaki olayların incelenerek tasarlanmış optimizasyon yöntemleri kullanılmaya başlanmıştır. Bu yöntemlere yaygın olarak kullanılan Genetik Algoritmalar (GA), Yapay Arı Algoritması (ABC) ve Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO) örnek verilebilir [47].

Tez çalışmasında PID kontrol için ihtiyaç duyulan kazanç sahiplerinin değerlerinin bulunmasında Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO) kullanılacaktır. Parçacık Sürü Optimizasyonu 1995 yılında Kennedy ve Eberhart tarafından literatürde tanıtıldıktan sonra yaygın bir şekilde kullanılmaya başlanmıştır. Bu optimizasyon yöntemin sürü halinde hareket eden canlıların belirli davranışlarında sergiledikleri rastgele hareketleri ile birlikte amaçlarına daha kolay ulaşabilecekleri bir sistem olarak düşünülerek yaratılmıştır. Bu yöntemde her bir canlıya parçacık ve her canlının oluşturduğu popülasyona da sürü olarak ifade edilmiştir. Her bir parçacık kendi konumunu bir öncekine göre sürüdeki en iyi konuma sahip parçacığa doğru ayarlar. Böylece sürüdeki parçacıklar konumlarını her bir hareketlerinde daha iyiye göre ayarlamış olurlar ve bu durum istenilen iterasyon sayısı içerisinde hedef konuma gelene kadar devam etmektedir. Şekil 3.25’de bu yaşanan sürecin anlatıldığı akış diyagramı bulunmaktadır [48].



**Şekil 3.25:** Parçacık Sürü Optimizasyonu akış diyagramı [48].

Parçacık Sürü Optimizasyonu algoritması aşağıdaki basamaklardan oluşmaktadır;

- Başlangıç pozisyonlarının ve hızlarının rasgele üretilmesiyle ilk başlangıç sürüsü oluşturulur.
- Sürüde bulunmakta olan parçacıkların uygunluk değeri hesaplanır.
- Sürüde bulunan her bir parçacık için en az uygunluk değerini sağlayan en iyi yerel konum (pbest) bulunur.
- Her bir parçacık için bulunan en iyi yerel konumlar arasında küresel en iyi (gbest) seçilir.
- Her bir parçacık hareketini ve hızını yenileyerek sürüdeki en iyi konuma gelmek için eski konumunda daha iyi konuma hareket etmeye devam eder.
- Durdurma kriteri sağlanıncaya kadar bu süreç devam eder [48].

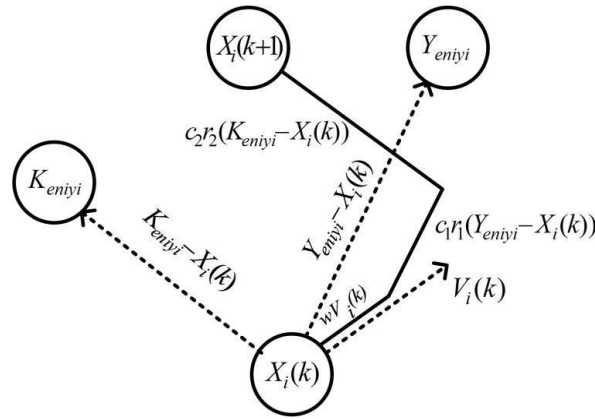
Denklem (3.79) ve denklem (3.80)'de gösterilen denklemler her bir iterasyon sonunda pozisyon ve hız yenilemesinde kullanılan denklemlerdir.

$$V_i(k + 1) = wV_i(k) + c_1r_1 (Y_{eniyi} - X_i(k)) + c_2r_2 (K_{eniyi} - X_i(k)) \quad (3.79)$$

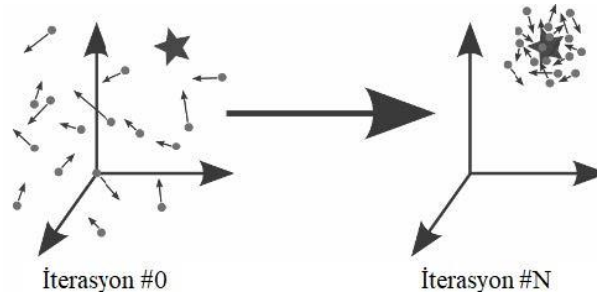
$$X_i(k + 1) = V_i(k + 1) + X_i(k) \quad (3.80)$$

Denklemlerde kullanılan  $Y_{eniyi}$  yerel en iyi konumu,  $K_{eniyi}$  küresel en iyi konumu,  $V_i(k+1)$ 'i yinemeleme hızını,  $C_1$  ve  $C_2$  ivme katsayılarını,  $w$  ataletsel momentini,  $r_1$  ve  $r_2$  0 ile 1 arasındaki kabul edilen değerlerin etkisini kontrolü için kullanılan rasgele sayıları ifade eder[48].

Denklem (3.79) ve denklem (3.80)'deki denklemlerin parçacıkların hareketinin grafiksel ifadesi Şekil 3.26'da gösterilirken Şekil 3.27'de ise parçacıkların gerçekleşen iterasyonlar sonucu toplanması gösterilmiştir.



Şekil 3.26: Parçacık hareketlerinin gösterimi [48].



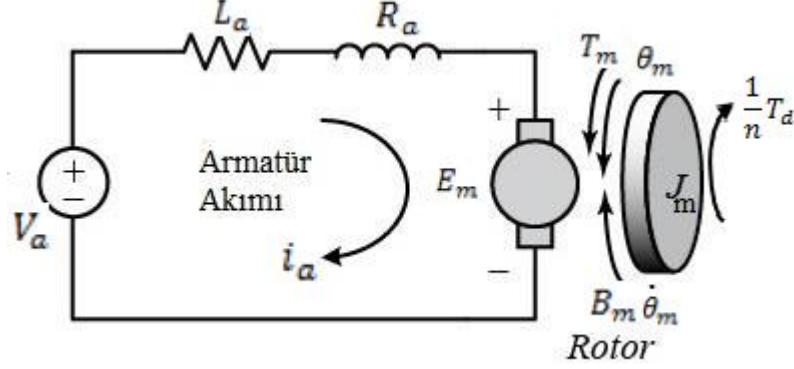
Şekil 3.27: Parçacıkların En iyi sonuç etrafında toplanması [48].

### 3.4.3 Üst Uzun Rehabilitasyon Robot Kol Kontrolünün Modellenmesi

Tez çalışmasında incelenen rehabilitasyon robot kolun yörünge takip kontrolü için tasarlanan bozucu ile birlikte geri beslemeli PID kontrol uygulanmıştır. Tasarlayacağımız PID kontrol sisteminde robot koluna ait her bir referans açığa ait pozisyon, hız ve ivme kontrolü için toplamda 9 farklı  $K_p$ ,  $K_i$  ve  $K_d$  değerleri elde edilecek şekilde yapılmıştır. Oluşturulacak modelde ilk önce doğru akım motor modellemesi yapılmıştır.

### 3.4.3.1 Doğru Akım Motorunun Dinamik Modellenmesi

Modellenen doğru akım motorunun elektromekaniksel devre şeması Şekil 3.28'de gösterilmiştir.



Şekil 3.28: Doğru akım motorunun elektromekaniksel devre şeması [48].

Doğru akım motorunun Şekil 3.28'deki devre şemasına göre elektriksel ve mekaniksel kısımların denklemleri denklem (3.81) ve denklem (3.82)'deki gibi gösterilmiştir.

$$L_a \frac{di_a(t)}{dt} + R_a \frac{di_a(t)}{dt} = V_a(t) - E_m(t) \quad E_m(t) = K_b \dot{\theta}_m(t) \quad (3.81)$$

$$J_m \frac{d^2\theta_m}{dt^2} + B_m \frac{d\theta_m}{dt} = T_m(t) - \frac{1}{n} T_d(t) \quad T_m(t) = K_m i_a(t) \quad (3.82)$$

Denklemlerde kullanılan parametreler sırasıyla elektriksel endüktans ( $L_a$ ), elektriksel direnç ( $R_a$ ), armatür akımı ( $i_a$ ), giriş gerilimi ( $V_a$ ), ters elektromotor kuvveti ( $E_m$ ), elektromotor kuvvet sabiti ( $K_b$ ), motor açısal pozisyonu ( $\theta_m$ ), rotorun atalet momenti ( $J_m$ ), mekanik sistemin sönümlenme oranı ( $B_m$ ), motor momenti ( $T_m$ ) ve motor tork sabiti ( $K_m$ )'dir.  $T_d$  ise burada üst uzuv rehabilitasyon robotunun istenen açısal pozisyonlara gelmesi sırasında ihtiyacı olan moment miktarını ifade eder ve bu değer redüktör oranının tersi ile çarpılarak ihtiyaç duyulan moment miktarı doğru akım motor miline yansıtılmıştır.

Doğru akım motorunun kapalı çevrim transfer fonksiyonunu elde etmek için elektriksel ve mekaniksel kısımlara ait denklemler Laplace uzayında ifade edilmesi gerekmektedir. Gerekli dönüşüm yapıldıktan sonra elde edilen denklemler denklem (3.83) ve denklem (3.84)'deki gibi edilir. Bu denklemlerle birlikte doğru akım motorun kapalı çevrim transfer fonksiyonu ise denklem (3.85)'deki gibi elde edilir.

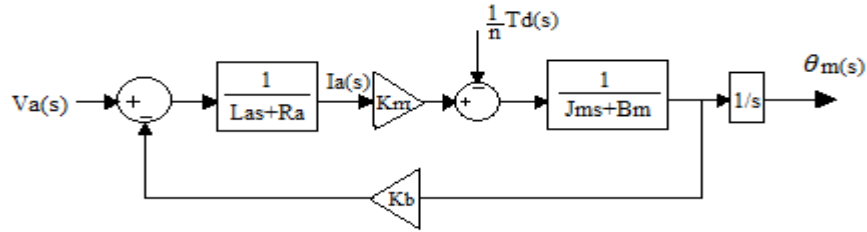
$$L_a s I_a(s) + R_a I_a(s) = V_a(s) - K_b s \theta_m(s) \quad (3.83)$$

$$J_m s^2 \theta_m(s) + B_m s \theta_m(s) = K_m I_a(s) - \frac{1}{n} T_d(s) \quad (3.84)$$

Bozucu girişin sıfır kabul edildiği durumda doğru akım motorun kapalı çevrim transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\theta_m(s)}{V_a(s)} = \frac{K_m}{s[(J_m s + B_m)(L_a s + R_a) + K_m K_b]} \quad (3.85)$$

Elde edilen transfer fonksiyonu ile doğru akım motorun blok diyagramı Şekil 3.29'da gösterilmiştir.



Şekil 3.29: Doğru akım motor blok diyagramı.

Tez çalışması kapsamında kullanılacak olan doğru akım motora ait parametreler ise Tablo 3.4'de verilmiştir.

Tablo 3.4: Doğru akım motor parametreleri [49].

Parametreler	Değerler
Rotorun atalet momenti ( $J_m$ )	0.1 kgm <sup>2</sup> /s
Mekanik sistemin sönümlenme oranı ( $B_m$ )	0.0001 Nms
Elektromotor kuvvet sabiti ( $K_m$ )	0.633 Vs/rad
Motor tork sabiti ( $T_m$ )	0.633 Nm/Amp
Elektriksel direnç ( $R_a$ )	0.3 $\Omega$
Elektriksel endüktans ( $L_a$ )	12.10 <sup>-3</sup> H

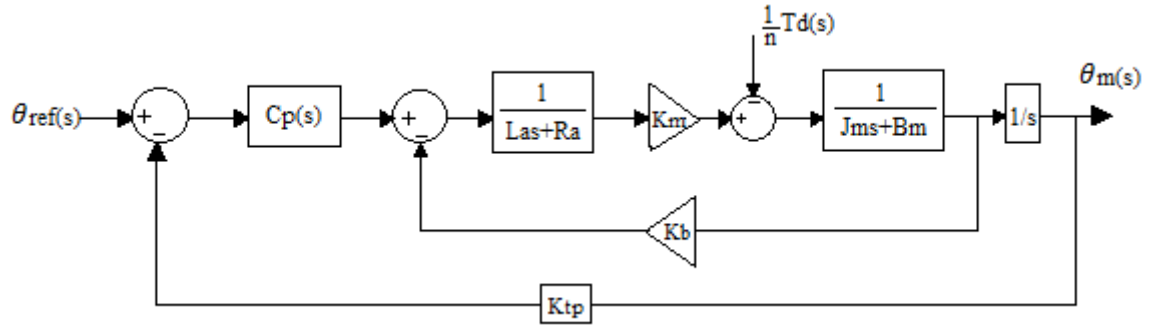


### 3.4.3.2 Açısal Pozisyon Takibi için Doğru Akım Servo Motorların PID Kontrolör

#### Tasarımı

Doğru akım servo motor, geri besleme ünitesine sahiptir. Genellikle referans olarak motora girilen bilgilerinin motor çıkışında yine aynı değerleri elde edilmesine dayanmaktadır. Tez çalışması kapsamında tasarlanan robot kolda kullanılacak doğru akım motorlar ile takip edilmesi istenen referans pozisyonun kontrolü için geri beslemeli PID kontrol Şekil 3.30'daki gibi oluşturulmuştur. Oluşturulan blok diyagramına göre sadece oransal denetleyici olduğunda elde edilen doğru akım servo motorun kapalı çevrim transfer fonksiyonu ise denklem (3.86)'da verilmiştir.

$$\frac{\theta_a(s)}{V_a(s)} = \frac{K_m K_p}{s[(J_m s + B_m)(L_a s + R_a) + K_m K_b] + K_m K_p K_{tp}} \quad (3.86)$$



Şekil 3.30: Doğru akım motorun PID kontrollü blok diyagramı.

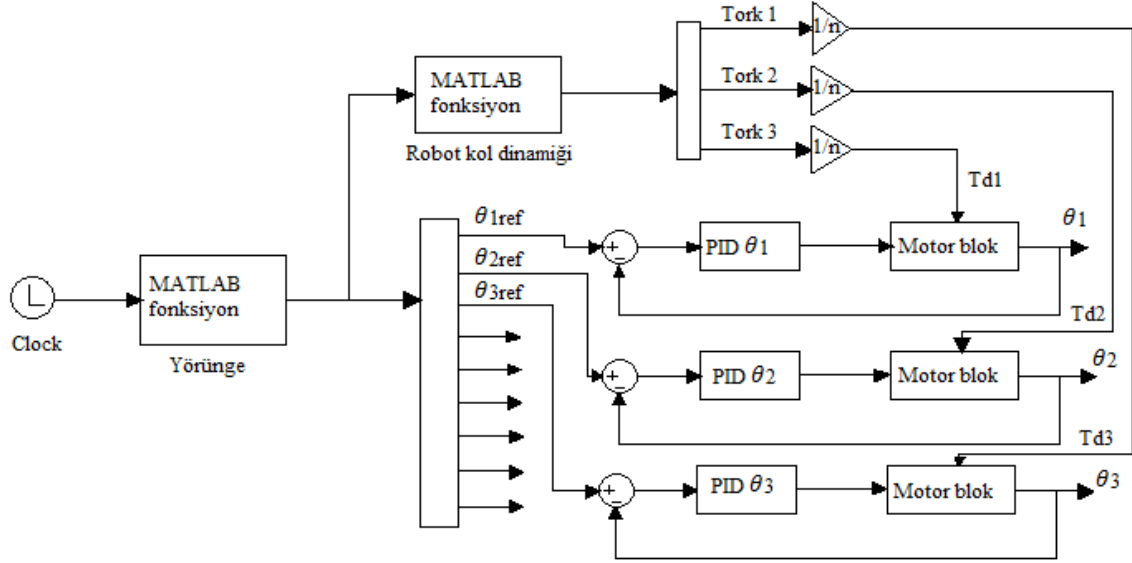
Şekil 3.30'da gösterilen blok diyagramında kullanılan PID denetleyicisinin genel denklemi denklem (3.87)'de gösterilmiştir. Sistemde yer alan pozisyon algılayıcı geri besleme kazancı  $K_{tp} = 1$  olarak alınmıştır.

$$C_p(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (3.87)$$

Sisteme ait ilgili PID katsayılarını elde etmek için deneme yanılma yöntemi kullanılmıştır. Sistemde kullanılacak PID katsayıları deneme yanılma yöntemi ile  $K_p = 9.5059$ ,  $K_i = 55.3120$ ,  $K_d = 0.4084$  elde edilmiştir.

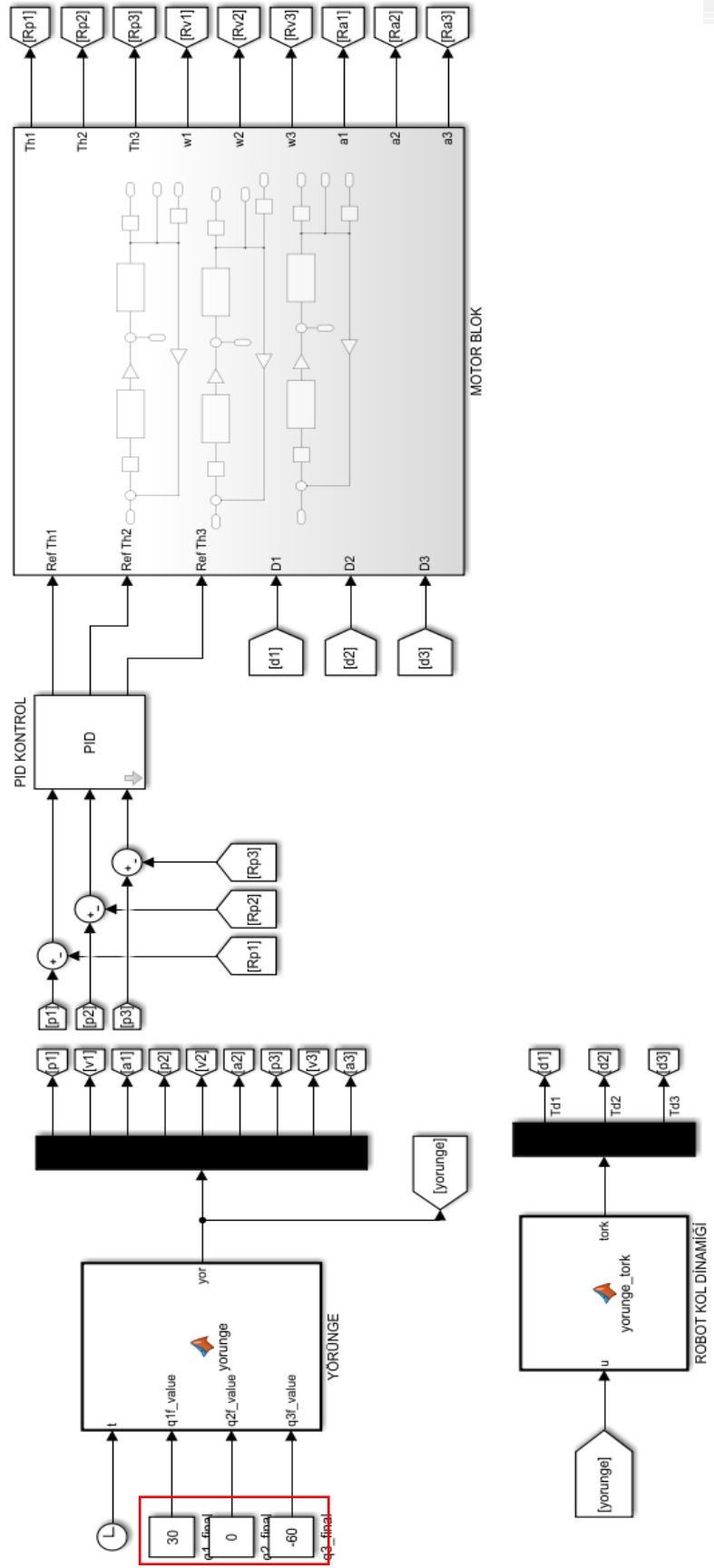
Rehabilitasyon robot kolunda kullanılacak doğru akım motorlarının PID kontrolü için oluşturulan blok diyagramı ile rehabilitasyon robot kolunun yörünge ile referans pozisyon takibi yapması için Şekil 3.31'deki kontrol sistemi uygulanmıştır. Uygulanan kontrol sisteminin MATLAB ortamında tasarlanması ise Şekil 3.32'de gösterilmiştir. Robot kol

sisteminin kontrolünde Ek D’de verilen yörüngeyi izleyerek Şekil 3.32 ve Şekil 3.33’de kırmızı kutucuk içerisinde gösterilen  $\theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = 0^\circ$  ve  $\theta_3 = 60^\circ$ ’ye ulaşması istenmektedir.

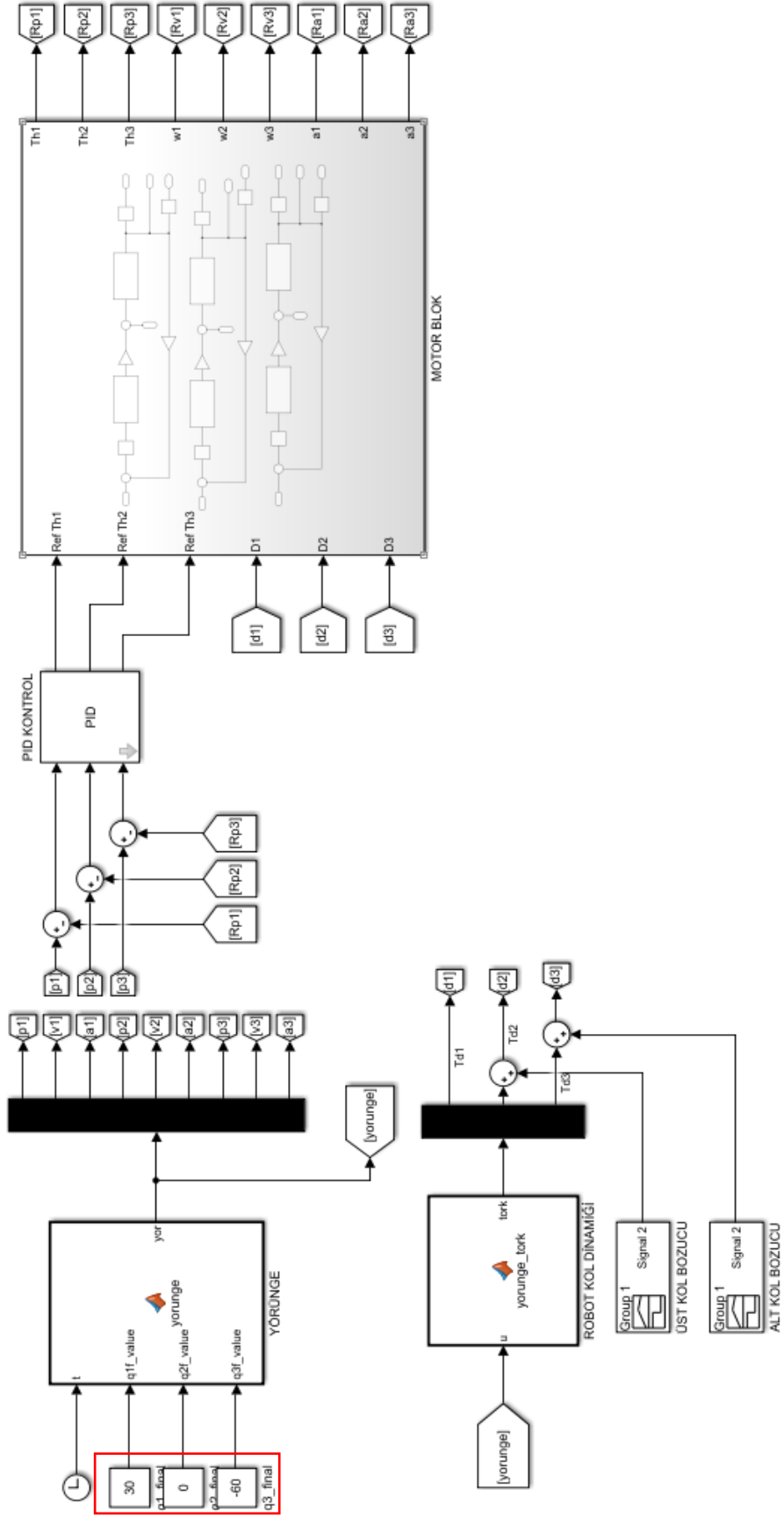


**Şekil 3.31:** Sistemin pozisyon takibi için deneme yanılma yöntemine göre kontrolü.

Şekil 3.32’deki rehabilitasyon robot koluna ait deneme yanılma yöntemine göre MATLAB ortamında tasarlanan kontrol sisteminin sonuçları bulgular kısmında yer almaktadır ve sonuçlar doğrultusunda sistemin referans pozisyon, hız ve ivme takibinin doğru bir şekilde uygulandığı görülmüştür. Fakat sistemi biraz daha ileriye götürmek için Şekil 3.32’deki MATLAB ortamına aktarılan kontrol sistemine bozucu girişi sağlanarak yeni bir kontrol planlanmıştır ve bu yeni kontrol ise Şekil 3.33’de gösterilmiştir. Şekil 3.33’de planlanan bozucu girişi sahip kontrol sisteminin bulgular kısmındaki sonuçlarına bakıldığında ise sistemin referans pozisyon takibinin uygun bir şekilde gerçekleştiği fakat referans hız ve ivme takibinde ise bir takım sorunlar olduğu gözlemlenmiştir.



**Şekil 3.32:** Robot kol sisteminin deneme yanılma yöntemine göre oluşturulan MATLAB Simulink.

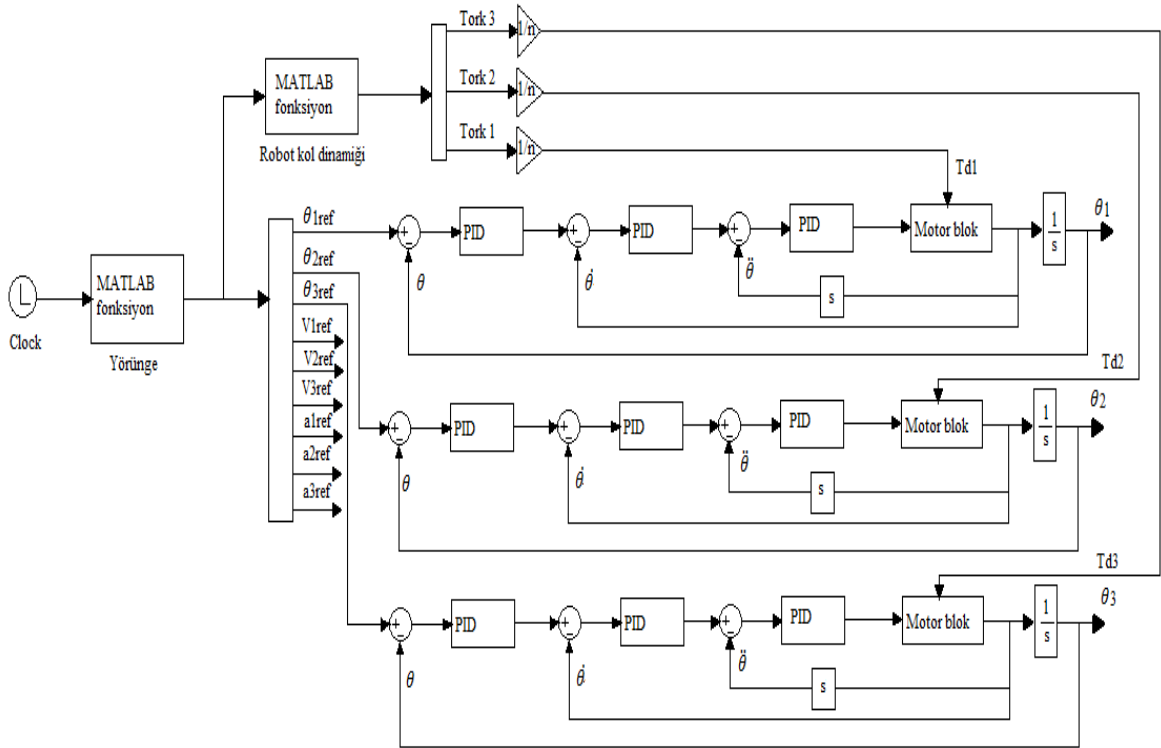


**Şekil 3.33:** Robot kol sisteminin deneme yanılma yöntemine göre oluşturulan bozucu girdili MATLAB Simulink.

### 3.4.3.3 Açısal Pozisyon Takibi için Doğru Akım Motorlarının Parçacık Sürü

#### Optimizasyon Yöntemi ile Kaskad PID Kontrolör Tasarımı

Robot kol kontrol sisteminde referans yörüngeyi pozisyon kontrolünün sağlanması tek başına yeterli bir kriter değildir. Bozucu girişi ile birlikte referans yörüngeyi pozisyon kontrolü sırasında sistemin referans hız ve ivme grafiklerinde bozulmalar meydana gelmektedir. Bunun sonucunda sistemin daha stabil olmasını sağlamak amacıyla rehabilitasyon robot kolun PID kontrol sistemindeki parametrelerinin Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO) yardımı ile bulunacağı ve referans pozisyon takibinin yanısıra sistemde referans hız ve ivmelerinde meydana gelen bozulmaları yok etmek için yeni bir kontrol sistemi oluşturulmuştur. Oluşturulan yeni kontrol sistemi ise Şekil 3.34'de verilmiştir.



Şekil 3.34: Rehabilitasyon robot koluna ait pozisyon, hız ve ivme takibi yapılan kontrol sistemi.

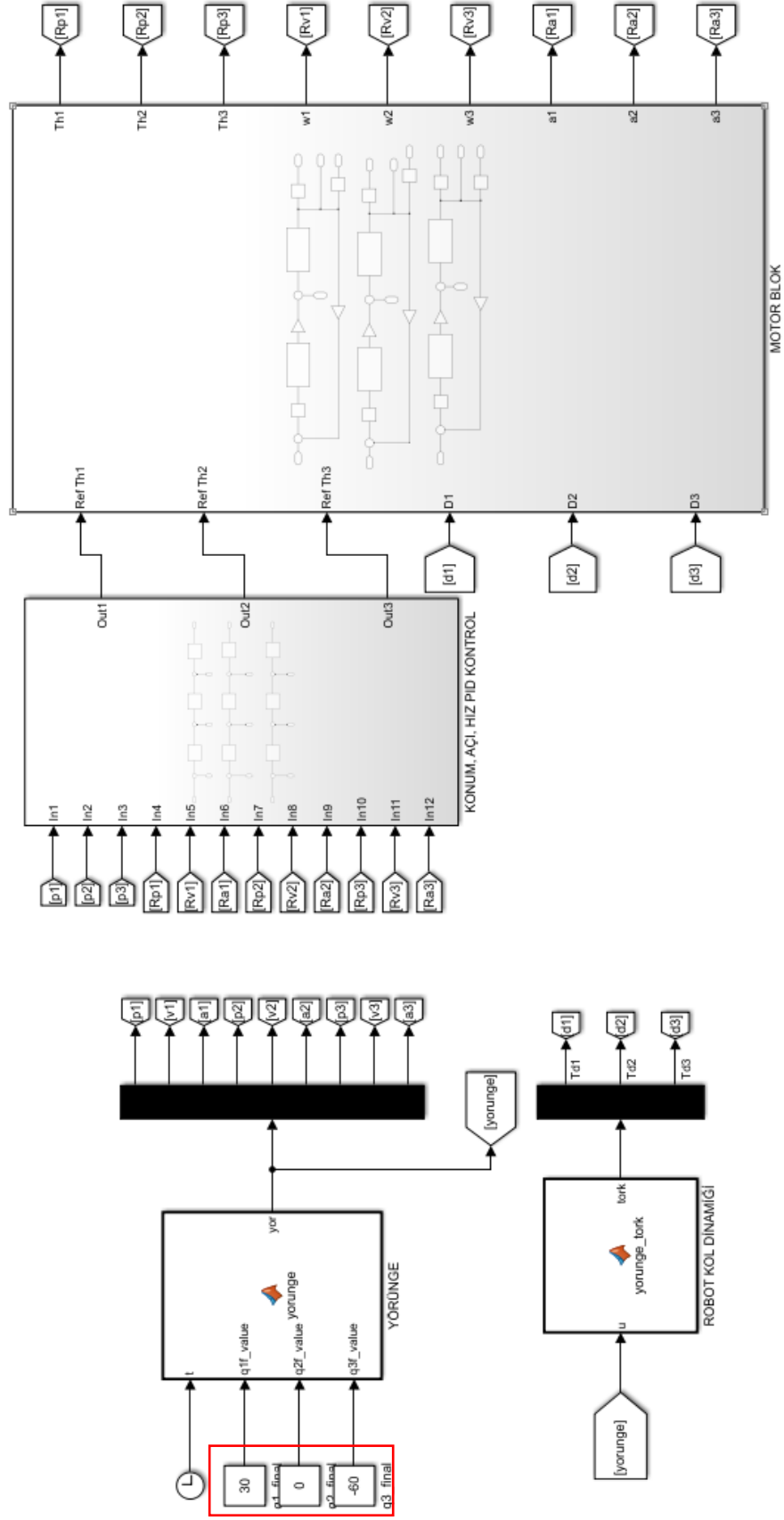
Oluşturulan yeni PID kontrol sisteminin MATLAB ortamına aktarılmış hali ise Şekil 3.35'deki gibi verilmiştir. Robot kol sisteminin kontrolünde Ek D'de verilen yörüngeyi izleyerek Şekil 3.35 ve Şekil 3.36'da kırmızı kutucuk içerisinde gösterilen  $\theta_1 = 30^\circ$ ,  $\theta_2 = 0^\circ$  ve  $\theta_3 = 60^\circ$ 'ye ulaşması istenmektedir. Elde edilen kontrol yöntemine göre bulgular

kısımındaki sonuçlara bakıldığında referans pozisyon, hız ve ivme takibinin yapıldığı görülmektedir. Tasarlanan kontrol yöntemine deneme yanılma yönteminde uygulandığı gibi bozucu girişi verildiğinde sistemin takip içerisinde kaldığını görmek için robot üst kol ve alt kol uzuvlarına 2 farklı bozucu uygulanacak şekilde tekrardan bir kontrol planlanmıştır ve MATLAB ortamındaki bu kontrol sistemi Şekil 3.36'da gösterilmiştir. Robot kol için uygulanan PID kontrol sisteminin parametrelerinin belirlenmesi için kullanılacak Parçacık Sürü Optimizasyon (PSO) sisteminin özellikleri ise Tablo 3.5'de gösterilmiştir. Parçacık Sürü Optimizasyonu yönteminde parametrelerin belirlenmesi için en iyi parçacık değerinin belirlenmesinde kullanılacak Ek G'deki F ifadesi denklem (3.92)'de gösterilmiştir. Elde edilen tüm sonuçlar bulgular kısmında verilmiştir.

