T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ MATEMATİKSEL MODELLEME YETERLİLİKLERİ: FERMİ PROBLEMLERİ UYGULAMALARI

EBRU KIRLI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Jüri Üyeleri : Doç. Dr. Mehmet Ali KANDEMİR (Tez Danışmanı)
Prof. Dr. Hülya GÜR
Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ

BALIKESİR, OCAK - 2023

ETİK BEYAN

Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak tarafımca hazırlanan "**İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Yeterlilikleri: Fermi Problemleri Uygulamaları**" başlıklı tezde;

- Tüm bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Kullanılan veriler ve sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Tüm bilgi ve sonuçları bilimsel araştırma ve etik ilkelere uygun şekilde sunduğumu,
- Yararlandığım eserlere atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,

beyan eder, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Ebru KIRLI

(imza)

ÖZET

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ MATEMATİKSEL MODELLEME YETERLİLİKLERİ: FERMİ PROBLEMLERİ UYGULAMALARI
YÜKSEK LİSANS TEZİ
EBRU KIRLI
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ
(TEZ DANIŞMANI: DOÇ. DR. MEHMET ALİ KANDEMİR)

BALIKESİR, OCAK - 2023

Bu araştırmanın amacı Fermi problemlerinin çözümünde ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliliklerini incelemektir. Çalışmada nitel araştırma desenlerinden biri olan bütüncül çoklu durum deseni kullanılmıştır. Öğretmen adaylarına altı Fermi problemi yöneltilmiş ve modelleme yeterlilikleri önce her problem için ayrı incelenmiş daha sonra karşılaştırmalar yapılmıştır. Araştırmanın çalışma grubu amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Buna göre çalışma grubunun belirlenmesinde kullanılan ölçüt İlköğretim Matematik Öğretmenliği son sınıf öğrencisi olmalarıdır. Araştırma 2020-2021 eğitim-öğretim yılı güz döneminde Balıkesir Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programı 4. sınıf ‘Matematiksel Modelleme’ dersine kayıtlı beş ilköğretim matematik öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Veri toplama araçları olarak altı Fermi problemi, çözüm kağıtları, video kayıtları, klinik mülakatlar, araştırmacı tarafından tutulan alan notları ve yansıtıcı raporlar kullanılmıştır. Elde edilen veriler betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının en başarılı oldukları yeterlik anlama yeterliliği iken en başarısız oldukları yeterlilikler yorumlama ve doğrulama olarak belirlenmiştir. Öğretmen adayları çözüme yönelik matematiksel fikirler geliştirmelerine rağmen bir çalışma haricinde matematiksel model oluşturamamışlardır. Matematiksel çalışma ve sunma yeterliliklerini sergilerken işlem ve birim hatası yaptıkları belirlenmiştir.

ANAHTAR KELİMELER: Matematiksel modelleme yeterlilikleri, Öğretmen adayları, Fermi problemleri

Bilim Kod / Kodları : 11404 Sayfa Sayısı : 185

ABSTRACT

MATHEMATICAL MODELLING COMPETENCIES OF PRIMARY MATHEMATICS TEACHER CANDIDATES: THE PRACTISING OF FERMI PROBLEMS
MSC THESIS
EBRU KIRLI
BALIKESIR UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE
MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION
ELEMENTARY MATHEMATICS EDUCATION
(SUPERVISOR: ASSOC. PROF. DR. MEHMET ALİ KANDEMİR)

BALIKESİR, JANUARY - 2023

The purpose of this research is to examine the mathematical modeling competencies of primary mathematics teacher candidates in solving Fermi problems. In accordance with this purpose, the case study pattern from qualitative research patterns and also the holistic case pattern from the case study patterns were used. Teacher candidates were addressed to six Fermi problems. Firstly their modeling competencies were analyzed for each problem and then the comparisons were made. The study group was determined by the method of criterion sampling being of the purposive sampling methods in line with the holistic multi-state pattern. The research was conducted with five senior primary mathematics teacher candidates who are enrolled in the 'Mathematical Modelling' course of Balikesir University Primary Mathematics Education Undergraduate Program in the fall semester of the 2020-2021 academic year. Six Fermi problems, solution papers, video recordings, clinical interviews, field notes kept by the researcher, and reflective reports were used as the data collection tools. The obtained data were analyzed by descriptive analysis method. As a result of the research, it was determined that the most successful competency was understanding while the most unsuccessful competencies were interpretation and validation. Although the teacher candidates developed mathematical ideas for the solution, they could not create a mathematical model except for one study. It was determined that they made operational and unit errors while they were demonstrating their mathematical working and presentation competencies.

KEYWORDS: Mathematical modelling competencies, Candidate teachers, Fermi problems

Science Code / Codes : 11404 Page Number : 185

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

TABLO LİSTESİ

Sayfa

SEMBOL LİSTESİ

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM : Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi
TDK : Türk Dil Kurumu
V : Hacim
cl : Santilitre
cm : Santimetre
$\mathbf{cm^2}$: Santimetrekare
$\mathbf{cm^3}$: Santimetreküp
km : Kilometre
$\mathbf{km^2}$: Kilometrekare
m : Metre
ml : Mililitre
r : Yarıçap

ÖNSÖZ

Yüksek lisans tez danışmanlığımı üstlenerek bilgi ve deneyimleri ile bana rehberlik eden ve nitel araştırma yapma konusunda beni yüreklendiren danışman hocam Doç. Dr. Mehmet Ali KANDEMİR'e,

Her durumda arkamda durup destekçim olan eşim Bekir KIRLI'ya,

Bugünlere gelmemi sağlayan annem Şevke CAN'a ile babam Mehmet CAN'a,

Zaman ayırarak fikir ve önerileri ile tezime katkı sağlayan dostum Feyza CAMIZ KÖSEOĞLU'na,

Çalışmaya içtenlikle katılım sağlayan öğretmen adayı arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Balıkesir, 2023 **Ebru KIRLI**

1. GİRİŞ

Bu bölümde araştırmanın problem durumuna, amacına, önemine, varsayımlarına ve sınırlılıklarına yer verilmiştir.

1.1 Problem Durumu

Eğitimin temel amacının yaşamları boyunca karşılaştıkları problemler ile baş edebilen bireyler yetiştirmek olduğu düşünüldüğünde günümüz eğitim sisteminde akademik başarının yerini gerçek yaşam başarısına bıraktığı görülmektedir. Yaşamda nerede, ne zaman ve ne tür problemlerle karşılaşılacağı belli olmadığı için bireylerin karşılaştıkları güçlüklerin üstesinden gelebilmeleri, çözüm için plan yapabilmeleri, başarıyla uygulayabilmeleri, çözümlerini açıklayabilmeleri ve savunabilmeleri önemlidir. Bu duruma paralel olarak ülkemiz öğretim programları öğrenenlere alan bilgileri öğretmekten ziyade onları ihtiyaç duydukları bilgiye ulaşabilen, edindikleri bilgileri hayata aktarabilen, iletişim kurabilen, sorgulayan ve eleştirel düşünen gerçek birer problem çözücüler olarak yetiştirmeyi hedeflemektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018a, 2018b).

Matematik eğitimi açısından bakıldığında günümüzde matematiksel bilgileri öğretmenin yerini matematiksel akıl yürütmenin aldığı görülmektedir. Bir başka ifadeyle matematik eğitiminin amacı öğrencileri matematiksel düşünebilen, hayatın içerisindeki matematiği okuyabilen, matematiksel çalışabilen ve ulaştığı sonucu yorumlayan bireyler olarak yetiştirmek haline gelmiştir. Literatürde bu durum matematiksel yetkinlik olarak isimlendirilir ve günlük hayatta karşılaşılan problem durumlarının çözümünde matematiksel düşünceyi geliştirme, uygulama ve bunları formül, grafik, tablo gibi farklı matematiksel araçlarla ifade edebilme, sunma becerisi ve isteği olarak açıklanır (European Commission, 2006). Kilpatrick ve diğerleri (2001) matematiksel yetkinlik kavramının beş bileşenini vardır:

Kavramsal Anlama: Matematiksel kavramların, sembollerin, diyagramların ve işlemlerin ne anlama geldiğini bilme durumudur.

İşlemsel Akıcılık: Matematiksel işlemleri düzgün, etkili ve uygun bir biçimde yapabilme becerisidir.

Stratejik Yetkinlik: Problem durumlarını matematiksel olarak formüle etme, işlemleri ve kavramları uygun bir şekilde kullanma ve çözüm için stratejiler geliştirebilme becerisidir.

Mantıksal Düşünme: Akıl yürütme, açıklama ve doğrulama kapasitesidir. Problemin çözümünü açıklamak ve doğrulamak veya bilinenden bilinmeyene erişim için mantıksal düşünme becerisidir. Mantıksal düşünmenin göstergesi ise bireyin kendi çalışmasını ve sonuçlarını doğrulayabilmesidir.
Verimli Eğilim: Matematiği mantıklı, yararlı ve uğraşmaya değer görebilme ve matematiksel çalışmaya istekli olma durumudur.

2018 matematik dersi öğretim programlarında vurgu yapılan sekiz temel yetkinlikten biri matematiksel yetkinlik olmuştur. Matematiğin anlamlı öğrenimi ve öğretimi için matematiksel yetkinlik kavramının üzerinde önemle durulmuş ve bu yetkinliğe sahip öğrenciler yetiştirmek hedeflenmiştir. Öğrencilerin matematiksel yetkinliğe sahip olması için gereken beceriler problem çözme, matematiksel süreç becerileri (iletişim, akıl yürütme, matematiksel modelleme, ilişkilendirme), duyuşsal beceriler, psikomotor becerileri, bilgi ve iletişim teknolojileri olarak belirtilmiştir (MEB, 2018a, 2018b).

Yapılan çalışmalar sınıflarda yaygın kullanılan geleneksel yöntemlerin öğrenenlerde problem çözme, akıl yürütme, ilişki kurma, eleştirel düşünme gibi matematiksel becerileri geliştirmede (English ve Lesh, 2003; English ve Watters, 2005; Schoenfeld 1992) ve matematik ile yaşam arasındaki bağın kurulmasında (Greer, 1997; Schoenfeld, 1992) yetersiz kaldığını göstermektedir. Bir başka ifade ile geleneksel matematik öğretimi hedeflenen farklı bağlamlarda düşünebilme ve uygulama becerilerini geliştirmemektedir. Çünkü geleneksel yöntemde prosedürün ezbelenerek uygulanması esas alındığından öğrenciler düşünme, araştırma yaparak bilgiye ulaşma ve sonucu değerlendirme becerilerinden yoksun kalır. Bu durumda gerçek yaşamda karşılaştıkları problem durumlarına uygun çözümler üretemezler.

Matematiksel modelleme hayattan alınan problem durumu ile başlayan, çözümün geliştirilmesi için matematiksel çalışmalarla devam eden ve çözümün gerçek yaşama yorumlanması ile son bulan döngüsel bir süreçtir (Berry ve Houston, 1995; Blum ve Leiβ, 2007; Lesh ve Doerr, 2003). Bu süreçte bireyler mevcut problemle ilgili değişkenleri, değişkenler arasındaki ilişki/örüntüleri belirler, varsayımlar oluşturur, problemi matematiksel olarak ifade eder, matematiksel çalışmalar yaparak problemi çözer, çözümünü doğrular ve gerçek yaşamda yorumlar. İzlenen adımlar genel anlamda a) problemi anlama, b) sadeleştirme, c) matematiksel model oluşturma, d) matematiksel çalışma, e) yorumlama ve f) modeli gerçek hayat bağlamında doğrulama şeklinde özetlenebilir. Matematiksel modelleme yeterlilikleri olarak tanımlanan bu becerilerin matematiksel yetkinlik kavramının özündeki bileşenler ve beceriler ile örtüştüğü ve öğrencilere kazandırılmasının önemli olduğu açıkça görülmektedir. Her kademede öğrenme ortamlarına matematiksel modellemenin dahil edilmesi görüşü tüm dünyaca kabul görmüş ve 1980'lerin sonlarından itibaren ülkeler matematiksel modellemeye matematik öğretim programlarında yer vermeye başlamıştır. Ülkemizde ise 2005 yılından itibaren matematiksel modellemeye önem verilmeye başlanmıştır (Tekin-Dede, 2017).

Yaşam ile matematik arasında köprü olan matematiksel modelleme öğrencilerin mantık yürütmelerini destekler, matematiksel kavrayışlarını geliştirir (Swan vd., 2007) ve matematiği gerçek yaşama aktarabilme seviyelerini arttırır (Zbiek ve Conner, 2006). Dolayısıyla öğrencilerin dünyayı daha iyi anlamalarına olanak sağlar (Blum ve Borromeo-Ferri, 2009). Blum'a (1993) göre matematiksel modelleme matematik öğretiminin vazgeçilmez bir parçasıdır. Blum ve Borromeo-Ferri (2009), matematiksel modellemenin önemini şöyle açıklar:

- Bireylerin dünyayı daha iyi anlamlandırmalarına yardımcı olur,
- Matematik öğrenimini destekler (motivasyon, kavram oluşturma, anlama),
- Farklı matematiksel yeterliliklerin ve matematiğe ilişkin uygun tutumların geliştirilmesini destekler,
- Yeterli matematik resmine katkıda bulunur,
- Modelleme, matematiği öğrenciler için daha anlamlı kılar.

Öğrenci başarını ve donanımını etkileyen etkenler hakkında yapılan çalışmalar öğretmen niteliğinin diğer bütün etkenlerden daha çok etkili olduğunu göstermiştir (Darling-Hammond, 2006a; Rivkin vd., 2005). Dolayısıyla öğrencilerde matematiksel modelleme yeterliliklerini oluşturmak ve geliştirmek için öğretmenlerin bu yeterliliklere yeterli düzeyde sahip olmaları ve öğretmen yetiştiren kurumlarda geleceğin öğretmenlerine matematiksel modelleme yeterliliklerinin kazandırılması gereklidir (Kaiser, 2007). Öğretmen adaylarının eğitiminin bu amaç doğrultusunda düzenlenebilmesi için öncelikli olarak mevcut durumun tespit edilmesi önemli ve gereklidir.

1.2 Araştırmanın Amacı ve Önemi

Problem çözme, en genel haliyle problem durumunun ortadan kalkmasıdır. Problem çözmeyi Polya (1957) hemen ulaşılmayan ama açık bir şekilde şekillendirilmiş amaca ulaşmak için gösterilen çabalar olarak tanımlarken Morgan (1999) karşılaşılan engeli aşmak için en iyi yolu bulmak olarak ifade eder. Gelbal'e (1991) göre problem çözme, karşılaşılan güçlüklerin ortadan kaldırılmaya veya belirsizliklerin giderme sürecidir. Güçlü'ye (2003) göre problem çözme, problemi hissetme ile çözümü bulma arasında geçen süredir.

Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi'ne (NCTM, 2000) göre problem çözme, okul matematiğinin temel taşıdır. Problem çözmede matematiksel bilgilere sahip olmak tek başına yeterli değildir çünkü problem çözme, bilmenin ötesinde bilgiyi işlevsel olarak kullanmakla ilgilidir. Bir problemin çözülebilmesi için gerekli bilgiye sahip olmak, uygun bilişsel stratejileri seçebilmek ve uygulayabilmek gereklidir. Çözümden elde edilen bilgi ve tecrübeler yeni durumlara transfer edilerek problem çözme süreci kavranmış olur. Bu yönüyle problem çözme matematik eğitiminde hem öğrencilerde eleştirel düşünme, sorgulama, karar verme gibi becerilerin kazandırılması için yöntem olarak hem belirlenen kazanımların öğrenciye verilmesi için araç olarak kullanılmaktadır. Matematik bağlamında problem çözme 'bilişsel süreçlerden geçerek, gerekli bilgilerin kullanılması ve gerekli işlemlerin yapılması sonucunda sorunun ortadan kaldırılması' şeklinde tanımlanabilir (Altun, 2015).

Doğumdan itibaren karşı karşıya kaldığımız problem durumları gerek sayı gerekse karmaşıklık olarak artmaktadır. Kişisel bütünlük ve yaşamsal devamlılık için erken dönemden başlayarak çocuklarda problem çözme öğretilmelidir. Toplumsal hayata uyum sağlayabilen, değişime ayak uydurabilen, bağımsız ve başarılı bireyler için problem çözme becerisine sahip olmak gereklidir. Problem çözmenin bir beceri olarak öğrencilere kazandırılabilmesi için problem tanımının ve türlerinin iyi bilinmesi gerekir.

Hayatımızın ayrılmaz parçası olan problemi Van de Walle (1989) araştırma, tartışma ya da düşünme meselesi olarak ifade ederken Morgan (1999) kişinin amacına ulaşmasını engelleyen çatışma durumu olarak tanımlar. Krulik ve Posamentier (1998) ise problemi çözülmesi gereken ama çözüm yolunun hemen görülemediği durum olarak ifade eder. Hiebert vd.'e (1997) göre problem önerilen herhangi bir özel kural veya çözüm yolunun olmadığı durumdur. Bu tanımlamalardan hareketle karşılaşılan her soruna problem etiketi yapıştırılmasının yanlış olduğu söylenebilir. Kişinin karşılaştığı sorunun problem olarak tanımlanabilmesi için çözümünü bilmemesi ve çözüm için özel çaba sarf etmesi gerekmektedir.

Problemlerin sınıflandırılmasına ilişkin en yaygın kullanım rutin (tek çözümlü) ve rutin olmayan (çok çözümlü) problemlerdir. Bu problemler hizmet ettikleri amaca, becerilere ve çözüm süreçlerine göre farklılık göstermektedir. Yaşamdaki olaylar çoğunlukla belirli bir rutinde gerçekleşir. Fakat bazen kişiler rutinin dışında kalan durumları deneyimler. Yaşam ve matematik arasındaki bağ düşünüldüğünde matematik öğretiminde öğrencilerin hem tek çözümlü hem de çok çözümlü olmayan problemleri deneyimlemeleri beklenir (Avcu ve Avcu, 2010).

Rutin problemler çözümü bilinen veya tahmin edilebilen problemlerdir. Sözel problemler ya da dört işlem problemleri olarak da isimlendirilmektedir(Çelebioğlu, 2009). Örneğin "Hafta içi günde 50 soru çözen Ali hafta sonu günlük 200 soru çözmektedir. Buna göre Ali bir haftada kaç soru çözer?" problemi rutin problemdir. Çözüm sürecinde sözel ifadeler matematiksel işlem formuna dönüştürülür, öğrenilmiş formül ya da prosedür takip edilir ve algoritmik işlemler sonucunda cevap elde edilir. Çözüm, tek işlemle elde edilebildiği gibi birden fazla işlemden de oluşabilir ama cevabı tektir.

Konuyu pekiştirmek ya da formülü uygulamak için yapılan alıştırmalar rutin problemler sınıflamasında yer alır. Dolayısıyla bu problemler yeni bilgiler oluşturmaz ve bilgiler arası ilişkilendirme yapılmaz. Var olan algoritmik bilgiler tekrar edildiği için rutin problemler dört işlem becerilerini geliştirmeye yöneliktir. Kişileri tek yönlü düşünmeye sevk eden rutin problemler geleneksel yöntemlerin uygulandığı öğrenme ortamlarında oldukça fazla kullanılmaktadır.

Rutin olmayan problemler ise çözümün açıkça görülmediği, çok yönlü düşünme gerektiren ve gerçek yaşamda karşılaşılan ya da karşılaşılması muhtemel olan olayları konu alan problemlerdir. Alan yazında açık uçlu problemler ya da sıra dışı problemler olarak da karşımıza çıkmaktadır. "10 kişilik bir toplantıda herkes birbiri ile el sıkışmıştır. Buna göre kaç el sıkışma gerçekleşmiştir?" sorusu rutin olmayan problem örneğidir (Arslan ve Altun, 2007). Bu problem ile ilk kez karşılaşan biri için muhtemelen soru karmaşıktır. Çözüm için rutin problemlere kıyasla daha çok zaman, fikir ve emek sarf etmek gerekecektir. Çünkü bu problemler belirli bir işlem ya da formül ile çözülemez. Çözüm için esnek düşünme, verileri yeniden organize etme, ilişki veya örüntüyü keşfetme ve bilgiler arasında bağlantı kurma gerekir.

Rutin olmayan problemler doğası gereği kişileri yaratıcı düşünmeye ve kendi çözüm yollarını üretmeye yönlendirir. Ayrıca çözüm yolunun ve elde ettiği cevabın doğruluğunu değerlendirmesi gerekir. Bu nedenle rutin olmayan problemler işlem becerilerin ötesinde problemdeki mantığı anlama, uygun yönteme karar verme, uygulama ve yorumlama gibi becerileri gerektirir (Souviney, 1989). Rutin olmayan problemlerim tek çözüm yolu yoktur, bu nedenle aynı problem üzerinde farklı yollarda yürüyerek aynı yere varabilir. Bazı rutin olmayan problemlerin tek cevabı yoktur çünkü rutin problemlerde önemli olan sonuç değil yaşanan problem çözme sürecidir.

Polya (1957) rutin problemler dışında başka tür problemler çözdürmemeyi 'affedilemez bir hata' olarak ifadelendirir ve böylesi bir durumun öğrencileri 'düş gücü ve yargı'dan mahrum bırakmak olduğunu belirtir. Eğitimde rutin ve rutin olmayan problemlere uygun şekilde yer verilmelidir. Matematik eğitimlerinin başlangıcında (örneğin yeni bir konu öğretilirken) rutin problemler kullanılmalı ve daha sonra rutin olmayan problemler dahil edilmelidir (Kaur ve Har, 2009).

Rutin olmayan problemleri ve gerçek anlamda problem çözmeyi sınıf ortamına taşımak için en güçlü yöntemlerden biri matematiksel modellemedir. Matematiksel modelleme doğası gereği işlem yapmanın ötesinde öğrencileri yaşamla matematiği ilişkilendirmeye, eleştirel düşünmeye, sorgulamaya ve yorum yapmaya yöneltir. Yapılan çalışmalarla matematiksel modellemenin öğrenilebilir ve öğretilebilir olduğu ve matematiksel modellemeye ilişkin eğitim almış olan kişilerin matematiksel modellemede daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Borromeo-Ferri, 2014; Özer-Keskin, 2008). Öğretmen adaylarının kendileri nasıl öğrenmişlerse aynı veya benzer yolla öğretim yaptıkları düşünüldüğünde (Noss ve Baki, 1996) öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye ilişkin bilgi, deneyim ve yeterliklerinin tespit edilmesi gerekliliği doğmuştur.

Adını Nobel ödüllü fizikçi Enrico Fermi'den alan Fermi problemleri içinde çok az bilinenin olduğu tahmin odaklı gerçekçi problemlerdir. Açık uçlu yapısı sebebiyle bu problemleri çözmek isteyen öğrenciler varsayımlarda bulunur, hesaplamalar yapar ve sonuca ulaşmak için birden fazla deneme-yanılma-değerlendirme sürecinden geçer. Matematiksel modellemenin çok yönlü bir problem çözme süreci olduğu düşünüldüğünde Fermi problemleri matematiksel modellemeye olanak sağlayan, matematiksel modelleme uygulama sıklığını arttırma olanağı sunan ve öğrencileri yaşamdaki matematiği keşfetmeye davet eden problemlerdir.

Bu araştırmanın amacı Fermi problemlerinin çözümünde ilköğretim matematik öğretmen adaylarının modelleme yeterliklerini incelemektir. Bu amaç doğrultusunda araştırmanın ana problem cümlesi "İlköğretim matematik öğretmen adaylarının Fermi problemlerinin çözümünde matematiksel modelleme yeterlilikleri nasıldır?" olarak belirlenmiştir. Alt problemler ise şu şekildedir:

- İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının problemi anlamadaki durumları nasıldır?
- İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının değişkenleri belirleme ve varsayımları oluşturma durumları nasıldır?
- İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleri kurma durumları nasıldır?
- İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel çalışma durumları nasıldır?
- İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının çözümü yorumlama durumları nasıldır?
- İlköğretim matematik öğretmen adaylarının elde edilen çözümü doğrulama durumları nasıldır?
- İlköğretim matematik öğretmen adaylarının modelleme sürecini açıklayabilme durumları nasıldır?