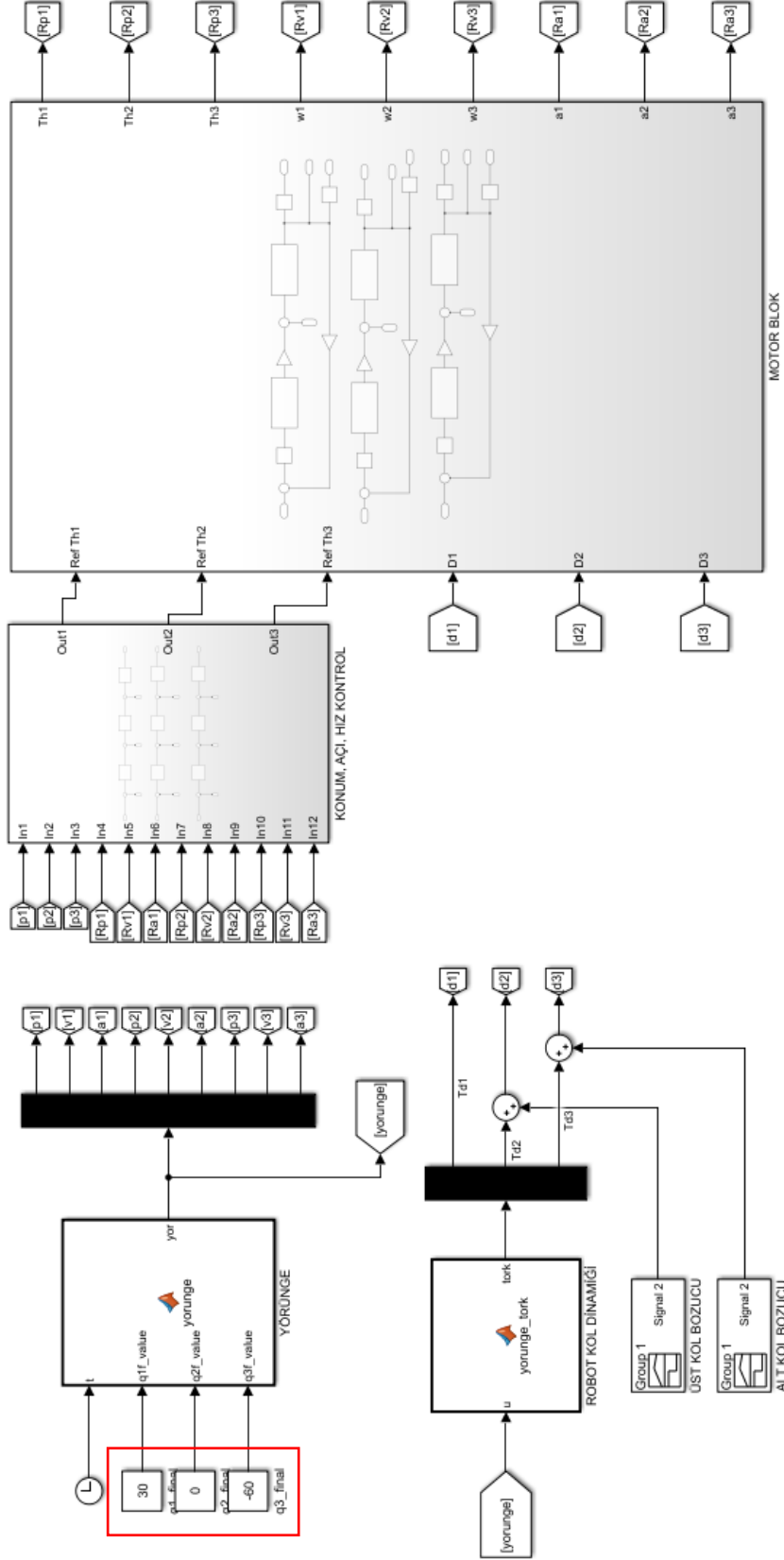
$$F = |\theta_{1ref} - \theta_1| + |\theta_{2ref} - \theta_2| + |\theta_{3ref} - \theta_3| + |\dot{\theta}_{1ref} - \dot{\theta}_1| + |\dot{\theta}_{2ref} - \dot{\theta}_2| + |\dot{\theta}_{3ref} - \dot{\theta}_3| + |\ddot{\theta}_{1ref} - \ddot{\theta}_1| + |\ddot{\theta}_{2ref} - \ddot{\theta}_2| + |\ddot{\theta}_{3ref} - \ddot{\theta}_3| \quad (3.88)$$

**Tablo 3.5:** Parçacık Sürü Optimizasyon parametreleri.

Parametreler	Değerleri
Birey sayısı	25
İterasyon sayısı	625
Aranacak parameter sayısı	9
$C_1$ hız parametresi	1
$C_2$ hız parametresi	2
Momentum sayısı	0.5



**Şekil 3.35:** Rehabilitasyon robot koluna ait pozisyon, hız ve ivme takibinin yapıldığı kontrol sisteminin göre oluşturulan MATLAB Simulink.



**Şekil 3.36:** Rehabilitasyon robot koluna ait bozucu girdili pozisyon, hız ve ivme takibinin yapıldığı kontrol sistemine göre oluşturulan MATLAB Simulink.

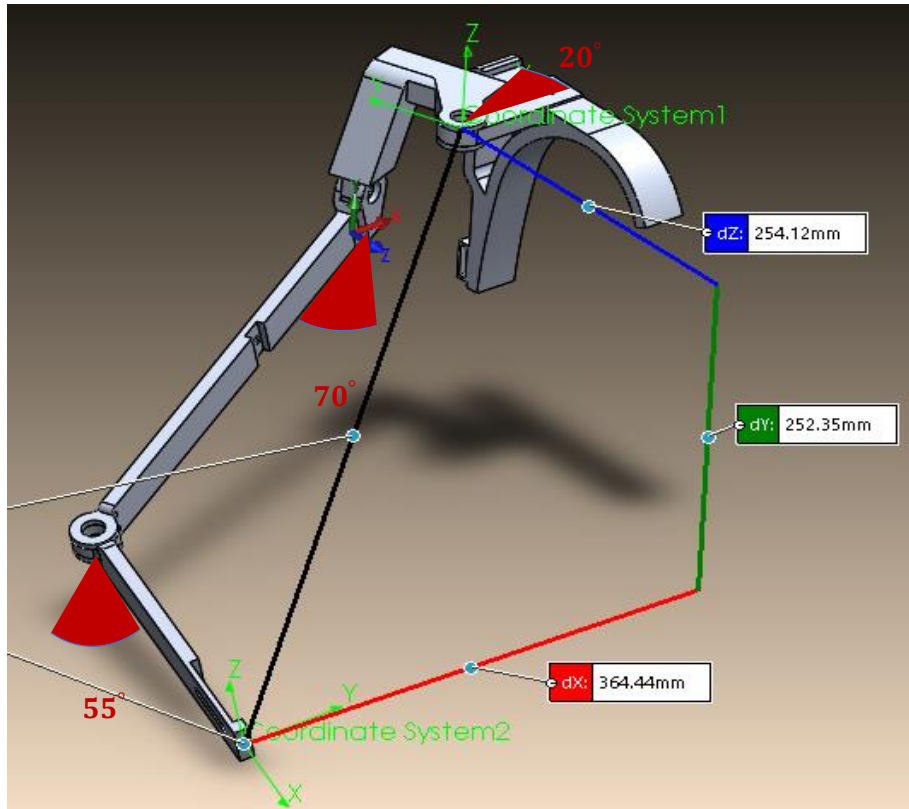


## 4. BULGULAR ve TARTIŞMA

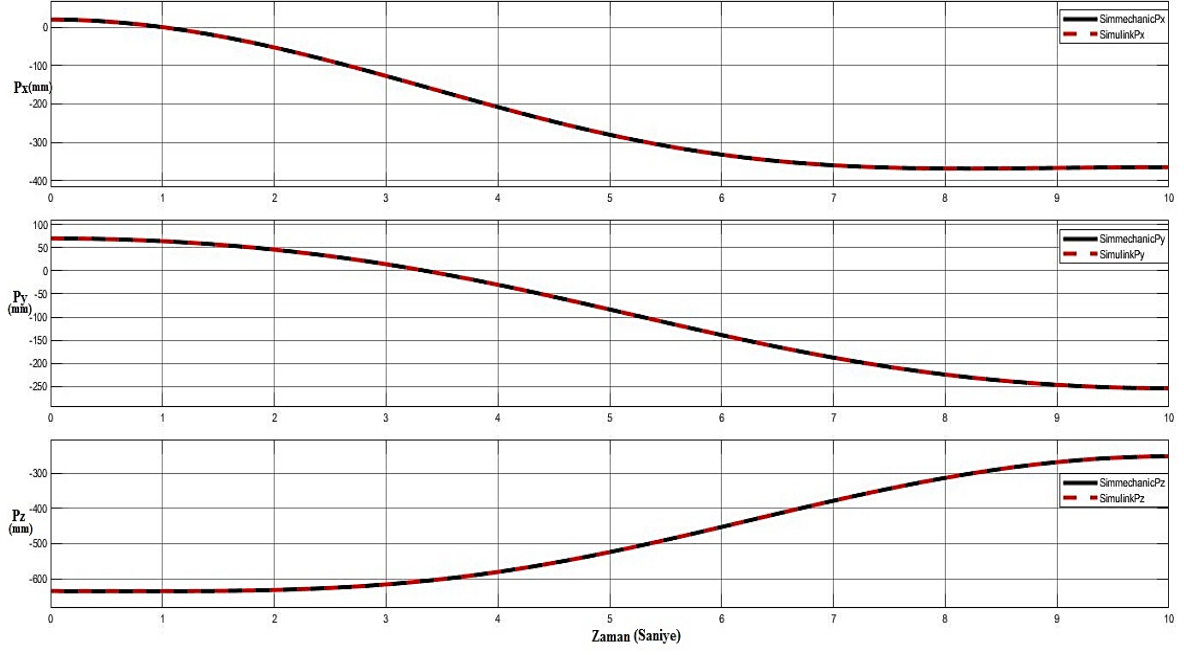
### 4.1 Kinematik Analiz Sonuçlarının Doğrulanması

Tez kapsamında farklı iki yöntem kullanılarak yapılacak olan karşılaştırmanın sonucunda rehabilitasyon robot kola ait uç noktanın her iki yöntemde de aynı noktaya gitmesi beklenilmiştir. Şekil 3.19'daki MATLAB modelinde kırmızı kutucuk içerisine alınan bölgeye robot kolun hareket edeceği açı değerleri girilerek Simulink ve Simscape modellerinin karşılaştırması için sonuçlar elde edilmiştir.

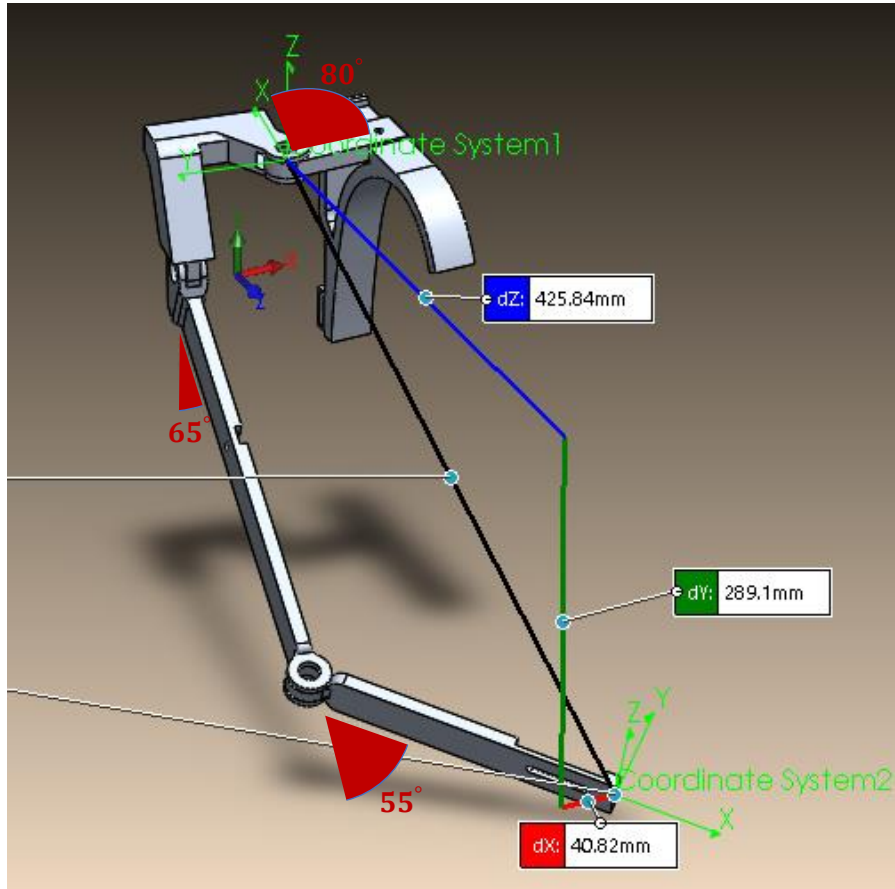
Robot kol uç noktasının Şekil 4.1, Şekil 4.3 ve Şekil 4.5'de istenilen birbirinden farklı deneysel açı değerleri verildikten sonraki ulaştığı hedef pozisyonlar görülmektedir. Şekil 4.2, Şekil 4.4 ve Şekil 4.6'da ise robot kolun uç noktasının Şekil 2.6'da gösterilen  $O_0$  koordinat sistemine göre açı değerlerinin ( $0^\circ$ )'de bulunduğu  $P_x, P_y, P_z$  başlangıç pozisyonundan istenilen açı değerleri girildikten sonra robot kol uç noktasının hedef pozisyonlara ulaşırken  $P_x, P_y, P_z$  değerlerinin değişimlerini göstermektedir. Sonuçların doğruluğu elde edilen iki farklı yöntemdeki grafiksel çizgilerin birbiri ile kesişmesiyle belirlenmiştir.



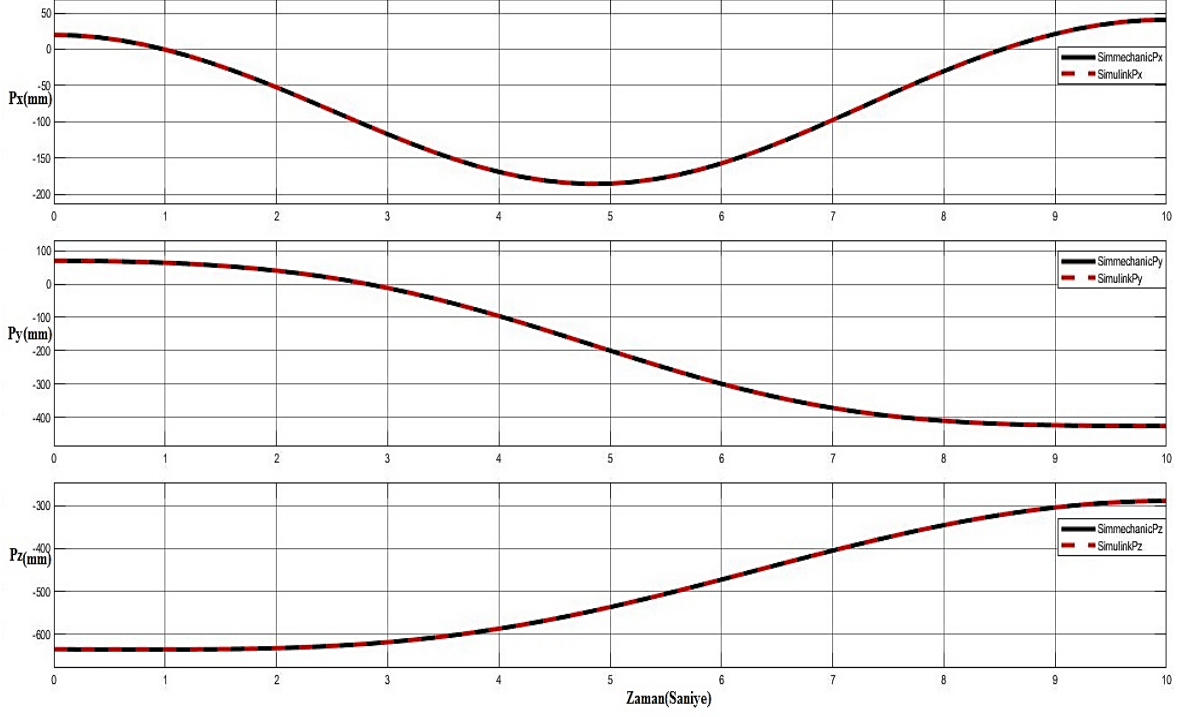
Şekil 4.1: Robot kola ait verilen deneysel açılar  $\theta_1 = 20^\circ, \theta_2 = 70^\circ, \theta_3 = 55^\circ$ .



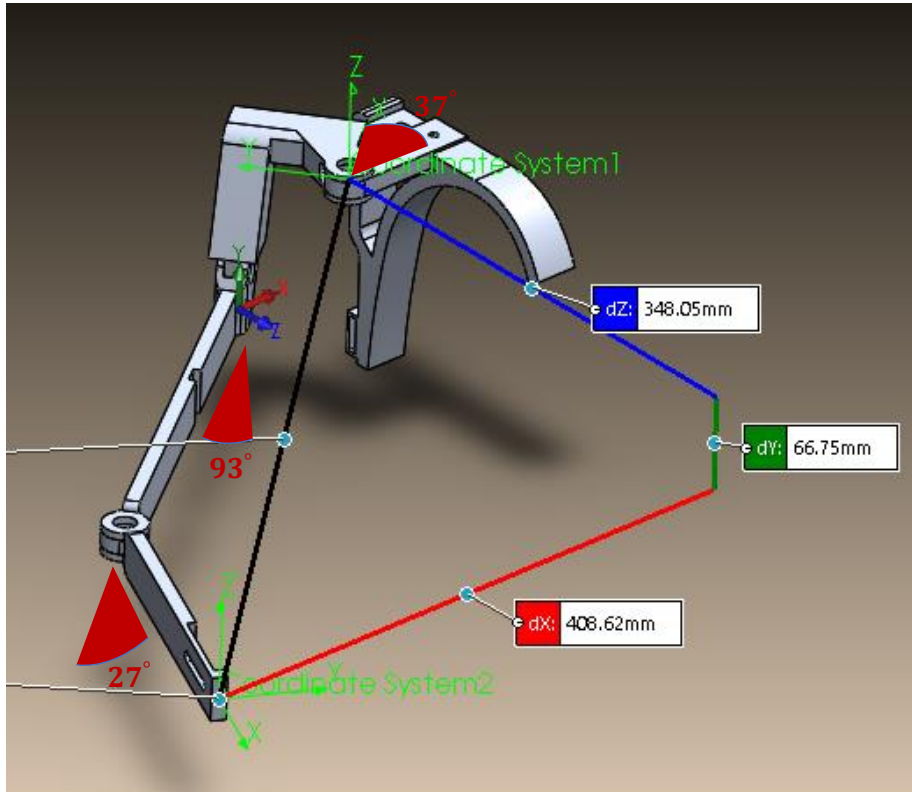
**Şekil 4.2:** Simulink ve Simscape’de verilen değerler sonucunda uç pozisyonun sırasıyla  $P_x, P_y, P_z$  hareketleri.



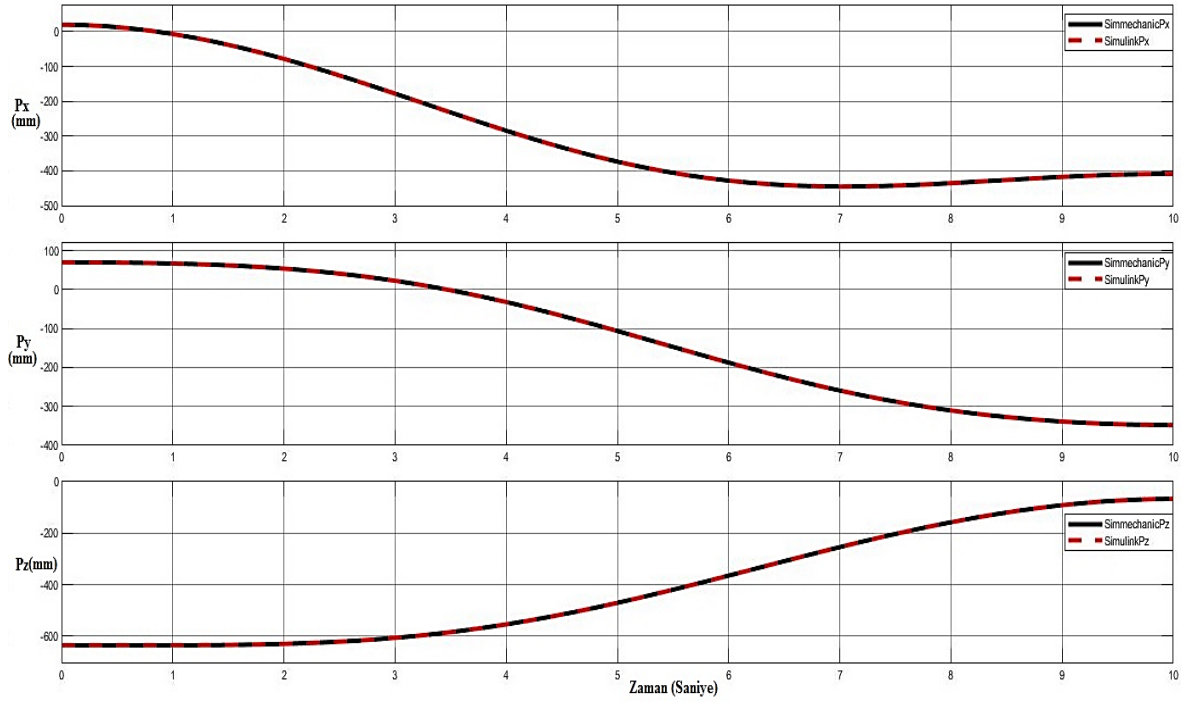
**Şekil 4.3:** Robot kola ait verilen deneysel açılar  $\theta_1 = 80^\circ, \theta_2 = 65^\circ, \theta_3 = 55^\circ$ .



**Şekil 4.4:** Simulink ve Simscape’de verilen değerler sonucunda uç pozisyon sırasıyla  $P_x$ ,  $P_y$ ,  $P_z$  hareketleri.



**Şekil 4.5:** Robot kola ait verilen deneysel açılar  $\theta_1 = 37^\circ$ ,  $\theta_2 = 93^\circ$ ,  $\theta_3 = 27^\circ$ .

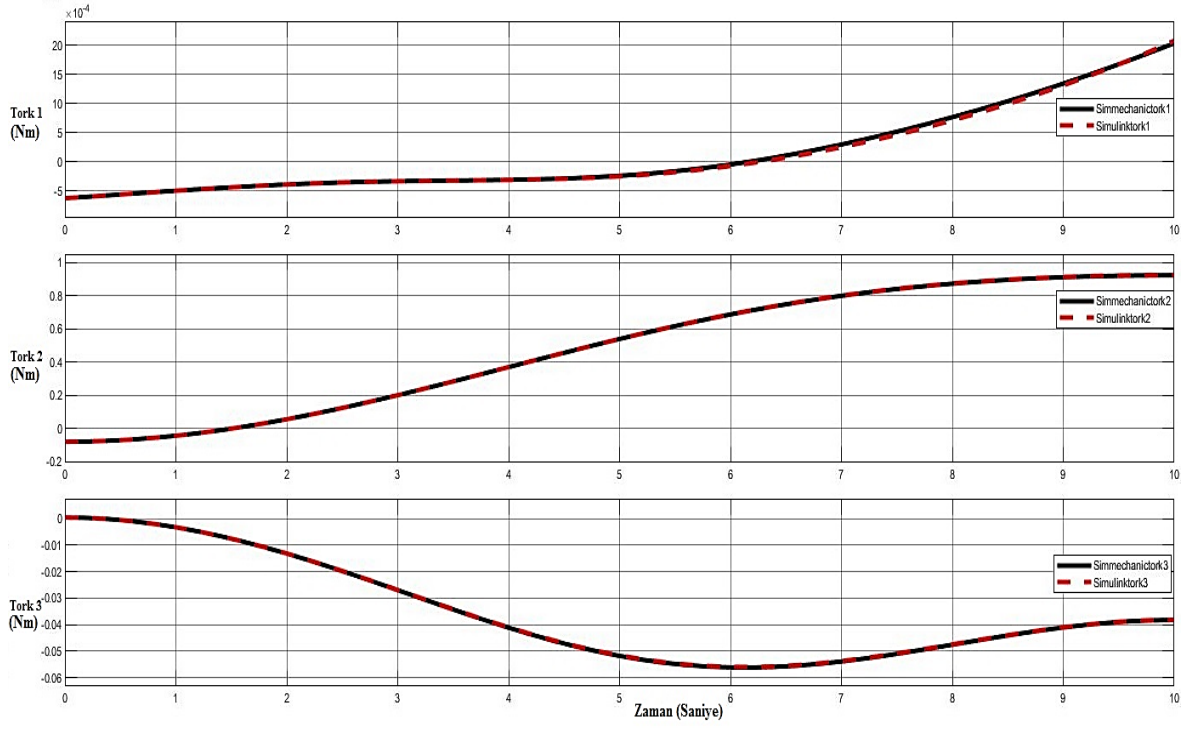


**Şekil 4.6:** Simulink ve Simscape’de verilen değerler sonucunda uç pozisyon sırasıyla  $P_x, P_y, P_z$  hareketleri.

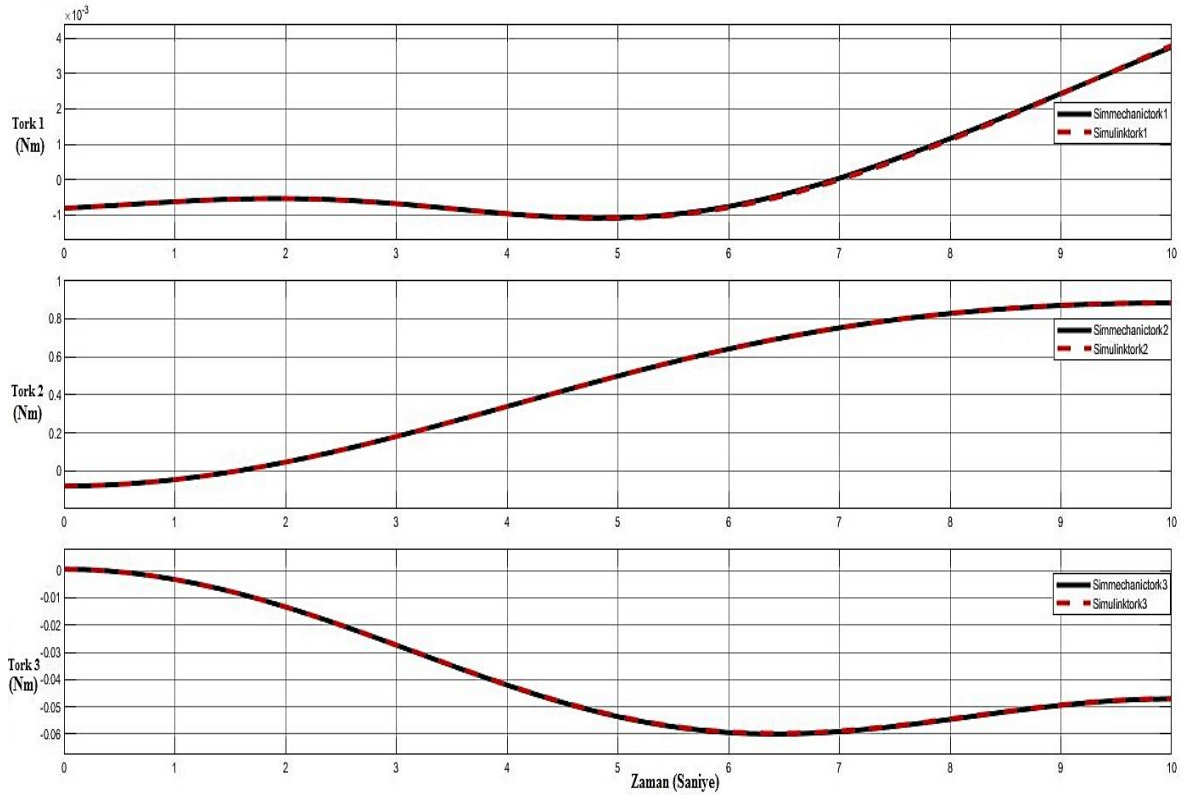
#### 4.2 Dinamik Analiz Sonuçlarının Doğrulanması

Tez kapsamında farklı iki yöntem kullanılarak yapılacak olan karşılaştırmanın sonucunda rehabilitasyon robot kolua ait tork kuvvetlerinin her iki yöntemde de aynı değere ulaşması beklenilmiştir. Şekil 3.22’deki MATLAB modelinde kırmızı kutucuk içerisine alınan bölgeye robot kolun hareket edeceği açı değerleri girilerek Simulink ve Simscape modellerinin karşılaştırması için sonuçlar elde edilmiştir.

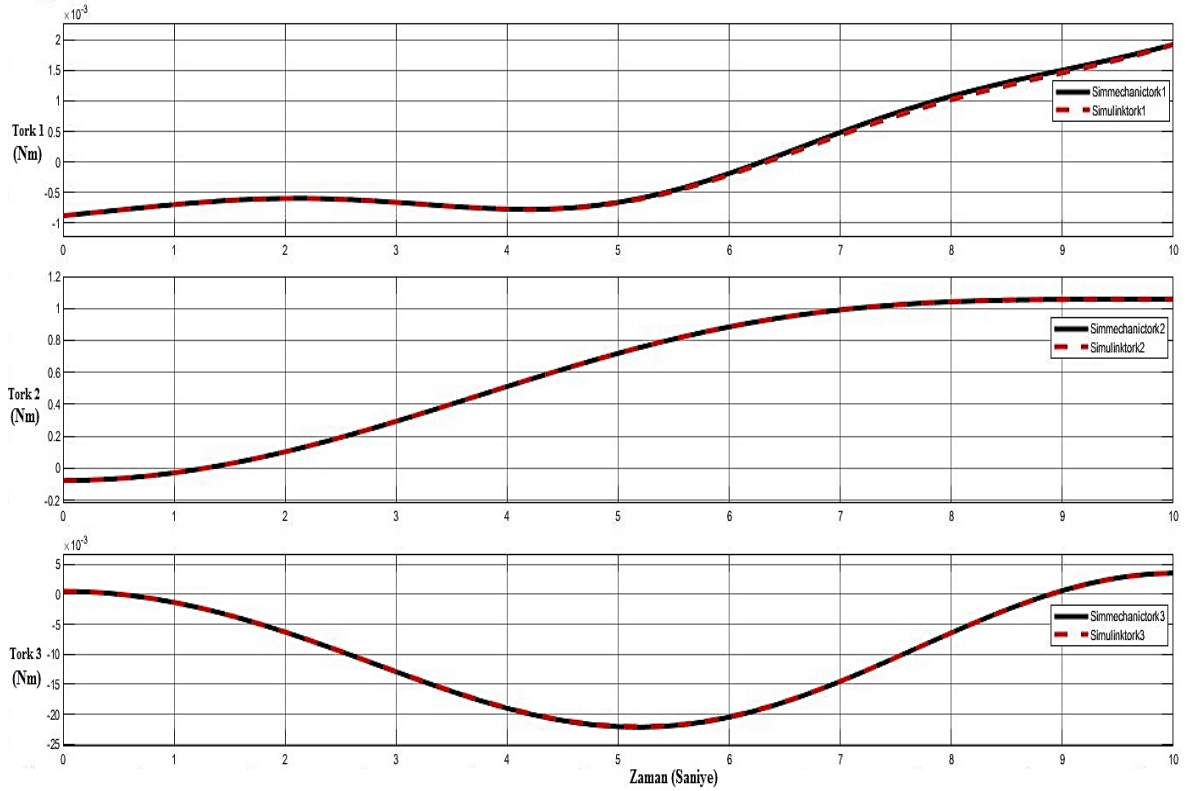
Şekil 4.1, Şekil 4.3 ve Şekil 4.5’de verilen farklı açı değerleri ile tez kapsamında tasarlanan rehabilitasyon robot kolun Solidworks uygulamasında MATLAB Simscape eklentisi ile oluşturulan Simscape modeline ve rehabilitasyon robot kol için tez çalışmasında langrange yöntemi ile hesaplanan atalet tensörü, kütle matrisleri, Coriolis ve merkezkaç kuvveti, yer çekimi ve tork denklemlerinin bulunduğu Ek E’deki MATLAB fonksiyonunun kullanıldığı Simulink modeline Ek D’deki kodlarla oluşturulmuş yörünge ve Ek F’deki robot kolun hareketli uzuvlarının malzeme özellikleri ile uygulanarak her bir eklemden tork çıkışı sağlanmıştır. Dinamik analizin doğruluğu için kullanılan iki farklı yöntem ile elde edilen sonuçların Şekil 4.7, Şekil 4.8 ve Şekil 4.9’da grafiksel olarak aynı değerler üzerinde keşiştiği görülmüştür.



**Şekil 4.7:** Simmechanics ve Simulink modellerinde Şekil 4.1’deki açı değerlerinde robot kolun tork sonuçlarının karşılaştırması.



**Şekil 4.8:** Simmechanics ve Simulink modellerinde Şekil 4.3’deki açı değerlerinde robot kolun tork sonuçlarının karşılaştırması.

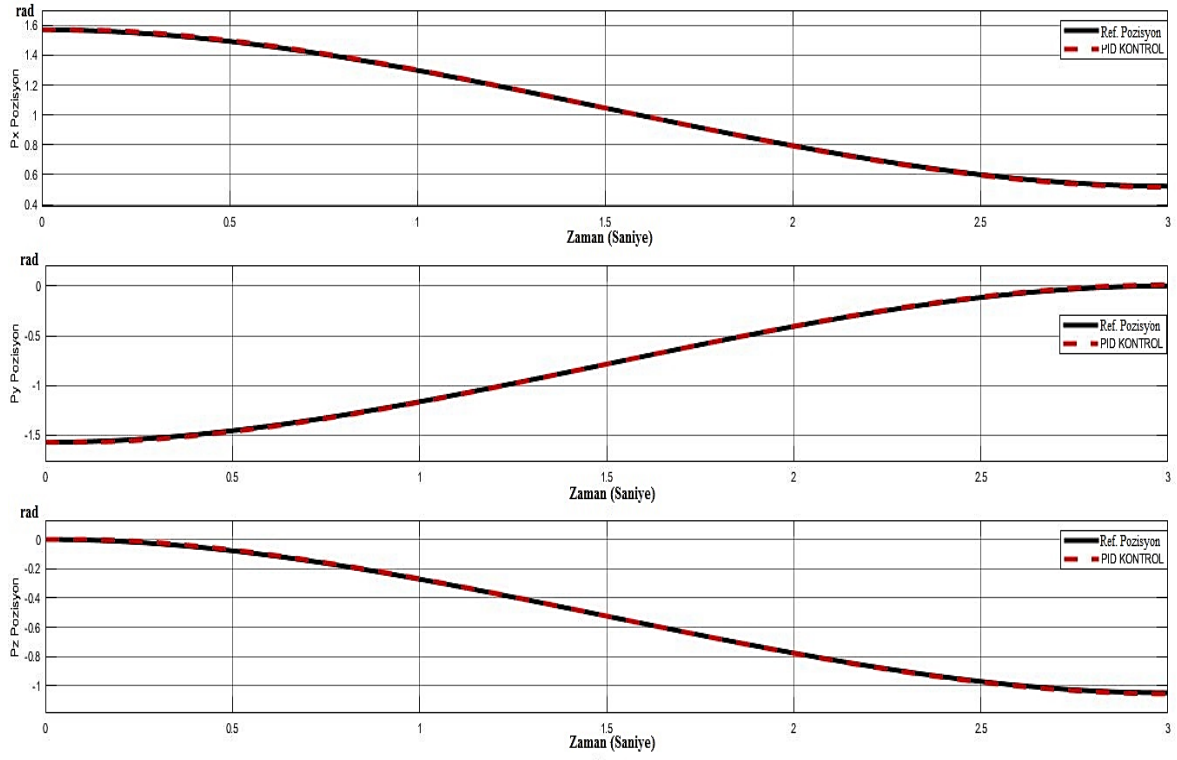


**Şekil 4.9:** Simmechanics ve Simulink modellerinde Şekil 4.5’deki açı değerlerinde robot kolun tork sonuçlarının karşılaştırması.