Ülkemizde matematiksel modellemeye ilişkin çalışmaların gün geçtikçe arttığı ve bu çalışmaların büyük bölümünün öğretmen adayları ile yürütüldüğü görülmektedir. Matematiksel modellemeye ilişkin çalışmalar incelendiğinde modelleme yeterliliklerini konu alan birçok çalışmanın olduğu belirlenmiştir (Aydın-Güç, 2015; Eraslan, 2012; Hıdıroğlu ve Bukova-Güzel, 2015; Kertil, 2008; Korkmaz, 2010; Özer ve Bukova-Güzel, 2020; Tanju, 2020; Toy, 2019; Ural ve Ülper, 2013; Yenmez, 2017). İncelenen çalışmalar içerisinde sadece bir araştırmada (Yanbıyık, 2016) matematiksel modelleme yeterliliklerini incelemek için Fermi problemlerinin kullanıldığı belirlenmiştir. Bu bağlamda çalışmanın hem matematiksel modelleme alanına katkı sağlayacağı hem de sonraki çalışmalara rehberlik edeceği düşünülmüştür.

Çalışmanın veri toplama sürecinde kullanılan altı Fermi problemi alanyazından örnekler incelenerek ve model oluşturma etkinliklerinde olması gereken prensipler Lesh vd.(2000) dikkate alınarak araştırmacı tarafından oluşturulmuştur. Özgün problemler olması sebebiyle araştırmanın hem Fermi problemleri hem de matematiksel modelleme alanına katkı sağladığı öngörülmüştür.

Matematiksel modellemeye yönelik çalışmaların çoğunluğunun durum çalışması şeklinde yürütüldüğü görülmüştür (Albayrak ve Çiltaş, 2017). Covid-19 salgını nedeniyle üniversiteler lisans ve lisansüstü eğitime uzaktan çevrimiçi olarak yürütme kararı almıştır. Uzaktan eğitimin getirmiş olduğu teknoloji kullanım gerekliliği devreye girmiş ve veri toplama sürecinin tamamı teknoloji yoluyla gerçekleştirilmiştir. Bu nedenle çalışma matematiksel modelleme yeterliliklerinin incelendiği benzer çalışmalardan ayrılmıştır.

1.3 Varsayımlar

i. Çalışma grubunu oluşturan öğretmen adaylarının bu çalışma için uygun olduğu varsayılmıştır.
ii. Çalışma grubunun yönlendirilen Fermi problemlerini içtenlikle cevapladığı varsayılmıştır.
iii. Öğretmen adaylarının veri toplama sürecine gönüllü katıldığı ve katılımcılar arasında etkileşimin olmadığı varsayılmıştır.
iv. Veri toplama sürecinde, öğretmen adaylarının kontrol altına alınamayan dışsal faktörlerden aynı düzeyde etkilendikleri varsayılmıştır.

1.4 Sınırlılıklar

Araştırma sonucu elde edilen bulgular, aşağıda ifade edilen sınırlılıklar çerçevesinde geçerli olmaktadır:

i. 2020-2021 Eğitim-Öğretim yılı Güz dönemi Balıkesir Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği programı dördüncü sınıfa kayıtlı beş öğretmen adayı ile,
ii. 2 hafta süren uygulama süreci ile,
iii. Uygulamada kullanılan problemler ile,
iv. Süreçte kullanılan veri toplama araçları ile,
v. Öğretmen adaylarının matematik bilgileri ile sınırlandırılmıştır.

1.5 Tanımlar

Model: Modelleme sonucunda ortaya çıkan üründür. (Özturan-Sağırlı, 2010).

Modelleme: Problem durumunu zihinde oluşturma, düzenleme, organize etme ve şekil, şema, formül gibi bir model formuna getirme sürecidir (Lesh ve Doerr, 2003).

Matematiksel model: Gerçeğin bir bölümünün belirli bir amaç doğrultusunda matematik dili ile soyut olarak temsil edilmesidir (Bender, 1978).

Matemaiksel modelleme: Yaşam problemlerinin matematiksel forma dönüştürülmesi, çözülmesi ve çözümün yorumlanması sürecidir (Haines ve Crouch, 2001a).

Yeterlik: Bir işi yapma gücünü sağlayan özel bilgi, ehliyet ve görevini yerine getirme gücü (TDK, 2019).

Matematiksel modelleme yeterliliği: Matematiksel modelleme sürecini gerçekleştirmek için gerekli olan yetenek ve becerilerin tümüdür (Maaß, 2006).

2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde araştırmanın zeminini oluşturan matematiksel modelleme, matematiksel modelleme süreci, modelleme yeterlilikleri, matematiksel modelleme yaklaşımları ve model oluşturma etkinlikleri kavramları üzerinde durulmuş ve bu kavramlara ilişkin bilgilere, açıklamalara ve araştırmalara yer verilmiştir.

2.1 Matematiksel Modelleme

Matematiksel modellemenin açıklanabilmesi için öncelikle model ve modelleme kavramları arasındaki farkın açıklanması uygun olacaktır. Model ve modelleme birbiri ile ilişkili ama farklı anlamlara gelen iki terimdir. En basit ifadeyle model, modelleme ile elde edilen ürün ve modelleme, model oluşturma sürecidir. Modeller karmaşa içeren durumları anlamamıza yardımcı olan basitleştirilmiş ya da idealleştirilmiş yapılardır (Lingefjärd, 2007). Bir başka ifade ile modeller karmaşık bir sürecin veya yapının sadeleştirilmiş tasviridir (Van Driel ve Verloop, 1999) ve kavramayı kolaylaştırır (Harrison, 2001). Örneğin, Güneş ve Ay tutulması öğrencilerin anlamakta zorluk çektiği ve tutulma esnasında sıralamayı karıştırdığı iki doğa olayıdır. Bu konuların öğretimi için çoğu zaman Güneş-Dünya-Ay içeren somut veya 3D simülasyon modelleri kullanılır. Böylece soyut olan konular somutlaştırılmış ve görselleştirilmiş olur. Modellerin aynı konuyu temsil etmelerine rağmen görsel veya boyutsal olarak farklılık göstereceği muhtemeldir. Modeller yapısı gereği gerçeği bire bir temsil etmez (Harrison, 2001). Çünkü modeller gerçeği tanımaya çalışırken ortaya çıkan fikir, kural veya araç-gereçlerdir (Harrison, 2001; Lesh ve Fennewald, 2010). Modeller duruma göre görsel ya da grafik, formül ve tablo olarak karşımıza çıkabilir (Stacey, 1991). Böylelikle bir davranışın, durumun veya olayın meydana geliş şeklini ve gelişim aşamalarını anlar ve öngörüde bulunabiliriz. Modelleme ise model oluşturmak için yürütülen çeşitli faaliyetleri içeren kompleks bir süreçtir (Justi ve Gilbet, 2002).

Matematiksel model ile matematiksel modelleme arasındaki farklılık model ve modelleme kavramları arasındaki farklılıkla benzerlik gösterir. Modelden farklı olarak matematiksel model kavramına ilişkin tanımlamalar oldukça farklılaşmaktadır. Literatürde yer alan bazı tanımlamalar şu şekildedir:

- Matematiksel model, gerçeğin bir bölümünün belirli bir amaç doğrultusunda matematik dili ile soyut olarak temsil edilmesidir (Bender, 1978).

- Matematiksel model, bir durum veya probleme ait değişken arasındaki ilişkinin matematiksel ifadesidir (Berry ve Houston, 1995).
- Matematiksel model, matematiksel çalışma ile oluşturulan modeldir (Blum ve Niss, 1991).
- Matematiksel model, bir konuyu tanımlama, açıklama, yorumlama ve bu modeli temsil etme için oluşturulan sistemler bütünüdür (Lesh ve Doerr, 2003).

Tanımlardan hareketle matematiksel modelin soyut yapıyı açıklamaya yardım eden ve matematiksel becerilerle üretilen matematiksel temsiller olduğu çıkarımı yapılabilir. Matematiksel modeller denklem, fonksiyon, şekil, tablo, grafik, eşitlik gibi matematiksel ifadelerdir.

Matematiksel modelleme süreç belirtmesi bakımında modelleme kavramı ile benzerlik göstermektedir. Matematiksel modelleme, gerçek yaşam problemlerine çözüm üretmek için problemin matematiksel forma dönüştürülmesidir (Berry ve Houston, 1995; Cheng, 2001). Bu tanımlamaya göre matematiksel model gerçek dünyadan matematik dünyasına geçiş matematiksel çalışma süreçlerinin tamamını kapsar. Blum ve Borromeo-Ferri (2009) ise matematiksel modellemenin yaşam ile matematik dünyası arasında gerçekleşen çift yönlü bir etkileşim olduğunu vurgular. Buna göre matematiksel modelleme, yaşam problemlerinin matematiksel forma dönüştürülmesi, çözülmesi ve çözümün yorumlanması sürecidir (Haines ve Crouch, 2001b).

2.2 Matematiksel Modelleme Süreci

Literatür incelendiğinde matematiksel modelleme sürecine ilişkin birçok çalışmanın bulunduğu ve matematiksel modelleme sürecinin farklı şekillerde tanımlandığı görülmektedir. Fikir birliğine varılan görüş, matematiksel modellemenin gerçek dünya ile matematiksel dünya arasında gerçekleştiği (Borromeo-Ferri, 2006), matematiksel modellemenin döngüsel bir süreç olduğu (Zbiek ve Conner, 2006) ve katı bir süreç olmadığıdır (Blum ve Niss, 1991; Borromeo-Ferri, 2006; Haines ve Crouch, 2001a; Lesh ve Doerr, 2003). Matematiksel modellemeye ilişkin tanımlar iki dünya arasında gerçekleşen etkileşimlerin hangi modelleme adımlarını içerdiği konusunda değişiklik gösterir.

Modelleme sürecinin yapısını açıklayan farklı birçok sayıda model ve gösterim vardır (Abrams, 2001; Blum ve Borromeo-Ferri, 2009; Blum ve Leiß, 2007; Hıdıroğlu, 2012). Bu bölümde matematiksel modelleme döngülerinden birkaçına yer verilmiş ve döngülerdeki basamaklar açıklanmıştır.

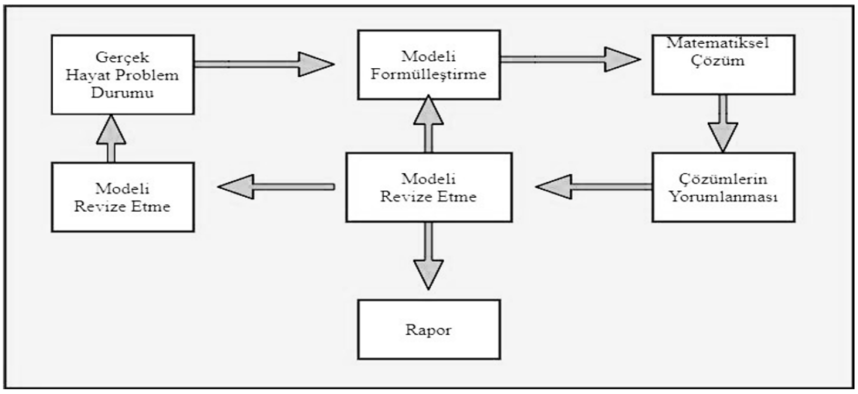
Matematiksel modellemeye ilişkin ilk çalışmalardan biri Kapur (1982)'a aittir. Kapur (1982) matematiksel modellemeyi uygun değişkenleri belirleme, değişkenler arasındaki ilişki ya da ilişkileri tespit etme, bu ilişkileri inceleyerek matematiksel bir model oluşturma, model ve modelin uygulamalarını teyit etme adımlarından oluşan bir süreç olarak açıklar.

Berry ve Houston (1995), matematiksel modelleme sürecini gerçek dünya ile matematiksel dünya arasında bir etkileşim olarak ifade eder. Matematiksel modelleme sürecini sekiz basamak ile tanımlar (Tablo 2.1).

Tablo 2.1: Matematiksel modelleme sürecindeki temel basamaklar (Berry ve Houston, 1995)

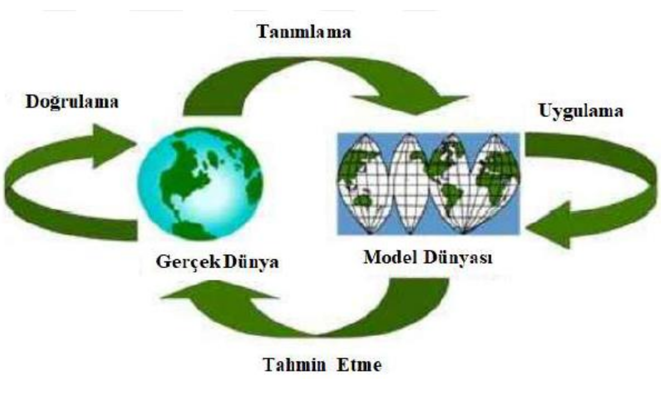
Adımlar	Açıklama
Problemi anlama	Problemi analiz etme ve amaca karar verme
Değişkenleri seçme	Problem dumuna ilişkin değişkenleri ve model için gerekli verileri belirleme
Matematiksel model kurma	Problem durumuna uygun bir matematiksel model oluşturma
Matematiksel problemi formülleştirme ve çözme	Problemi matematiksel olarak çözme
Çözümünü yorumlama	Çözümü ve sonucu eleştirel bir gözle değerlendirme
Modeli doğrulama	Modelin uygunluğunu sorgulama
Modeli geliştirme	Varsayımları gözden geçirerek modeli geliştirme ve gerekiyorsa modelleme sürecinde önceki basamaklara dönme
Raporlaştırma	Çözüm sürecini yazılı ya da sözel olarak sunma

Berry ve Davies (1996) matematiksel modelleme döngüsünü yedi aşamalı olarak tanımlar ve basamaklar arası geçişi Şekil 2.1'deki olduğu gibi açıklar. Buna göre gerçek yaşam problemi durumuyla başlanır. Problem durumunu ifade eden matematiksel model geliştirilir ve bu model yardımıyla problem matematiksel olarak çözülür. Elde edilen sonuçlar yorumlanır ve doğruluğu kontrol edilir. Bu aşamada sonucun yaşama uygun olmadığı fark edilirse modelin doğruluğu sorgulanarak model yeniden düzenlenir. Çözüm gerçek yaşam bağlamında uygunsa yazılı veya sözlü rapor hazırlanır.



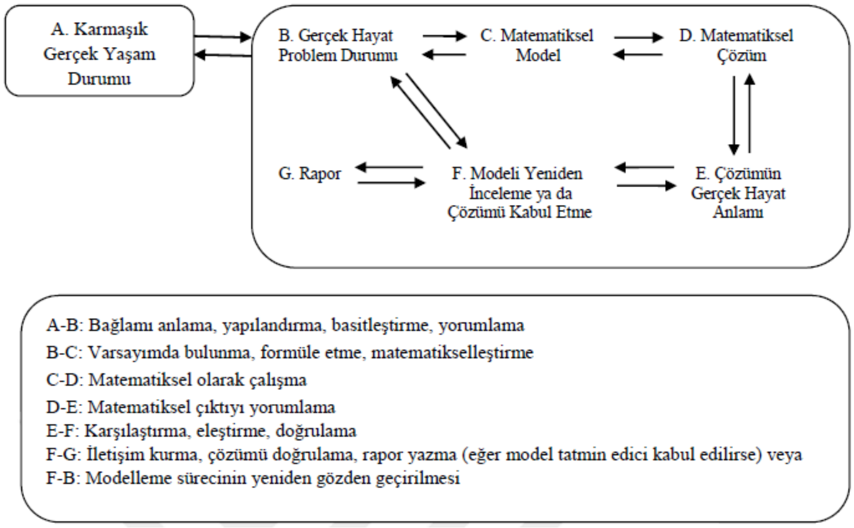
Şekil 2.1: Matematiksel modelleme döngüsü (Berry ve Davies, 1996).

Lesh ve Doerr (2003)'e göre matematiksel modelleme gerçek dünya ile başlayan ve yine gerçek dünya ile biten döngüsel bir süreç olup dört aşamalıdır (Şekil 2.2). Tanımlama aşamasında günlük yaşama ait durum modelleme dünyasına aktarılır. Tahmin etme aşamasında geliştirilen modele ilişkin tahmin ve probleme ilişkin işlemler yapılır. Doğrulama aşamasında elde edilen sonuçlar gerçek yaşamla ilişkilendirilir ve son olarak doğrulama aşamasında modelin doğruluğu ile birlikte kullanışlılığı değerlendirilir.



Şekil 2.2: Matematiksel modelleme döngüsü (Lesh ve Doerr, 2003).

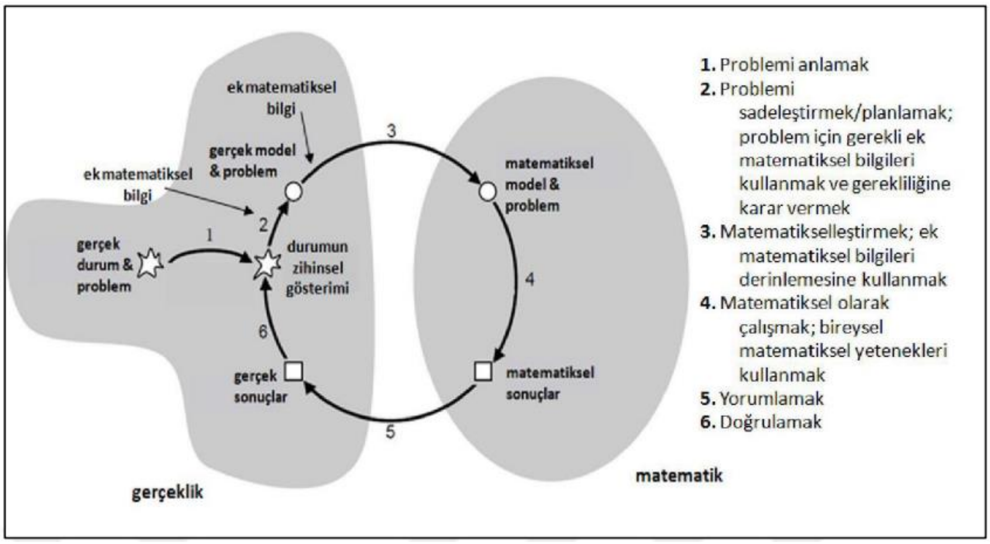
Galbraith ve Stillman (2006) matematiksel modelleme sürecini karmaşık gerçek dünya durumu, gerçek dünya problem durumu, matematiksel model, matematiksel çözüm, modelin gerçek dünyada yorumlanması, modeli yeniden gözden geçirmek/kabul etmek ve raporlamak olmak üzere yedi basamaklı olarak açıklar. Basamaklar arası geçiş süreçleri eklenerek Şekil 2.3'te verilen modelleme süreci son halini alır (Stillman vd., 2007).



Şekil 2.3: Matematiksel modelleme döngüsü (Galbraith, Stillman, Brown ve Edwards, 2007).

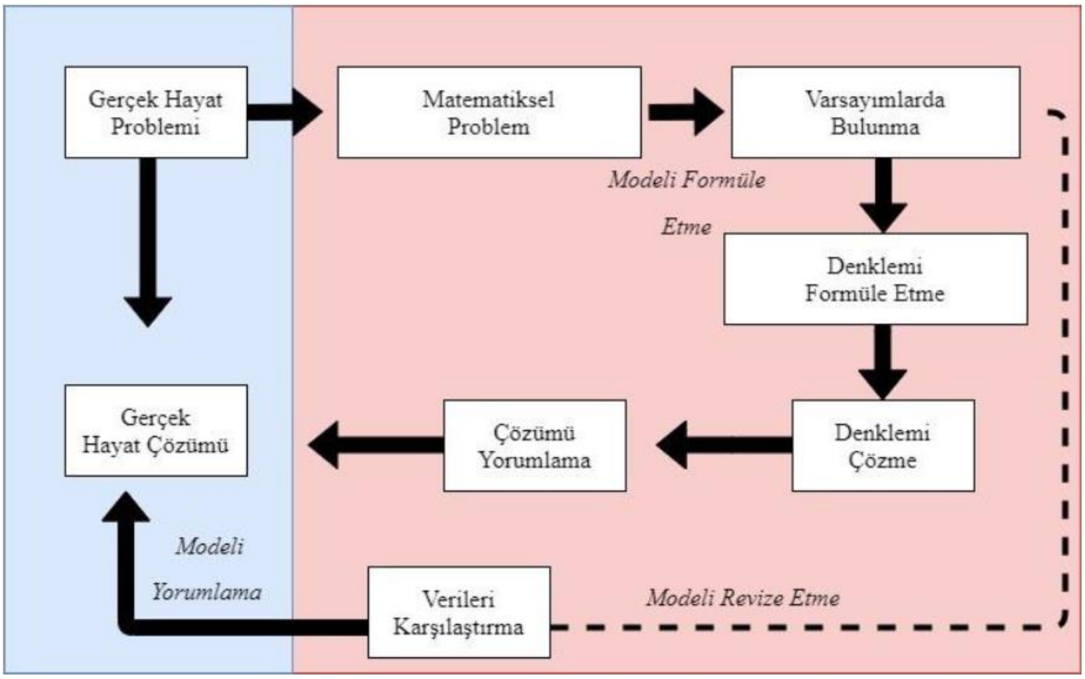
Bu modelleme döngüsü sol üstten başlayarak saat yönünde ilerleme ile açıklanmaktadır. Buna göre başarılı bir modelleme süreci rapor ile sona erer. Başarısız olunması durumunda ters yönü temsil eden oklar yardımı ile süreç tekrarlanarak süreç tamamlanır. İki yönlü oklar, basamaklar arası geçişleri içeren üst-bilişsel aktiviteleri temsil eder.

Borromeo-Ferri (2006) matematiksel modelleme sürecini bilişsel açıdan ele alır ve 'Bilişsel Perspektif Altında Modelleme Döngüsü' adıyla sunar (Şekil 2.4). Birey problem durumunu anlar, sadeleştirir, yapılandırır ve gerçek bir modele dönüştürür. Elde ettiği modeli matematikselleştirme yoluyla matematiksel model formuna çevirir. Matematiksel çalışarak çözüm üretir ve bu çözüm önce yorumlanır sonra doğrulanır. Eğer yöntem veya çözüm gerçekliğe uygun değilse en başa veya birkaç adım önceye dönülerek çalışmaya kaldığı yerden devam edilir.



Şekil 2.4: Bilişsel perspektif altında matematiksel modelleme döngüsü (Borromeo-Ferri, 2006).

Ang'e göre (2010) matematiksel modellemede ilk olarak yaşamda karşılaşılan bir problem matematiksel probleme dönüştürülür. Probleme yönelik varsayımlar oluşturulur ve oluşturulan denklem çözülür. Çözüm yorumlanır ve gerçek yaşam ile ilişkisi kontrol edilir. Modeli formüle etme ve verileri karşılaştırma alt sürecinde istenilen sonuçlar elde edilemediğinde varsayımlarda bulunma alt sürecine geri dönülerek model revize edilir.



Şekil 2.5: Matematiksel modelleme süreci (Ang, 2010).

Ang (2010), Borromeo Ferri (2006) gibi gerçek yaşam ile matematiksel dünyayı ayırır (Şekil 2.5). Yaşam durumlarının karmaşıklığından dolayı matematiksel modelin de karışık olacağını düşünerek gerçek yaşam durumlarının mümkün olduğunca teknolojik araçlar yardımıyla basitleştirilmesi gerektiğini ifade eder.