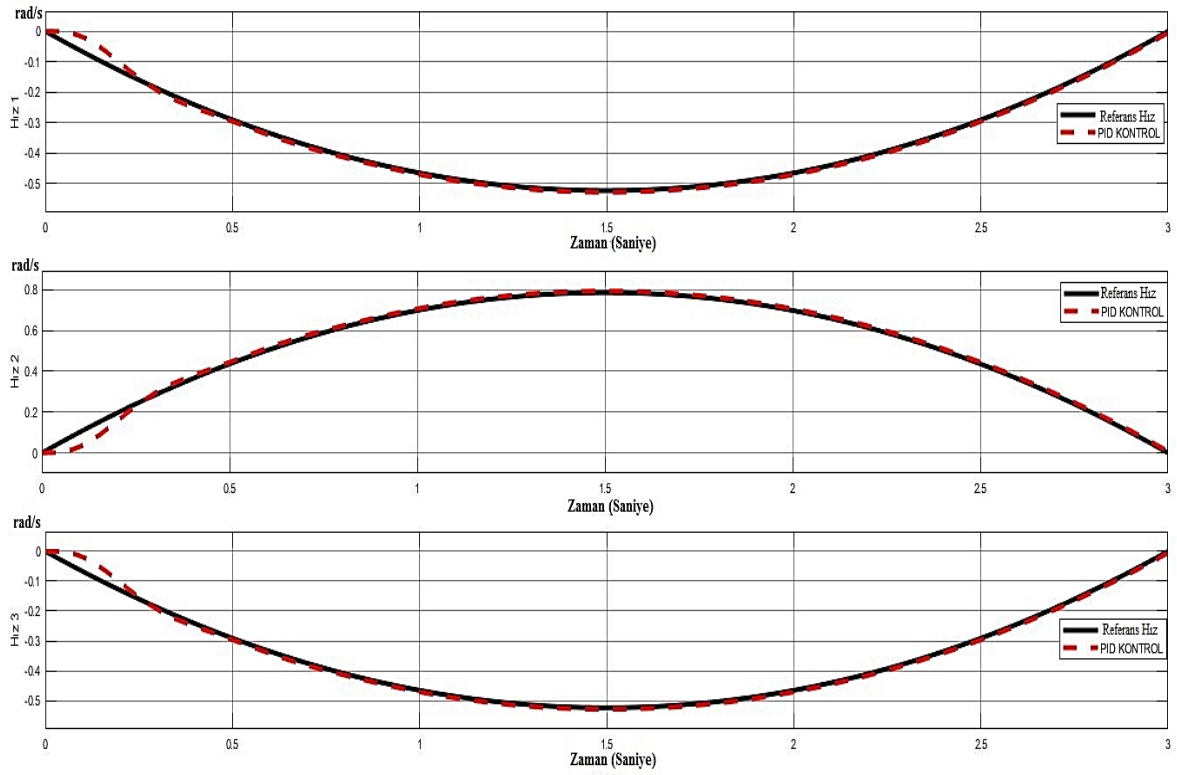
### 4.3 PID Kontrol Sonuçlarının İncelenmesi

Tez kapsamında tasarlanan rehabilitasyon robot kolun sisteme etki edecek bozucular nedeniyle uç noktanın hedef pozisyonlara ulaşması için takip edeceği yörüngede meydana gelebilecek sapmaları düzeltmesi beklenmektedir. Bu düzeltme işlemi için belirlenecek  $K_p$ ,  $K_i$  ve  $K_d$  değerleri ile kapalı çevrim kontrol sisteminin sonuçları incelenecektir.

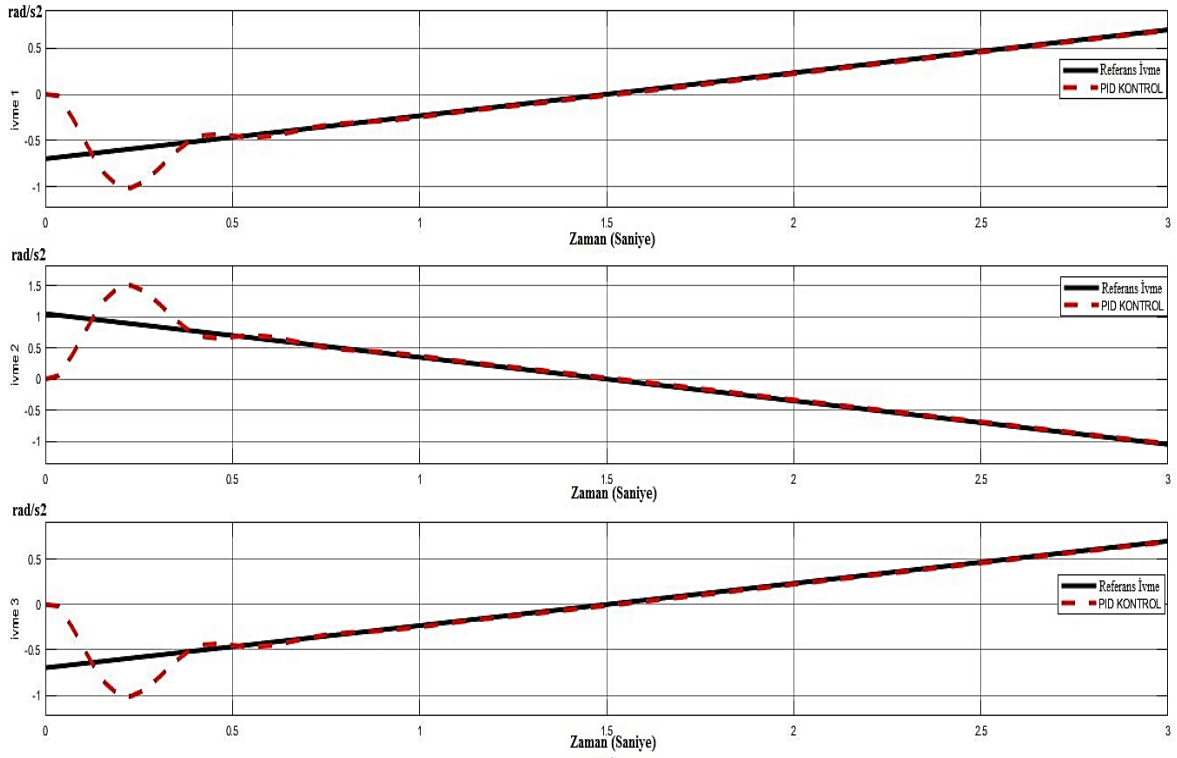
İlk olarak tez çalışmasında kullanılan kapalı çevrim kontrol sistemlerinden biri olan PID kontrol yönteminde  $K_p$ ,  $K_i$  ve  $K_d$  kontrol parametreleri deneme yanılma yöntemi ile elde edilmiştir. Bu yöntemle göre parametre değerleri  $K_p = 9.5059$ ,  $K_i = 55.3120$  ve  $K_d = 0.4084$  olarak belirlenmiştir. Kullanılan ilk kontrol sisteminde uzuvlara dışarıdan herhangi bir bozucu girişi bulunmamaktadır. Buna göre sistemin referans pozisyon, hız ve ivme takibi Şekil 4.10 Şekil 4.11 ve Şekil 4.12’de gösterilmiştir.



**Şekil 4.10:** Deneme yanılma yöntemi ile bulunan kontrol parametreleriyle robot kola ait referans pozisyonun kontrolü.



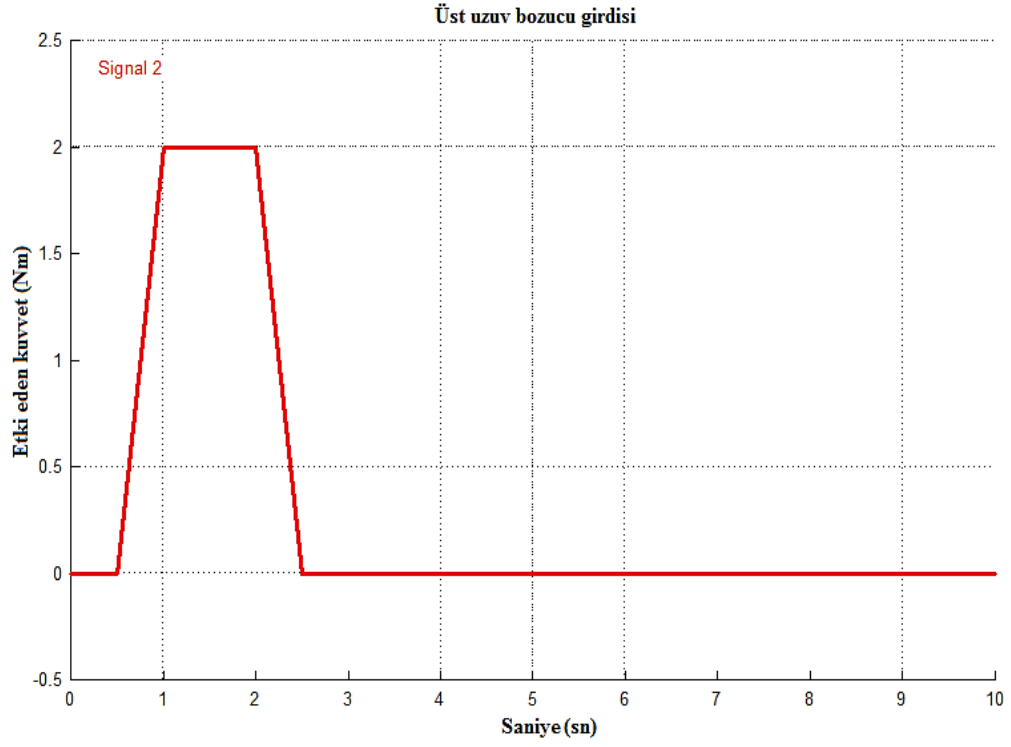
**Şekil 4.11:** Deneme yanılma yöntemi ile bulunan kontrol parametreleriyle robot kola ait referans hızın kontrolü.



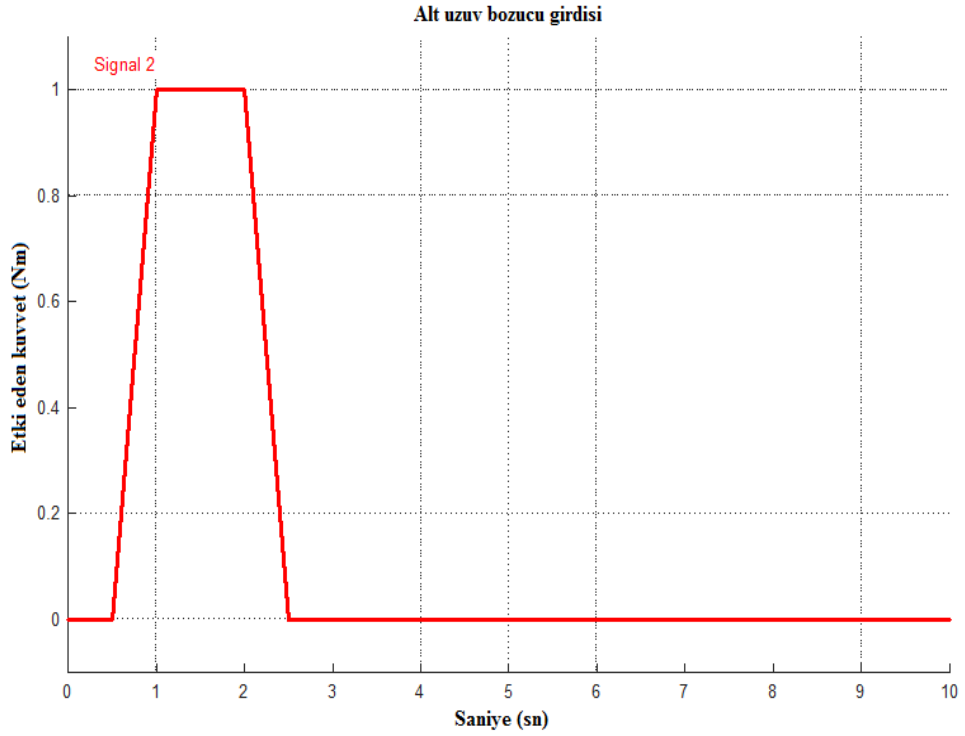
**Şekil 4.12:** Deneme yanılma yöntemi ile bulunan kontrol parametreleriyle robot kola ait referans ivmenin kontrolü.

Robot kol sistemine yaptığımız ilk kontrolde sonuçların birbirini takip ettiği görülmektedir. Fakat tasarlanan PID kontrol sistemine dışarıdan Şekil 4.13 ve Şekil 4.14'deki üst uzuv için 2 Nm ve alt uzuv için 1 Nm olan bozucu girişi uyguladığında elde edilen PID kontrol parametreleri referans pozisyon kontrolünde uygun değerleri yakalamaktadır. Referans pozisyon kontrolü sağlanmasına rağmen referans hız ve ivme kontrolünde ise istenilen değerleri yakalayamadığı görülmüştür. Elde edilen sonuçlar ise Şekil 4.15, Şekil 4.16 ve Şekil 4.17'de gösterilmiştir.

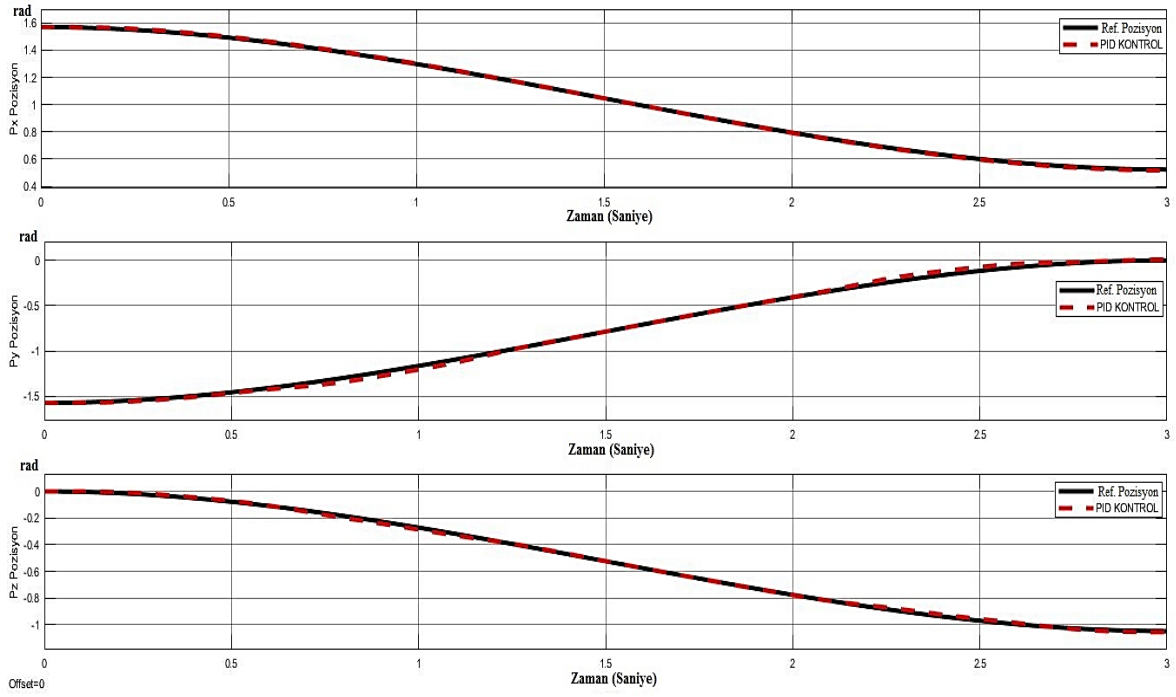




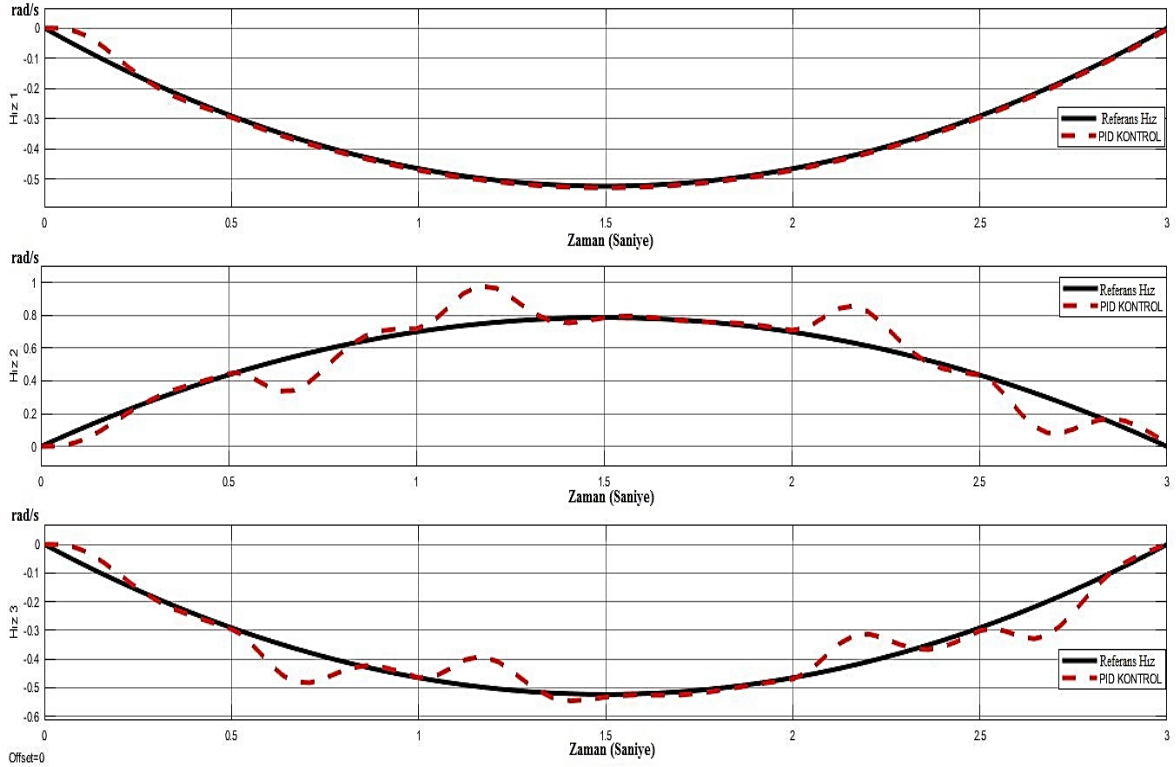
**Şekil 4.13:** Üst uzuv bozucu girişi.



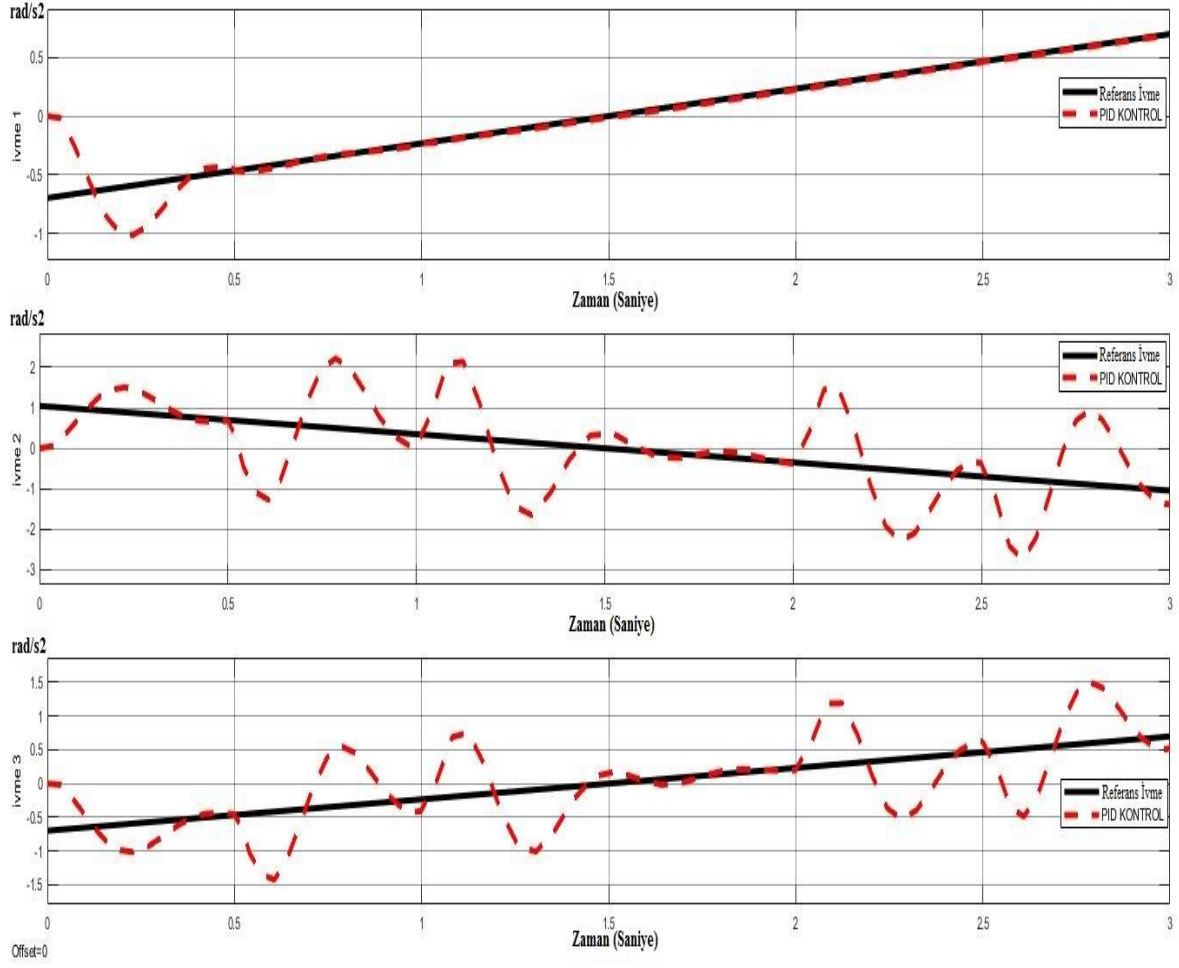
**Şekil 4.14:** Alt uzuv bozucu girişi.



**Şekil 4.15:** Deneme yanılma yöntemi ile bulunan kontrol parametreleriyle robot kola ait referans pozisyonun bozucu girdili kontrolü.



**Şekil 4.16:** Deneme yanılma yöntemi ile bulunan kontrol parametreleriyle robot kola ait referans hızın bozucu girdili kontrolü.

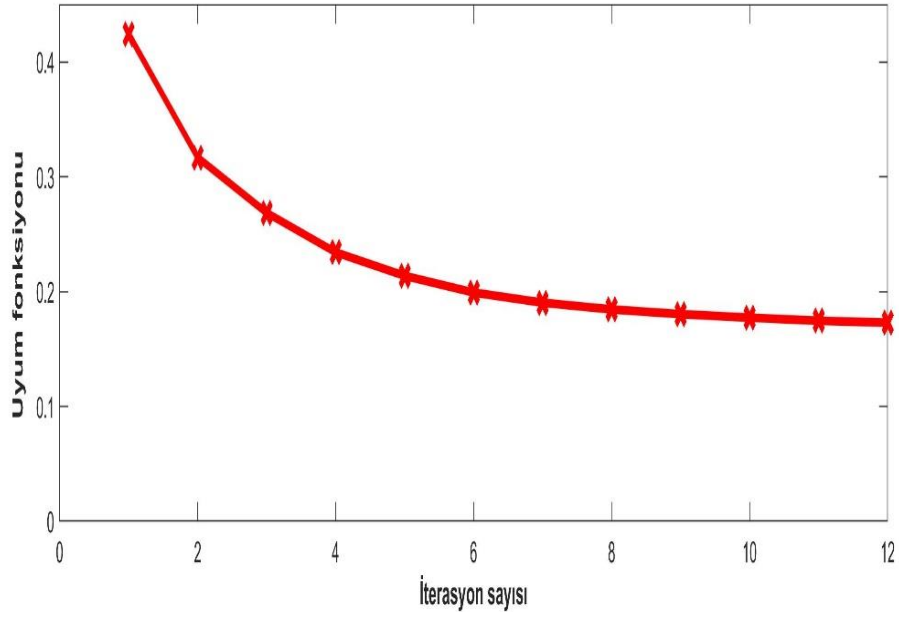


**Şekil 4.17:** Deneme yanılma yöntemi ile bulunan kontrol parametreleriyle robot kola ait referans ivmenin bozucu girdili kontrolü.

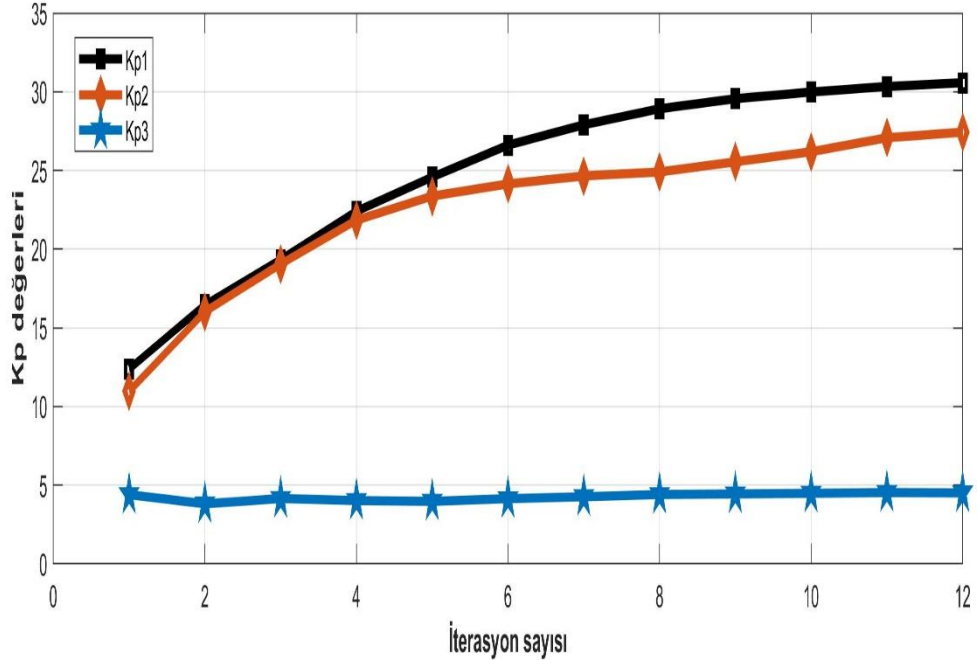
Tez çalışmasında kullanılan PID kontrol yönteminin parametrelerini ilk olarak deneme yanılma yöntemi ile bulduktan sonra sistemimize uygulamış olduğumuz bozucu girişi ile karşılaşıldığında istenilen değerler elde edilmemektedir. Robot kol için PID kontrol uygulamasında sadece referans pozisyon kontrolünün yeterli olmadığı bunun yanısıra referans hız ve ivme kontrolünde yapılması gerekmektedir. Bu sorunun ortadan kalkması için PID kontrol parametreleri her bir dönme açısı için referans pozisyon, hız ve ivme kontrolünü sağlayacak şekilde toplam 9 adet  $K_p$ ,  $K_i$  ve  $K_d$  değerleri elde edilmiştir. Elde edilen parametre değerleri Tablo 4.1’de gösterilmiştir. Bu parametrelerin belirlenmesinde ise Tablo 3.5’de özellikleri verilen Parçacık Sürü Optimizasyon (PSO) yöntemi kullanılmıştır. Uygulanan Parçacık Sürü Optimizasyonu yönteminde iterasyon sayısına göre uyum fonksiyonun değişimi Şekil 4.18’de gösterilmiştir. Elde edilen parametre değerlerinin iterasyon sayısına göre değişimi ise Şekil 4.19, Şekil 4.20 ve Şekil 4.21’de verilmiştir.

**Tablo 4.1:** Parçacık Sürü Optimizasyonu ile elde edilen kontrol parametreleri.

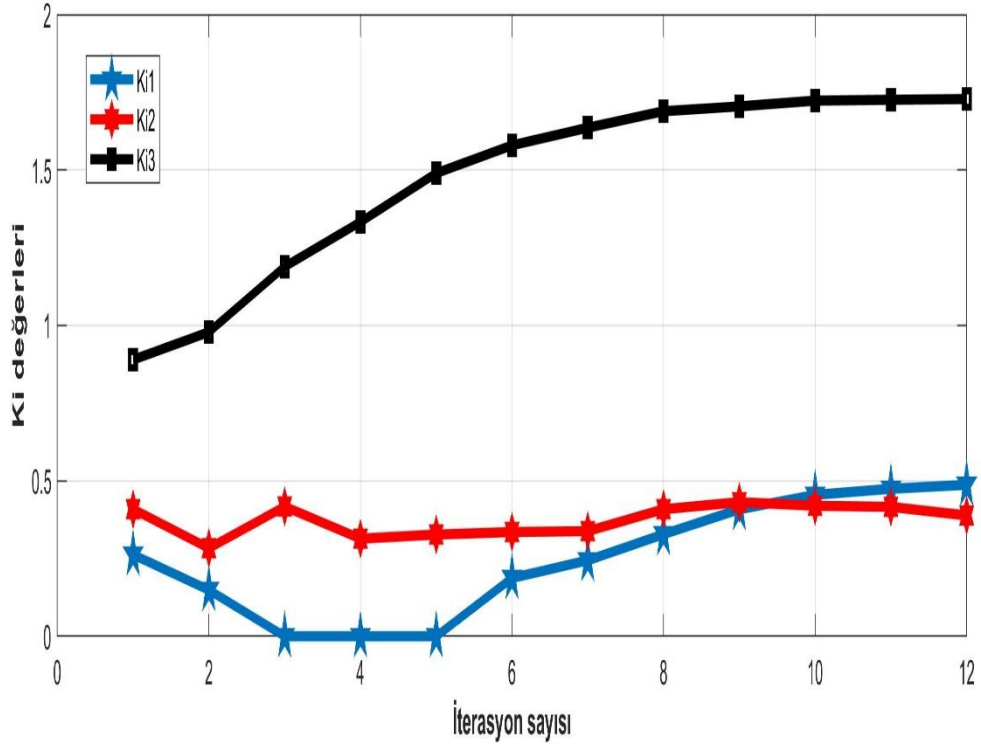
Kontrol Parametreleri	Değerleri
$K_{p_1}$	30.5720
$K_{p_2}$	27.4306
$K_{p_3}$	4.5126
$K_{i_1}$	0.4875
$K_{i_2}$	0.3887
$K_{i_3}$	1.7286
$K_{d_1}$	0.0979
$K_{d_2}$	0
$K_{d_3}$	0



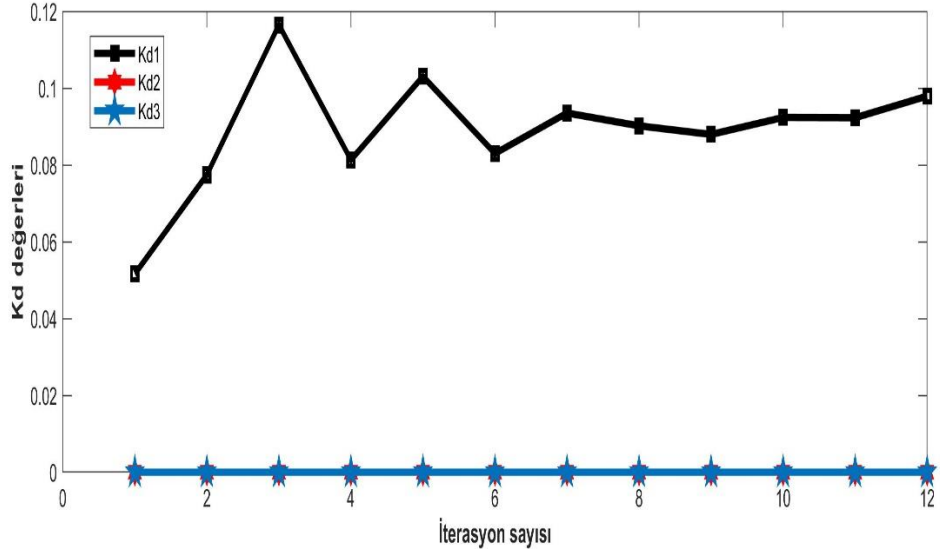
**Şekil 4.18:** İterasyon sayısına göre uyum fonksiyonunun değişimi.



Şekil 4.19: İterasyon sayısına göre  $K_p$  değerlerinin değişimi.

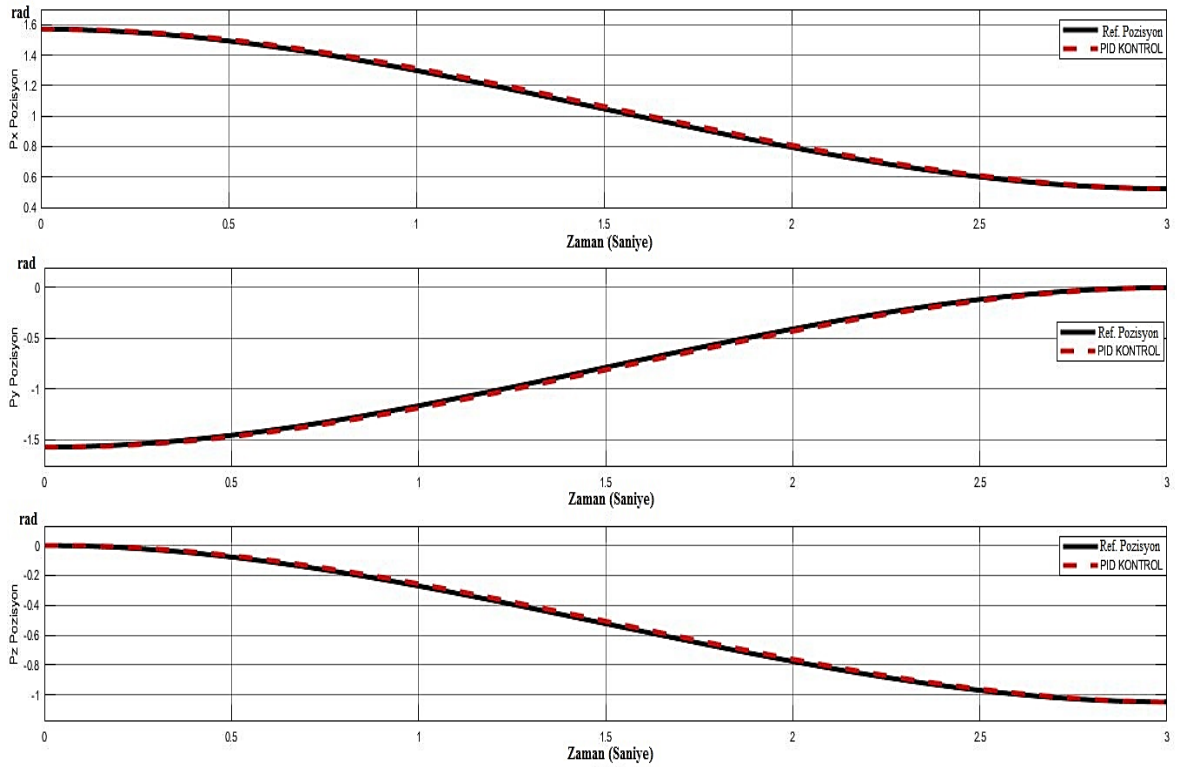


Şekil 4.20: İterasyon sayısına göre  $K_i$  değerlerinin değişimi.

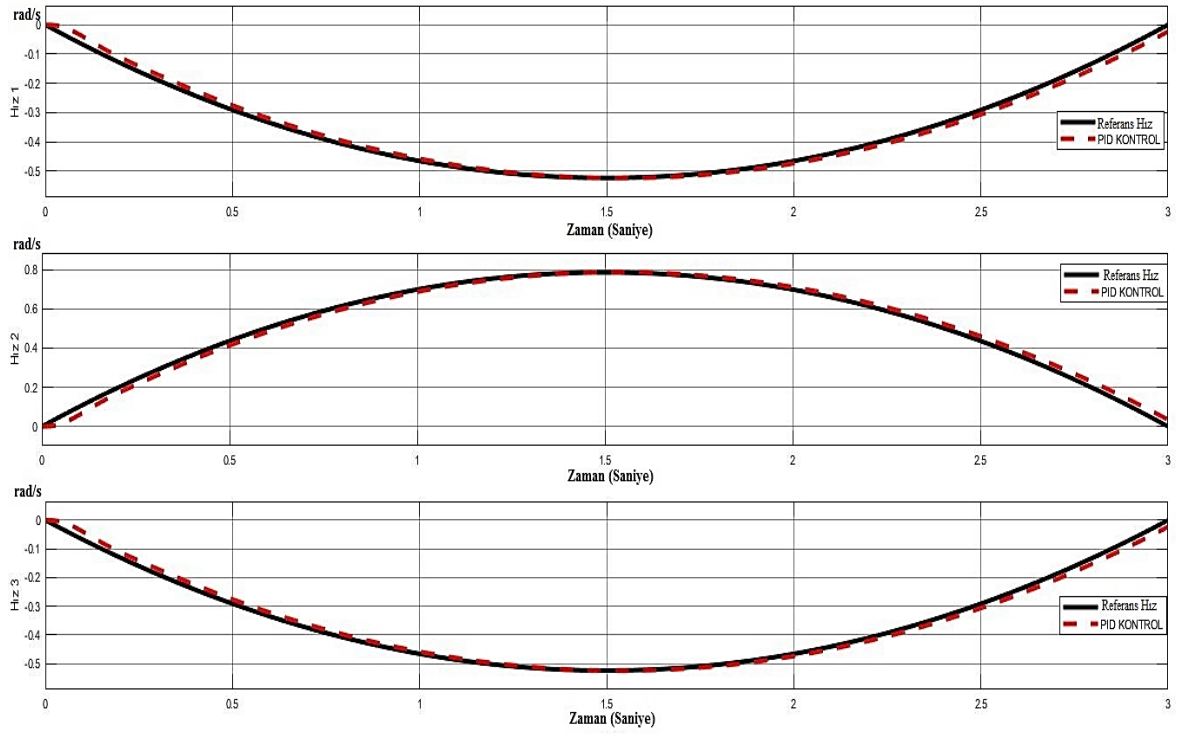


**Şekil 4.21:** İterasyon sayısına göre  $K_d$  değerlerinin değişimi.

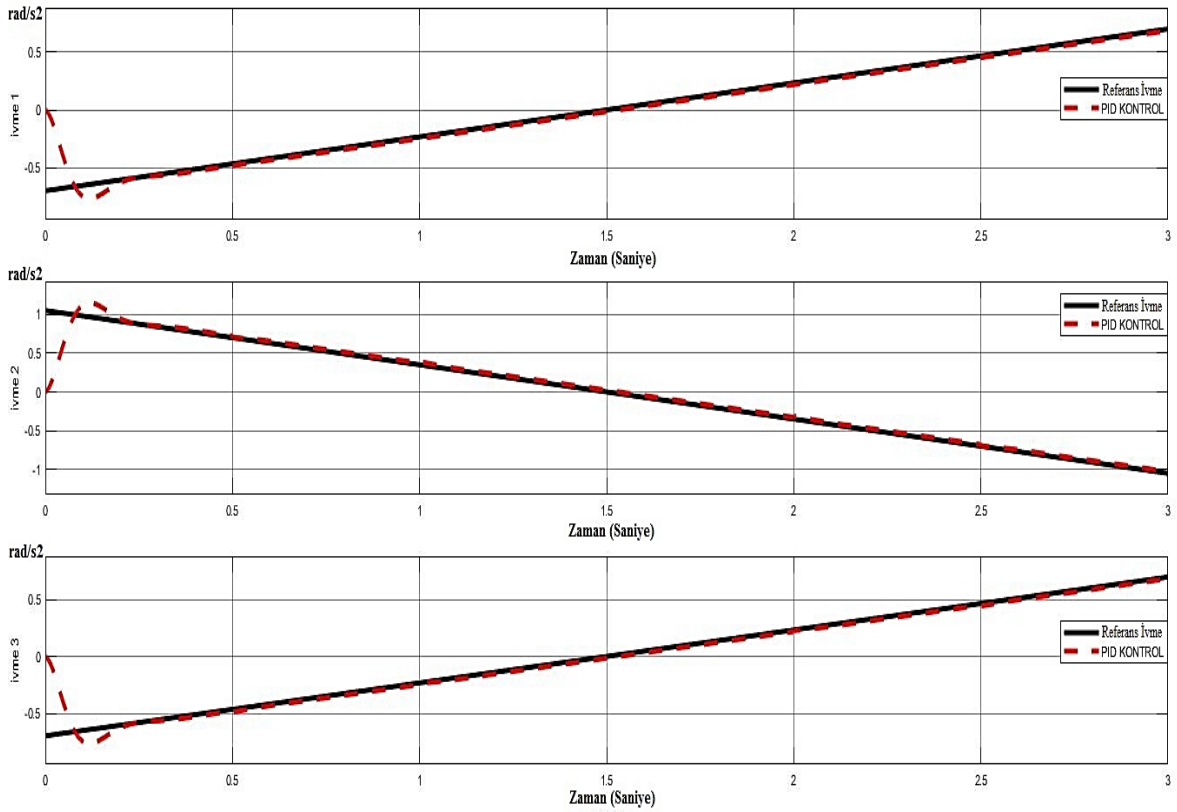
Deneme yanılma yönteminde kullanılan Şekil 4.13 ve Şekil 4.14'deki bozucu giriş değerleri bu kontrol yönteminde de aynı olacak şekilde üst uzuv için 2 Nm ve alt uzuv için 1 Nm değeri belirlenmiştir. Sonuçlar Şekil 4.22, Şekil 4.23 ve Şekil 4.24'de gösterilmiştir.



**Şekil 4.22:** Parçacık sürü optimizasyonu ile bulunan kontrol parametreleriyle robot kola ait referans pozisyonun kontrolü.



**Şekil 4.23:** Parçacık sürü optimizasyonu ile bulunan kontrol parametreleriyle robot kola ait referans hızın kontrolü.



**Şekil 4.24:** Parçacık sürü optimizasyonu ile bulunan kontrol parametreleriyle robot kola ait referans ivmenin kontrolü.

## 5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, inme gibi hastalıkların sebep olduğu uzuvlardaki işlev kayıplarının tedavisinde kullanılabilecek 3 serbestlik derecesine sahip bir üst uzuv rehabilitasyon robot kolu tasarlanmış ve bu tasarlanan robot kol için kinematik ve dinamik analiz ve robot kolun uç elemanına ait pozisyon kontrolü yapılmıştır. Çalışmada robot kola ait kinematik denklemlerin elde edilmesi için Denavit-Hartenberg yöntemi kullanılmıştır. Elde edilen denklemler ile SolidWorks uygulamasında tasarlanan robot kol MATLAB/Simulink ortamına aktarılarak uç elemanın pozisyonlarının doğruluğu karşılaştırılmıştır. Çalışmada robot kola ait dinamik denklemlerin elde edilmesinde ise Lagrange yöntemi kullanılmıştır. Burada da kullanılan yöntem ile birlikte robot kola ait tork denklemleri elde edilmiş olup SolidWorks uygulamasında tasarlanan robot kol MATLAB/Simulink ortamına aktarılarak tork değerlerinin doğruluğu kontrol edilmiştir. Bulgular kısmında elde edilen sonuçlarla birlikte robot kola ait kinematik ve dinamik sonuçlarının iki farklı yöntem ile karşılaştırıldığı gösterilmiş ve sonuçların doğruluğu görsellerle ifade edilmiştir. Bu tork denklemleri ile robot kolun uç elemanın referans pozisyonunun kontrolü için PID kontrolör kullanılmıştır ve kontrol parametreleri ise hem deneme yanılma yöntemiyle hem de Parçacık Sürü Optimizasyon (PSO) yöntemi ile belirlenmiştir. Bozucu girişi uygulanmağı durumda robot kola ait kontrol sonuçlarına bakıldığında sadece referans pozisyon kontrolü için deneme yanılma yöntemi ile belirlenen parametre yeterli olmasına rağmen bozucu girişi uygulandıktan sonra referans hız ve ivme kontrolünde ise sonuçlar yetersiz kalmıştır. Bunun için yeni parametre değerleri Parçacık Sürü Optimizasyonu yöntemi ile belirlenmiş ve istenilen referans pozisyon, hız ve ivme kontrol sonuçları bulunmuştur.

Bundan sonraki çalışmalarda hesaplanan tork denklemleri ile elde edilen tork değerlerine uygun motor seçimi yapılarak ve kullanıcı arayüzü tasarlanarak seri üretim olarak imal edilebilir ve hastaların tedavisinde kullanılabilir.



## 6. KAYNAKLAR

- [1] Bernadette Boden-Albala, Noa Appleton, Benjamin Schram, "Chapter 1 - Stroke Epidemiology and Prevention," *Comput. Fluids*, vol. 190, pp. 1-21, 2019, <https://doi.org/10.1016/B978-0-323-55381-0.00001-9>.
- [2] A. Rahman *et al.*, "Design of Stroke Rehabilitation Robots," *2019 2nd International Conference on Applied Engineering (ICAE)*, 2019, pp. 1-6, doi: 10.1109/ICAE47758.2019.9221677.
- [3] J. Cho and S.J. Pride, J. "Embedding semigroups into groups, and asphericity of semigroups", *Int. J. Algebr. Comput.*, vol. 3, no. 1, pp. 1-13, Mar. 1993.
- [4] H. M. Qassim and W. Z. Wan Hasan, "A Review on Upper Limb Rehabilitation Robots," *Applied Sciences*, vol. 10, no. 19, p. 6976, Oct. 2020, doi: 10.3390/app10196976.
- [5] Soumya K Manna, Venketesh N. Dubey, "Comparative study of actuation systems for portable upper limb exoskeletons", *Medical Engineering & Physics*, vol. 60, pp. 1-13, 2018, <https://doi.org/10.1016/j.medengphy.2018.07.017>.
- [6] Xiangli Cheng, Yiqi Zhou, CuiPeng Zuo, Xiaohua Fan , "Design of an Upper Limb Rehabilitation Robot Based on Medical Theory", *Procedia Engineering*, vol. 15, p p . 6 8 8 -692, 2011, <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2011.08.128>.
- [7] Qiaoling Meng, Qiaolian Xie, Hongliu Yu, "Upper-Limb Rehabilitation Robot: State of the Art and Existing Problems", *i-CREAtE 2018: Proceedings of the 12th International Convention on Rehabilitation Engineering and Assistive Technology*, pp. 155-158, 2018.
- [8] Ho Shing Lo, Sheng Quan Xie, "Exoskeleton robots for upper-limb rehabilitation: State of the art and future prospects", *Medical Engineering & Physics*, vol. 34, pp. 261-268, 2012, <https://doi.org/10.1016/j.medengphy.2011.10.004>.
- [9] Elaine C. Lu, Rosalie H. Wang, Debbie Hebert, Jennifer Boger, Mary P. Galea, Alex Mihailidis, "The development of an upper limb stroke rehabilitation robot: identification of clinical practices and design requirements through a survey of therapists", *Disability and Rehabilitation: Assistive Technology*, vol. 6, pp. 420-431, Dec. 2010, [doi.org/10.1016/j.oceaneng.2019.106756](https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2019.106756).

- [10] Xie, S. (2016). "Introduction. In: Advanced Robotics for Medical Rehabilitation", Springer, Cham., *Springer Tracts in Advanced Robotics*, vol. 108, 2016, pp. 1-14, [https://doi.org/10.1007/978-3-319-19896-5\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-19896-5_1).
- [11] Michael Hillman, "Rehabilitation Robotics from Past to Present –A Historical Perspective", *Advances in Rehabilitation Robotics*, vol. 306, pp. 25-44, 2004, [https://doi.org/10.1007/10946978\\_2](https://doi.org/10.1007/10946978_2).
- [12] B. Li, G. Li, Y. Sun, G. Jiang, J. Kong and D. Jiang, "A review of rehabilitation robot", *2017 32nd Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation (YAC)*, 2017, pp. 907-911, doi: 10.1109/YAC.2017.7967538.
- [13] Siciliano Bruno and Oussama Khatib, "Robotics and the Handbook", Springer, Cham, *Springer Handbook of Robotics*, pp. 1-6, 2016, [https://doi.org/10.1007/978-3-319-32552-1\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-32552-1_1).
- [14] C. Balaguer, A. Gimenez, A. Jardon, R. Cabas and R. Correal, "Live experimentation of the service robot applications for elderly people care in home environments", *2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2005, pp. 2345-2350, doi: 10.1109/IROS.2005.1545389.
- [15] Yakub, Fitri, Ahmad Zahran Md Khudzari and Yasuchika Mori, "Recent trends for practical rehabilitation robotics, current challenges and the future", *International Journal of Rehabilitation Research*, vol. 37, pp. 9–21, 2014, DOI: 10.1097/MRR.0000000000000035.
- [16] Gupta, S., Agrawal, A., Singla, "Wearable Upper Limb Exoskeletons: Generations, Design Challenges and Task Oriented Synthesis", *New Trends in Medical and Service Robotics*, MMS 65, pp. 134–142, 2019, [https://doi.org/10.1007/978-3-030-00329-6\\_16](https://doi.org/10.1007/978-3-030-00329-6_16).
- [17] Borna Ghannadi, Reza Sharif Razavian, John McPhee, "Chapter Nine - Upper Extremity Rehabilitation Robots: A Survey", Academic Press, *Handbook of Biomechatronics*, pp. 319-353, 2019, <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-812539-7.00012-X>.
- [18] Sumayya Khalid, Fady Alnajjar, Munkhjargal Gochoo, Abdulrahman Renawi, Shingo Shimoda, "Robotic assistive and rehabilitation devices leading to motor recovery in upper limb: a systematic review", *Disability and Rehabilitation: Assistive Technology*, 2021, DOI:10.1080/17483107.2021.1906960.
- [19] Bessler Jule et al, "Safety Assessment of Rehabilitation Robots: A Review Identifying Safety Skills and Current Knowledge Gaps", *Frontiers in Robotics and AI*, vol. 8, 2021,

doi: 10.3389/frobt.2021.602878.

- [20] Akash Gupta, Anshuman Singh, Varnita Verma, Amit Kumar Mondal, Mukul Kumar Gupta, “Developments and clinical evaluations of robotic exoskeleton technology for human upper-limb rehabilitation,” *Advanced Robotics*, vol. 34, no. 15, pp. 1023-1040, 2020, <https://doi.org/10.1080/01691864.2020.1749926>.
- [21] Boris Jobbágy, Dušan Šimšík, Ján Karchňák, Daniela Onofrejová, “Robotic Arm with Artificial Muscles in Rehabilitation”, *Procedia Engineering*, vol. 96, pp 195-202, 2014, <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.12.143>.
- [22] Qian Z, Bi Z. “Recent development of rehabilitation robots”, *Advances in Mechanical Engineering*, vol. 7, no. 2, 2015, <https://doi.org/10.1155/2014/563062>.
- [23] R.A.R.C. Gopura, D.S.V. Bandara, Kazuo Kiguchi, G.K.I. Mann, “Developments in hardware systems of active upper-limb exoskeleton robots: A review”, *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 5, 2016, <https://doi.org/10.1016/j.robot.2015.10.001>.
- [24] Y. -H. Hung, P. -J. Chen and W. -Z. Lin, "Design factors and opportunities of rehabilitation robots in upper-limb training after stroke," *2017 14th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI)*, 2017, pp. 650-654, doi: 10.1109/URAI.2017.7992694.
- [25] G. M. Cruz Martínez and L. A. Z.-Avilés, “Design Methodology for Rehabilitation Robots: Application in an Exoskeleton for Upper Limb Rehabilitation”, *Applied Sciences*, vol. 10, no. 16, p. 5459, Aug. 2020, doi: 10.3390/app10165459.
- [26] Tătar, M.O., Mândru, D., Noveanu, S., Chetran, B, “The kinematic model of 3 DOF rehabilitation robotic exoskeletons”, *Robotica & Management, ISSN 1453 2069, Vol. 18, nr. 2, 2013, pp. 26-31*.
- [27] Reddy A. C. , “Difference Between Denavit - Hartenberg ( D-H ) Classical and Modified Conventions for Forward Kinematics of Robots With Case Study”, *International Conference on Advanced Materials and Manufacturing Technologies*, vol. 1, pp. 267–286, 2014.
- [28] J. Guo, P. Li and S. Guo, "Design and Analysis of a Wearable Exoskeleton Upper Limb Rehabilitation Robot", *2020 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA)*, 2020, pp. 1564-1569, doi: 10.1109/ICMA49215.2020.9233873.
- [29] S. López-Méndez, H. V. Martínez-Tejada, and M. F. Valencia-García, “Development of an armored upper limb exoskeleton”, *Rev.Fac.Ing.Univ.Antioquia*, no. 95, pp. 109–117, Dec. 2020.

- [30] D. Huamanchahua, J. Sierra-Huertas, D. Terrazas-Rodas, A. Janampa-Espinoza, J. Gonzáles and S. Huamán-Vizconde, "Kinematic Analysis of an 4 DOF Upper-Limb Exoskeleton", *2021 IEEE 12th Annual Ubiquitous Computing, Electronics & Mobile Communication Conference (UEMCON)*, 2021, pp. 0914-0923, doi: 10.1109/UEMCON53757.2021.9666604.
- [31] Deanna H. Gates, Lisa Smurr Walters, Jeffrey Cowley, Jason M. Wilken, Linda Resnik; "Range of Motion Requirements for Upper-Limb Activities of Daily Living", in *The American journal of occupational therapy*, vol. 70, January/February 2016, DOI: 10.5014/ajot.2016.015487
- [32] H. Wang, S. Ni and Y. Tian, "Modeling and control of 4-DOF powered upper limb exoskeleton," *2017 32nd Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation (YAC)*, pp. 304-309, 2017, doi: 10.1109/YAC.2017.7967424.
- [33] T. -Q. Nguyen *et al.*, "Kinematics, Dynamics and Control Design for a 4-DOF Robotic Manipulator," *2021 International Conference on System Science and Engineering (ICSSE)*, pp. 138-144, 2021, doi: 10.1109/ICSSE52999.2021.9538418.
- [34] N. G. Adar , H. Ören ve R. Kozan , "5 Serbestlik Dereceli Robot Kolunun Modellenmesi ve Kontrolü", *Sakarya University Journal of Science*, c. 17, sayı. 1, ss. 155-160, Nis. 2013, doi:10.16984/saufbed.22465
- [35] Kocaoğlu S., Akdoğan E., "Üst Uzuv Dış İskelet Rehabilitasyon Robotları", *Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı TOK'2015*, ss. 10-12, Eylül 2015.
- [36] Rosales Luengas Y, López-Gutiérrez R, Salazar S, Lozano R. , "Robust controls for upper limb exoskeleton, real-time results", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, vol. 232, pp. 797-806, 2018, doi:10.1177/0959651818758866.
- [37] A. Linkel, J. Griškevičius, and K. Daunoravičienė, "An objective evaluation of healthy human upper extremity motions," *Journal of Vibroengineering*, vol. 18, no. 8, pp. 5473–5480, Dec. 2016, doi: 10.21595/jve.2016.17679.
- [38] M. A. Gull, S. Bai, and T. Bak, "A Review on Design of Upper Limb Exoskeletons," *Robotics*, vol. 9, no. 1, p. 16, Mar. 2020, doi: 10.3390/robotics9010016.
- [39] Chen, Yanyan et al. "Design of a 6-DOF upper limb rehabilitation exoskeleton with parallel actuated joints", *Bio-medical materials and engineering* vol. 24, pp. 2527-2535, 2014, doi:10.3233/BME-141067.
- [40] R. A. Gopura, "Development and Control of Upper-Limb Exoskeleton Robots", PhD thesis, Univ. of Saga, Japan, 2009.

- [41] R. A. R. C. Gopura and K. Kiguchi, “Mechanical designs of active upper-limb exoskeleton robots: State-of-the-art and design difficulties”, *2009 IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics*, pp. 178-187, 2009, doi: 10.1109/ICORR.2009.5209630.
- [42] Tobias Nef, Marco Guidali, Robert Riener, “ARMin III – arm therapy exoskeleton with an ergonomic shoulder actuation”, *Applied Bionics and Biomechanics*, vol.6, no. 2, pp. 127-142, 2009, doi: 10.1080/11762320902840179.
- [43] Bingül Z. ve Küçük S. (2011), *Robot Kinematiği*, İstanbul, BİRSEN Yayınevi.
- [44] Bingül Z. ve Küçük S. (2011), *Robot Dinamiği ve Kontrolü*, İstanbul, BİRSEN Yayınevi.
- [45] O. Çakır ve S. Tekin , “Oransal İntegral Türevsel Denetleyici Parametrelerinin Sezgisel Optimizasyon Yöntemleri ile Ayarlanması”, *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, sayı. 23, ss. 9-21, Nis. 2021, doi:10.31590/ejosat.830467.
- [46] E. Karakoyun , A. Çakan ve M. Kalyoncu , “İki serbestlik dereceli bir robot kolun konum kontrolü için PID kontrol parametrelerinin arı algoritması (AA) kullanılarak belirlenmesi”, *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, c. 24, sayı. 1, ss. 111-124, Oca. 2022, doi:10.25092/baunfbed.885152.
- [47] M. Y. Özsağlam ve M. Çunkaş , “Optimizasyon Problemlerinin Çözümü için Parçaçık Sürü Optimizasyonu Algoritması”, *Politeknik Dergisi*, c. 11, sayı. 4, ss. 299-305, Ara. 2008.
- [48] Hızarcı B., “Esnek Manipülatörün Modellenmesi ve Kontrolü”, Yüksek Lisans Tezi, *İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Ana Bilim Dalı, 2019.
- [49] Yüksel G., “Dört Serbestlik Dereceli Robot Kolun 2-Dof PID ile Kontrolü”, Yüksek Lisans Tezi, *Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Mekatronik Mühendisliği Ana Bilim Dalı, 2018.

# **EKLER**

## EKLER

### EK A: Simulink modelinde kullanılan Denavit-Hartenberg uç pozisyon kod yapıları

Denavit-Hartengerg uç pozisyon;

```
Uc_poz = fwd_kin(q1,q2,q3)
```

```
q2 = pi/2+q2; %degree to radian  
q4 = 0;
```

```
a1 = 0;  
a2 = 0;  
a3 = 335.2;  
a4 = 224.8;  
alpha1 = 0;  
alpha2 = -pi/2;  
alpha3 = -pi/2;  
alpha4 = 0;  
d1 = 0;  
d2 = 70;  
d3 = -19.8;  
d4 = 0;  
k2 = -75;
```

```
T01 = [cos(q1) -sin(q1) 0 a1;sin(q1)*cos(alpha1) cos(q1)*cos(alpha1) -  
sin(alpha1) -sin(alpha1)*d1;sin(q1)*sin(alpha1) cos(q1)*sin(alpha1)  
cos(alpha1) cos(alpha1)*d1;0 0 0 1];  
T12 = [cos(q2) -sin(q2) 0 a2;sin(q2)*cos(alpha2) cos(q2)*cos(alpha2) -  
sin(alpha2) -sin(alpha2)*d2;sin(q2)*sin(alpha2) cos(q2)*sin(alpha2)  
cos(alpha2) cos(alpha2)*d2+k2;0 0 0 1];  
T23 = [cos(q3) -sin(q3) 0 a3;sin(q3)*cos(alpha3) cos(q3)*cos(alpha3) -  
sin(alpha3) -sin(alpha3)*d3;sin(q3)*sin(alpha3) cos(q3)*sin(alpha3)  
cos(alpha3) cos(alpha3)*d3;0 0 0 1];  
T34 = [cos(q4) -sin(q4) 0 a4;sin(q4)*cos(alpha4) cos(q4)*cos(alpha4) -  
sin(alpha4) -sin(alpha4)*d4;sin(q4)*sin(alpha4) cos(q4)*sin(alpha4)  
cos(alpha4) cos(alpha4)*d4;0 0 0 1];
```

```
T04 = T01*T12*T23*T34;  
Px = T04(1,4)  
Py = T04(2,4)  
Pz = T04(3,4)  
Uc_poz = [Px; Py; Pz]
```

## EK B: Kütle matrisleri

Tez kapsamında robot kol sistemi için dinamik hesabında hareketi sağlayan eklemlerin kütle matrisleri verilmiştir. Denklemlerde gösterilen kütle matrislerinin elemanları aşağıdaki gibidir.

$$D_{11} = I_{zz_{11}} + m_2(d_2S\theta_1 + z_2S\theta_1 + y_2C\theta_1C\theta_2 + x_2C\theta_1S\theta_2)^2 + m_2(d_2C\theta_1 + z_2C\theta_1 - y_2C\theta_2S\theta_1 - x_2S\theta_1S\theta_2)^2 + m_3(d_2S\theta_1 - y_3(C\theta_3S\theta_1 + C\theta_1S\theta_2S\theta_3) - x_3(S\theta_1S\theta_3 - C\theta_1C\theta_3S\theta_2) + d_3C\theta_1C\theta_2 + a_2C\theta_1S\theta_2 + z_3C\theta_1C\theta_2)^2 + m_3(x_3(C\theta_1S\theta_3 + C\theta_3S\theta_1S\theta_2) + y_3(C\theta_1C\theta_3 - S\theta_1S\theta_2S\theta_3) - d_2C\theta_1 + d_3C\theta_2S\theta_1 + a_2S\theta_1S\theta_2 + z_3C\theta_2S\theta_1)^2 + C\theta_2(I_{xx_2}C\theta_2 + I_{xy_2}S\theta_2) + S\theta_2(I_{xy_2}C\theta_2 + I_{yy_2}S\theta_2) + S\theta_2(I_{zz_3}S\theta_2 + I_{xz_3}C\theta_2C\theta_3 - I_{yz_3}C\theta_2S\theta_3) + m_1(y_1C\theta_1 + x_1S\theta_1)^2 + m_1(x_1S\theta_1 - y_1S\theta_1)^2 + C\theta_2C\theta_3(I_{xz_3}S\theta_2 + I_{xx_3}C\theta_2C\theta_3 + I_{xy_3}C\theta_2S\theta_3) + C\theta_2S\theta_3(I_{xy_3}C\theta_2C\theta_3 - I_{yz_3}S\theta_2 + I_{yy_3}C\theta_2S\theta_3)$$

$$D_{12} = I_{xy_3}C\theta_2 + I_{xz_2}C\theta_2 - I_{yz_2}S\theta_2 + I_{yz_3}C\theta_3S\theta_2 + I_{xz_3}S\theta_2S\theta_3 - 2(I_{xy_3}C\theta_2C\theta_3)^2 + I_{xx_3}C\theta_2C\theta_3S\theta_3 - I_{yy_3}C\theta_2C\theta_3S\theta_3 + a_2d_2m_3C\theta_2 - d_2d_3m_3S\theta_2 + d_2m_2x_2C\theta_2 - d_2m_2y_2S\theta_2 - d_2m_3z_3S\theta_2 + m_3x_3y_3C\theta_2 + m_2x_2z_2C\theta_2 - m_2y_2z_2S\theta_2 - m_3(x_3)^2C\theta_2C\theta_3S\theta_3 + (y_3)^2m_3C\theta_2C\theta_3S\theta_3 - a_2m_3y_3C\theta_2C\theta_3 + d_2m_3x_3C\theta_2C\theta_3 - a_2m_3x_3C\theta_2S\theta_3 - d_2m_3y_3C\theta_2S\theta_3 + d_3m_3y_3C\theta_3S\theta_2 + d_3m_3x_3S\theta_2S\theta_3 + m_3y_3z_3C\theta_3S\theta_2 + m_3x_3z_3S\theta_2S\theta_3 + 2m_3x_3y_3C\theta_2(C\theta_3)^2$$

$$D_{13} = I_{zz_3}S\theta_2 + I_{xz_3}C\theta_2C\theta_3 - I_{yz_3}C\theta_2S\theta_3 + (x_3)^2m_3S\theta_2 + (y_3)^2m_3S\theta_2 + d_3m_3x_3C\theta_2C\theta_3 + a_2m_3x_3C\theta_3S\theta_2 - d_2m_3y_3C\theta_3S\theta_2 - d_3m_3y_3C\theta_2S\theta_3 + m_3x_3z_3C\theta_2C\theta_3 - a_2m_3y_3S\theta_2S\theta_3 - d_2m_3x_3S\theta_2S\theta_3 - m_3y_3z_3C\theta_2S\theta_3$$

$$D_{21} = I_{xy_3}C\theta_2 + I_{xz_2}C\theta_2 - I_{yz_2}S\theta_2 + I_{yz_3}C\theta_3S\theta_2 + I_{xz_3}S\theta_2S\theta_3 - 2I_{xy_3}C\theta_2(C\theta_3)^2 + I_{xx_3}C\theta_2C\theta_3S\theta_3 - I_{yy_3}C\theta_2C\theta_3S\theta_3 + a_2d_2m_3C\theta_2 - d_2d_3m_3S\theta_2 + d_2m_2x_2C\theta_2 - d_2m_2y_2S\theta_2 - d_2m_3z_3S\theta_2 + m_3x_3y_3C\theta_2 + m_2x_2z_2C\theta_2 - m_2y_2z_2S\theta_2 - m_3(x_3)^2C\theta_2C\theta_3S\theta_3 + (y_3)^2m_3C\theta_2C\theta_3S\theta_3 - a_2m_3y_3C\theta_2C\theta_3 + d_2m_3x_3C\theta_2C\theta_3 - a_2m_3x_3C\theta_2S\theta_3 - d_2m_3y_3C\theta_2S\theta_3 + d_3m_3y_3C\theta_3S\theta_2 + d_3m_3x_3S\theta_2S\theta_3 + m_3y_3z_3C\theta_3S\theta_2 + m_3x_3z_3S\theta_2S\theta_3 - 2m_3x_3y_3C\theta_2(C\theta_3)^2$$

$$D_{22} = I_{xx_3} + I_{zz_2} + (a_2)^2m_3 + (d_3)^2m_3 + (x_2)^2m_2 + (y_2)^2m_2 + (y_3)^2m_3 + (z_3)^2m_3 - (C\theta_3)^2I_{xx_3} + (C\theta_3)^2I_{yy_3} - I_{xy_3}S2\theta_3 + 2d_3m_3z_3 + (x_3)^2m_3(C\theta_3)^2 - m_3(y_3)^2(C\theta_3)^2 - m_3x_3y_3S2\theta_3 + 2a_2m_3x_3C\theta_3 - 2a_2m_3y_3S\theta_3$$



$$\begin{aligned}
D_{23} = & I_{yz_3} C\theta_3 + I_{xz_3} S\theta_3 + \frac{m_3 x_3 y_3 S 2\theta_2}{2} + (y_3)^2 m_3 C\theta_1 S\theta_2 + d_3 m_3 y_3 C\theta_3 + d_3 m_3 x_3 S\theta_3 \\
& + m_3 y_3 z_3 C\theta_3 + m_3 x_3 y_3 S\theta_1 + m_3 x_3 z_3 S\theta_3 - (x_3)^2 m_3 C\theta_3 S\theta_3 S\theta_1 \\
& + (y_3)^2 m_3 C\theta_3 S\theta_1 S\theta_3 - a_2 m_3 y_3 C\theta_3 S\theta_1 - a_2 m_3 x_3 S\theta_1 S\theta_3 \\
& + (x_3)^2 m_3 C\theta_1 (C\theta_3)^2 S\theta_2 - (y_3)^2 m_3 C\theta_1 (C\theta_3)^2 S\theta_2 - d_3 m_3 y_3 (C\theta_2)^2 C\theta_3 \\
& - d_3 m_3 x_3 (C\theta_2)^2 S\theta_3 - m_3 y_3 z_3 (C\theta_2)^2 C\theta_3 - m_3 x_3 y_3 (C\theta_2)^2 S\theta_1 \\
& - 2m_3 x_3 y_3 (C\theta_3)^2 S\theta_1 - m_3 x_3 z_3 (C\theta_2)^2 S\theta_3 + 2m_3 x_3 y_3 (C\theta_3)^2 S\theta_1 (C\theta_2)^2 \\
& - m_3 (x_3)^2 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_2 S\theta_3 + m_3 (y_3)^2 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_2 S\theta_3 + d_3 m_3 x_3 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 \\
& + a_2 m_3 x_3 C\theta_1 C\theta_3 S\theta_2 - a_2 m_3 y_3 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_2 - d_3 m_3 y_3 C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 \\
& + m_3 x_3 z_3 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 - a_2 m_3 x_3 C\theta_2 S\theta_2 S\theta_3 - a_2 m_3 y_3 C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\
& - m_3 y_3 z_3 C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 + (x_3)^2 m_3 (C\theta_2)^2 C\theta_3 S\theta_1 S\theta_3 - m_3 (y_3)^2 (C\theta_2)^2 C\theta_3 S\theta_1 S\theta_3 \\
& + a_2 m_3 y_3 (C\theta_2)^2 C\theta_3 S\theta_1 + a_2 m_3 x_3 (C\theta_2)^2 S\theta_1 S\theta_3 - 2m_3 x_3 y_3 S\theta_2 C\theta_2 (C\theta_3)^2 \\
& - d_3 m_3 y_3 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_1 S\theta_2 - d_3 m_3 x_3 C\theta_2 S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 - 2m_3 x_3 y_3 C\theta_1 C\theta_3 S\theta_2 S\theta_3 \\
& - m_3 y_3 z_3 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_1 S\theta_2 - m_3 x_3 z_3 C\theta_2 S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{31} = & I_{zz_3} S\theta_2 + I_{xz_3} C\theta_2 C\theta_3 - I_{yz_3} C\theta_2 S\theta_3 + m_3 (x_3)^2 S\theta_2 + m_3 (y_3)^2 S\theta_2 + d_3 m_3 x_3 C\theta_2 C\theta_3 \\
& + a_2 m_3 x_3 C\theta_3 S\theta_2 - d_2 m_3 y_3 C\theta_3 S\theta_2 - d_3 m_3 y_3 C\theta_2 S\theta_3 + m_3 x_3 z_3 C\theta_2 C\theta_3 \\
& - a_2 m_3 y_3 S\theta_2 S\theta_3 - d_2 m_3 x_3 S\theta_2 S\theta_3 - m_3 y_3 z_3 C\theta_2 S\theta_3
\end{aligned}$$

$$D_{32} = I_{yz_3} C\theta_3 + I_{xz_3} S\theta_3 + d_3 m_3 y_3 C\theta_3 + d_3 m_3 x_3 S\theta_3 + m_3 y_3 z_3 C\theta_3 + m_3 x_3 z_3 S\theta_3$$

$$\begin{aligned}
D_{33} = & I_{zz_3} + m_3 (x_3)^2 + m_3 (y_3)^2 - m_3 (x_3)^2 (C\theta_2)^2 + m_3 (x_3)^2 (C\theta_2)^2 (C\theta_3)^2 \\
& - m_3 (y_3)^2 (C\theta_2)^2 (C\theta_3)^2 - m_3 (x_3)^2 C\theta_2 S\theta_1 S\theta_2 - m_3 x_3 y_3 C\theta_1 C\theta_2 \\
& + m_3 (x_3)^2 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_3 - m_3 (y_3)^2 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_3 \\
& + m_3 (x_3)^2 C\theta_2 (C\theta_3)^2 S\theta_1 S\theta_2 - m_3 (y_3)^2 C\theta_2 (C\theta_3)^2 S\theta_1 S\theta_2 \\
& + 2m_3 x_3 y_3 C\theta_1 C\theta_2 (C\theta_3)^2 - 2m_3 x_3 y_3 (C\theta_2)^2 C\theta_3 S\theta_3 \\
& - 2m_3 x_3 y_3 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_1 S\theta_2 S\theta_3
\end{aligned}$$