2.3 Matematiksel Modelleme Yeterlilikleri

Matematiksel modelleme sürecinde basamaklar arası geçişte bireylerde bazı yeterliliklerin olması gerekmektedir. Bu yeterlilikler alanyazında matematiksel modelleme yeterlilikleri olarak isimlendirilmektedir. Bu bölümde matematiksel modelleme yeterliliği tanımının doğru olarak anlaşılması için öncelikle yeterlilik ve matematiksel yeterlilik terimlerine ait tanımlamalara yer verilmiş, ardından matematiksel modelleme yeterliği tanımlanmış ve son olarak alanyazında kabul gören matematiksel modelleme yeterlikleri tanıtılmıştır. Literatür incelendiğinde, yeterlilik, yeterlik ve beceri kelimelerinin birbirlerinin yerine kullanıldığı görülmektedir. Bu nedenle matematiksel modelleme yeterlilikleri ele alınmadan önce bahsi geçen kavramlar arasındaki farklılıklar açıklanacaktır.

Ehliyet, kifayet gibi sözlüklerle eş anlamlı olarak kullanılan yeterlilik Türk Dil Kurumu Sözlüğü'nde (2022) 'bir işi yapma gücünü sağlayan özel bilgi', 'yeterli olma durumu', 'görevini yerine getirme gücü' ve 'yeterlik' olarak ifade edilmektedir. Jensen (2007) yeterliliği, bireyin karşılaştığı bir olay ya da durumdaki güçlüklere cevap vermek için hazır olması ve bilinçli olarak eyleme geçmesi şeklinde açıklar. Bu tanımlamalardan hareketle yeterlilik, zorluk karşısında bilinçli biçimde eyleme geçme olarak özetlenebilir ve yeterlik ile yeterlilik kavramlarının aynı anlamda olduğu söylenebilir. Matematiksel yeterlilik ise kişilerin matematiksel zorluk durumunda cevap üretme amacıyla eyleme geçmeye hazır olmasıdır (Blomhoj ve Jensen, 2007). Literatürde matematiksel yeterliliklerin iki gruba ayrıldığı görülmüştür (Niss, 1988). İlk grupta yer alan matematiksel yeterlilikler, matematiksel sorular oluşturma ve cevap vermeyi içeren matematiksel düşünme, problem oluşturma/çözüm üretme, matematiksel muhakeme ve matematiksel modellemedir. İkinci gruptaki matematiksel yeterlilikler, matematiksel dil ve araçları uygun şekilde kullanma, matematiksel gösterimleri kullanma, matematik ile ilgili konuşma, matematiği kullanarak iletişim kurma ve matematiksel araç-gereçlerin etkin kullanımıdır. Buna göre matematiksel yeterlilik, matematiksel düşünme, problem oluşturma, çözüm üretme, matematiksel modelleme, matematiksel mantık/muhakeme, matematiksel gösterimleri kullanma, matematik ile ve matematik hakkında iletişim gibi yeterlikleri içeren genel bir terimdir. Bu çalışmada matematiksel yeterlilikler içerisinde yer alan matematiksel modelleme yeterliliği esas alınmıştır.

Matematiksel modellemenin çalışmalarda beceri ya da yeterlilik olarak ele alındığı görülmüştür (Henning ve Keune, 2007). Hangisinin doğru olduğunu anlayabilmek için beceri ile yeterlilik arasındaki farkı bilmek gerekir. Matematiksel modelleme becerileri doğrudan gözlenemezken matematiksel modelleme yeterlilikleri matematiksel modelleme sürecinde bireylerin zorluklar karşısında sergiledikleri davranışlarla gözlenebilir (Henning ve Keune, 2007). Bu açıklamadan hareketle matematiksel modelleme yeterliliği, bireyin matematiksel modelleme sürecinde karşı karşıya geldiği zorluklarla baş etmede bilinçli ve hazırlıklı olması şeklinde tanımlanabilir (Jensen, 2007). Matematiksel modelleme yeterliliklerinin doğru biçimde kavranması ve bu yeterliliklerle ilgili alt yeterliklerin tespit edilebilmesi için yeterlilikler ile matematiksel modelleme sürecinin yakından ilişkilendirilmesi gerekmektedir (Maaß, 2006).

Stillman ve diğerleri (2007) matematiksel modelleme döngüsü içerisine yedirdikleri matematiksel modelleme yeterlilikleri ile alt yeterlilikleri şu şekilde açıklamaktadır:

- Gerçek yaşamdan gerçek problem durumuna geçişte problem ile ilgili içeriği kategorilendirme, varsayımlar oluşturma, giriş yöntemleri belirleme ve giriş yöntemlerine ait elemanları doğru özelleştirme,
- Gerçek problem durumundan matematiksel modele geçişte, ilgili ve ilgisiz değişkenleri tespit etme, varsayımlar oluşturma, hesaplama yapma için ihtiyaç duyulan matematiksel tabloları, gösterimleri veya teknolojiyi tespit etme ve modelin görsel gösterimini oluşturmak için gerekli olan teknolojiyi etkin kullanma,
- Matematiksel modelden matematiksel olarak elde edilen sonuçlara geçişte, sembollerin ve formüllerin doğru uygulanması, hesaplamalarda ihtiyaç duyulan teknolojinin kullanılması, formülü genişleterek grafik gösterimlerini oluşturmak için teknolojiyi uygun biçimde kullanma ve teknoloji ile modelin doğruluğunu test etme,
- Matematiksel sonuçlardan gerçek sonuçlara geçişte, matematiksel sonuçları gerçek yaşamdan yola çıkarak tanımlama, elde edilen sonuçları kavramsal olarak açıklama ve oluşturulan yorumların doğru olduğunu kontrol etme,

- Elde edilen gerçek sonuçlar yardımıyla modelin gözden geçirilerek çözümün kabul edilmesine geçişte, yaşamla ters düşen sonuçları uzlaştırma, hem gerçek yaşam hem de matematiksel tarafını değerlendirme ve oluşturulan modelin yaşama uygunluğunu tartışma.

Blum ve Kaiser matematiksel modelleme yeterlilikleri ve bu yeterliliklerin içerdiği alt yeterlilikleri şöyle ifade eder (Blum ve Kaiser 1997'den aktaran Maaß, 2006):

1. *Yeterlilik: Gerçek problem durumunu anlama ve gerçekliğe dayanan bir model oluşturma*

- Probleme ilişkin kabuller oluşturma ve durumu basitleştirme
- Problem durumu ile nicelikleri belirleme, isimlendirme ve anahtar değişkenleri tespit etme
- Değişkenlere ait ilişkileri oluşturma
- Verilenleri inceleyerek çözüm için gerekli ve gereksiz bilgileri belirleme

2. *Yeterlilik: Gerçek model yardımıyla matematiksel model oluşturma*

- Belirlenen nicelikleri ve ilişkileri matematiksel biçimde oluşturma
- Gerek duyulduğunda nicelikleri ve ilişkileri basit hale getirme, sayısal değerlerini ve karmaşıklığını azaltma
- Matematiksel gösterim ile temsilleri kullanma ve grafik haline getirme

3. *Yeterlilik: Oluşturulan matematiksel model ile problemleri çözme*

- Uygun çözüm stratejilerini belirleme ve kullanma
- Çözüm için gerekli matematik bilgilerini kullanma

4. *Yeterlilik: Ulaşılan matematiksel sonuçları gerçek yaşam durumlarında* yorumlama

- Matematiksel sonuçları matematik dışı bağlamlarda yorumlama
- Bir durum için üretilen sonucu genelleme
- Matematiksel dili doğru kullanarak çözümü inceleme

5. *Yeterlilik: Oluşturulan çözümü doğrulama*

- Oluşturulan çözümleri analiz etme ve doğruluğunu kontrol etme
- Çözüm ile problem durumu uyumsuzsa, mevcut modelin gerekli bölümlerini gözden geçirme, düzenleme veya matemaitksel modelleme sürecinde başa dönme
- Problem için alternatif çözüm yolları düşünme veya oluşturulan çözümleri başka bağlamlarda geliştirme
- Problem için oluşturulan modeli genel olarak sorgulama

Matematiksel modelleme yeterliliklerinin matematiksel modelleme sürecinin basamaklarına paralel ve uyumlu olarak belirlendiği görülmektedir. Bir başka deyişle matematiksel modelleme yeterlilikleri ve alt yeterlilikleri matematiksel modelleme sürecinde karşılaşılan zorlukların aşılmasını sağlayacak yeterliliklerdir (Grünewald, 2012). Borromeo-Ferri (2006) bilişsel perspektif altında modelleme döngüsü basamaklarına ilişkin bilişsel modelleme yeterliliklerini şu şekilde açıklar:

1. Problemi Anlama: Öğrenci, kendisine sunulan problem durumunu zihninde yapılandırır, kendi deneyimleriyle ilişkilendirir ve matematiksel düşünme tarzına bağlı olarak bazı zihinsel temsillerde bulunur.
2. Sadeleştirme: Durumun zihinsel temsilinden gerçek modele geçiş aşaması olan bu basamakta öğrenci, problemi idealleştirir, basitleştirir ve problemin çözümü için gerekli bilgileri ayıklar.
3. Matematikselleştirme: Bu basamakta öğrenci, ek matematiksel bilgiler yardımıyla gerçek modelden matematiksel modele geçiş yapar ve kendi matematiksel modellerini oluştururlar.
4. Matematiksel olarak çalışma: Öğrenciler, bireysel modelleme yeterliklerini kullanarak matematiksel sonuçlar elde etmek için matematiksel çözümler yaparlar.
5. Yorumlama: Sonuçların yorumlanması, matematiksel sonuçlardan gerçek sonuçlara geçişte gerçekleşir. Bu aşama, öğrenciler tarafından genellikle farkındalıkla yapılmaz.
6. Doğrulama: Bu aşamada öğrencilerin geçirdiği tüm süreçler kontrol edilir ve gerekirse sürece geri dönülür.

Mischo ve Maaß (2012) matematiksel modelleme yeterliliklerini matematiksel modelleme yoluyla problemi çözerken kullanılan beceriler şeklinde saptamışlar ve matematiksel modelleme basamaklarına ilişkin gerek duyulan becerileri listelemişlerdir. Tablo 2.2’de modelleme aşamalarında bireylerin sergilemesi gereken kişisel faktörlere yer verilmiştir.

Tablo 2.2: Modelleme süreci ve ilişkili olduğu kabul edilen kişisel faktörler (Mischo ve Maaß , 2012)

Basamaklar	Okuma yeterliği,İnanclar (Güdülenme),Akıcı zeka
1.Basamak: Model durumunun oluşturulması (Durumu anlama ve özetleme)	Sözel kavrayabilme
2.Basamak: Model kurma (Gösterimlerin oluşturulması, modelleme taslağı ile bilgiler arasında bağlantı kurma)	Genel bilgi
3.Basamak : Matematiksel bir model oluşturma	Matematiksel yeterlik
4.Basamak : Model yardımıyla çözüm	Matematiksel yeterlik
5.Basamak: Çözümün yorumu	Matematiksel yeterlik ve sözel kavrama
6.Basamak : Doğrulama	Genel bilgi

Matematiksel modelleme yeterliliklerinin tanımlanmasında farklı yaklaşımların olduğu gibi bu yeterlikleri ölçme ve değerlendirme için de farklı yöntemler uygulanmaktadır. Bu yöntemler, bütüncül yaklaşım, mikro-düzey yaklaşım ve bu iki yöntemin bir arada kullanıldığı karma yaklaşım olarak karşımıza çıkmaktadır. Bireyler bütüncül yaklaşımda matematiksel modelleme sürecinin tüm basamaklarından geçerken mikro düzey yaklaşımda bir veya birkaç basamak gerçekleştirir. Karma yaklaşımda ise mikro-düzey yaklaşım ve bütüncül yaklaşım bir arada uygulanır. Tablo 2.3'te matematiksel modelleme yeterlilikleri değerlendirme yaklaşımları özetlenmiştir.

Tablo 2.3: Matematiksel modelleme yeterlilikleri değerlendirme yaklaşımları

Yaklaşım	Değerlendirme çalışması	
Mikro düzey yaklaşım	Bir veya birkaç alt yeterliliği ayrı ayrı ele alma	
Bütüncül yaklaşım	A. Yeterlilik değerlendirme	a. Hangi yeterliklere sahip olunduğunun belirlenmesi
		b. Hangi yeterliğin ne düzeyde gerçekleştirildiğinin belirlenmesi
		c. Yürütülen çalışmanın hangi düzeyde olduğunun belirlenmesi
		d. Yeterliklere ait hangi alt yeterliklerin gerçekleştiğinin belirlenmesi
	B. Düzey belirleme	
	C. Çok boyutlu değerlendirme	
Karma yaklaşım	Mikro düzey ve bütüncül yaklaşım dengesi	

Mikro düzey yaklaşımda matematiksel modelleme sürecinin bir ya da birkaç basamağına odaklanılır. Farklı etkinliklerle bu basamaklarla ilişkili modelleme yeterlilikleri kazandırılmaya veya geliştirilmeye çalışılır. Örneğin bir etkinlikle matematiksel modele geçiş yeterliğini incelemek/ kazandırmak hedeflenirken bir başka etkinlikle matematiksel modeli doğrulama yeterliğini incelemek/ kazandırmak hedeflenir. Uluslararası literatür incelendiğinde bu yaklaşıma sahip çalışmaların genellikle aynı araştırmacılar tarafından yürütüldüğü görülmektedir (Haines ve Crouch, 2001a; Izard vd. 2003). Ulusal literatürde ise Bal ve Doğanay (2014) öğretmen adaylarına matematik ön kavrama testi uygulamış ve öğretmen adaylarının matematiksel modelleme sürecinde değişkenlerin belirlenmesi, modelin oluşturulması ve modelin çözümlenmesi aşamalarında hatalar yaptıklarını belirlemiştir.

Mikro-düzey yaklaşımda alt yeterlilikleri değerlendirmeye olanak sağlayan çoktan seçmeli sorular içeren test Haines ve diğerleri (2001) tarafından oluşturulmuş ve Izard ve arkadaşları (2003) tarafından geliştirilmiştir (Kaiser, 2007). Kaiser (2007) bu alt yeterlilikleri şu şekilde tanımlamaktadır:

1. Gerçek yaşam problemi ile ilgili sadeleştirme ve varsayımlar yapma
2. Gerçek modelin hedefini açıklama
3. Kesin bir problem durumu formüle etme
4. Modelin değişkenlerinin, parametrelerinin ve değişmezlerinin atanması
5. Problemi tanımlamak için ele alınan durumların matematiksel formülasyonu
6. Matematiksel model seçimi
7. Grafiksel gösterimleri kullanma
8. Geri dönerek gerçek durumuyla ilişki kurma ve gerçek yaşam bağlamında çözümü yorumlama

Geliştirilen bu test, yukarıda belirtilen sekiz alt yeterliliğin her birini ayrı ayrı ölçen çoktan seçmeli sorulardan 0, 1 veya 2 puan alınabilecek şıklardan oluşmaktadır. Böylelikle her alt yeterlik ayrı ayrı değerlendirilebilmektedir. Bireylerin matematiksel modelleme yeterliliği değerlendirilirken bu testten elde edilen toplam puana bakılır.

Bütüncül yaklaşımda literatürde tanımlanan bir matematiksel modelleme sürecindeki ana yeterliliklere odaklanılır. Bütüncül yaklaşımın benimsendiği çalışmalarda yeterlikler bir bütün olarak ele alınır ve değerlendirilir. Literatürde bütüncül yaklaşımın benimsendiği çalışmaların “yeterlik değerlendirme”, “düzey belirleme” ve “çok boyutlu değerlendirme” olarak üç gruba ayrılabileceği görülmektedir.

Bütüncül yaklaşımın benimsendiği yeterlilik değerlendirme çalışmaları şu şekilde açıklanabilir:

a) Hangi yeterliklere sahip olduğunun belirlenmesi: Bireylerin matematiksel modelleme sürecinin hangi basamaklarını gerçekleştirdiği incelenir (Plath vd., 2014; Sekerak, 2010; Schwarz ve Kaiser, 2007).

b) Hangi yeterliğin ne düzeyde gerçekleştirildiğinin belirlenmesi: Matematiksel modelleme süreci basamaklarının ne ölçüde gerçekleştiği her basamak için geliştirilen dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilir. Matematiksel modelleme başarısı ise her basamak için tüm etkinliklerden alınan toplam puan ve bir etkinlikten tüm basamaklar için alınan toplam puan hesaplanarak belirlenir (Eric vd., 2012; Hıdıroğlu vd., 2014; Korkmaz, 2010; Kösa ve Aydın-Güç, 2014).

c) Yürütülen çalışmanın hangi düzeyde olduğunun belirlenmesi: Çalışmaların hangi düzeyde olduğu bir bütün olarak ele alınır, matematiksel modelleme basamakları ile paralel düzeyler ve göstergeleri belirlenir, model oluşturma süreçleri izlenir ve bireylerin çalışmalarının hangi düzeyde oldukları saptanır. Örneğin Huang’ın (2011) matematiksel modelleme yeterliliklerini dört düzeyde değerlendirilmeyi amaçlayan düzey belirleme anahtarı şu şekildedir:

Düzey 0: 1. Cevapların doğru ya da doğruya yakın olmasına rağmen, seçeneklerin doğruluğu hakkında bir akıl yürütme yok

2.Yanlış cevap

Düzey 1: Cevaplar tamamen doğru değil ancak matematiksel modelleme süreci veya algılanan gerçeklik ve matematiksel dünya arasındaki ilişki kısmen kabul edilebilir. Ya da algılanan gerçeklik veya matematik bilgisi yetersiz

Düzey 2: Doğru bir yol izlendi; matematiksel modelleme süreci veya algılanan gerçeklik ve matematiksel dünya arasındaki ilişki kabul edilebilir. Ancak algılanan gerçeklik veya matematik bilgisi yetersiz

Düzey 3: Doğru bir yol izlendi; matematiksel modelleme süreci veya algılanan gerçeklik ve matematiksel dünya arasındaki ilişki kabul edilebilir ve bu ilişki doğru şekilde uygulandı.

Bu yaklaşıma göre öğrencilerin model oluşturma süreçleri izlenerek öğrenci çalışmalarının hangi düzeyde oldukları belirlenmektedir.

d) Yeterliklere ait hangi alt yeterliklerin gerçekleştiğinin belirlenmesi: Matematiksel modelleme yeterlikleri her yeterliğin alt-yeterlikleri bağlamında ele alınır ve yeterliklere ait hangi alt-yeterliklerin gerçekleştirildiğinin belirlenir (örn. Tekin-Dede ve Yılmaz, 2013).

Bütüncül yaklaşımın benimsendiği düzey belirleme çalışmalarında matematiksel modelleme yeterlikleri farklı düzeylerde tanımlanır ve değerlendirilir. Henning ve Keune (2004) ve Keune ve diğerleri (2004) tarafından "yeterlik düzeyi modeli" olarak isimlendirilen (akt. Henning ve Keune, 2007) değerlendirme yaklaşımı örnek verilebilir. Bu düzey ve beceriler şu şekilde açıklanır:

<u>Düzey 1: Matematiksel modellemeyi tanıma ve anlama</u>

- Tanıma
- Matematiksel modelleme sürecini açıklama
- Karakterize etme, matematiksel modelleme sürecinin basamaklarını ayırt etme ve yerelleştirme

<u>Düzey 2: Bağımsız matematiksel modelleme:</u>

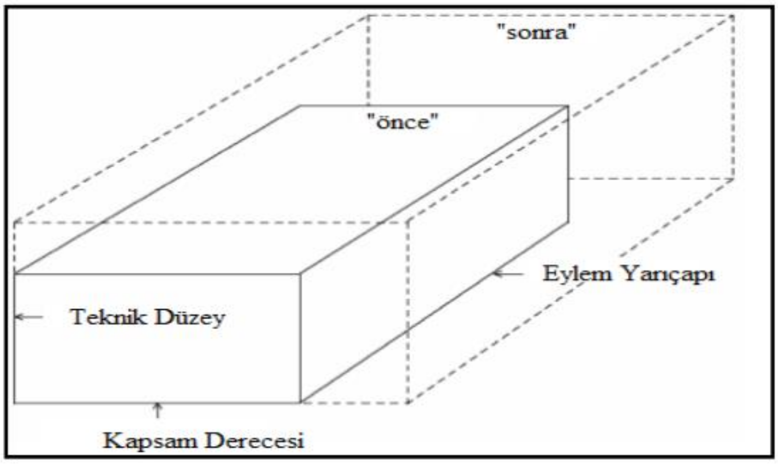
- Problemleri yapılandırma ve analiz etme, nicelikleri sadeleştirme
- Farklı bakış açılarını benimseme
- Matematiksel modeller kullanma
- Modeller üzerine çalışma
- Modellerin sonuçlarını ve ifadelerini yorumlama
- Modeller ve tüm süreci doğrulama

<u>Düzey 3: Matematiksel modellemeye üst-yansıtma</u>

- Matematiksel modellemeyi eleştirel analiz etme
- Matematiksel model değerlendirme kriterlerini karakterize etme
- Matematiksel modellemenin nedeni üzerine yansıtma yapma
- Matematiğin uygulamaları üzerine yansıtma yapma

Yukarıda açıklanan düzeylerde ilerlemenin matematiksel modelleme sürecinin basamaklarındaki ilerlemeye paralel olmadığı bütüncül olarak çalışmaların kalitesine odaklanıldığı görülmektedir.

Bütüncül yaklaşımın benimsendiği çok boyutlu değerlendirme çalışmalarında matematiksel modellemeyi tek boyutlu olarak ele almanın matematiksel modellemenin karmaşık yapısına uygun olmadığını vurgulanır. Örneğin Niss ve Højgaard (2011) “kapsam derecesi”, “eylem yarıçapı”, “teknik düzey” boyutlarını içeren üç boyutlu bir değerlendirme yaklaşımı sunar (Şekil 2.6).



Şekil 2.6: Üç boyutlu yeterlik değerlendirme yaklaşımının görselleştirilmesi (Niss ve Jensen, 2006’dan akt., Jensen, 2007).

Bu yaklaşıma göre kapsam derecesi; yürütülen matematiksel modelleme sürecini, teknik düzey; kullanılan ve benimsenen matematiği ve eylem yarıçapı; matematiksel modelleme sürecinde ortaya çıkan matematiğin değerlendirilmesini amaçlayan boyutlar olarak tanımlanır (Jensen, 2007). Bu üç boyutlu değerlendirme hacim olarak temsil edilir ve hacimdeki artış ilerlemeyi temsil eder.

Karma yaklaşımı benimseyen çalışmalarda bütüncül bir yaklaşımla tüm yeterliliklerin bir bütün olarak ele alındığı etkinliklere yer verilmesinin yanında bazı yeterlilikler mikro düzeyde ele alınır. Bu yaklaşıma göre bütüncül ve mikro düzey yaklaşımlar arasında bir denge kurulması önemlidir. Örneğin Blomhøj (2007) fen bilimlerinde okuyan üniversite öğrencileri ile gerçekleştirdiği çalışmasında öğrenme ortamına ilk olarak hazır projeler ve modeller getirerek öğrencilerin modeli analiz etme ve yorumlama yeterliliklerini desteklemiştir. Daha sonra matematiksel modelleme sürecinin tamamından geçmeyi gerektiren etkinliklere yer vermiştir.

2.4 Matematiksel Modelleme Yaklaşımları

Literatür incelendiğinde matematiksel modellemeye dair farklı bakış açılarının dolayısıyla farklı yaklaşımların olduğu görülmüştür. Kaiser ve Sriraman (2006) bu yaklaşımları altı başlık altında sınıflandırmıştır. Bu sınıflandırma Tablo 2.4'te verilmiştir.