### EK C: Coriolis merkezkaç kuvvet vektörleri ve tork değerleri

Robot kol sisteminde hareketin meydana geldiği eklemler için hız bağlaşım matrislerinin elemanları aşağıdaki denklemlere göre hesaplanmıştır. Birinci ekleme ait hız bağlaşım matrisinin elemanları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$c_{11}^1 = \frac{\partial D_{11}}{\partial q_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{11}}{\partial q_1} = \frac{1}{2} \frac{\partial D_{11}}{\partial q_1}$$

$$c_{12}^1 = \frac{\partial D_{12}}{\partial q_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{12}}{\partial q_1} = \frac{1}{2} \frac{\partial D_{12}}{\partial q_1}$$

$$c_{13}^1 = \frac{\partial D_{13}}{\partial q_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{13}}{\partial q_1} = \frac{1}{2} \frac{\partial D_{13}}{\partial q_1}$$

$$c_{21}^1 = \frac{\partial D_{11}}{\partial q_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{21}}{\partial q_1}$$

$$c_{22}^1 = \frac{\partial D_{12}}{\partial q_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{22}}{\partial q_1}$$

$$c_{23}^1 = \frac{\partial D_{13}}{\partial q_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{23}}{\partial q_1}$$

$$c_{31}^1 = \frac{\partial D_{11}}{\partial q_3} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{31}}{\partial q_1}$$

$$c_{32}^1 = \frac{\partial D_{12}}{\partial q_3} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{32}}{\partial q_1}$$

$$c_{33}^1 = \frac{\partial D_{13}}{\partial q_3} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{33}}{\partial q_1}$$

İkinci terime ait hız bağlaşım matrisinin elemanları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$c_{11}^2 = \frac{\partial D_{21}}{\partial q_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{11}}{\partial q_2}$$

$$c_{12}^2 = \frac{\partial D_{22}}{\partial q_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{12}}{\partial q_2}$$

$$c_{13}^2 = \frac{\partial D_{23}}{\partial q_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{13}}{\partial q_2}$$

$$c_{21}^2 = \frac{\partial D_{21}}{\partial q_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{21}}{\partial q_2} = \frac{1}{2} \frac{\partial D_{21}}{\partial q_2}$$

$$c_{22}^2 = \frac{\partial D_{22}}{\partial q_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{22}}{\partial q_2} = \frac{1}{2} \frac{\partial D_{22}}{\partial q_2}$$

$$c_{23}^2 = \frac{\partial D_{23}}{\partial q_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{23}}{\partial q_2} = \frac{1}{2} \frac{\partial D_{23}}{\partial q_2}$$

$$c_{31}^2 = \frac{\partial D_{21}}{\partial q_3} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{31}}{\partial q_2}$$

$$c_{32}^2 = \frac{\partial D_{22}}{\partial q_3} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{32}}{\partial q_2}$$

$$c_{33}^2 = \frac{\partial D_{23}}{\partial q_3} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{33}}{\partial q_2}$$

Üçüncü terime ait hız bağlaşım matrisinin elemanları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$c_{11}^3 = \frac{\partial D_{31}}{\partial q_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{11}}{\partial q_3}$$

$$c_{12}^3 = \frac{\partial D_{32}}{\partial q_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{12}}{\partial q_3}$$

$$c_{13}^3 = \frac{\partial D_{33}}{\partial q_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{13}}{\partial q_3}$$

$$c_{21}^3 = \frac{\partial D_{31}}{\partial q_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{21}}{\partial q_3}$$

$$c_{22}^3 = \frac{\partial D_{32}}{\partial q_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{22}}{\partial q_3}$$

$$c_{23}^3 = \frac{\partial D_{33}}{\partial q_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{23}}{\partial q_3}$$

$$c_{31}^3 = \frac{\partial D_{31}}{\partial q_3} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{31}}{\partial q_3} = \frac{1}{2} \frac{\partial D_{31}}{\partial q_3}$$

$$c_{32}^3 = \frac{\partial D_{32}}{\partial q_3} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{32}}{\partial q_3} = \frac{1}{2} \frac{\partial D_{32}}{\partial q_3}$$

$$c_{33}^3 = \frac{\partial D_{33}}{\partial q_3} - \frac{1}{2} \frac{\partial D_{33}}{\partial q_3} = \frac{1}{2} \frac{\partial D_{33}}{\partial q_3}$$