Tablo 2.4: Matematiksel modelleme yaklaşımlarının sınıflandırılması (Kaiser ve Sriraman, 2006)

Modelleme Yaklaşımı	Temel Hedefler	Önemli İsimler
Gerçekçi / Uygulamalı Modelleme	Gerçek yaşam problemlerini çözme, gerçek yaşamı anlama ve modelleme becerilerini geliştirme	Harines, Crouch, Kaiser, Pollak
Bağlamsal Modelleme	Matematiksel kavramları uygun bağlamlar içerisinde tecrübe ederek daha anlamlı öğrenme ve sözel problemleri çözme	Sriraman, Lesh, Doerr
Eğitimsel Modelleme	Matematiksel modelleme ile uygun öğrenme ortamlarının ve süreçlerinin oluşturulması, kavramları tanıtma ve geliştirme	Niss, Galbraith, Blum
Sosyo-kritik Modelleme	Kendi yaşadığı topluma karşı eleştirel düşünme becerileri kazanma	Barbosa, Skovsmose
Epistemolojik Modelleme	Teori gelişimine katkı sağlama	Garcia, Gascon, Ruiz, Dorier
Bilişsel Modelleme	Modelleme sürecinde yer alan bilişsel süreçleri analiz etme ve bu bilişsel süreçleri anlama, soyutlama veya genelleştirme gibi zihinsel süreçleri içeren modellemeyi vurgulayarak veya somut resimler veya zihinsel resimler gibi modeller kullanarak matematiksel düşünme sürecini geliştirme	Borromeo Ferri, Blum, Leiss

Gerçekçi/uygulamalı matematiksel modelleme yaklaşımının temelinde problem çözme becerisi gelişmiş, matematiksel modelleme yeterliliği kazanmış ve bunları yaşamına aktarabilen bireyler yetiştirmek yer alır. Bağlamsal matematiksel modelleme yaklaşımında amaç öğrencilerin matematiksel kavram ve yapılara gerçek yaşamla ulaşarak anlamlı öğrenmelerini sağlamaktır. Eğitimsel matematiksel modelleme yaklaşımı, gerçekçi yaklaşım ile bağlamsal yaklaşımın birleşimi olarak düşünebilir. Bu yaklaşımdaki esas öğrencilere uygun öğrenme ortamları ve süreçleri sağlayarak matematik kavramlarının öğretilmesi görüşüdür. Sosyo-kritik matematiksel modelleme yaklaşımında öğrencilerin içinde bulundukları toplum ve kültürel yapıya ilişkin eleştirel düşünme becerisinin matematiksel modelleme ile kazandırılması önemsenmektedir. Epistemolojik matematiksel modelleme yaklaşımı günlük yaşamdaki problemlerden matematiksel teorilere ulaşılmasını vurgular. Bilişsel matematiksel modelleme yaklaşımı matematiksel modelleme sürecinde öğrencilerin zihninde oluşan bilişsel süreçlerin analizine odaklanır.

Kaiser ve Sriraman tarafından yapılan bu sınıflandırmada her bir modelleme yaklaşımının matematiksel modellemenin farklı noktalarına vurgu yaptığı görülmektedir. Bununla birlikte ifade edilen yaklaşımları keskin çizgilerle ayrıştığını söylemek yanlış olacaktır. Matematik eğitiminde matematiksel modelleme kullanmaya yönelik yaklaşımlar ikiye ayrılmaktadır: *amaç olarak matematiksel modelleme* ve *araç olarak matematiksel modelleme* (Galbraith, 2012; Julie ve Mudaly, 2007; Niss vd., 2007). İlk yaklaşıma göre matematiksel modelleme daha çok lise veya üniversite düzeyinde ele alınmalıdır. İkinci yaklaşım bu görüşü reddeder ve matematiksel modellemenin erken dönemden başlanarak her kademede uygulanmasını savunur. Matematiksel modellemeyi amaç olarak gören yaklaşımda matematiksel model ve kavramlar aktarıldıktan sonra kavramların uygulanabileceği yaşamdan alınan problem durumları sunulur. Bu yaklaşım daha çok sonuç ve beceri kazandırmaya odaklıdır (Haines ve Crouch, 2001b, 2007; Izard vd., 2003; Lingefjard, 2002b, akt. Erbaş ve ark., 2014). Matematiksel modellemeyi araç olarak gören yaklaşımda matematiksel kavramlar direkt verilmez, sezgisel olarak hissettirilir ve öğrencinin geçirdiği süreç önemsenir.

2.5 Matematiksel Model Oluşturma Etkinlikleri

Matematiksel modelleme yeterliliklerinin belirlenmesi ve geliştirilmesi için model oluşturma etkinlikleri kullanılabilir (Lesh vd., 2000). Matematiksel modelleme etkinlikleri gerçek yaşamda karşımıza çıkan veya çıkması muhtemel olan merak uyandırıcı problem durumlarıdır. Bu etkinlikler bireylerin çıkarım yapmasına, kendi matematiksel yapılarını oluşturmalarına ve düzenleyip geliştirmelerine olanak sağlayan problem çözme etkinlikleridir (Lesh ve Doer, 2003). Geleneksel problemlerin matematik eğitiminin hedeflerine yeterli düzeyde cevap vermemesi model oluşturma etkinliklerinin önemini öne çıkarmıştır. Matematiksel modelleme etkinliklerinin çözümü, problem çözmenin güçlü şeklidir (Fox, 2006). Matematiksel modelleme etkinlikleri yerine literatürde modelleme problemleri, modelleme görevi ve modelleme aktivitesi gibi isimlerin kullanıldığı görülmüştür (Bukova-Güzel, 2016). Lesh ve Doerr (2003) ise model ve modelleme kavramlarından yola çıkarak bu problemleri model oluşturma etkinliği (model-eliciting activities) olarak isimlendirmiştir.

Matematiksel modelleme etkinlikleri yaşam ile matematik arasındaki bağın kurulumunda önemli rol oynar. Öğrencilerin öğrenme ortamlarında matematiksel modelleme etkinliklerini deneyimlemesi öğrenmelerini anlamlı hale getirir. Kural, formül veya prosedür gibi yönlendiriciler içermediğinden bu etkinliklerde öğrenciler problemdeki matematiği arar (Stilman, 2012) ve kendi matematiksel fikirlerini keşfederek geliştirir (Fox, 2006).

Gerçek hayat durumuna ait her problem matematiksel modelleme etkinliği değildir. Matematiksel modelleme etkinliklerinin sahip olması gereken birtakım özellikler vardır. Alan yazında matematiksel modelleme etkinliklerde bulunması gereken özellikler farklı şekillerde açıklanmıştır.

Borromeo-Ferri (2014), modelleme etkinliklerinin, açık, karmaşık, realist, matematiksel modellemenin her aşamasında etkin olan, kişilerin zihninde karmaşıklık oluşturup çözme ihtiyacı hissettiren bir problem niteliğinde olması gerektiğini belirtmiştir. Fox (2006) ise özellikle küçük yaşlarda ki çocuklara yönellik etkinliklerin gerçekçi, kendi yaşantılarına yakın, bir cevabı olmayan, modeli belgelendirmeye olanak sağlayan, öğrencinin fiziksel, duyuşsal, sosyal ve bilişsel gelişimini destekleyen etkinlikler olması gerektiğini vurgulamıştır. Lesh ve arkadaşları (2000) model oluşturma etkinliklerinin altı ilkeyi sağlaması gerektiğini ifade etmiştir:

Gerçeklik ilkesi: Etkinliğin gerçek yaşamda karşılaşılabilir durumları içermesi gerekir. Gerçek yaşam ögeleri içeren problemler öğrencilerde çözme isteği uyandıracaktır.

Model oluşturma ilkesi: Öğrenciler sonuca ulaşmak için değil sonuca ulaştıracak model geliştirmek için çalışmalıdır. Bu nedenle modelleme etkinlikleri öğrencileri model oluşturmaya yönlendirebilmelidir.

Öz değerlendirme prensibi: Etkinlik öğrencilerin yardım almadan çözümlerini değerlendirebileceği nitelikte olmalıdır.

Yapı belgelendirme prensibi: Etkinlik öğrencileri geliştirdikleri modeli ve düşüncelerini açıkça ortaya koyabileceği bir belge hazırlamaya yönlendirebilmelidir. Böylelikle öz değerlendirme ilkesi desteklenir.

Model genelleme prensibi: Geliştirilen modelin benzer durumlara aktarıp aktarılamadığını öğrenciler karar verebilmelidir. Bu sebeple etkinlik sayesinde öğrenciler diğer durumlara aktarılabilir modeller geliştirebilmelidir.

Etkili prototip ilkesi: Geliştirilen model aradan uzun zaman geçse bile hatırlanabilir olmalıdır. Carlson ve arkadaşları (2003) bu ilkeyi basitlik prensibi olarak değerlendirir. Buna göre problem durumu mümkün olduğunca basit olmalıdır.

2.5.1 Fermi Problemleri

Fermi problemleri yeterli bilginin verilmediği, yaratıcı düşünmeye teşvik eden, kişilerin bilgi ve deneyimleri ile çözülebilen problemlerdir (Taplin, 2007). Nobel ödüllü fizikçi Enrico Fermi derslerinde öğrencilerine "Şikago'da kaç tane piyano akortçusu var?" tarzında sorular sorar ve öğrencilerinin akıl yürüterek oluşturdukları birkaç makul varsayım ve tahmin ile soruyu çözmelerini bekler. Bu nedenle gerçek hayattan alınan ve içerisinde çok az bilinenin yer aldığı bu tarz problemler Fermi problemleri olarak isimlendirilir. Ärlebäck (2009) Fermi problemlerinin özelliklerini şöyle açıklar:

> *Gerçek dünya problemi olan Fermi problemlerinin çözümü herhangi bir matematiksel bilgi gerektirmez. Öğrenciler bu problemleri bireysel veya grup olarak çözebilir. Çözüme ulaşmak için ilgili bilgi ve ilişkiler belirlenir ve kurgulanır. Sayısal veriler az veya hiç olmadığı için ilgili miktarlar için uygun tahminlerin yapılması gerekir. Bu tahminleri oluştururken öğrenciler tartışma sürecine girerler.*

Gerçek dünya veya günlük yaşam bağlamında oldukça kullanışlı (Peter-Koop, 2004; Sriraman ve Lesh, 2006) olan bu problemler farklı sınıf düzeylerinde ve farklı karmaşıklık seviyelerinde kullanılabilir (Kittel ve Marxer, 2005). Öğrenme ortamlarında Fermi problemlerinin kullanılması öğrencileri eleştirel düşünmeye ve disiplinler arası çalışmaya teşvik eder (Sriraman ve Lesh, 2006). Matematik yapmanın belirli prosedürleri uygulayarak kesin cevaplar elde etmek olmadığını öğretir (Ross ve Ross, 1986). Fermi problemlerinde kesin cevaba ulaşılamadığı için bu tür problemlerin çözümünde önce varsayımlar ve sistematik tahminler geliştirilir daha sonra hesaplamalar yapılır (Ärlebäck, 2009). Çözüm süreci ve problemin yapısı Fermi problemlerinin matematiksel modelleme için mükemmel araç olduğunu gösterir (Ärlebäck, 2009).

2.6 Matematiksel Modelleme Yeterlilikleri ile İlgili Alanyazın

Bu bölümde matematiksel modelleme yeterlikleri ile ilgili ulusal ve uluslararası alan yazında yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

Korkmaz (2010) araştırmasında 37 ilköğretim matematik ve 33 sınıf öğretmeni adayı ile yürüttüğü çalışmada öğretmen adaylarına matematiksel modellemeyi tanıtma, uygulama öncesi ve sonrası görüş ve tutumlarının değişip değişmediğini tespit etme ve matematiksel modelleme yeterliliklerini belirlemeyi amaçlamıştır. Karna yöntemin uygulandığı çalışmada matematiksel modelleme yeterlilikleri dereceli puanlama anahtarı kullanılarak analiz edilmiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğretmen adayları yorumlama ve doğrulama sürecinde zorlanmış, modelleme sürecinden keyif almış ve matematiğin yaşamdaki öneminin farkına varmışlardır.

Tekin-Dede ve Yılmaz (2013) 19 ilköğretim matematik öğretmeni adayını önce matematiksel modelleme, modelleme problemleri ve modelleme döngüleri hakkında bilgilendirmiş daha sonra bir modelleme problemi üzerinden modelleme yeterliklerini incelemiştir. Çalışmada öğretmen adaylarına Borromeo-Ferri'nin (2006) modelleme döngüsü basamaklarının yer aldığı kağıt verilmiş ve bu basamaklara göre çözümlerini gerçekleştirmeleri istenmiştir. Çalışma sonucunda deneyimlerine bağlı varsayımlarda bulundukları, uygun değişkenleri ve değişkenler arası ilişkiyi oluşturdukları, gerçek modelden matematiksel modele geçiş yapabildikleri, çözümü gerçekleştirebildikleri, çözümü doğrulayabildikleri ve genel olarak modeli sorgulayabildikleri belirlenmiştir.