Her bir eklem için elde edilen hız bağlaşım matrisi elemanları ile karşılıklı elemanlar çarpılıp yan yana toplanarak her bir eklem için Coriolis ve merkezkaç kuvvet vektörleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}
C_1 = & I_{zz_3} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 C\theta_2 - \frac{I_{xx_3} (\dot{\theta}_2)^2 S2\theta_3 S\theta_2}{2} + \frac{I_{yy_3} (\dot{\theta}_2)^2 S2\theta_3 S\theta_2}{2} - I_{xx_2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 S2\theta_2 \\
& - \frac{I_{xx_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 S2\theta_2}{2} - \frac{I_{xx_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 S2\theta_3}{2} + I_{yy_2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 S2\theta_2 - \frac{I_{yy_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 S2\theta_2}{2} \\
& + \frac{I_{yy_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 S2\theta_3}{2} + I_{zz_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 S2\theta_2 + d_2 d_3 (\dot{\theta}_2)^2 m_3 C\theta_3 - a_2 d_2 (\dot{\theta}_2)^2 m_3 S\theta_2 \\
& + \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C\theta_2 + d_2 (\dot{\theta}_2)^2 m_2 y_2 C\theta_2 + \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C\theta_2 \\
& - d_2 (\dot{\theta}_2)^2 m_3 z_3 C\theta_2 - d_2 (\dot{\theta}_2)^2 m_2 x_2 S\theta_2 + (\dot{\theta}_2)^2 m_2 y_2 z_2 C\theta_2 \\
& - (\dot{\theta}_2)^2 m_2 x_2 z_2 S\theta_2 + I_{xx_3} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 C2\theta_3 C\theta_2 - I_{yy_3} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 C2\theta_3 C\theta_2 \\
& - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (x_3)^2 S2\theta_2 C\theta_1}{8} - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (y_3)^2 S2\theta_2 C\theta_1}{8} \\
& + \frac{(\dot{\theta}_2)^2 m_3 (x_3)^2 S2\theta_3 S\theta_2}{2} - \frac{(\dot{\theta}_2)^2 m_3 (y_3)^2 S2\theta_3 S\theta_2}{2} + (a_2)^2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 S2\theta_2 \\
& - (d_3)^2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 S2\theta_2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_2 (x_2)^2 S2\theta_2 + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 (x_3)^2 S2\theta_2}{2} \\
& + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 S2\theta_3}{2} - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_2 (y_2)^2 S2\theta_2 + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 (y_3)^2 S2\theta_2}{2} \\
& - \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 S2\theta_3}{2} - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 (z_3)^2 S2\theta_2 - \frac{I_{xx_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 C2\theta_3 S2\theta_2}{2} \\
& - \frac{I_{xx_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 C2\theta_2 S2\theta_3}{2} + \frac{I_{yy_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 C2\theta_3 S2\theta_2}{2} + \frac{I_{yy_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 C2\theta_2 S2\theta_3}{2} \\
& + d_3 (\dot{\theta}_2)^2 m_3 y_3 C\theta_2 C\theta_3 - d_3 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 C\theta_2 C\theta_3 - a_2 (\dot{\theta}_2)^2 m_3 y_3 C\theta_3 S\theta_2 \\
& + a_2 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 C\theta_3 S\theta_2 - d_2 (\dot{\theta}_2)^2 m_3 x_3 C\theta_3 S\theta_2 - d_2 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 C\theta_3 S\theta_2 \\
& - d_3 (\dot{\theta}_2)^2 m_3 x_3 C\theta_2 S\theta_3 + d_3 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 C\theta_2 S\theta_3 - (\dot{\theta}_2)^2 m_3 y_3 z_3 C\theta_2 C\theta_3 \\
& + (\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 z_3 C\theta_2 C\theta_3 + a_2 (\dot{\theta}_2)^2 m_3 x_3 S\theta_2 S\theta_3 - a_2 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 S\theta_2 S\theta_3 \\
& - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 S\theta_1 S\theta_2}{4} - d_2 (\dot{\theta}_2)^2 m_3 y_3 S\theta_2 S\theta_3 - d_2 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 S\theta_2 S\theta_3 \\
& - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 S\theta_1 S\theta_2}{4} + (\dot{\theta}_2)^2 m_3 x_3 z_3 C\theta_2 S\theta_3 - (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 z_3 C\theta_2 S\theta_3 \\
& + a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C\theta_3 - 2d_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C\theta_3 - a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 S\theta_3 \\
& - 2d_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 S\theta_3 - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (x_3)^2 S2\theta_3 C\theta_2 S\theta_1}{4} \\
& + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (y_3)^2 S2\theta_3 C\theta_2 S\theta_1}{4} - \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C2\theta_3 C\theta_2 \\
& + \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C2\theta_3 C\theta_2 - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 S2\theta_3 C\theta_1}{8} \\
& + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 S2\theta_3 C\theta_1}{8} - 2a_2 d_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 C2\theta_2 - (\dot{\theta}_2)^2 m_3 x_3 y_3 C2\theta_3 S\theta_2 \\
& + 2a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 z_3 C2\theta_2 + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (x_3)^2 C2\theta_3 S2\theta_2 C\theta_1}{8} \\
& - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (y_3)^2 C2\theta_3 S2\theta_2 C\theta_1}{8} + 2d_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 z_3 S2\theta_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2m_3x_3y_3C2\theta_2 - \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3x_3y_3C2\theta_3 + \frac{\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2m_3(x_3)^2C2\theta_3S2\theta_2}{2} \\
& + \frac{\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3(x_3)^2C2\theta_2S2\theta_3}{2} - \frac{\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2m_3(y_3)^2C2\theta_3S2\theta_2}{2} \\
& - \frac{\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3(y_3)^2C2\theta_2S2\theta_3}{2} + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_2m_3x_3y_3S2\theta_2S2\theta_3 \\
& + \frac{a_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3C\theta_1C\theta_3}{4} + 2d_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3C\theta_2C\theta_3 - \frac{a_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3C\theta_1S\theta_3}{4} \\
& - 2d_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3C\theta_2S\theta_3 - \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3(x_3)^2C2\theta_3S\theta_1S\theta_2}{4} \\
& + \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3(y_3)^2C2\theta_3S\theta_1S\theta_2}{4} + \frac{(\dot{\theta}_3)^2m_3x_3y_3C2\theta_3C\theta_2S\theta_1}{2} \\
& - a_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3y_3C2\theta_2C\theta_3 - 2d_3\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2m_3x_3C2\theta_2C\theta_3 \\
& + 2a_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2m_3x_3S2\theta_2C\theta_3 + a_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3x_3C2\theta_2S\theta_3 \\
& - 2d_3\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2m_3y_3C2\theta_2S\theta_3 - d_3\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3y_3S2\theta_2C\theta_3 + \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3y_3C2\theta_3C\theta_1}{4} \\
& + 2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2m_3x_3z_3C2\theta_2C\theta_3 + 2a_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2m_3y_3S2\theta_2S\theta_3 \\
& + d_3\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3x_3S2\theta_2S\theta_3 - 2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3y_3S2\theta_3C\theta_2 \\
& + 2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2m_3y_3z_3C2\theta_2S\theta_3 + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3y_3z_3S2\theta_2C\theta_3 - \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3x_3z_3S2\theta_2S\theta_3 \\
& + \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3(x_3)^2C2\theta_2S2\theta_3C\theta_1}{8} - \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3(y_3)^2C2\theta_2S2\theta_3C\theta_1}{8} \\
& + \frac{(\dot{\theta}_3)^2m_3x_3y_3S2\theta_2S2\theta_3C\theta_1}{4} - \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3x_3y_3C2\theta_2C2\theta_3 \\
& - \frac{a_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3C\theta_3S\theta_1S\theta_2}{2} + \frac{d_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3C\theta_2S\theta_1S\theta_3}{2} \\
& - \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3z_3C\theta_2C\theta_3S\theta_1}{2} - \frac{a_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3S\theta_1S\theta_2S\theta_3}{2} \\
& - \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3z_3C\theta_2S\theta_1S\theta_3}{2} - \frac{a_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3C\theta_2C\theta_1C\theta_3}{4} \\
& + \frac{a_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3C2\theta_2C\theta_1S\theta_3}{4} - \frac{d_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3S2\theta_2C\theta_1C\theta_3}{4} \\
& + \frac{d_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3S2\theta_2C\theta_1S\theta_3}{4} + \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3z_3S2\theta_2C\theta_1C\theta_3}{4} \\
& - \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3z_3S2\theta_2C\theta_1S\theta_3}{4} - \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3y_3S2\theta_3S\theta_1S\theta_2}{2} \\
& - \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3y_3C2\theta_2C2\theta_3C\theta_1}{4} + \frac{d_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3C\theta_2C\theta_3S\theta_1}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_2 = & \frac{I_{xx_2}(\dot{\theta}_1)^2 S 2\theta_2}{2} + \frac{I_{xx_3}(\dot{\theta}_1)^2 S 2\theta_2}{4} - \frac{I_{yy_2}(\dot{\theta}_1)^2 S 2\theta_2}{2} + \frac{I_{yy_3}(\dot{\theta}_1)^2 S 2\theta_2}{4} \\
& - \frac{I_{zz_3}(\dot{\theta}_1)^2 S 2\theta_2}{2} - I_{zz_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 C \theta_2 - \frac{(a_2)^2 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 S 2\theta_2}{2} \\
& + \frac{(d_3)^2 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 S 2\theta_2}{2} - \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_2 (x_2)^2 S 2\theta_2}{2} - \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3 (x_3)^2 S 2\theta_2}{4} \\
& - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (x_3)^2 S 2\theta_2}{4} + \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_2 (y_2)^2 S 2\theta_2}{2} - \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3 (y_3)^2 S 2\theta_2}{4} \\
& - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (y_3)^2 S 2\theta_2}{4} + \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3 (z_3)^2 S 2\theta_2}{2} + I_{xx_3} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 S 2\theta_3 \\
& - I_{yy_3} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 S 2\theta_3 + \frac{I_{xx_3} (\dot{\theta}_1)^2 C 2\theta_3 S 2\theta_2}{4} - \frac{I_{yy_3} (\dot{\theta}_1)^2 C 2\theta_3 S 2\theta_2}{4} \\
& - \frac{d_3 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 C \theta_3}{2} - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C \theta_2 - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C \theta_2 \\
& - \frac{d_3 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 S \theta_3}{2} + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 z_3 C \theta_3}{2} + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 z_3 S \theta_3}{2} \\
& + I_{xx_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 C \theta_3 C \theta_2 - I_{yy_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 C 2\theta_3 C \theta_2 - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (x_3)^2 C 2\theta_2 S \theta_1}{4} \\
& + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (x_3)^2 C 2\theta_3 S \theta_1}{2} - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (y_3)^2 C 2\theta_2 S \theta_1}{4} \\
& - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (y_3)^2 C 2\theta_3 S \theta_1}{2} + a_2 d_3 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 C 2\theta_2 - a_2 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 z_3 C 2\theta_2 \\
& - \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 S 2\theta_3 + \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 S 2\theta_3 - d_3 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 z_3 S 2\theta_2 \\
& + (\dot{\theta}_1)^2 m_2 x_2 y_2 C 2\theta_2 - \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3 (x_3)^2 C 2\theta_3 S 2\theta_2}{4} \\
& - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (x_3)^2 C 2\theta_3 S 2\theta_2}{4} + \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3 (y_3)^2 C 2\theta_3 S 2\theta_2}{4} \\
& + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (y_3)^2 C 2\theta_3 S 2\theta_2}{4} - \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 y_3 S 2\theta_2 S 2\theta_3}{2} \\
& - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 y_3 S 2\theta_2 S 2\theta_3}{2} - \frac{\dot{\theta}_3 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C \theta_1 C \theta_2}{4} - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C \theta_1 C \theta_2}{4} \\
& + \frac{a_2 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 C \theta_3 S \theta_1}{2} + \frac{a_2 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 S \theta_1 S \theta_3}{2} + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 S \theta_1 S \theta_2}{2} \\
& + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 S \theta_1 S \theta_2}{2} + a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C \theta_3 - 2a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 S \theta_3 \\
& + \frac{3(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (x_3)^2 S 2\theta_3 C \theta_1 S \theta_2}{4} - \frac{3(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (y_3)^2 S 2\theta_3 C \theta_1 S \theta_2}{4} \\
& + d_3 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 C 2\theta_2 C \theta_3 + \frac{d_3 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 C 2\theta_2 C \theta_3}{2} \\
& - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C 2\theta_3 C \theta_2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C 2\theta_3 C \theta_2 \\
& - a_2 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 S 2\theta_2 C \theta_3 - \frac{a_2 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 S 2\theta_2 C \theta_3}{2} \\
& + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 S 2\theta_3 C \theta_1 + d_3 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 y_3 C 2\theta_2 S \theta_3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{d_3(\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 C 2\theta_2 S\theta_3}{2} - \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 S 2\theta_3 C\theta_1}{4} \\
& - (\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 z_3 C 2\theta_2 C\theta_3 - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 z_3 C 2\theta_2 C\theta_3}{2} \\
& - a_2 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 y_3 S 2\theta_2 S\theta_3 - \frac{a_2 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 S 2\theta_2 S\theta_3}{2} \\
& - (\dot{\theta}_1)^2 m_3 y_3 z_3 C 2\theta_2 S\theta_3 - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 z_3 C 2\theta_2 S\theta_3}{2} \\
& + (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 y_3 S 2\theta_3 S\theta_1 - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (x_3)^2 C 2\theta_2 C 2\theta_3 S\theta_1}{4} \\
& + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (y_3)^2 C 2\theta_2 C 2\theta_3 S\theta_1}{4} + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 C 2\theta_3 \\
& - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C 2\theta_2 S 2\theta_3}{4} + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C 2\theta_2 S 2\theta_3}{4} \\
& - (\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 z_3 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3 + a_2 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 C\theta_1 S\theta_2 S\theta_3 \\
& + (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 z_3 C\theta_1 C\theta_2 S\theta_3 - 2a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C\theta_2 C\theta_3 \\
& - \frac{a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C\theta_1 C\theta_3}{2} + \frac{a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C\theta_1 S\theta_3}{2} - 2a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C\theta_2 S\theta_3 \\
& - 2d_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C\theta_3 S\theta_2 - 2d_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 S\theta_2 S\theta_3 - 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 z_3 C\theta_3 S\theta_2 \\
& - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C 2\theta_3 C\theta_1 C\theta_2}{4} + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C 2\theta_3 C\theta_1 C\theta_2}{4} \\
& + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 z_3 S\theta_2 S\theta_3 - \frac{a_2 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 C 2\theta_2 C\theta_3 S\theta_1}{2} \\
& - \frac{a_2 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 C 2\theta_2 S\theta_1 S\theta_3}{2} - \frac{d_3 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 S 2\theta_2 C\theta_3 S\theta_1}{2} \\
& + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C 2\theta_3 S\theta_1 S\theta_2}{2} - \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C 2\theta_3 S\theta_1 S\theta_2}{2} \\
& - \frac{3(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 y_3 C 2\theta_3 C\theta_1 S\theta_2}{2} + \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C 2\theta_2 C\theta_3}{2} \\
& - \frac{d_3 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 S 2\theta_2 S\theta_1 S\theta_3}{2} + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 z_3 S 2\theta_2 C\theta_3 S\theta_1}{2} \\
& - \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C 2\theta_2 S\theta_3}{2} + \frac{d_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 S 2\theta_2 C\theta_3}{2} - \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 C 2\theta_3 C\theta_1}{2} \\
& + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 z_3 S 2\theta_2 S\theta_1 S\theta_3}{2} - \frac{d_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 S 2\theta_2 S\theta_3}{2} \\
& - 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 S 2\theta_3 C\theta_2 - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 z_3 S 2\theta_2 C\theta_3}{2} + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 z_3 S 2\theta_2 S\theta_3}{2} \\
& - \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C 2\theta_2 S 2\theta_3 C\theta_1}{4} + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C 2\theta_2 S 2\theta_3 C\theta_1}{4} \\
& + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 S 2\theta_2 S 2\theta_3 S\theta_1}{4} - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 S 2\theta_2 S 2\theta_3 S\theta_1}{4} \\
& - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 y_3 C 2\theta_2 S 2\theta_3 S\theta_1}{2} + d_3 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 C\theta_1 C\theta_2 C\theta_3
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 C 2\theta_2 C 2\theta_3}{2} - a_2 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 C \theta_1 C \theta_3 S \theta_2 \\
& - d_3 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3 + a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C \theta_3 S \theta_1 S \theta_2 \\
& - d_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C \theta_2 S \theta_1 S \theta_3 - \frac{d_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3}{2} \\
& + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 z_3 C \theta_2 C \theta_3 S \theta_1 + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 z_3 C \theta_1 C \theta_3 S \theta_2}{2} \\
& + a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 S \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 z_3 C \theta_2 S \theta_1 S \theta_3 \\
& + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 z_3 C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3}{2} + \frac{a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C 2\theta_2 C \theta_1 C \theta_3}{2} \\
& - \frac{a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C 2\theta_2 C \theta_1 S \theta_3}{2} + \frac{d_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 S 2\theta_2 C \theta_1 C \theta_3}{2} \\
& + \frac{d_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C 2\theta_2 C \theta_3 S \theta_1}{2} - \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 S 2\theta_2 C \theta_3 S \theta_1}{2} \\
& - \frac{d_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 S 2\theta_2 C \theta_1 S \theta_3}{2} - \frac{d_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C 2\theta_2 S \theta_1 S \theta_3}{2} \\
& - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 S 2\theta_3 C \theta_1 C \theta_2}{2} - \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 z_3 S 2\theta_2 C \theta_1 C \theta_3}{2} \\
& - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 z_3 C 2\theta_2 C \theta_3 S \theta_1}{2} + \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 S 2\theta_2 S \theta_1 S \theta_3}{2} \\
& + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 z_3 S 2\theta_2 C \theta_1 S \theta_3}{2} + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 z_3 C 2\theta_2 S \theta_1 S \theta_3}{2} \\
& + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 S 2\theta_3 S \theta_1 S \theta_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_3 = & \frac{I_{xx_3}(\dot{\theta}_1)^2 S2\theta_3}{4} - \frac{I_{xx_3}(\dot{\theta}_2)^2 S2\theta_3}{2} - \frac{I_{yy_3}(\dot{\theta}_1)^2 S2\theta_3}{4} + \frac{I_{yy_3}(\dot{\theta}_2)^2 S2\theta_3}{2} + I_{zz_3}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 C\theta_2 \\
& - \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3(x_3)^2 S2\theta_3}{4} + \frac{(\dot{\theta}_2)^2 m_3(x_3)^2 S2\theta_3}{2} - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3(x_3)^2 S2\theta_3}{4} \\
& + \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3(y_3)^2 S2\theta_3}{4} - \frac{(\dot{\theta}_2)^2 m_3(y_3)^2 S2\theta_3}{2} + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3(y_3)^2 S2\theta_3}{4} \\
& + \frac{I_{xx_3}(\dot{\theta}_1)^2 C2\theta_2 S2\theta_3}{4} - \frac{I_{yy_3}(\dot{\theta}_1)^2 C2\theta_2 S2\theta_3}{4} - \frac{a_2(\dot{\theta}_1)^2 m_3 y_3 C\theta_3}{2} \\
& - a_2(\dot{\theta}_2)^2 m_3 y_3 C\theta_3 + d_2(\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 C\theta_3 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3(x_3)^2 C\theta_2 \\
& + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3(y_3)^2 C\theta_2 + \frac{a_2(\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 S\theta_3}{2} + a_2(\dot{\theta}_2)^2 m_3 x_3 S\theta_3 \\
& + d_2(\dot{\theta}_1)^2 m_3 y_3 S\theta_3 - I_{xx_3}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 C2\theta_3 C\theta_3 + I_{yy_3}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 C2\theta_3 C\theta_2 \\
& + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3(x_3)^2 S2\theta_2}{2} + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3(y_3)^2 S2\theta_2}{2} + \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 y_3 C2\theta_3}{2} \\
& - (\dot{\theta}_2)^2 m_3 x_3 y_3 C2\theta_3 + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 y_3 C2\theta_3}{2} - \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3(x_3)^2 C2\theta_2 S2\theta_3}{4} \\
& - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3(x_3)^2 C2\theta_2 S2\theta_3}{4} + \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3(y_3)^2 C2\theta_2 S2\theta_3}{4} \\
& + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3(y_3)^2 C2\theta_2 S2\theta_3}{4} - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3(x_3)^2 C2\theta_3 C\theta_1 C\theta_2}{2} \\
& + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3(y_3)^2 C2\theta_3 C\theta_1 C\theta_2}{2} - \frac{d_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3 m_3 x_3 C\theta_3}{4} - \frac{d_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3 m_3 y_3 S\theta_3}{4} \\
& + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 z_3 C\theta_3}{4} + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 z_3 S\theta_3}{4} + \frac{a_2(\dot{\theta}_1)^2 m_3 y_3 C2\theta_2 C\theta_3}{2} \\
& + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3(x_3)^2 C2\theta_3 C\theta_2 - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3(y_3)^2 C2\theta_3 C\theta_2 \\
& - \frac{a_2(\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 C2\theta_2 S\theta_3}{2} + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3(x_3)^2 S2\theta_2 C\theta_1}{4} \\
& + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3(x_3)^2 C2\theta_2 S\theta_1}{2} - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3(x_3)^2 C2\theta_3 S\theta_1}{4} \\
& + \frac{d_3(\dot{\theta}_1)^2 m_3 y_3 S2\theta_2 C\theta_3}{2} + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3(y_3)^2 S2\theta_2 C\theta_1}{4} \\
& + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3(y_3)^2 C2\theta_2 S\theta_1}{2} + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3(y_3)^2 C2\theta_3 S\theta_1}{4} \\
& - \frac{d_3(\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 S2\theta_2 S\theta_3}{2} - \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3 y_3 z_3 S2\theta_2 C\theta_3}{2} \\
& + \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 z_3 S2\theta_2 S\theta_3}{2} + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3(x_3)^2 S2\theta_2 S2\theta_3 S\theta_1}{4} \\
& - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3(y_3)^2 S2\theta_2 S2\theta_3 S\theta_1}{4} - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3(x_3)^2 C2\theta_3 S2\theta_2}{4} \\
& + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3(y_3)^2 C2\theta_3 S2\theta_2}{4} + \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 y_3 C2\theta_2 C2\theta_3}{2} \\
& + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 y_3 C2\theta_2 C2\theta_3}{2} - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 S2\theta_2 S2\theta_2}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2a_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2m_3x_3C\theta_2C\theta_3 - \frac{a_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3C\theta_3S\theta_1}{4} + 2a_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2m_3y_3C\theta_2S\theta_3 \\
& + 2d_3\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2m_3x_3C\theta_3S\theta_2 - \frac{a_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3S\theta_1S\theta_3}{4} + 2d_3\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2m_3y_3S\theta_2S\theta_3 \\
& - 2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2m_3x_3z_3C\theta_3S\theta_2 - 2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2m_3y_3z_3S\theta_2S\theta_3 \\
& + \frac{\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3(x_3)^2S2\theta_3C\theta_2S\theta_1}{2} - \frac{\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3(y_3)^2S2\theta_3C\theta_2S\theta_1}{2} \\
& - (\dot{\theta}_3)^2m_3x_3y_3S2\theta_3C\theta_1C\theta_2 - \frac{d_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3C2\theta_2C\theta_3}{4} \\
& + \frac{a_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3S2\theta_2C\theta_3}{4} - \frac{d_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3C2\theta_2S\theta_3}{4} + \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3z_3C2\theta_2C\theta_3}{4} \\
& + \frac{a_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3S2\theta_2S\theta_3}{4} + 2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2m_3x_3y_3S2\theta_3C\theta_2 + \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3z_3C2\theta_2S\theta_3}{4} \\
& - \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3y_3S2\theta_3S\theta_1}{2} - \frac{\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3(x_3)^2C2\theta_3S2\theta_3C\theta_1}{4} \\
& - \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3(x_3)^2C2\theta_2C2\theta_3S\theta_1}{4} + \frac{\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3(y_3)^2C2\theta_3S2\theta_2C\theta_1}{4} \\
& + \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3(y_3)^2C2\theta_2C2\theta_3S\theta_1}{4} - \frac{(\dot{\theta}_3)^2m_3x_3y_3C2\theta_3S2\theta_2S\theta_1}{2} \\
& + \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3z_3C\theta_1C\theta_2C\theta_3}{2} - \frac{a_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3C\theta_1S\theta_2S\theta_3}{2} \\
& - \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3z_3C\theta_1C\theta_2S\theta_3}{2} + \frac{a_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3C2\theta_2C\theta_3S\theta_1}{4} \\
& + \frac{a_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3C2\theta_2S\theta_1S\theta_3}{4} + \frac{d_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3S2\theta_2C\theta_3S\theta_1}{4} \\
& - \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3x_3y_3C2\theta_3C\theta_2S\theta_1 + \frac{d_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3S2\theta_2S\theta_1S\theta_3}{4} \\
& - \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3z_3S2\theta_2C\theta_3S\theta_1}{4} - \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3z_3S2\theta_2S\theta_1S\theta_3}{4} \\
& - \frac{\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3x_3y_3S2\theta_2S2\theta_3C\theta_1}{2} - \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3y_3C2\theta_2S2\theta_3S\theta_1}{2} \\
& - \frac{d_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3C\theta_1C\theta_2C\theta_3}{2} + \frac{a_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3C\theta_1C\theta_3S\theta_2}{2} \\
& + \frac{d_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3C\theta_1C\theta_2S\theta_3}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tau_1 = & \frac{I_{xx_2}\ddot{\theta}_1}{2} + \frac{I_{xx_3}\ddot{\theta}_1}{4} + \frac{I_{yy_2}\ddot{\theta}_1}{2} + \frac{I_{yy_3}\ddot{\theta}_1}{4} + I_{zz_1}\dot{\theta}_1 + \frac{I_{zz_3}\ddot{\theta}_1}{2} + \dot{\theta}_1 m_1(x_1)^2 + \frac{\dot{\theta}_1 m_2(x_2)^2}{2} \\
& + \frac{3\dot{\theta}_1 m_3(x_3)^2}{4} + \dot{\theta}_1 m_1(y_1)^2 + \frac{\dot{\theta}_1 m_2(y_2)^2}{2} + \frac{3\dot{\theta}_1 m_3(y_3)^2}{4} + \dot{\theta}_1 m_2(z_2)^2 \\
& + \frac{\dot{\theta}_1 m_3(z_3)^2}{2} + \frac{I_{xx_2}\ddot{\theta}_1 C2\theta_2}{2} + \frac{I_{xx_3}\ddot{\theta}_1 C2\theta_2}{4} + \frac{I_{xx_3}\ddot{\theta}_1 C2\theta_3}{4} - \frac{I_{yy_2}\ddot{\theta}_1 C2\theta_2}{2} \\
& + \frac{I_{yy_3}\ddot{\theta}_1 C2\theta_2}{4} - \frac{I_{yy_3}\ddot{\theta}_1 C2\theta_3}{4} - \frac{I_{zz_3}\ddot{\theta}_1 C2\theta_2}{2} + \frac{(a_2)^2 \dot{\theta}_1 m_3}{2} + I_{zz_3} \dot{\theta}_3 S\theta_2 \\
& + (d_2)^2 \dot{\theta}_1 m_2 + (d_2)^2 \dot{\theta}_1 m_3 + \frac{(d_3)^2 \dot{\theta}_1 m_3}{2} + 2d_2 \dot{\theta}_1 m_2 z_2 - d_3 \dot{\theta}_1 m_3 z_3 \\
& - \frac{(a_2)^2 \dot{\theta}_1 m_3 C2\theta_2}{2} + \frac{I_{xx_3} \ddot{\theta}_2 S2\theta_3 C\theta_2}{2} - \frac{I_{yy_3} \ddot{\theta}_2 S2\theta_3 C\theta_2}{2} + \frac{(d_3)^2 \dot{\theta}_1 m_3 C2\theta_2}{2} \\
& - \frac{\dot{\theta}_1 m_2(x_2)^2 C2\theta_2}{2} - \frac{\dot{\theta}_1 m_3(x_3)^2 C2\theta_2}{4} - \frac{\dot{\theta}_1 m_3(x_3)^2 C2\theta_3}{4} + \frac{\dot{\theta}_1 m_2(y_2)^2 C2\theta_2}{2} \\
& - \frac{\dot{\theta}_1 m_3(y_3)^2 C2\theta_2}{4} + \frac{\dot{\theta}_1 m_3(y_3)^2 C2\theta_3}{4} + \frac{\dot{\theta}_1 m_3(z_3)^2 C2\theta_2}{2} + I_{zz_3} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 C\theta_2 \\
& + \frac{I_{xx_3} \ddot{\theta}_1 C2\theta_2 C2\theta_3}{4} - \frac{I_{yy_3} \ddot{\theta}_1 C2\theta_2 C2\theta_3}{4} - \frac{I_{xx_3} (\dot{\theta}_2)^2 S2\theta_3 S\theta_2}{2} + \frac{I_{yy_3} (\dot{\theta}_2)^2 S2\theta_3 S\theta_2}{2} \\
& - I_{xx_2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 S2\theta_2 - \frac{I_{xx_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 S2\theta_2}{2} - \frac{I_{xx_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 S2\theta_3}{2} + I_{yy_2} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 S2\theta_2 \\
& - \frac{I_{yy_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 S2\theta_2}{2} + \frac{I_{yy_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 S2\theta_3}{2} + I_{zz_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 S2\theta_2 + \dot{\theta}_3 m_3(x_3)^2 S\theta_2 \\
& + \dot{\theta}_3 m_3(y_3)^2 S\theta_2 + \dot{\theta}_2 m_2 y_2 z_2 S\theta_2 - \frac{\dot{\theta}_2 m_3(x_3)^2 S2\theta_3 C\theta_2}{2} + \frac{\dot{\theta}_2 m_3(y_3)^2 S2\theta_3 C\theta_2}{2} \\
& + d_2 d_3 (\dot{\theta}_2)^2 m_3 C\theta_2 - a_2 d_3 \dot{\theta}_1 m_3 S2\theta_2 - a_2 d_2 (\dot{\theta}_2)^2 m_3 S\theta_2 \\
& + \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3(x_3)^2 C\theta_2 + d_2 (\dot{\theta}_2)^2 m_2 y_2 C\theta_2 + \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3(y_3)^2 C\theta_2 - d_3 \dot{\theta}_1 m_3 z_3 C2\theta_2 \\
& - d_2 (\dot{\theta}_2)^2 m_3 z_3 C\theta_2 + a_2 \dot{\theta}_1 m_3 z_3 S2\theta_2 - d_2 (\dot{\theta}_2)^2 m_2 x_2 S\theta_2 + (\dot{\theta}_2)^2 m_2 y_2 z_2 C\theta_2 \\
& - \dot{\theta}_1 m_2 x_2 y_2 S2\theta_2 - \frac{\dot{\theta}_1 m_3 x_3 y_3 S2\theta_3}{2} - (\dot{\theta}_2)^2 m_2 x_2 z_2 S\theta_2 - \frac{\dot{\theta}_1 m_3(x_3)^2 C2\theta_2 C2\theta_3}{4} \\
& + \frac{\dot{\theta}_1 m_3(y_3)^2 C2\theta_2 C2\theta_3}{4} + I_{xx_3} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 C2\theta_3 C\theta_2 - I_{yy_3} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 C2\theta_3 C\theta_2 \\
& - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3(x_3)^2 S2\theta_2 C\theta_1}{8} - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3(y_3)^2 S2\theta_2 C\theta_1}{8} + \frac{(\dot{\theta}_2)^2 m_3(x_3)^2 S2\theta_3 S\theta_2}{2} \\
& - \frac{(\dot{\theta}_2)^2 m_3(y_3)^2 S2\theta_3 S\theta_2}{2} + (a_2)^2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 S2\theta_2 - (d_3)^2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 S2\theta_2 \\
& + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_2(x_2)^2 S2\theta_2 + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3(x_3)^2 S2\theta_2}{2} + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3(x_3)^2 S2\theta_3}{2} \\
& - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_2(y_2)^2 S2\theta_2 + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3(y_3)^2 S2\theta_2}{2} - \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3(y_3)^2 S2\theta_3}{2} \\
& - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3(z_3)^2 S2\theta_2 + a_2 d_2 \dot{\theta}_2 m_3 C\theta_2 + d_2 d_3 \dot{\theta}_2 m_3 S\theta_2 + a_2 \dot{\theta}_1 m_3 x_3 C\theta_3 \\
& + d_2 \dot{\theta}_2 m_2 x_2 C\theta_2 + 2d_2 \dot{\theta}_1 m_3 y_3 C\theta_3 - \frac{I_{xx_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 C2\theta_3 S2\theta_2}{2} - \frac{I_{xx_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 C2\theta_2 S2\theta_3}{2} \\
& + \frac{I_{yy_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 C2\theta_3 S2\theta_2}{2} + \frac{I_{yy_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 C2\theta_2 S2\theta_3}{2} + a_2 \dot{\theta}_1 m_3 y_3 S\theta_3 - 2d_2 \dot{\theta}_1 m_3 x_3 S\theta_3 \\
& + d_2 \dot{\theta}_2 m_2 y_2 S\theta_2 - d_2 \dot{\theta}_2 m_3 z_3 S\theta_2 + \dot{\theta}_2 m_2 x_2 z_2 C\theta_2 - a_2 \dot{\theta}_1 m_3 x_3 C2\theta_2 C\theta_3 \\
& + d_3 (\dot{\theta}_2)^2 m_3 y_3 C\theta_2 C\theta_3 - d_3 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 C\theta_2 C\theta_3 - a_2 \dot{\theta}_1 m_3 y_3 C2\theta_2 S\theta_3 \\
& - a_2 (\dot{\theta}_2)^2 m_3 y_3 C\theta_3 S\theta_2 + a_2 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 C\theta_3 S\theta_2 - d_3 \dot{\theta}_1 m_3 x_3 S2\theta_2 C\theta_3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -d_2(\dot{\theta}_2)^2 m_3 x_3 C\theta_3 S\theta_2 - d_2(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 C\theta_3 S\theta_2 - d_3(\dot{\theta}_2)^2 m_3 x_3 C\theta_2 S\theta_3 \\
& + d_3(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 C\theta_2 S\theta_3 + \ddot{\theta}_2 m_3 x_3 y_3 C2\theta_3 C\theta_2 - (\dot{\theta}_2)^2 m_3 y_3 z_3 C\theta_2 C\theta_3 \\
& + (\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 z_3 C\theta_2 C\theta_3 + a_2(\dot{\theta}_2)^2 m_3 x_3 S\theta_2 S\theta_3 - a_2(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 S\theta_2 S\theta_3 \\
& - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 S\theta_1 S\theta_2}{2} - d_3 \ddot{\theta}_1 m_3 y_3 S2\theta_2 S\theta_3 - d_2(\dot{\theta}_2)^2 m_3 y_3 S\theta_2 S\theta_3 \\
& - d_2(\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 S\theta_2 S\theta_3 - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 S\theta_1 S\theta_2}{4} + \ddot{\theta}_1 m_3 x_3 z_3 S2\theta_2 C\theta_3 \\
& + (\dot{\theta}_2)^2 m_3 x_3 z_3 C\theta_2 S\theta_3 - (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 z_3 C\theta_2 S\theta_3 + a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C\theta_3 \\
& - 2d_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C\theta_3 + \ddot{\theta}_1 m_3 y_3 z_3 S2\theta_2 S\theta_3 - a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 S\theta_3 \\
& - 2d_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 S\theta_3 - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (x_3)^2 S2\theta_3 C\theta_2 S\theta_1}{4} + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (y_3)^2 S2\theta_3 C\theta_2 S\theta_1}{4} \\
& - \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C2\theta_3 C\theta_2 + \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C2\theta_3 C\theta_2 - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 S2\theta_3 C\theta_1}{8} \\
& + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 S2\theta_3 C\theta_1}{8} - 2a_2 d_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 C2\theta_2 - \frac{\ddot{\theta}_1 m_3 x_3 y_3 C2\theta_2 S2\theta_3}{2} \\
& - (\dot{\theta}_2)^2 m_3 x_3 y_3 C2\theta_3 S\theta_2 + 2a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 z_3 C2\theta_2 + a_2 \ddot{\theta}_2 m_3 y_3 C\theta_2 C\theta_3 \\
& + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (x_3)^2 C2\theta_3 S2\theta_2 C\theta_1}{8} - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (y_3)^2 C2\theta_3 S2\theta_2 C\theta_1}{8} \\
& + d_2 \ddot{\theta}_2 m_3 x_3 C\theta_2 C\theta_3 - d_3 \ddot{\theta}_3 m_3 x_3 C\theta_3 C\theta_2 + 2d_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 z_3 S2\theta_2 \\
& - 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_2 x_2 y_2 C2\theta_2 - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 C2\theta_3 - a_2 \ddot{\theta}_2 m_3 x_3 C\theta_2 C\theta_3 \\
& + a_2 \ddot{\theta}_3 m_3 x_3 C\theta_3 S\theta_2 + d_2 \ddot{\theta}_2 m_3 y_3 C\theta_2 S\theta_3 + d_2 \ddot{\theta}_3 m_3 y_3 C\theta_3 S\theta_2 \\
& + d_3 \ddot{\theta}_2 m_3 y_3 C\theta_3 S\theta_2 - d_3 \ddot{\theta}_3 m_3 y_3 C\theta_2 S\theta_3 + \ddot{\theta}_3 m_3 x_3 z_3 C\theta_2 C\theta_3 \\
& + a_2 \ddot{\theta}_3 m_3 y_3 S\theta_2 S\theta_3 - d_2 \ddot{\theta}_3 m_3 x_3 S\theta_2 S\theta_3 - d_3 \ddot{\theta}_2 m_3 x_3 S\theta_2 S\theta_3 \\
& - \ddot{\theta}_2 m_3 y_3 z_3 C\theta_3 S\theta_2 + \ddot{\theta}_3 m_3 y_3 z_3 C\theta_2 S\theta_3 + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 (x_3)^2 C2\theta_3 S2\theta_2}{2} \\
& + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C2\theta_2 S2\theta_3}{2} - \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 (y_3)^2 C2\theta_3 S2\theta_2}{2} - \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C2\theta_2 S2\theta_3}{2} \\
& + \ddot{\theta}_2 m_3 x_3 z_3 S\theta_2 S\theta_3 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 x_3 y_3 S2\theta_2 S2\theta_3 + \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C\theta_1 C\theta_3}{4} \\
& + 2d_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C\theta_2 C\theta_3 - \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C\theta_1 S\theta_3}{4} - 2d_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C\theta_2 S\theta_3 \\
& - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C2\theta_3 S\theta_1 S\theta_2}{4} + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C2\theta_3 S\theta_1 S\theta_2}{4} \\
& + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 y_3 C2\theta_3 C\theta_2 S\theta_1}{2} - a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C2\theta_2 C\theta_3 - 2d_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 x_3 C2\theta_2 C\theta_3 \\
& + 2a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 x_3 S2\theta_2 C\theta_3 + a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C2\theta_2 S\theta_3 - 2d_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 y_3 C2\theta_2 S\theta_3 \\
& - d_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 S2\theta_2 C\theta_3 + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 C2\theta_3 C\theta_1}{4} + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 x_3 z_3 C2\theta_2 C\theta_3 \\
& + 2a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 y_3 S2\theta_2 S\theta_3 + d_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 S2\theta_2 S\theta_3 - 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 S2\theta_3 C\theta_2 \\
& + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 y_3 z_3 C2\theta_2 S\theta_3 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 z_3 S2\theta_2 C\theta_3 - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 z_3 S2\theta_2 S\theta_3 \\
& + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C2\theta_2 S2\theta_3 C\theta_1}{8} - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C2\theta_2 S2\theta_3 C\theta_1}{8} \\
& + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 y_3 S2\theta_2 S2\theta_3 C\theta_1}{4} - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 C2\theta_2 C2\theta_3 \\
& - \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C\theta_3 S\theta_1 S\theta_2}{2} + \frac{d_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C\theta_2 S\theta_1 S\theta_3}{2} - \frac{\dot{\theta}_3 \dot{\theta}_2 m_3 x_3 z_3 C\theta_2 C\theta_3 S\theta_1}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 S \theta_1 S \theta_2 S \theta_3}{2} - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 z_3 C \theta_2 S \theta_1 S \theta_3}{2} \\
& - \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C 2 \theta_2 C \theta_1 C \theta_3}{4} + \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C 2 \theta_2 C \theta_1 S \theta_3}{4} \\
& - \frac{d_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 S 2 \theta_2 C \theta_1 C \theta_3}{4} + \frac{d_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 S 2 \theta_2 C \theta_1 S \theta_3}{4} \\
& + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 z_3 S 2 \theta_2 C \theta_1 C \theta_3}{4} - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 z_3 S 2 \theta_2 C \theta_1 S \theta_3}{4} \\
& - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 S 2 \theta_3 S \theta_1 S \theta_2}{2} - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 C 2 \theta_2 C 2 \theta_3 C \theta_1}{4} \\
& + \frac{d_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C \theta_2 C \theta_3 S \theta_1}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tau_2 = & \frac{I_{xx_3}\ddot{\theta}_2}{2} + \frac{I_{yy_3}\ddot{\theta}_2}{2} + I_{zz_2}\ddot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2 m_2(x_2)^2 + \frac{\ddot{\theta}_2 m_3(x_3)^2}{2} + \dot{\theta}_2 m_2(y_2)^2 + \frac{\ddot{\theta}_2 m_3(y_3)^2}{2} \\
& + \ddot{\theta}_2 m_3(z_3)^2 - \frac{I_{xx_3}\ddot{\theta}_2 C2\theta_3}{2} + \frac{I_{yy_3}\ddot{\theta}_2 C2\theta_3}{2} + \frac{I_{xx_2}(\dot{\theta}_1)^2 S2\theta_2}{2} + \frac{I_{xx_3}(\dot{\theta}_1)^2 S2\theta_2}{4} \\
& - \frac{I_{yy_2}(\dot{\theta}_1)^2 S2\theta_2}{2} + \frac{I_{yy_3}(\dot{\theta}_1)^2 S2\theta_2}{4} - \frac{I_{zz_3}(\dot{\theta}_1)^2 S2\theta_2}{2} + (a_2)^2 \ddot{\theta}_2 m_3 + (d_3)^2 \ddot{\theta}_2 m_3 \\
& - 2d_3 \dot{\theta}_2 m_3 z_3 + \frac{I_{xx_3}\dot{\theta}_1 S2\theta_3 C\theta_2}{2} - \frac{I_{yy_3}\dot{\theta}_1 S2\theta_3 C\theta_2}{2} + \frac{\ddot{\theta}_2 m_3(x_3)^2 C2\theta_3}{2} \\
& - \frac{\ddot{\theta}_2 m_3(y_3)^2 C2\theta_3}{2} - I_{zz_3}\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 C\theta_2 - d_3 g m_3 C\theta_2 + a_2 g m_3 S\theta_2 - g m_2 y_2 C\theta_2 \\
& + g m_2 x_2 S\theta_2 - \frac{(a_2)^2 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 S2\theta_2}{2} + \frac{(d_3)^2 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 S2\theta_2}{2} - \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_2(x_2)^2 S2\theta_2}{2} \\
& - \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3(x_3)^2 S2\theta_2}{4} - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3(x_3)^2 S2\theta_2}{4} + \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_2(y_2)^2 S2\theta_2}{2} \\
& - \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3(y_3)^2 S2\theta_2}{4} - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3(y_3)^2 S2\theta_2}{4} + \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3(z_3)^2 S2\theta_2}{2} \\
& + I_{xx_3}\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 S2\theta_3 - I_{yy_3}\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 S2\theta_3 + \frac{I_{xx_3}(\dot{\theta}_1)^2 C2\theta_3 S2\theta_2}{4} - \frac{I_{yy_3}(\dot{\theta}_1)^2 C2\theta_3 S2\theta_2}{4} \\
& + \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 x_3 z_3 S\theta_3}{2} + \dot{\theta}_1 m_2 y_2 z_2 S\theta_2 - \frac{\dot{\theta}_1 m_3(x_3)^2 S2\theta_3 C\theta_2}{2} + \frac{\dot{\theta}_1 m_3(y_3)^2 S2\theta_3 C\theta_2}{2} \\
& + \frac{\dot{\theta}_3 m_3(x_3)^2 S2\theta_3 S\theta_1}{4} - \frac{\dot{\theta}_3 m_3(y_3)^2 S2\theta_3 S\theta_1}{4} - \frac{d_3(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 C\theta_3}{2} \\
& - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3(x_3)^2 C\theta_2 - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3(y_3)^2 C\theta_2 - \frac{d_3(\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 S\theta_3}{2} + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 z_3 C\theta_3}{2} \\
& + g m_3 x_3 C\theta_3 S\theta_2 + \ddot{\theta}_2 m_3 x_3 y_3 S2\theta_3 + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 z_3 S\theta_3}{2} + g m_3 y_3 S\theta_2 C\theta_3 \\
& + I_{xx_3}\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 C2\theta_3 C\theta_2 - I_{yy_3}\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 C2\theta_3 C\theta_2 - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3(x_3)^2 C2\theta_2 S\theta_1}{4} \\
& + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3(x_3)^2 C2\theta_3 S\theta_1}{2} - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3(y_3)^2 C2\theta_2 S\theta_1}{4} - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3(y_3)^2 C2\theta_3 S\theta_1}{2} \\
& + a_2 d_3 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 C2\theta_2 - \frac{\dot{\theta}_3 m_3(x_3)^2 S2\theta_2 S2\theta_3}{4} + \frac{\dot{\theta}_3 m_3(y_3)^2 S2\theta_2 S2\theta_3}{4} \\
& - a_2 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 z_3 C2\theta_2 - \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3(x_3)^2 S2\theta_3 + \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3(y_3)^2 S2\theta_3 \\
& - d_3 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 z_3 S2\theta_2 + (\dot{\theta}_1)^2 m_2 x_2 y_2 C2\theta_2 - \frac{\dot{\theta}_3 m_3(x_3)^2 C\theta_1 S\theta_2}{2} \\
& - \frac{\dot{\theta}_3 m_3(y_3)^2 C\theta_1 S\theta_2}{2} + a_2 d_2 \dot{\theta}_1 m_3 C\theta_2 + d_2 d_3 \dot{\theta}_1 m_3 S\theta_2 + 2a_2 \ddot{\theta}_2 m_3 x_3 C\theta_3 \\
& - \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3(x_3)^2 C2\theta_3 S2\theta_2}{4} - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3(x_3)^2 C2\theta_3 S2\theta_2}{4} \\
& + \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3(y_3)^2 C2\theta_3 S2\theta_2}{4} + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3(y_3)^2 C2\theta_3 S2\theta_2}{4} + d_2 \dot{\theta}_1 m_2 x_2 C\theta_2 \\
& + \frac{d_3 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C\theta_3}{2} + 2a_2 \ddot{\theta}_2 m_3 y_3 S\theta_3 - \frac{d_3 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 S\theta_3}{2} + d_2 \dot{\theta}_1 m_2 y_2 S\theta_2 \\
& - d_2 \dot{\theta}_1 m_3 z_3 S\theta_2 + \dot{\theta}_1 m_2 x_2 z_2 C\theta_2 - \frac{\dot{\theta}_3 m_3 y_3 z_3 C\theta_3}{2} - \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 y_3 S2\theta_2 S2\theta_3}{2} \\
& - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 y_3 S2\theta_2 S2\theta_3}{2} - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3(x_3)^2 C\theta_1 C\theta_2}{4} - \frac{d_3 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C2\theta_2 C\theta_3}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C \theta_1 C \theta_2}{4} + \frac{a_2 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 C \theta_3 S \theta_1}{2} + \frac{a_2 \ddot{\theta}_3 m_3 y_3 S 2 \theta_2 C \theta_3}{2} \\
& + \frac{d_3 \ddot{\theta}_3 m_3 x_3 C 2 \theta_2 S \theta_3}{2} + \dot{\theta}_1 m_3 x_3 y_3 C 2 \theta_3 C \theta_2 + \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 y_3 z_3 C 2 \theta_2 C \theta_3}{2} \\
& - \frac{a_2 \ddot{\theta}_3 m_3 x_3 S 2 \theta_2 S \theta_3}{2} + \frac{a_2 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 S \theta_1 S \theta_3}{2} + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 S \theta_1 S \theta_2}{2} \\
& + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 S \theta_1 S \theta_2}{2} - \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 C 2 \theta_3 S \theta_1}{2} - \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 x_3 z_3 C 2 \theta_2 S \theta_3}{2} \\
& + 2 a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C \theta_3 - 2 a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 S \theta_3 - \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C 2 \theta_2 S 2 \theta_3 S \theta_1}{4} \\
& + \frac{3 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 (x_3)^2 S 2 \theta_3 C \theta_1 S \theta_2}{4} + \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C 2 \theta_2 S 2 \theta_3 S \theta_1}{4} \\
& - \frac{3 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 (y_3)^2 S 2 \theta_3 C \theta_1 S \theta_2}{4} + d_3 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 C 2 \theta_2 C \theta_3 \\
& + \frac{d_3 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 C 2 \theta_2 C \theta_3}{2} - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C 2 \theta_3 C \theta_2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C 2 \theta_3 C \theta_2 \\
& - a_2 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 S 2 \theta_2 C \theta_3 - \frac{a_2 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 S 2 \theta_2 C \theta_3}{2} + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 S 2 \theta_3 C \theta_1}{4} \\
& + d_3 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 y_3 C 2 \theta_2 S \theta_3 + \frac{d_3 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 C 2 \theta_2 S \theta_3}{2} - \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 S 2 \theta_3 C \theta_1}{4} \\
& - (\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 z_3 C 2 \theta_2 C \theta_3 - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 z_3 C 2 \theta_2 C \theta_3}{2} - a_2 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 y_3 S 2 \theta_2 S \theta_3 \\
& - \frac{a_2 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 S 2 \theta_2 S \theta_3}{2} + \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 C 2 \theta_3 S 2 \theta_2}{2} - (\theta_1)^2 m_3 y_3 z_3 C 2 \theta_2 S \theta_3 \\
& - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 z_3 C 2 \theta_2 S \theta_3}{2} + (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 y_3 S 2 \theta_3 S \theta_1 + a_2 \ddot{\theta}_1 m_3 y_3 C \theta_2 C \theta_3 \\
& - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (x_3)^2 C 2 \theta_2 C 2 \theta_3 S \theta_1}{4} + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (y_3)^2 C 2 \theta_2 C 2 \theta_3 S \theta_1}{4} \\
& + d_2 \ddot{\theta}_1 m_3 x_3 C \theta_2 C \theta_3 + 2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 C 2 \theta_3 - a_2 \ddot{\theta}_1 m_3 x_3 C \theta_2 S \theta_3 \\
& - \frac{a_2 \ddot{\theta}_3 m_3 y_3 C \theta_3 S \theta_1}{2} + d_2 \ddot{\theta}_1 m_3 y_3 C \theta_2 S \theta_3 + d_3 \ddot{\theta}_1 m_3 y_3 C \theta_3 S \theta_2 \\
& + \frac{a_2 \ddot{\theta}_3 m_3 x_3 S \theta_1 S \theta_3}{2} - d_3 \ddot{\theta}_1 m_3 x_3 S \theta_2 S \theta_3 - \ddot{\theta}_1 m_3 y_3 z_3 C \theta_3 S \theta_2 \\
& - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C 2 \theta_2 S 2 \theta_3}{4} + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C 2 \theta_2 S 2 \theta_3}{4} + \dot{\theta}_1 m_3 x_3 z_3 S \theta_2 S \theta_3 \\
& - \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C 2 \theta_3 C \theta_1 S \theta_2}{2} + \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C 2 \theta_3 C \theta_1 S \theta_2}{2} - (\dot{\theta}_3)^2 m_3 y_3 z_3 C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 \\
& - \frac{a_2 \ddot{\theta}_3 m_3 x_3 C 2 \theta_2 S \theta_1 S \theta_3}{2} + a_2 (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3 + \frac{d_3 \ddot{\theta}_3 m_3 y_3 S 2 \theta_2 C \theta_3 S \theta_1}{2} \\
& + (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 z_3 C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3 - 2 a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C \theta_2 C \theta_3 - \frac{a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C \theta_1 C \theta_3}{2} \\
& - \frac{d_3 \ddot{\theta}_3 m_3 x_3 S 2 \theta_2 S \theta_1 S \theta_3}{2} - \ddot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 S 2 \theta_3 C \theta_1 S \theta_2 - \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 y_3 z_3 S 2 \theta_2 C \theta_3 S \theta_1}{2} \\
& + \frac{a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C \theta_1 C \theta_3}{2} - 2 a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C \theta_2 S \theta_3 - 2 d_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C \theta_3 S \theta_2 \\
& + \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 x_3 z_3 S 2 \theta_2 S \theta_1 S \theta_3}{2} - 2 d_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 S \theta_2 S \theta_3 + 2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 z_3 C \theta_3 S \theta_2 \\
& - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C 2 \theta_3 C \theta_1 C \theta_2}{4} + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C 2 \theta_3 C \theta_1 C \theta_2}{4}
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& + 2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3y_3z_3S\theta_2S\theta_3 - \frac{a_2(\dot{\theta}_3)^2m_3x_3C2\theta_2C\theta_3S\theta_1}{2} \\
& - \frac{a_2(\dot{\theta}_3)^2m_3y_3C2\theta_2S\theta_1S\theta_3}{2} - \frac{d_3(\dot{\theta}_3)^2m_3x_3S2\theta_2C\theta_3S\theta_1}{2} \\
& + \frac{\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3(x_3)^2C2\theta_3S\theta_1S\theta_2}{2} - \frac{\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3(y_3)^2C2\theta_3S\theta_1S\theta_2}{2} \\
& + \frac{\ddot{\theta}_3m_3x_3y_3C2\theta_2C\theta_3S\theta_1}{2} - \frac{3(\dot{\theta}_3)^2m_3x_3y_3C2\theta_3C\theta_1S\theta_2}{2} + \frac{a_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3C2\theta_2C\theta_3}{2} \\
& - \frac{d_3(\dot{\theta}_3)^2m_3y_3S2\theta_2S\theta_1S\theta_3}{2} + \frac{(\dot{\theta}_3)^2m_3x_3z_3S2\theta_2C\theta_3S\theta_1}{2} \\
& - \frac{a_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3C2\theta_2S\theta_3}{2} + d_3\ddot{\theta}_3m_3x_3C\theta_1C\theta_2C\theta_3 + \frac{d_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3S2\theta_2C\theta_3}{2} \\
& - \frac{\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3x_3y_3C2\theta_3C\theta_1}{2} + \frac{(\dot{\theta}_3)^2m_3y_3z_3S2\theta_2S\theta_1S\theta_3}{2} - a_2\ddot{\theta}_3m_3x_3C\theta_1C\theta_3S\theta_2 \\
& - \frac{d_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3S2\theta_2S\theta_3}{2} + d_3\ddot{\theta}_3m_3y_3C\theta_1C\theta_2S\theta_3 - 2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3x_3y_3S2\theta_3C\theta_2 \\
& - \ddot{\theta}_3m_3x_3z_3C\theta_1C\theta_2C\theta_3 - \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3z_3S2\theta_2C\theta_3}{2} - a_2\ddot{\theta}_3m_3y_3C\theta_1S\theta_2S\theta_3 \\
& + \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3z_3S2\theta_2S\theta_3}{2} - \ddot{\theta}_3m_3y_3z_3C\theta_1C\theta_2S\theta_3 - \frac{\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3(x_3)^2C2\theta_2S2\theta_3C\theta_1}{4} \\
& + \frac{\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3(y_3)^2C2\theta_2S2\theta_3C\theta_1}{4} + \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3(x_3)^2S2\theta_2S2\theta_3S\theta_1}{4} \\
& - \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3(y_3)^2S2\theta_2S2\theta_3S\theta_1}{4} - \frac{(\dot{\theta}_3)^2m_3x_3y_3C2\theta_2S2\theta_3S\theta_1}{2} \\
& + d_3(\dot{\theta}_3)^2m_3y_3C\theta_1C\theta_2C\theta_3 + \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3y_3C2\theta_2C2\theta_3}{2} + \frac{a_2\ddot{\theta}_3m_3y_3C2\theta_2C\theta_3S\theta_1}{2} \\
& - a_2(\dot{\theta}_3)^2m_3y_3C\theta_1C\theta_3S\theta_2 - d_3(\dot{\theta}_3)^2m_3x_3C\theta_1C\theta_2S\theta_3 \\
& + a_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3x_3C\theta_3S\theta_1S\theta_2 - d_3\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3y_3C\theta_2S\theta_1S\theta_3 - \frac{d_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3C\theta_1S\theta_2S\theta_3}{2} \\
& + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3x_3z_3C\theta_2C\theta_3S\theta_1 + \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3z_3C\theta_1C\theta_3S\theta_2}{2} + a_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3y_3S\theta_1S\theta_2S\theta_3 \\
& + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3y_3z_3C\theta_2S\theta_1S\theta_3 + \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3z_3C\theta_1S\theta_2S\theta_3}{2} \\
& + \frac{a_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3y_3C2\theta_2C\theta_1C\theta_3}{2} - \frac{a_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3x_3C2\theta_2C\theta_1S\theta_3}{2} \\
& + \frac{d_3\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3y_3S2\theta_2C\theta_1C\theta_3}{2} + \frac{d_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3C2\theta_2C\theta_3S\theta_1}{2} \\
& - \frac{a_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3S2\theta_2C\theta_3S\theta_1}{2} - \frac{d_3\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3x_3S2\theta_2C\theta_1S\theta_3}{2} \\
& - \frac{d_3\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3C2\theta_2S\theta_1S\theta_3}{2} - \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3y_3S2\theta_3C\theta_1C\theta_2}{2} \\
& - \frac{\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3y_3z_3S2\theta_2C\theta_1C\theta_3}{2} - \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3y_3z_3C2\theta_2C\theta_3S\theta_1}{2} \\
& + \frac{a_2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3S2\theta_2S\theta_1S\theta_3}{2} + \frac{\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3x_3z_3S2\theta_2C\theta_1S\theta_3}{2} \\
& + \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3z_3C2\theta_2S\theta_1S\theta_3}{2} + \dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3x_3y_3S2\theta_3S\theta_1S\theta_2 \\
& + \frac{\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3m_3x_3y_3C2\theta_2C2\theta_3C\theta_1}{2} - \frac{\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3m_3x_3y_3C2\theta_3S2\theta_2S\theta_1}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3}{2} - \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3}{2} - d_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C \theta_2 C \theta_3 S \theta_1 \\
& - \frac{d_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C \theta_1 C \theta_3 S \theta_2}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tau_3 = & I_{zz_3} \ddot{\theta}_3 + \frac{3\ddot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2}{4} + \frac{3\ddot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2}{4} + \frac{I_{xx_3} (\dot{\theta}_1)^2 S2\theta_3}{4} - \frac{I_{xx_3} (\dot{\theta}_2)^2 S2\theta_3}{2} - \frac{I_{yy_3} (\dot{\theta}_1)^2 S2\theta_3}{4} \\
& + \frac{I_{yy_3} (\dot{\theta}_2)^2 S2\theta_3}{2} + I_{zz_3} \ddot{\theta}_1 S\theta_2 - \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C2\theta_2}{4} + \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C2\theta_3}{4} \\
& - \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C2\theta_2}{4} - \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C2\theta_3}{4} - I_{zz_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 C\theta_2 - \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3 (x_3)^2 S2\theta_3}{4} \\
& + \frac{(\dot{\theta}_2)^2 m_3 (x_3)^2 S2\theta_3}{2} - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (x_3)^2 S2\theta_3}{4} + \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3 (y_3)^2 S2\theta_3}{4} \\
& - \frac{(\dot{\theta}_2)^2 m_3 (y_3)^2 S2\theta_3}{2} + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (y_3)^2 S2\theta_3}{4} + \frac{I_{xx_3} (\dot{\theta}_1)^2 C2\theta_2 S2\theta_3}{4} \\
& - \frac{I_{yy_3} (\dot{\theta}_1)^2 C2\theta_2 S2\theta_3}{4} + \ddot{\theta}_1 m_3 (x_3)^2 S\theta_2 + \ddot{\theta}_1 m_3 (y_3)^2 S\theta_2 + \ddot{\theta}_2 m_3 x_3 z_3 S\theta_3 \\
& + \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 S2\theta_2 S\theta_1}{4} + \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 S2\theta_2 S\theta_1}{4} - \frac{a_2 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 y_3 C\theta_3}{2} \\
& - a_2 (\dot{\theta}_2)^2 m_3 y_3 C\theta_3 + d_2 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 C\theta_3 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 (x_3)^2 C\theta_2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 (y_3)^2 C\theta_2 \\
& + \frac{a_2 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 S\theta_3}{2} + a_2 (\dot{\theta}_2)^2 m_3 x_3 S\theta_3 + d_2 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 y_3 S\theta_3 - g m_3 y_3 C\theta_2 C\theta_3 \\
& + g m_3 x_3 C\theta_2 S\theta_3 + \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 S2\theta_3}{2} + \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C2\theta_2 C2\theta_3}{4} \\
& - \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C2\theta_2 C2\theta_3}{4} - I_{xx_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 C2\theta_3 C\theta_2 + I_{yy_3} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 C2\theta_3 C\theta_2 \\
& + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 S2\theta_2}{2} + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 S2\theta_2}{2} + \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 y_3 C2\theta_3}{2} \\
& - (\dot{\theta}_2)^2 m_3 x_3 y_3 C2\theta_3 + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 y_3 C2\theta_3}{2} - \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3 (x_3)^2 C2\theta_2 S2\theta_3}{4} \\
& - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (x_3)^2 C2\theta_2 S2\theta_3}{4} + \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3 (y_3)^2 C2\theta_2 S2\theta_3}{4} \\
& + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (y_3)^2 C2\theta_2 S2\theta_3}{4} + d_3 \ddot{\theta}_2 m_3 y_3 C\theta_3 - d_3 \ddot{\theta}_2 m_3 x_3 S\theta_3 - \ddot{\theta}_2 m_3 y_3 z_3 C\theta_3 \\
& - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (x_3)^2 C2\theta_3 C\theta_1 C\theta_2}{2} + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (y_3)^2 C2\theta_3 C\theta_1 C\theta_2}{2} - \frac{d_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C\theta_3}{4} \\
& - \frac{d_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 S\theta_3}{4} + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 z_3 C\theta_3}{4} - \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C2\theta_3 S2\theta_2 S\theta_1}{4} \\
& + \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C2\theta_3 S2\theta_2 S\theta_1}{4} + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 z_3 S\theta_3}{4} + \frac{a_2 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 y_3 C2\theta_2 C\theta_3}{2} \\
& + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 (x_3)^2 C2\theta_3 C\theta_2 - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 (y_3)^2 C2\theta_3 C\theta_2 - \frac{a_2 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 C2\theta_2 S\theta_3}{2} \\
& + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 S2\theta_2 C\theta_1}{4} + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C2\theta_2 S\theta_1}{2} - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C2\theta_3 S\theta_1}{4} \\
& + \frac{d_3 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 y_3 S2\theta_2 C\theta_3}{2} + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 S2\theta_2 C\theta_1}{4} + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C2\theta_2 S\theta_1}{2} \\
& + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C2\theta_3 S\theta_1}{4} - \frac{d_3 (\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 S2\theta_2 S\theta_3}{2} + \frac{\dot{\theta}_3 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 C2\theta_2 S2\theta_3}{2} \\
& - \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3 y_3 z_3 S2\theta_2 C\theta_3}{2} + \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 z_3 S2\theta_2 S\theta_3}{2} - d_3 \ddot{\theta}_1 m_3 x_3 C\theta_2 C\theta_3 \\
& + a_2 \ddot{\theta}_1 m_3 x_3 C\theta_3 C\theta_2 + d_2 \ddot{\theta}_1 m_3 y_3 C\theta_3 S\theta_2 - d_3 \ddot{\theta}_1 m_3 y_3 C\theta_2 S\theta_3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \dot{\theta}_1 m_3 x_3 z_3 C \theta_2 C \theta_3 + a_2 \ddot{\theta}_1 m_3 y_3 S \theta_2 S \theta_3 + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (x_3)^2 S 2 \theta_2 S 2 \theta_3 S \theta_1}{4} \\
& - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 (y_3)^2 S 2 \theta_2 S 2 \theta_3 S \theta_1}{4} - d_2 \ddot{\theta}_1 m_3 x_3 S \theta_2 S \theta_3 + \dot{\theta}_1 m_3 y_3 z_3 C \theta_2 S \theta_3 \\
& - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C 2 \theta_3 S 2 \theta_2}{4} + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C 2 \theta_3 S 2 \theta_2}{4} + \frac{(\dot{\theta}_1)^2 m_3 x_3 y_3 C 2 \theta_2 C 2 \theta_3}{2} \\
& + \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 y_3 C 2 \theta_2 C 2 \theta_3}{2} - \frac{\dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 S 2 \theta_3 C \theta_1 C \theta_2}{2} + \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 S 2 \theta_3 C \theta_1 C \theta_2}{2} \\
& - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 S 2 \theta_2 S 2 \theta_3}{2} + 2 a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 x_3 C \theta_2 C \theta_3 - \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C \theta_3 S \theta_1}{4} \\
& + 2 a_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 y_3 C \theta_2 S \theta_3 + 2 d_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 x_3 C \theta_3 S \theta_2 - \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 S \theta_1 S \theta_3}{4} \\
& + 2 d_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 y_3 S \theta_2 S \theta_3 - 2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 x_3 z_3 C \theta_3 S \theta_2 - 2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 y_3 z_3 S \theta_2 S \theta_3 \\
& + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 S 2 \theta_3 C \theta_2 S \theta_1}{2} - \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 S 2 \theta_3 C \theta_2 S \theta_1}{2} \\
& - (\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 y_3 S 2 \theta_3 C \theta_1 C \theta_2 - \frac{d_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C 2 \theta_2 C \theta_3}{4} + \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 S 2 \theta_2 C \theta_3}{4} \\
& - \frac{d_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C 2 \theta_2 S \theta_3}{4} - \frac{\ddot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 S 2 \theta_2 S 2 \theta_3 S \theta_1}{3} + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 z_3 C 2 \theta_2 C \theta_3}{4} \\
& + \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 S 2 \theta_2 S \theta_3}{4} + 2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 m_3 x_3 y_3 S 2 \theta_3 C \theta_2 + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 z_3 C 2 \theta_2 S \theta_3}{4} \\
& - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 S 2 \theta_3 S \theta_1}{2} - \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C 2 \theta_3 S 2 \theta_2 C \theta_1}{4} \\
& - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (x_3)^2 C 2 \theta_2 C 2 \theta_3 S \theta_1}{4} + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C 2 \theta_3 S 2 \theta_2 C \theta_1}{4} \\
& + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 (y_3)^2 C 2 \theta_2 C 2 \theta_3 S \theta_1}{4} - \frac{(\dot{\theta}_3)^2 m_3 x_3 y_3 C 2 \theta_3 S 2 \theta_2 S \theta_1}{2} \\
& + \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 C 2 \theta_3 C \theta_1 C \theta_2 + \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_2 m_3 y_3 z_3 C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3}{2} - \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C \theta_1 S \theta_2 S \theta_3}{2} \\
& - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 z_3 C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3}{2} + \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C 2 \theta_2 C \theta_3 S \theta_1}{4} \\
& + \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C 2 \theta_2 S \theta_1 S \theta_3}{4} + \frac{d_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 S 2 \theta_2 C \theta_3 S \theta_1}{4} \\
& - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 C 2 \theta_3 C \theta_2 S \theta_1 + \frac{d_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 S 2 \theta_2 S \theta_1 S \theta_3}{4} \\
& - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 z_3 S 2 \theta_2 C \theta_3 S \theta_1}{4} - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 z_3 S 2 \theta_2 S \theta_1 S \theta_3}{4} \\
& + \frac{\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 S 2 \theta_2 S 2 \theta_3 C \theta_1}{2} - \frac{\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 y_3 C 2 \theta_2 S 2 \theta_3 S \theta_1}{2} \\
& - \frac{d_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C \theta_1 C \theta_2 C \theta_3}{2} + \frac{a_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 y_3 C \theta_1 C \theta_3 S \theta_2}{2} + \frac{d_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 m_3 x_3 C \theta_1 C \theta_2 S \theta_3}{2}
\end{aligned}$$

### **EK D: Robot koluna ait yörünge planlaması**

Bu tez çalışmasında robot kola ait dinamik analiz hesaplamasında ve PID kontrol yönteminde kullanılmak üzere yörünge planlaması için aşağıda genel denklemleri verilen üçüncü derece polinom kullanılmıştır. Yörünge planlaması için kullanılan üçüncü derece polinom türev alınarak hız ve ivme denklemleri elde edilir.

$$\theta(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$$

$$\dot{\theta}(t) = a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2$$

$$\ddot{\theta}(t) = 2a_2 + 6a_3t$$

Robot kola ait üçüncü derece polinom ile yörünge planlaması yapabilmek için öncelikle robot kolunun başlangıç ve bitiş hızları sıfır alınarak aşağıdaki eşitlikler yazılır.

$$\theta(0) = \theta_0$$

$$\theta(t_f) = \theta_f$$

$$\dot{\theta}(0) = 0$$

$$\dot{\theta}(t_f) = 0$$

Burada  $\theta_0$  robot kol başlangıç konumu,  $\theta_f$  robot kol bitiş konumu,  $\dot{\theta}(0)$  robot kol başlangıç hızı,  $\dot{\theta}(t_f)$  robot kol bitiş hızını ve  $t_f$  robot kolun hareket zamanını ifade eder. Yörünge planlaması için kullanılan üçüncü derece polinomda bulunan  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  ve  $a_3$  denklem katsayı değerleridir. Bu değerler robot kolun başlangıç ve bitiş hızlarının sıfır kabul edilmesiyle aşağıdaki gibi elde edilir.

$$a_0 = \theta_0$$

$$a_1 = 0$$

$$a_2 = \frac{3}{(t_f)^2}(\theta_f - \theta_0)$$

$$a_3 = -\frac{2}{(t_f)^3}(\theta_f - \theta_0)$$

Yukarıda verilen denklemler doğrultusunda tez çalışmasında kullanılan robot kola yörünge planmasının MATLAB uygulamasında yazımı aşağıdaki gibidir.

```

yor = yorunge(t,q1f_value,q2f_value,q3f_value)
q1i = pi/2; %birinci eklemin baillangıç açı değeri
q1f = pi/2+(-q1f_value*pi)/180; %birinci eklemin bitiş açı değeri
q2i = -pi/2; %ikinci eklemin başlangıç açı değeri
q2f = -pi/2+(q2f_value*pi)/180; %ikinci eklemin bitiş açı değeri
q3i = (0*pi)/180; %üçüncü eklemin başlangıç açı değeri
q3f = -(q3f_value*pi)/180; %üçüncü eklemin bitiş açı değeri
tf = 600; %bitiş zamanı

%%% Birinci eklem %%%
a10=q1i;
a11=0;
a12=(3/tf^2)*(q1f-q1i);
a13=(-2/tf^3)*(q1f-q1i);
konum1=a10+a11*t+a12*t^2+a13*t^3;
hiz1=a11+2*a12*t+3*a13*t^2;
ivme1=2*a12+6*a13*t;

%%% İkinci eklem %%%
a20=q2i;
a21=0;
a22=(3/tf^2)*(q2f-q2i);
a23=(-2/tf^3)*(q2f-q2i);
konum2=a20+a21*t+a22*t^2+a23*t^3;
hiz2=a21+2*a22*t+3*a23*t^2;
ivme2=2*a22+6*a23*t;

%%% Üçüncü eklem %%%
a30=q3i;
a31=0;
a32=(3/tf^2)*(q3f-q3i);
a33=(-2/tf^3)*(q3f-q3i);
konum3=a30+a31*t+a32*t^2+a33*t^3;
hiz3=a31+2*a32*t+3*a33*t^2;
ivme3=2*a32+6*a33*t;

yor = [konum1; hiz1; ivme1; konum2; hiz2; ivme2; konum3; hiz3; ivme3;]

```

## EK E: Robot kola ait dinamik denklemlerin MATLAB uygulamasındaki kod yapısı

Dinamik fonksiyon;

```
robot_param = dynNS(u)
g=9.81; a2=335.2e-3; d2=70e-3; d3=19.8e-3; m1=0.294; m2=0.284; m3=0.149;

%%% MOI
x1=0.02360367;      y1=0.05568153;      z1=0.01915990;      Ixx1=0.0003357;
Ixy1=0.0000185;    Ixz1=0.000084;      Iyy1=0.000257;      Iyz1=0.000080;
Izz1=0.000254;
x2=0.16009659; y2=0.01885291; z2=0.00005020; Ixx2=0.000031; Ixy2=0.000043;
Ixz2=0.00000043; Iyy2=0.00308; Iyz2=0.00000000; Izz2=0.0031;
x3=0.09429; y3=0.00036729; z3=0.00000000; Ixx3=0.0000124; Ixy3=0.0000047;
Ixz3=0.00000000; Iyy3=0.00059; Iyz3=0.00000000; Izz3=0.00058;

q1=u(1); %Birinci eklemin konumu
q2=u(4); %İkinci eklemin konumu
q3=u(7); %Üçüncü eklemin konumu
dq1=u(2); %Birinci eklemin hızı
dq2=u(5); %İkinci eklemin hızı
dq3=u(8); %Üçüncü eklemin hızı
ddq1=u(3); %Birinci eklemin ivmesi
ddq2=u(6); %İkinci eklemin ivmesi
ddq3=u(9); %Üçüncü eklemin ivmesi

%%%Kütle matrisi%%%
D11=Izz1 + m2*(d2*cos(q1) + z2*cos(q1) + y2*cos(q2)*sin(q1) -
x2*sin(q1)*sin(q2))^2 + m2*(d2*sin(q1) + z2*sin(q1) - y2*cos(q1)*cos(q2)
+ x2*cos(q1)*sin(q2))^2 + m3*(y3*(cos(q3)*sin(q1) +
cos(q1)*sin(q2)*sin(q3)) - x3*(sin(q1)*sin(q3) - cos(q1)*cos(q3)*sin(q2))
+ d2*sin(q1) - d3*cos(q1)*cos(q2) + a2*cos(q1)*sin(q2))^2 +
m3*(y3*(cos(q1)*cos(q3) - sin(q1)*sin(q2)*sin(q3)) - x3*(cos(q1)*sin(q3)
+ cos(q3)*sin(q1)*sin(q2)) + d2*cos(q1) + d3*cos(q2)*sin(q1) -
a2*sin(q1)*sin(q2))^2 + Ixx2*cos(q2)^2 + Iyy2*sin(q2)^2 + Izz3*sin(q2)^2
+ m1*(y1*cos(q1) + x1*sin(q1))^2 + m1*(x1*cos(q1) - y1*sin(q1))^2 +
Ixx3*cos(q2)^2*cos(q3)^2 + Iyy3*cos(q2)^2*sin(q3)^2;
D12=cos(q1)*(Ixx2*cos(q2)*sin(q1)*sin(q2) - Iyy2*cos(q2)*sin(q1)*sin(q2))
- sin(q1)*(Ixx2*cos(q1)*cos(q2)*sin(q2) - Iyy2*cos(q1)*cos(q2)*sin(q2)) -
cos(q1)*(Izz3*cos(q2)*sin(q1)*sin(q2)
- Ixx3*cos(q2)*cos(q3)*(cos(q1)*sin(q3) + cos(q3)*sin(q1)*sin(q2))
+ Iyy3*cos(q2)*sin(q3)*(cos(q1)*cos(q3) - sin(q1)*sin(q2)*sin(q3)))
+ sin(q1)*(Izz3*cos(q1)*cos(q2)*sin(q2)
+ Ixx3*cos(q2)*cos(q3)*(sin(q1)*sin(q3) - cos(q1)*cos(q3)*sin(q2))
- Iyy3*cos(q2)*sin(q3)*(cos(q3)*sin(q1) + cos(q1)*sin(q2)*sin(q3)))
+ m2*(x2*cos(q1)*cos(q2) + y2*cos(q1)*sin(q2))*(d2*cos(q1) + z2*cos(q1)
+ y2*cos(q2)*sin(q1) - x2*sin(q1)*sin(q2)) + m2*(x2*cos(q2)*sin(q1)
+ y2*sin(q1)*sin(q2))*(d2*sin(q1) + z2*sin(q1) - y2*cos(q1)*cos(q2)
+ x2*cos(q1)*sin(q2)) + m3*(a2*cos(q1)*cos(q2) + d3*cos(q1)*sin(q2)
+ x3*cos(q1)*cos(q2)*cos(q3)
+ y3*cos(q1)*cos(q2)*sin(q3))*(y3*(cos(q1)*cos(q3)
- sin(q1)*sin(q2)*sin(q3)) - x3*(cos(q1)*sin(q3) + cos(q3)*sin(q1)*sin(q2))
+ d2*cos(q1) + d3*cos(q2)*sin(q1) - a2*sin(q1)*sin(q2))
+ m3*(a2*cos(q2)*sin(q1) + d3*sin(q1)*sin(q2) + x3*cos(q2)*cos(q3)*sin(q1)
+ y3*cos(q2)*sin(q1)*sin(q3))*(y3*(cos(q3)*sin(q1)
+ cos(q1)*sin(q2)*sin(q3)) - x3*(sin(q1)*sin(q3) - cos(q1)*cos(q3)*sin(q2))
+ d2*sin(q1) - d3*cos(q1)*cos(q2) + a2*cos(q1)*sin(q2));
D13=sin(q2)*(Ixx3*cos(q2)^2*cos(q3)^2 + Iyy3*cos(q2)^2*sin(q3)^2
+ Izz3*sin(q2)^2 + cos(q1)*cos(q2)*(Izz3*cos(q1)*cos(q2)*sin(q2)
+ Ixx3*cos(q2)*cos(q3)*(sin(q1)*sin(q3) - cos(q1)*cos(q3)*sin(q2))
- Iyy3*cos(q2)*sin(q3)*sin(q1) + cos(q1)*sin(q2)*sin(q3)))
- sin(q2)*(Ixx3*cos(q2)*cos(q3)*sin(q1) + cos(q3)*sin(q1)*sin(q2))
+ d2*cos(q1) + d3*cos(q2)*sin(q1) - a2*sin(q1)*sin(q2));
```

$$\begin{aligned}
& Iyy3*\cos(q2)*\sin(q3)*( \cos(q3)*\sin(q1) + \cos(q1)*\sin(q2)*\sin(q3) ) + \\
& m3*(x3*(\cos(q1)*\cos(q3) - \sin(q1)*\sin(q2)*\sin(q3)) + y3*(\cos(q1)*\sin(q3) \\
& + \cos(q3)*\sin(q1)*\sin(q2))) * (y3*(\cos(q3)*\sin(q1) + \\
& \cos(q1)*\sin(q2)*\sin(q3)) - x3*(\sin(q1)*\sin(q3) - \cos(q1)*\cos(q3)*\sin(q2)) \\
& + d2*\sin(q1) - d3*\cos(q1)*\cos(q2) + a2*\cos(q1)*\sin(q2)) - \\
& m3*(x3*(\cos(q3)*\sin(q1) + \cos(q1)*\sin(q2)*\sin(q3)) + y3*(\sin(q1)*\sin(q3) \\
& - \cos(q1)*\cos(q3)*\sin(q2))) * (y3*(\cos(q1)*\cos(q3) \\
& - \sin(q1)*\sin(q2)*\sin(q3)) - x3*(\cos(q1)*\sin(q3) + \cos(q3)*\sin(q1)*\sin(q2)) \\
& + d2*\cos(q1) + d3*\cos(q2)*\sin(q1) - a2*\sin(q1)*\sin(q2)) + \\
& \cos(q2)*\sin(q1)*(Izz3*\cos(q2)*\sin(q1)*\sin(q2)) - \\
& Ixx3*\cos(q2)*\cos(q3)*( \cos(q1)*\sin(q3) + \cos(q3)*\sin(q1)*\sin(q2) ) + \\
& Iyy3*\cos(q2)*\sin(q3)*( \cos(q1)*\cos(q3) - \sin(q1)*\sin(q2)*\sin(q3) ) ); \\
D21=& \cos(q1)*(Ixx2*\cos(q2)*\sin(q1)*\sin(q2) - Iyy2*\cos(q2)*\sin(q1)*\sin(q2)) \\
& - \sin(q1)*(Ixx2*\cos(q1)*\cos(q2)*\sin(q2) - Iyy2*\cos(q1)*\cos(q2)*\sin(q2)) - \\
& \cos(q1)*(Izz3*\cos(q2)*\sin(q1)*\sin(q2)) - \\
& Ixx3*\cos(q2)*\cos(q3)*( \cos(q1)*\sin(q3) + \cos(q3)*\sin(q1)*\sin(q2) ) + \\
& Iyy3*\cos(q2)*\sin(q3)*( \cos(q1)*\cos(q3) - \sin(q1)*\sin(q2)*\sin(q3) ) + \\
& \sin(q1)*(Izz3*\cos(q1)*\cos(q2)*\sin(q2)) + \\
& Ixx3*\cos(q2)*\cos(q3)*( \sin(q1)*\sin(q3) - \cos(q1)*\cos(q3)*\sin(q2) ) - \\
& Iyy3*\cos(q2)*\sin(q3)*( \cos(q3)*\sin(q1) + \cos(q1)*\sin(q2)*\sin(q3) ) + \\
& m2*(x2*\cos(q1)*\cos(q2) + y2*\cos(q1)*\sin(q2))*(d2*\cos(q1) + z2*\cos(q1) + \\
& y2*\cos(q2)*\sin(q1) - x2*\sin(q1)*\sin(q2)) + m2*(x2*\cos(q2)*\sin(q1) + \\
& y2*\sin(q1)*\sin(q2))*(d2*\sin(q1) + z2*\sin(q1) - y2*\cos(q1)*\cos(q2) + \\
& x2*\cos(q1)*\sin(q2)) + m3*(a2*\cos(q1)*\cos(q2) + d3*\cos(q1)*\sin(q2) + \\
& x3*\cos(q1)*\cos(q2)*\cos(q3) \\
& y3*\cos(q1)*\cos(q2)*\sin(q3)) * (y3*(\cos(q1)*\cos(q3) \\
& - \sin(q1)*\sin(q2)*\sin(q3)) - x3*(\cos(q1)*\sin(q3) + \cos(q3)*\sin(q1)*\sin(q2)) \\
& + d2*\cos(q1) + d3*\cos(q2)*\sin(q1) - a2*\sin(q1)*\sin(q2)) + \\
& m3*(a2*\cos(q2)*\sin(q1) + d3*\sin(q1)*\sin(q2) + x3*\cos(q2)*\cos(q3)*\sin(q1) \\
& + y3*\cos(q2)*\sin(q1)*\sin(q3)) * (y3*(\cos(q3)*\sin(q1) + \\
& \cos(q1)*\sin(q2)*\sin(q3)) - x3*(\sin(q1)*\sin(q3) - \cos(q1)*\cos(q3)*\sin(q2)) \\
& + d2*\sin(q1) - d3*\cos(q1)*\cos(q2) + a2*\cos(q1)*\sin(q2)); \\
D22=& m3*(a2*\cos(q1)*\cos(q2) + d3*\cos(q1)*\sin(q2) + \\
& x3*\cos(q1)*\cos(q2)*\cos(q3) + y3*\cos(q1)*\cos(q2)*\sin(q3))^2 + \\
& m3*(a2*\cos(q2)*\sin(q1) + d3*\sin(q1)*\sin(q2) + x3*\cos(q2)*\cos(q3)*\sin(q1) \\
& + y3*\cos(q2)*\sin(q1)*\sin(q3))^2 - \\
& \cos(q1)*( \sin(q1)*(Iyy2*\cos(q1)*\cos(q2))^2*\sin(q1) - Izz2*\cos(q1)*\sin(q1) + \\
& Ixx2*\cos(q1)*\sin(q1)*\sin(q2)^2) - \cos(q1)*(Izz2*\cos(q1))^2 + \\
& Iyy2*\cos(q2)^2*\sin(q1)^2 + Ixx2*\sin(q1)^2*\sin(q2)^2) - \\
& \sin(q1)*( \cos(q1)*(Iyy2*\cos(q1)*\cos(q2))^2*\sin(q1) - Izz2*\cos(q1)*\sin(q1) + \\
& Ixx2*\cos(q1)*\sin(q1)*\sin(q2)^2) - \sin(q1)*(Iyy2*\cos(q1))^2*\cos(q2)^2 + \\
& Ixx2*\cos(q1)^2*\sin(q2)^2 + Izz2*\sin(q1)^2) + m2*(x2*\cos(q1)*\cos(q2) + \\
& y2*\cos(q1)*\sin(q2))^2 + \cos(q1)*( \sin(q1)*(Ixx3*(\cos(q1)*\sin(q3) \\
& + \cos(q3)*\sin(q1)*\sin(q2)) * (\sin(q1)*\sin(q3) - \cos(q1)*\cos(q3)*\sin(q2)) \\
& + Iyy3*(\cos(q3)*\sin(q1) + \cos(q1)*\sin(q2)*\sin(q3)) * (\cos(q1)*\cos(q3) \\
& - \sin(q1)*\sin(q2)*\sin(q3)) - Izz3*\cos(q1)*\cos(q2)^2*\sin(q1)) + \\
& \cos(q1)*(Ixx3*(\cos(q1)*\sin(q3) + \cos(q3)*\sin(q1)*\sin(q2))^2 + \\
& Iyy3*(\cos(q1)*\cos(q3) - \sin(q1)*\sin(q2)*\sin(q3))^2 + \\
& Izz3*\cos(q2)^2*\sin(q1)^2) + \sin(q1)*( \cos(q1)*(Ixx3*(\cos(q1)*\sin(q3) \\
& + \cos(q3)*\sin(q1)*\sin(q2)) * (\sin(q1)*\sin(q3) - \cos(q1)*\cos(q3)*\sin(q2)) \\
& + Iyy3*(\cos(q3)*\sin(q1) + \cos(q1)*\sin(q2)*\sin(q3)) * (\cos(q1)*\cos(q3) \\
& - \sin(q1)*\sin(q2)*\sin(q3)) - Izz3*\cos(q1)*\cos(q2)^2*\sin(q1)) + \\
& \sin(q1)*(Ixx3*(\sin(q1)*\sin(q3) - \cos(q1)*\cos(q3)*\sin(q2))^2 + \\
& Iyy3*(\cos(q3)*\sin(q1) + \cos(q1)*\sin(q2)*\sin(q3))^2 + \\
& Izz3*\cos(q1)^2*\cos(q2)^2) + m2*(x2*\cos(q2)*\sin(q1) + \\
& y2*\sin(q1)*\sin(q2))^2 + m2*(y2*\cos(q2) - x2*\sin(q2))^2 + m3*(a2*\sin(q2) - \\
& d3*\cos(q2) + x3*\cos(q3)*\sin(q2) + y3*\sin(q2)*\sin(q3))^2; \\
D23=& m3*(x3*(\cos(q1)*\cos(q3) - \sin(q1)*\sin(q2)*\sin(q3)) + \\
& y3*(\cos(q1)*\sin(q3) + \cos(q3)*\sin(q1)*\sin(q2))) * (a2*\cos(q2)*\sin(q1) \\
& + d3*\sin(q1)*\sin(q2) + x3*\cos(q2)*\cos(q3)*\sin(q1) \\
& y3*\cos(q2)*\sin(q1)*\sin(q3))
\end{aligned}$$





```

sin(q1)*sin(q2)*sin(q3)) + y3*(cos(q1)*sin(q3) +
cos(q3)*sin(q1)*sin(q2)))*(a2*cos(q2)*sin(q1) + d3*sin(q1)*sin(q2) +
x3*cos(q2)*cos(q3)*sin(q1) + y3*cos(q2)*sin(q1)*sin(q3)) -
m3*(y3*cos(q2)*cos(q3) - x3*cos(q2)*sin(q3))*(a2*sin(q2) - d3*cos(q2) +
x3*cos(q3)*sin(q2) + y3*sin(q2)*sin(q3)) - m3*(x3*(cos(q3)*sin(q1) +
cos(q1)*sin(q2)*sin(q3)) + y3*(sin(q1)*sin(q3) -
cos(q1)*cos(q3)*sin(q2)))*(a2*cos(q1)*cos(q2) + d3*cos(q1)*sin(q2) +
x3*cos(q1)*cos(q2)*cos(q3) + y3*cos(q1)*cos(q2)*sin(q3));
D33=m3*(x3*(cos(q3)*sin(q1) + cos(q1)*sin(q2)*sin(q3)) +
y3*(sin(q1)*sin(q3) - cos(q1)*cos(q3)*sin(q2)))^2 +
m3*(x3*(cos(q1)*cos(q3) - sin(q1)*sin(q2)*sin(q3)) + y3*(cos(q1)*sin(q3)
+ cos(q3)*sin(q1)*sin(q2)))^2 +
sin(q2)*(sin(q2)*(Ixx3*cos(q2)^2*cos(q3)^2 + Iyy3*cos(q2)^2*sin(q3)^2 +
Izz3*sin(q2)^2) + cos(q1)*cos(q2)*(Izz3*cos(q1)*cos(q2)*sin(q2) +
Ixx3*cos(q2)*cos(q3)*(sin(q1)*sin(q3) - cos(q1)*cos(q3)*sin(q2)) -
Iyy3*cos(q2)*sin(q3)*(cos(q3)*sin(q1) + cos(q1)*sin(q2)*sin(q3))) +
cos(q2)*sin(q1)*(Izz3*cos(q2)*sin(q1)*sin(q2) -
Ixx3*cos(q2)*cos(q3)*(cos(q1)*sin(q3) + cos(q3)*sin(q1)*sin(q2)) +
Iyy3*cos(q2)*sin(q3)*(cos(q1)*cos(q3) - sin(q1)*sin(q2)*sin(q3)))) +
m3*(y3*cos(q2)*cos(q3) - x3*cos(q2)*sin(q3))*(x3*(cos(q1)*cos(q3) -
sin(q1)*sin(q2)*sin(q3)) + y3*(cos(q1)*sin(q3) + cos(q3)*sin(q1)*sin(q2)))
+ cos(q1)*cos(q2)*(sin(q2)*(Izz3*cos(q1)*cos(q2)*sin(q2) +
Ixx3*cos(q2)*cos(q3)*(sin(q1)*sin(q3) - cos(q1)*cos(q3)*sin(q2)) -
Iyy3*cos(q2)*sin(q3)*(cos(q3)*sin(q1) + cos(q1)*sin(q2)*sin(q3))) -
cos(q2)*sin(q1)*(Ixx3*(cos(q1)*sin(q3)
cos(q3)*sin(q1)*sin(q2))*(sin(q1)*sin(q3) - cos(q1)*cos(q3)*sin(q2)) +
Iyy3*(cos(q3)*sin(q1) + cos(q1)*sin(q2)*sin(q3))*(cos(q1)*cos(q3) -
sin(q1)*sin(q2)*sin(q3))) - Izz3*cos(q1)*cos(q2)^2*sin(q1)) +
cos(q1)*cos(q2)*(Ixx3*(sin(q1)*sin(q3) - cos(q1)*cos(q3)*sin(q2))^2 +
Iyy3*(cos(q3)*sin(q1) + cos(q1)*sin(q2)*sin(q3))^2 +
Izz3*cos(q1)^2*cos(q2)^2)) +
cos(q2)*sin(q1)*(sin(q2)*(Izz3*cos(q2)*sin(q1)*sin(q2) -
Ixx3*cos(q2)*cos(q3)*(cos(q1)*sin(q3) + cos(q3)*sin(q1)*sin(q2)) +
Iyy3*cos(q2)*sin(q3)*(cos(q1)*cos(q3) - sin(q1)*sin(q2)*sin(q3))) -
cos(q1)*cos(q2)*(Ixx3*(cos(q1)*sin(q3)
cos(q3)*sin(q1)*sin(q2))*(sin(q1)*sin(q3) - cos(q1)*cos(q3)*sin(q2)) +
Iyy3*(cos(q3)*sin(q1) + cos(q1)*sin(q2)*sin(q3))*(cos(q1)*cos(q3) -
sin(q1)*sin(q2)*sin(q3))) - Izz3*cos(q1)*cos(q2)^2*sin(q1)) +
cos(q2)*sin(q1)*(Ixx3*(cos(q1)*sin(q3) + cos(q3)*sin(q1)*sin(q2))^2 +
Iyy3*(cos(q1)*cos(q3) - sin(q1)*sin(q2)*sin(q3))^2 +
Izz3*cos(q2)^2*sin(q1)^2));
D=[D11 D12 D13; D21 D22 D23; D31 D32 D33];
%%% Coriolis kuvvetleri%%%
C1=Iyy3*dq2*dq3*cos(q2) - Ixx3*dq2*dq3*cos(q2) + Izz3*dq2*dq3*cos(q2) -
Ixx2*dq1*dq2*sin(2*q2) + Iyy2*dq1*dq2*sin(2*q2) - Iyy3*dq1*dq2*sin(2*q2)
+ Izz3*dq1*dq2*sin(2*q2) - Ixx3*dq2^2*cos(q3)*sin(q2)*sin(q3) +
Iyy3*dq2^2*cos(q3)*sin(q2)*sin(q3) + d2*d3*dq2^2*m3*cos(q2) -
a2*d2*dq2^2*m3*sin(q2) + 2*dq2*dq3*m3*x3^2*cos(q2) +
d2*dq2^2*m2*y2*cos(q2) - d2*dq2^2*m2*x2*sin(q2) + dq2^2*m2*y2*z2*cos(q2)
+ 2*a2*d3*dq1*dq2*m3 + dq2^2*m3*x3*y3*sin(q2) - dq2^2*m2*x2*z2*sin(q2) +
2*Ixx3*dq2*dq3*cos(q2)*cos(q3)^2 - 2*Iyy3*dq2*dq3*cos(q2)*cos(q3)^2 +
2*dq1*dq2*m2*x2*y2 + a2^2*dq1*dq2*m3*sin(2*q2) - d3^2*dq1*dq2*m3*sin(2*q2)
+ dq1*dq2*m2*x2^2*sin(2*q2) - dq1*dq2*m2*y2^2*sin(2*q2) +
dq1*dq2*m3*y3^2*sin(2*q2) + dq2^2*m3*x3^2*cos(q3)*sin(q2)*sin(q3) -
dq2^2*m3*y3^2*cos(q3)*sin(q2)*sin(q3) + d3*dq2^2*m3*y3*cos(q2)*cos(q3) -
d3*dq3^2*m3*y3*cos(q2)*cos(q3) - a2*dq2^2*m3*y3*cos(q3)*sin(q2) +
a2*dq3^2*m3*y3*cos(q3)*sin(q2) - d2*dq2^2*m3*x3*cos(q3)*sin(q2) -
d2*dq3^2*m3*x3*cos(q3)*sin(q2) - d3*dq2^2*m3*x3*cos(q2)*sin(q3) +
d3*dq3^2*m3*x3*cos(q2)*sin(q3) + a2*dq2^2*m3*x3*sin(q2)*sin(q3) -
a2*dq3^2*m3*x3*sin(q2)*sin(q3) - d2*dq2^2*m3*y3*sin(q2)*sin(q3) -
d2*dq3^2*m3*y3*sin(q2)*sin(q3) - (dq2*dq3*m3*y3^2*sin(q1)*sin(q2))/2 -

```

$$\begin{aligned}
& (dq3^2*m3*x3*y3*cos(q2)*sin(q1))/2 + 2*a2*dq1*dq3*m3*y3*cos(q3) - \\
& 2*d2*dq1*dq3*m3*x3*cos(q3) + 2*d3*dq1*dq2*m3*x3*cos(q3) - \\
& 2*a2*dq1*dq3*m3*x3*sin(q3) - 2*d2*dq1*dq3*m3*y3*sin(q3) + \\
& 2*d3*dq1*dq2*m3*y3*sin(q3) - (dq2*dq3*m3*x3*y3*cos(q1))/2 - \\
& 2*Ixx3*dq1*dq2*cos(q2)*cos(q3)^2*sin(q2) - \\
& 2*Ixx3*dq1*dq3*cos(q2)^2*cos(q3)*sin(q3) + \\
& 2*Iyy3*dq1*dq2*cos(q2)*cos(q3)^2*sin(q2) + \\
& 2*Iyy3*dq1*dq3*cos(q2)^2*cos(q3)*sin(q3) - \\
& 2*dq2*dq3*m3*x3^2*cos(q2)*cos(q3)^2 + 2*dq2*dq3*m3*y3^2*cos(q2)*cos(q3)^2 - \\
& 4*a2*d3*dq1*dq2*m3*cos(q2)^2 - 2*dq2^2*m3*x3*y3*cos(q3)^2*sin(q2) - \\
& 4*dq1*dq2*m2*x2*y2*cos(q2)^2 + 2*dq1*dq3*m3*x3*y3*cos(q2)^2 - \\
& (dq3^2*m3*x3^2*cos(q1)*cos(q2)*sin(q2))/2 + \\
& (a2*dq2*dq3*m3*y3*cos(q1)*cos(q3))/2 + 2*d2*dq2*dq3*m3*y3*cos(q2)*cos(q3) - \\
& (a2*dq2*dq3*m3*x3*cos(q1)*sin(q3))/2 + \\
& (dq3^2*m3*x3^2*cos(q1)*cos(q2)*cos(q3)^2*sin(q2))/2 - \\
& (dq3^2*m3*y3^2*cos(q1)*cos(q2)*cos(q3)^2*sin(q2))/2 - \\
& 2*d2*dq2*dq3*m3*x3*cos(q2)*sin(q3) + \\
& 2*dq1*dq2*m3*x3^2*cos(q2)*cos(q3)^2*sin(q2) + \\
& 2*dq1*dq3*m3*x3^2*cos(q2)^2*cos(q3)*sin(q3) - \\
& 2*dq1*dq2*m3*y3^2*cos(q2)*cos(q3)^2*sin(q2) - \\
& 2*dq1*dq3*m3*y3^2*cos(q2)^2*cos(q3)*sin(q3) - \\
& (dq2*dq3*m3*x3^2*cos(q3)^2*sin(q1)*sin(q2))/2 + \\
& (dq2*dq3*m3*y3^2*cos(q3)^2*sin(q1)*sin(q2))/2 + \\
& dq3^2*m3*x3*y3*cos(q2)*cos(q3)^2*sin(q1) - \\
& 2*a2*dq1*dq3*m3*y3*cos(q2)^2*cos(q3) - \\
& 4*d3*dq1*dq2*m3*x3*cos(q2)^2*cos(q3) + \\
& 2*a2*dq1*dq3*m3*x3*cos(q2)^2*sin(q3) - \\
& 4*d3*dq1*dq2*m3*y3*cos(q2)^2*sin(q3) + \\
& (dq2*dq3*m3*x3*y3*cos(q1)*cos(q2)^2)/2 + \\
& dq2*dq3*m3*x3*y3*cos(q1)*cos(q3)^2 - \\
& (dq3^2*m3*x3^2*cos(q2)*cos(q3)*sin(q1)*sin(q3))/2 + \\
& (dq3^2*m3*y3^2*cos(q2)*cos(q3)*sin(q1)*sin(q3))/2 - \\
& 4*dq1*dq3*m3*x3*y3*cos(q2)^2*cos(q3)^2 - \\
& (dq2*dq3*m3*x3^2*cos(q1)*cos(q3)*sin(q3))/2 + \\
& (dq2*dq3*m3*y3^2*cos(q1)*cos(q3)*sin(q3))/2 - \\
& (a2*dq2*dq3*m3*x3*cos(q3)*sin(q1)*sin(q2))/2 + \\
& 4*a2*dq1*dq2*m3*y3*cos(q2)*sin(q2)*sin(q3) + \\
& 2*d3*dq1*dq3*m3*x3*cos(q2)*sin(q2)*sin(q3) + \\
& (d3*dq2*dq3*m3*y3*cos(q2)*sin(q1)*sin(q3))/2 - \\
& 4*dq2*dq3*m3*x3*y3*cos(q2)*cos(q3)*sin(q3) - \\
& (a2*dq2*dq3*m3*y3*sin(q1)*sin(q2)*sin(q3))/2 + \\
& (dq2*dq3*m3*x3^2*cos(q1)*cos(q2)^2*cos(q3)*sin(q3))/2 - \\
& (dq2*dq3*m3*y3^2*cos(q1)*cos(q2)^2*cos(q3)*sin(q3))/2 + \\
& (a2*dq2*dq3*m3*y3*cos(q1)*cos(q2)^2*cos(q3))/2 + \\
& (a2*dq2*dq3*m3*x3*cos(q1)*cos(q2)^2*sin(q3))/2 - \\
& dq2*dq3*m3*x3*y3*cos(q1)*cos(q2)^2*cos(q3)^2 + \\
& 4*a2*dq1*dq2*m3*x3*cos(q2)*cos(q3)*sin(q2) + \\
& (d3*dq2*dq3*m3*x3*cos(q2)*cos(q3)*sin(q1))/2 - \\
& 2*d3*dq1*dq3*m3*y3*cos(q2)*cos(q3)*sin(q2) - \\
& dq2*dq3*m3*x3*y3*cos(q3)*sin(q1)*sin(q2)*sin(q3) + \\
& dq3^2*m3*x3*y3*cos(q1)*cos(q2)*cos(q3)*sin(q2)*sin(q3) - \\
& (d3*dq2*dq3*m3*y3*cos(q1)*cos(q2)*cos(q3)*sin(q2))/2 + \\
& (d3*dq2*dq3*m3*x3*cos(q1)*cos(q2)*sin(q2)*sin(q3))/2 + \\
& 4*dq1*dq2*m3*x3*y3*cos(q2)*cos(q3)*sin(q2)*sin(q3); \\
C2=(Ixx2*dq1^2*sin(2*q2))/2 + (Ixx3*dq1^2*sin(2*q2))/4 - \\
(Iyy2*dq1^2*sin(2*q2))/2 + (Iyy3*dq1^2*sin(2*q2))/4 - \\
(Izz3*dq1^2*sin(2*q2))/2 - Izz3*dq1*dq3*cos(q2) - \\
(a2^2*dq1^2*m3*sin(2*q2))/2 + (d3^2*dq1^2*m3*sin(2*q2))/2 - \\
(dq1^2*m2*x2^2*sin(2*q2))/2 - (dq1^2*m3*x3^2*sin(2*q2))/4 - \\
(dq3^2*m3*x3^2*sin(2*q2))/4 + (dq1^2*m2*y2^2*sin(2*q2))/2 - \\
(dq1^2*m3*y3^2*sin(2*q2))/4 - (dq3^2*m3*y3^2*sin(2*q2))/4 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& I_{xx3}dq_2dq_3\sin(2q_3) - I_{yy3}dq_2dq_3\sin(2q_3) + \\
& (I_{xx3}dq_1^2\cos(2q_3)\sin(2q_2))/4 - (I_{yy3}dq_1^2\cos(2q_3)\sin(2q_2))/4 - \\
& (d_3dq_3^2m_3x_3\cos(q_3))/2 - dq_1dq_3m_3x_3^2\cos(q_2) - \\
& dq_1dq_3m_3y_3^2\cos(q_2) - (d_3dq_3^2m_3y_3\sin(q_3))/2 + \\
& I_{xx3}dq_1dq_3\cos(2q_3)\cos(q_2) - I_{yy3}dq_1dq_3\cos(2q_3)\cos(q_2) - \\
& (dq_3^2m_3x_3^2\cos(2q_2)\sin(q_1))/4 + (dq_3^2m_3x_3^2\cos(2q_3)\sin(q_1))/2 \\
& - (dq_3^2m_3y_3^2\cos(2q_2)\sin(q_1))/4 - \\
& (dq_3^2m_3y_3^2\cos(2q_3)\sin(q_1))/2 + a_2d_3dq_1^2m_3\cos(2q_2) - \\
& dq_2dq_3m_3x_3^2\sin(2q_3) + dq_2dq_3m_3y_3^2\sin(2q_3) + \\
& dq_1^2m_2x_2^2\cos(2q_2) - (dq_1^2m_3x_3^2\cos(2q_3)\sin(2q_2))/4 - \\
& (dq_3^2m_3x_3^2\cos(2q_3)\sin(2q_2))/4 + \\
& (dq_1^2m_3y_3^2\cos(2q_3)\sin(2q_2))/4 + \\
& (dq_3^2m_3y_3^2\cos(2q_3)\sin(2q_2))/4 - \\
& (dq_1^2m_3x_3y_3\sin(2q_2)\sin(2q_3))/2 - \\
& (dq_3^2m_3x_3y_3\sin(2q_2)\sin(2q_3))/2 - \\
& (dq_2dq_3m_3x_3^2\cos(q_1)\cos(q_2))/4 - (dq_2dq_3m_3y_3^2\cos(q_1)\cos(q_2))/4 + \\
& + (a_2dq_3^2m_3x_3\cos(q_3)\sin(q_1))/2 + (a_2dq_3^2m_3y_3\sin(q_1)\sin(q_3))/2 \\
& + (dq_1dq_3m_3x_3^2\sin(q_1)\sin(q_2))/2 + \\
& (dq_1dq_3m_3y_3^2\sin(q_1)\sin(q_2))/2 + 2a_2dq_2dq_3m_3y_3\cos(q_3) - \\
& 2a_2dq_2dq_3m_3x_3\sin(q_3) + \\
& (3dq_3^2m_3x_3^2\sin(2q_3)\cos(q_1)\sin(q_2))/4 - \\
& (3dq_3^2m_3y_3^2\sin(2q_3)\cos(q_1)\sin(q_2))/4 + \\
& d_3dq_1^2m_3x_3\cos(2q_2)\cos(q_3) + (d_3dq_3^2m_3x_3\cos(2q_2)\cos(q_3))/2 - \\
& dq_1dq_3m_3x_3^2\cos(2q_3)\cos(q_2) + dq_1dq_3m_3y_3^2\cos(2q_3)\cos(q_2) - \\
& a_2dq_1^2m_3x_3\sin(2q_2)\cos(q_3) - (a_2dq_3^2m_3x_3\sin(2q_2)\cos(q_3))/2 + \\
& (dq_1dq_3m_3x_3^2\sin(2q_3)\cos(q_1))/4 + d_3dq_1^2m_3y_3\cos(2q_2)\sin(q_3) \\
& + (d_3dq_3^2m_3y_3\cos(2q_2)\sin(q_3))/2 - \\
& (dq_1dq_3m_3y_3^2\sin(2q_3)\cos(q_1))/4 - a_2dq_1^2m_3y_3\sin(2q_2)\sin(q_3) \\
& - (a_2dq_3^2m_3y_3\sin(2q_2)\sin(q_3))/2 + dq_3^2m_3x_3y_3\sin(2q_3)\sin(q_1) \\
& - (dq_3^2m_3x_3^2\cos(2q_2)\cos(2q_3)\sin(q_1))/4 + \\
& (dq_3^2m_3y_3^2\cos(2q_2)\cos(2q_3)\sin(q_1))/4 + \\
& 2dq_2dq_3m_3x_3y_3\cos(2q_3) - (dq_2dq_3m_3x_3^2\cos(2q_2)\sin(2q_3))/4 + \\
& (dq_2dq_3m_3y_3^2\cos(2q_2)\sin(2q_3))/4 + \\
& a_2dq_3^2m_3x_3\cos(q_1)\sin(q_2)\sin(q_3) - \\
& 2a_2dq_1dq_3m_3x_3\cos(q_2)\cos(q_3) - (a_2dq_1dq_3m_3y_3\cos(q_1)\cos(q_3))/2 \\
& + (a_2dq_1dq_3m_3x_3\cos(q_1)\sin(q_3))/2 - \\
& 2a_2dq_1dq_3m_3y_3\cos(q_2)\sin(q_3) - 2d_3dq_1dq_3m_3x_3\cos(q_3)\sin(q_2) - \\
& 2d_3dq_1dq_3m_3y_3\sin(q_2)\sin(q_3) - \\
& (dq_2dq_3m_3x_3^2\cos(2q_3)\cos(q_1)\cos(q_2))/4 + \\
& (dq_2dq_3m_3y_3^2\cos(2q_3)\cos(q_1)\cos(q_2))/4 - \\
& (a_2dq_3^2m_3x_3\cos(2q_2)\cos(q_3)\sin(q_1))/2 - \\
& (a_2dq_3^2m_3y_3\cos(2q_2)\sin(q_1)\sin(q_3))/2 - \\
& (d_3dq_3^2m_3x_3\sin(2q_2)\cos(q_3)\sin(q_1))/2 + \\
& (dq_1dq_3m_3x_3^2\cos(2q_3)\sin(q_1)\sin(q_2))/2 - \\
& (dq_1dq_3m_3y_3^2\cos(2q_3)\sin(q_1)\sin(q_2))/2 - \\
& (3dq_3^2m_3x_3y_3\cos(2q_3)\cos(q_1)\sin(q_2))/2 + \\
& (a_2dq_2dq_3m_3y_3\cos(2q_2)\cos(q_3))/2 - \\
& (d_3dq_3^2m_3y_3\sin(2q_2)\sin(q_1)\sin(q_3))/2 - \\
& (a_2dq_2dq_3m_3x_3\cos(2q_2)\sin(q_3))/2 + \\
& (d_3dq_2dq_3m_3y_3\sin(2q_2)\cos(q_3))/2 - \\
& (dq_1dq_3m_3x_3y_3\cos(2q_3)\cos(q_1))/2 - \\
& (d_3dq_2dq_3m_3x_3\sin(2q_2)\sin(q_3))/2 - \\
& 2dq_1dq_3m_3x_3y_3\sin(2q_3)\cos(q_2) - \\
& (dq_1dq_3m_3x_3^2\cos(2q_2)\sin(2q_3)\cos(q_1))/4 + \\
& (dq_1dq_3m_3y_3^2\cos(2q_2)\sin(2q_3)\cos(q_1))/4 + \\
& (dq_2dq_3m_3x_3^2\sin(2q_2)\sin(2q_3)\sin(q_1))/4 - \\
& (dq_2dq_3m_3y_3^2\sin(2q_2)\sin(2q_3)\sin(q_1))/4 - \\
& (dq_3^2m_3x_3y_3\cos(2q_2)\sin(2q_3)\sin(q_1))/2 + \\
& d_3dq_3^2m_3y_3\cos(q_1)\cos(q_2)\cos(q_3) + \\
& (dq_2dq_3m_3x_3y_3\cos(2q_2)\cos(2q_3))/2 - \\
& a_2dq_3^2m_3y_3\cos(q_1)\cos(q_3)\sin(q_2) -
\end{aligned}$$

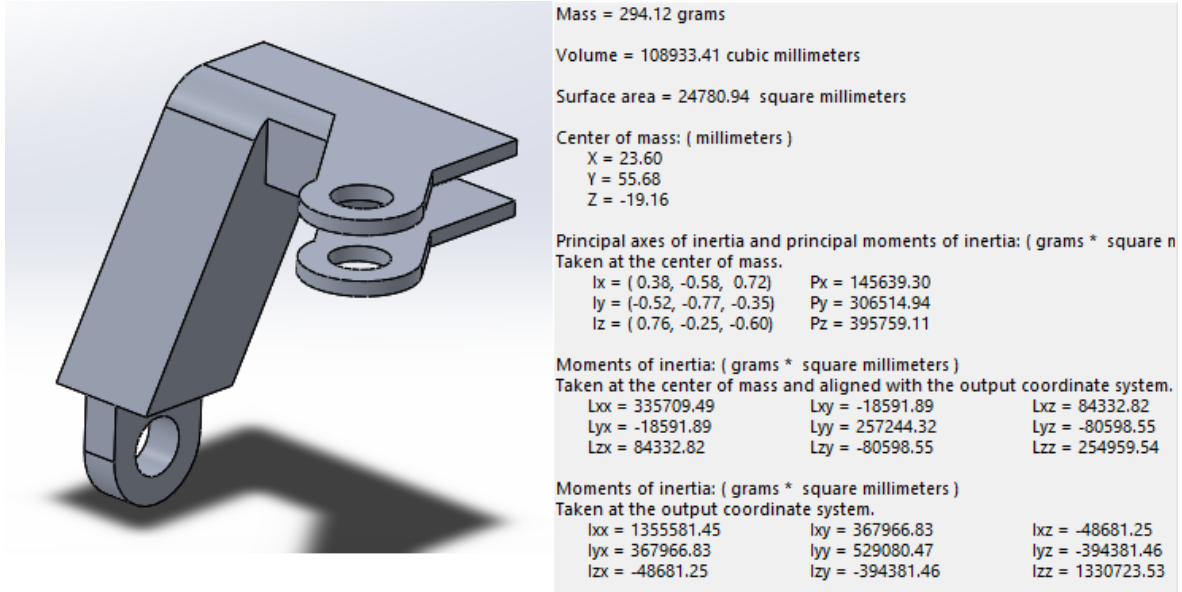
$$\begin{aligned}
& d3*dq3^2*m3*x3*cos(q1)*cos(q2)*sin(q3) & + \\
& a2*dq1*dq3*m3*x3*cos(q3)*sin(q1)*sin(q2) & - \\
& d3*dq1*dq3*m3*y3*cos(q2)*sin(q1)*sin(q3) & - \\
& (d3*dq2*dq3*m3*y3*cos(q1)*sin(q2)*sin(q3))/2 & + \\
& a2*dq1*dq3*m3*y3*sin(q1)*sin(q2)*sin(q3) & + \\
& (a2*dq1*dq3*m3*y3*cos(2*q2)*cos(q1)*cos(q3))/2 & - \\
& (a2*dq1*dq3*m3*x3*cos(2*q2)*cos(q1)*sin(q3))/2 & + \\
& (d3*dq1*dq3*m3*y3*sin(2*q2)*cos(q1)*cos(q3))/2 & + \\
& (d3*dq2*dq3*m3*y3*cos(2*q2)*cos(q3)*sin(q1))/2 & - \\
& (a2*dq2*dq3*m3*y3*sin(2*q2)*cos(q3)*sin(q1))/2 & - \\
& (d3*dq1*dq3*m3*x3*sin(2*q2)*cos(q1)*sin(q3))/2 & - \\
& (d3*dq2*dq3*m3*x3*cos(2*q2)*sin(q1)*sin(q3))/2 & - \\
& (dq2*dq3*m3*x3*y3*sin(2*q3)*cos(q1)*cos(q2))/2 & + \\
& (a2*dq2*dq3*m3*x3*sin(2*q2)*sin(q1)*sin(q3))/2 & + \\
& dq1*dq3*m3*x3*y3*sin(2*q3)*sin(q1)*sin(q2) & + \\
& (dq1*dq3*m3*x3*y3*cos(2*q2)*cos(2*q3)*cos(q1))/2 & - \\
& (dq2*dq3*m3*x3*y3*cos(2*q3)*sin(2*q2)*sin(q1))/2 & - \\
& (a2*dq2*dq3*m3*x3*cos(q1)*cos(q2)*cos(q3))/2 & - \\
& (a2*dq2*dq3*m3*y3*cos(q1)*cos(q2)*sin(q3))/2 & - \\
& d3*dq1*dq3*m3*x3*cos(q2)*cos(q3)*sin(q1) & - \\
& (d3*dq2*dq3*m3*x3*cos(q1)*cos(q3)*sin(q2))/2; & \\
C3=(Ixx3*dq1^2*sin(2*q3))/4 & - & (Ixx3*dq2^2*sin(2*q3))/2 & - \\
(Iyy3*dq1^2*sin(2*q3))/4 + (Iyy3*dq2^2*sin(2*q3))/2 + Izz3*dq1*dq2*cos(q2) & & & \\
- (dq1^2*m3*x3^2*sin(2*q3))/4 & + & (dq2^2*m3*x3^2*sin(2*q3))/2 & - \\
(dq3^2*m3*x3^2*sin(2*q3))/4 & + & (dq1^2*m3*y3^2*sin(2*q3))/4 & - \\
(dq2^2*m3*y3^2*sin(2*q3))/2 & + & (dq3^2*m3*y3^2*sin(2*q3))/4 & + \\
(Ixx3*dq1^2*cos(2*q2)*sin(2*q3))/4 - (Iyy3*dq1^2*cos(2*q2)*sin(2*q3))/4 & - & & \\
(a2*dq1^2*m3*y3*cos(q3))/2 & - & a2*dq2^2*m3*y3*cos(q3) & + \\
d2*dq1^2*m3*x3*cos(q3) + dq1*dq2*m3*x3^2*cos(q2) + dq1*dq2*m3*y3^2*cos(q2) & & & \\
+ (a2*dq1^2*m3*x3*sin(q3))/2 & + & a2*dq2^2*m3*x3*sin(q3) & + \\
d2*dq1^2*m3*y3*sin(q3) & - & Ixx3*dq1*dq2*cos(2*q3)*cos(q2) & + \\
Iyy3*dq1*dq2*cos(2*q3)*cos(q2) & + & (dq2*dq3*m3*x3^2*sin(2*q2))/2 & + \\
(dq2*dq3*m3*y3^2*sin(2*q2))/2 & + & (dq1^2*m3*x3*y3*cos(2*q3))/2 & - \\
dq2^2*m3*x3*y3*cos(2*q3) & + & (dq3^2*m3*x3*y3*cos(2*q3))/2 & - \\
(dq1^2*m3*x3^2*cos(2*q2)*sin(2*q3))/4 & & & - \\
(dq3^2*m3*x3^2*cos(2*q2)*sin(2*q3))/4 & & & + \\
(dq1^2*m3*y3^2*cos(2*q2)*sin(2*q3))/4 & & & + \\
(dq3^2*m3*y3^2*cos(2*q2)*sin(2*q3))/4 & & & - \\
(dq3^2*m3*x3^2*cos(2*q3)*cos(q1)*cos(q2))/2 & & & + \\
(dq3^2*m3*y3^2*cos(2*q3)*cos(q1)*cos(q2))/2 & & & - \\
(d3*dq2*dq3*m3*x3*cos(q3))/4 & - & (d3*dq2*dq3*m3*y3*sin(q3))/4 & + \\
(a2*dq1^2*m3*y3*cos(2*q2)*cos(q3))/2 + dq1*dq2*m3*x3^2*cos(2*q3)*cos(q2) & & & \\
- dq1*dq2*m3*y3^2*cos(2*q3)*cos(q2) & & & - \\
(a2*dq1^2*m3*x3*cos(2*q2)*sin(q3))/2 & & & + \\
(dq1*dq3*m3*x3^2*sin(2*q2)*cos(q1))/4 & & & + \\
(dq2*dq3*m3*x3^2*cos(2*q2)*sin(q1))/2 & & & - \\
(dq2*dq3*m3*x3^2*cos(2*q3)*sin(q1))/4 & & & + \\
(d3*dq1^2*m3*y3*sin(2*q2)*cos(q3))/2 & & & + \\
(dq1*dq3*m3*y3^2*sin(2*q2)*cos(q1))/4 & & & + \\
(dq2*dq3*m3*y3^2*cos(2*q2)*sin(q1))/2 & & & + \\
(dq2*dq3*m3*y3^2*cos(2*q3)*sin(q1))/4 & & & - \\
(d3*dq1^2*m3*x3*sin(2*q2)*sin(q3))/2 & & & + \\
(dq3^2*m3*x3^2*sin(2*q2)*sin(2*q3)*sin(q1))/4 & & & - \\
(dq3^2*m3*y3^2*sin(2*q2)*sin(2*q3)*sin(q1))/4 & & & - \\
(dq2*dq3*m3*x3^2*cos(2*q3)*sin(2*q2))/4 & & & + \\
(dq2*dq3*m3*y3^2*cos(2*q3)*sin(2*q2))/4 & & & + \\
(dq1^2*m3*x3*y3*cos(2*q2)*cos(2*q3))/2 & & & + \\
(dq3^2*m3*x3*y3*cos(2*q2)*cos(2*q3))/2 & & & - \\
(dq2*dq3*m3*x3*y3*sin(2*q2)*sin(2*q3))/2 & & & + \\
2*a2*dq1*dq2*m3*x3*cos(q2)*cos(q3) - (a2*dq2*dq3*m3*x3*cos(q3)*sin(q1))/4 & & & \\
+ 2*a2*dq1*dq2*m3*y3*cos(q2)*sin(q3) + 2*d3*dq1*dq2*m3*x3*cos(q3)*sin(q2) & & &
\end{aligned}$$

```

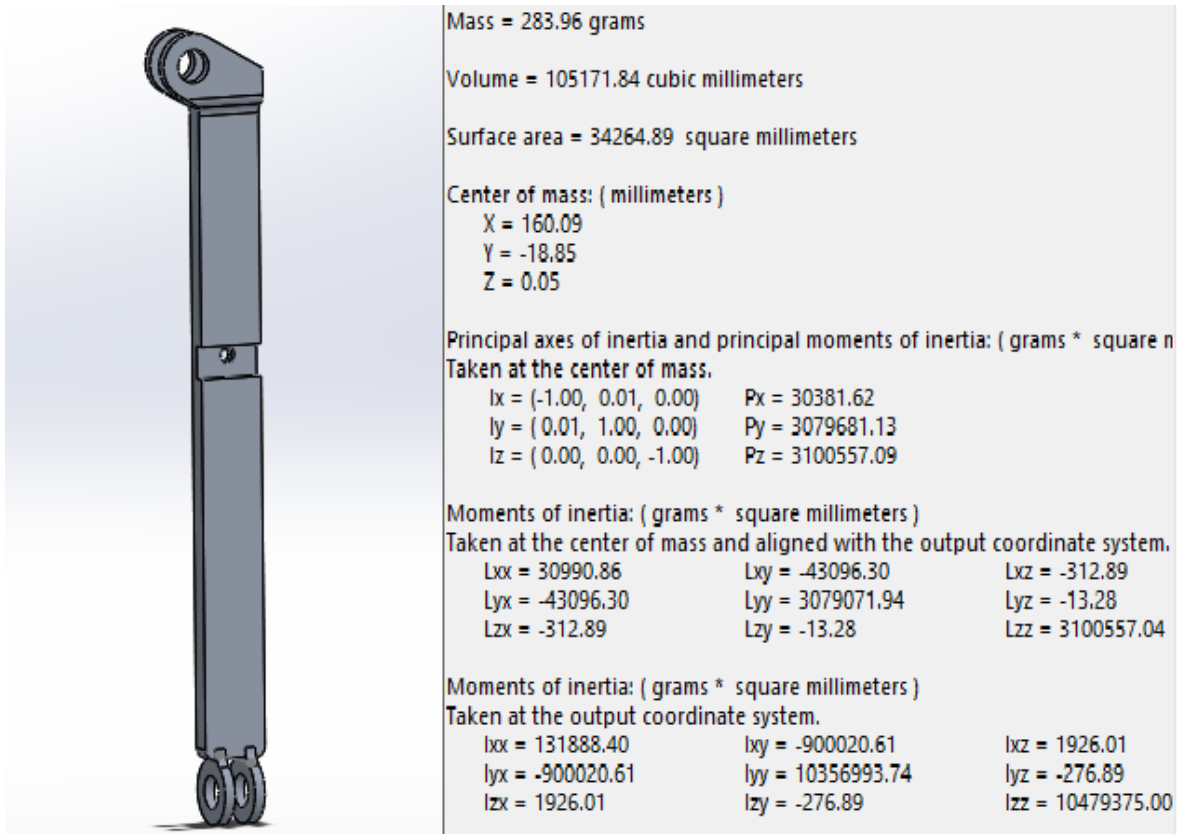
- (a2*dq2*dq3*m3*y3*sin(q1)*sin(q3))/4 +
2*d3*dq1*dq2*m3*y3*sin(q2)*sin(q3) +
(dq1*dq3*m3*x3^2*sin(2*q3)*cos(q2)*sin(q1))/2 -
(dq1*dq3*m3*y3^2*sin(2*q3)*cos(q2)*sin(q1))/2 -
dq3^2*m3*x3*y3*sin(2*q3)*cos(q1)*cos(q2) -
(d3*dq2*dq3*m3*x3*cos(2*q2)*cos(q3))/4 +
(a2*dq2*dq3*m3*x3*sin(2*q2)*cos(q3))/4 -
(d3*dq2*dq3*m3*y3*cos(2*q2)*sin(q3))/4 +
(a2*dq2*dq3*m3*y3*sin(2*q2)*sin(q3))/4 +
2*dq1*dq2*m3*x3*y3*sin(2*q3)*cos(q2) -
(dq2*dq3*m3*x3*y3*sin(2*q3)*sin(q1))/2 -
(dq1*dq3*m3*x3^2*cos(2*q3)*sin(2*q2)*cos(q1))/4 -
(dq2*dq3*m3*x3^2*cos(2*q2)*cos(2*q3)*sin(q1))/4 +
(dq1*dq3*m3*y3^2*cos(2*q3)*sin(2*q2)*cos(q1))/4 +
(dq2*dq3*m3*y3^2*cos(2*q2)*cos(2*q3)*sin(q1))/4 -
(dq3^2*m3*x3*y3*cos(2*q3)*sin(2*q2)*sin(q1))/2 -
(a2*dq2*dq3*m3*x3*cos(q1)*sin(q2)*sin(q3))/2 +
(a2*dq2*dq3*m3*x3*cos(2*q2)*cos(q3)*sin(q1))/4 +
(a2*dq2*dq3*m3*y3*cos(2*q2)*sin(q1)*sin(q3))/4 +
(d3*dq2*dq3*m3*x3*sin(2*q2)*cos(q3)*sin(q1))/4 -
dq1*dq3*m3*x3*y3*cos(2*q3)*cos(q2)*sin(q1) +
(d3*dq2*dq3*m3*y3*sin(2*q2)*sin(q1)*sin(q3))/4 -
(dq1*dq3*m3*x3*y3*sin(2*q2)*sin(2*q3)*cos(q1))/2 -
(dq2*dq3*m3*x3*y3*cos(2*q2)*sin(2*q3)*sin(q1))/2 -
(d3*dq2*dq3*m3*y3*cos(q1)*cos(q2)*cos(q3))/2 +
(a2*dq2*dq3*m3*y3*cos(q1)*cos(q3)*sin(q2))/2 +
(d3*dq2*dq3*m3*x3*cos(q1)*cos(q2)*sin(q3))/2;
C=[C1; C2; C3];
%%%Yerçekimi kuvvetleri%%%
G1=0;
G2=-g*(m2*(y2*cos(q2) - x2*sin(q2)) - m3*(a2*sin(q2) - d3*cos(q2) +
x3*cos(q3)*sin(q2) + y3*sin(q2)*sin(q3)));
G3=-g*m3*(y3*cos(q2)*cos(q3) - x3*cos(q2)*sin(q3));
G=[G1; G2; G3];
%%%Eklem torkları%%%
ddq=[ddq1; ddq2; ddq3];
tork = D*ddq+C+G;
robot_param = [tork(1); tork(2); tork(3)];

```

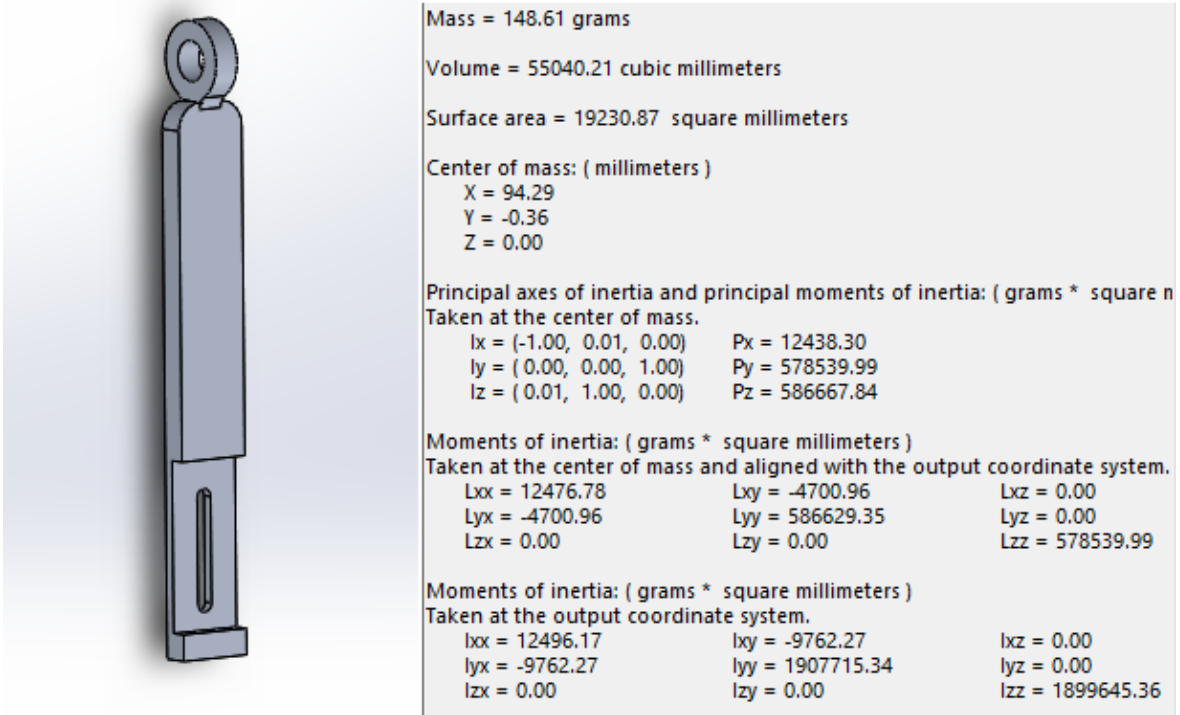
## EK F: Robot kol uzunlarının hareketli parçalarının malzeme özellikleri



Şekil F.1: Robot kol omuz bölgesi için hareketli parçanın malzeme özellikleri.



Şekil F.2: Robot kol üst kol bölgesi için hareketli parçanın malzeme özellikleri.



Şekil F.3: Robot kol alt kol bölgesi için hareketli parçanın malzeme özellikleri.



## EK G: PSO yönteminde en iyi parçacık değerinin belirlenmesi için oluşturulan kod

```
function [F] = tracklsq(pid)

global Kp1 Kp2 Kp3 Ki1 Ki2 Ki3 Kd1 Kd2 Kd3 temp myTimer
% Variables a1 and a2 are shared with RUNTRACKLSQ
Kp1 = pid(1);
Ki1 = pid(2);
Kd1 = pid(3);
Kp2 = pid(4);
Ki2 = pid(5);
Kd2 = pid(6);
Kp3 = pid(7);
Ki3 = pid(8);
Kd3 = pid(9);

% Compute function value
start(myTimer);
Simout = sim('smdenemtam_v18_v2');
stop(myTimer);

if (get(myTimer, 'TasksExecuted') == temp)
    N = length(Simout.Pz{1}.Values.Time);
    Pe1 = sum(abs(Simout.Pz{1}.Values.Data(:,1)) -
abs(Simout.Pz{1}.Values.Data(:,2)))/N;
    Pe2 = sum(abs(Simout.Pz{2}.Values.Data(:,1)) -
abs(Simout.Pz{2}.Values.Data(:,2)))/N;
    Pe3 = sum(abs(Simout.Pz{3}.Values.Data(:,1)) -
abs(Simout.Pz{3}.Values.Data(:,2)))/N;

    Ve1 = sum(abs(Simout.Vel{1}.Values.Data(:,1)) -
abs(Simout.Vel{1}.Values.Data(:,2)))/N;
    Ve2 = sum(abs(Simout.Vel{2}.Values.Data(:,1)) -
abs(Simout.Vel{2}.Values.Data(:,2)))/N;
    Ve3 = sum(abs(Simout.Vel{3}.Values.Data(:,1)) -
abs(Simout.Vel{3}.Values.Data(:,2)))/N;

    Ae1 = sum(abs(Simout.Acc{1}.Values.Data(:,1)) -
abs(Simout.Acc{1}.Values.Data(:,2)))/N;
    Ae2 = sum(abs(Simout.Acc{2}.Values.Data(:,1)) -
abs(Simout.Acc{2}.Values.Data(:,2)))/N;
    Ae3 = sum(abs(Simout.Acc{3}.Values.Data(:,1)) -
abs(Simout.Acc{3}.Values.Data(:,2)))/N;

    F =
abs(Pe1)+abs(Pe2)+abs(Pe3)+abs(Ve1)+abs(Ve2)+abs(Ve3)+abs(Ae1)+abs(Ae2)+a
bs(Ae3);
else
    temp = temp+1;
    F = 1000;
end

end
```

## ÖZGEÇMİŞ

### Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı : HAKAN AKSOY

Doğum tarihi ve yeri : 20.05.1994/BALIKESİR

e-posta : hakan9405@gmail.com

### Öğrenim Bilgileri

Derece	Okul/Program	Yıl
Lisans	Balıkesir Üniversitesi/Makine Mühendisliği	2018
Lise	İnebey Anadolu Lisesi	2012