Aydın-Güç (2015) doktora çalışmasında bütüncül yaklaşıma göre tasarlanan bir öğrenme ortamında öğretmen adaylarının modelleme yeterliliklerini incelemiştir. İki farklı üniversitede öğrenim gören 19 öğretmen adayına matematiksel modellemeye yönelik teorik ve uygulamalı eğitim verilmiş ve 7 farklı modelleme etkinliği uygulanmış olup 3 katılımcıya modelleme kapsamında herhangi bir eğitim verilmemiş ve 3 modelleme etkinliği uygulanmıştır. Uygulamalar 4-6 kişilik gruplar halinde yapılmıştır. Öğretmen adaylarının modelleme yeterlilikleri ve alt-yeterlilikleri dereceli puanlama anahtarı ile incelenmiş ve değişimin etkililiğini belirlemek için diğer grupla karşılaştırılmıştır. Araştırma sonucunda deneyimin, öğrenme ortamı özelliklerinin ve duyuşsal faktörlerin modelleme yeterliliklerinin gerçekleşmesinde etkili olduğu bulunmuştur.

Ural (2014) 38 öğretmen adayına farklı zamanlarda iki problem durumu vermiş ve matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme becerileri ile karşılaştıkları zorlukları incelemiştir. Katılımcıların çoğu benzin-dizel sorusunu kısmen anlamış ve değişken belirleme, model kurma ve yorumlama adımlarının hiçbirinde başarılı olamamıştır. Nüfus probleminde ise problem durumunu yeterince matematikselleştirememiş, durumu oldukça basit şekilde el almış ve model kurmak yerine aritmetik işlemler yapmıştır.

Yanbıyık (2016) altı sınıf öğretmeni adayına dört Fermi problemi yöneltmiş ve ortaya çıkan matematiksel modelleme becerilerini incelemiştir. Her modelleme aşamasına ilişkin gerekli kritik özellikleri belirlenmiş ve bu kritik özelliklerden hiçbiri sergilenmediğinde 'Doğru değil', en az bir tanesi gerçekleştirildiğinde 'Kısmen doğru' ve tamamı görüldüğünde ise 'Doğru' olarak kabul edilmiştir. İlk Fermi problemi sonrasında modelleme aşamaları 1 kez 'Doğru', 4 kez 'Kısmen doğru' ve 10 kez 'Doğru değil' iken çalışma ilerledikçe 'Doğru' ve 'Kısmen doğru' sayılarında artış olduğu belirlenmiştir. En fazla doğru cevap değişkenleri seçme ve varsayımları kurma aşamasında verilirken en az doğru cevabın matematiksel model kurma aşamasında verildiği belirlenmiştir. Ayrıca çlışmada öğretmen adaylarının öğrencilerin lisans eğitiminde gördükleri matematik derslerindeki başarı durumu ile matematiksel modelleme başarı durumu arasında ilişki olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Mumcu ve Baki (2017) lise öğrencilerinin gerçek hayat problemlerinde matematiksel modelleme becerilerini kullanım biçimlerini yorumlamak amacıyla altı öğrenciye "Matematiği Kullanma Problemleri" testi uygulanmıştır ve veriler geliştirilen ölçek yardımıyla değerlendirilmiştir. Araştırma sonucunda problem çözme sürecinde puan ortalamalarının giderek azaldığı ve çözümü doğrulama aşamasında en düşük değerlerin alındığı bulunmuştur.

Dede ve diğerleri (2018) matematiksel modelleme yeterliklerini belirlemek amacıyla 207 ortaokul matematik öğretmeni adayı ile çalışma yürütmüştür. Araştırma sonucunda genel matematiksel modelleme yeterliliği, problemi yapılandırma, değişkenleri belirleme ve yorumlama-doğrulama yeterliliklerinin negatif logit değerleri aldığı, matematik modeli oluşturma yeterliliklerinin en yüksek pozitif logit değerini aldığı ve yorumlama-doğrulama yeterliliklerinin en düşük değeri aldığı belirlenmiştir. Cinsiyet faktörününse genel matematiksel modelleme yeterliliği ve matematiksel modelleme alt yeterlilikleri puanları üzerinde anlamlı bir farklılık olmadığı görülmüştür.

Deniz ve Akgün (2018) ilköğretim matematik öğretmeni adayları ile yürüttüğü çalışmada katılımcılara üç modelleme problemi yöneltmiş ve matematiksel modelleme problemlerini çözme becerilerini incelemiştir. Katılımcılar değişkenleri belirlemede zorlanmışlar, uygun matematiksel modeli oluşturamamışlar ve matematiksel çalışma ile yorumlama basamaklarında diğerlerinden daha az başarılı olmuşlardır. Ayrıca araştırmanın başlangıcında öğretmen adaylarının modelleme sürecinin ilk basamaklarını doğru şekilde tamamlayamadıkları fakat son problemde takip edilen basamak sayısında artışın olduğu görülmüştür.

Kaya (2018) bütün-parça-bütün öğrenme modelinin farklı matematiksel inançlara sahip ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme yeterliliklerine etkisini incelemiştir. 2. Sınıfta öğrenim gören 27 öğretmen adayı ile yürüttüğü çalışmada geleneksel inanca sahip olmayan öğretmen adaylarının geleneksel inanca sahip olanlara göre matematiksel modelleme testi ve modelleme etkinliklerinden daha yüksek puan aldığı sonucuna ulaşmıştır.

Hıdıroğlu vd. (2014) Kuyruklu Yıldız problemini on ortaöğretim öğrencisine yöneltmiş, bireysel çözümleri ile video kayıtlarını dereceli puanlama anahtarından yararlanarak analiz etmiş ve öğrencilerin modelleme sürecini incelemiştir. Öğrenciler belirlemede sorunlar yaşamış, modeli doğrulamamış ve sonuçların gerçek yaşama uygunluğunu sorgulamamışlardır. Ayrıca modelleme basamaklarında ilerledikçe öğrencilerin yaşadıkları sıkıntının arttığı belirlenmiştir.

Çora (2018) 7. sınıf öğrencilerinin modelleme etkinlikleri ile yaşam problemleri çözüm süreçlerini incelemiştir. Öğrenciler grupsal çalışmada zorlandıkları için soruları bireysel olarak çözmüştür. İlk etkinlikte problemi anlamakta zorluk çektikleri, matematikle ilişkilendiremedikleri ve katılımın düşük olduğu görülmüştür. Tüm etkinliklerde çözüm doğrulanmamış ve farklı çözüm yolları denenmemiştir. Akademik olarak başarılı olan öğrencilerin problemi anlamada zorluk çektikleri ve işlemi yapıp hemen cevaba ulaşma istedikleri görülmüştür.

Çoksöyler (2020) 6. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerini incelemiştir. Çalışma ön uygulama ve asıl uygulama olarak iki bölümden oluşmaktadır. Ön uygulamada literatürden alınan 3 matematiksel modelleme problemi sorulmuş ve öğrencilerin modelleme yeterliliklerini sergilemede zorlandıkları belirlenmiştir. Asıl uygulamada araştırmacı tarafından hazırlanan üç matematiksel modelleme problemi sorulmuştur. Asıl uygulama sonucunda öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerini tanıması ve alışması sonucunda modelleme yeterliliklerinde gelişim yaşandığı, yapılan puanlama tablosunda artışların olduğu fakat yorumlama ve doğrulama basamaklarının ihmal edildiği sonuçlarına ulaşılmıştır.

İnan (2018) 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerini incelemiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin çalışma süresince işbirliği ile çalışabildiğini, zaman zaman varsayımlar oluşturduğunu, verileri yorumladıklarını fakat yaptıklarının nedenini açıklamada yetersiz kaldıklarını ve matematiksel işlemlere yoğunlaştıklarını belirlemiştir.

Yurtsever (2018) 6. sınıfta öğrenim gören 63 öğrencinin matematiksel modelleme yeterlilikleri, matematik başarıları ve tutumları arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliliklerinin oldukça düşük düzeyde olduğunu ve okul başarısı ile matematiksel modelleme yeterlilikleri arasında anlamlı bir ilişki olduğunu bulmuştur.

Dan ve Xie (2011) 33 mühendislik öğrenci ile deneysel bir çalışma yürütmüştür. Bu çalışma ile matematiksel modelleme yeterlilikleri ile yaratıcı düşünme seviyeleri arasında güçlü bir pozitif korelasyon olduğu diğer açıdan matematiksel modelleme yeterlilikleri ile temel matematik derslerinde elde edilen puanlar arasındaki ilişkinin önemsiz olduğu görülmüştür.

Çavuş-Erdem (2018) 7. sınıfta öğrenim gören altı öğrenci ile yürüttüğü çalışmasında alan ölçme kazanımına uygun olarak hazırlanan matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin konuya ilişkin öğrenme ve matematiksel modelleme becerilerine etkisini araştırmıştır. Araştırma sonucunda matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulama yöntemine bağlı olarak öğrencilerin öğrenmelerini önemli ölçüde desteklediği ve modelleme becerilerine katkı sağladığı görülmüştür.

Çiltaş vd. (2018) zeka türlerinin matematiksel modelleme problemi çözebilme becerileri araştırmak üzere 7. sınıf 104 öğrenci ile çalışma yürütmüştür. Araştırma sonucunda zeka türlerine göre matematiksel modelleme problemi çözebilme becerilerinin farklılık gösterdiği ve görsel-uzamsal zekâ ağırlıklı olanların modelleme problemini çözemezken matematiksel-mantıksal zekâ ağırlıklı olan öğrencilerin modelleme problemini çözebilme oranının en yüksek düzeyde olduğu görülmüştür.

Didiş-Kabar ve İnan (2018) 7. sınıf öğrencilerinin 'Hava durumu' bir modelleme problemi üzerinde çalışırken geçtikleri matematikselleştirme süreçlerini incelemiştir. İki grup halinde çalışan öğrenciler ilk kez bir modelleme problemi ile karşı karşıya kalmıştır. Çalışma sonucunda grupların birden fazla yorumlama sürecinden geçtikleri, çözüm için farklı fikirler sundukları, problemi matematikselleştirip model oluşturdukları fakat çözüme ulaştıktan sonra sonuçları yaşam bağlamında yorumlamadıkları ve doğruluğunu kontrol etmedikleri bulunmuştur.

Tekin-Dede (2017) ortaokul öğrencilerinin modelleme yeterlilikleri ile sınıf düzeyleri ve matematik başarıları arasındaki ilişkileri ve öğrencilerin matematiksel modelleme yaklaşımlarını incelemiştir. Ortaokul 5., 6., 7. ve 8. sınıfta öğrenim gören toplam 311 öğrenciye beş modelleme problemi uygulanmıştır. Çalışmada sınıf seviyesi arttıkça çözümü doğrulama yeterliliği dışındaki tüm yeterlilik düzeylerinin arttığını ve matematik dersi başarısı yüksek olan öğrencilerin modelleme yeterliliklerinin de yüksek olduğu bulunmuştur. Ayrıca problemi anlama, gerçeğe dayalı model oluşturma, gerçek modelden matematiksel model kurma, matematiksel model içerisinde matematiksel soruları çözme ve bu sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama yeterlilikleri ile sınıf düzeyleri arasında pozitif yönde bir ilişki olduğu görülmüştür. Matematiksel modelleme yaklaşımları incelendiğinde matematiksel soruları çözme yeterliği kapsamında modelin çözümünde dört işlem odaklı hareket etmelerine bağlı olarak beklenenden daha fazla zorlandıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Sekerak (2010) çalışmasında öğrencilere 12 adet gerçek hayat problemi vermiş ve çözüm sürecinde öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliliklerinden hangilerinde başarılı olduklarını ölçmüştür. Araştırma sonucunda öğrencilerin %71'inin verilen bilgileri kullanarak matematiksel modellemeyi başarıyla gerçekleştirdiği fakat bu modellemeyi kullanarak çözümü yapanların oranının %12 olduğunu bulmuştur. Ayrıca çalışmada katılımcıların genel olarak sonuçları yorumlama ve çözümü doğrulama süreçlerinde yetersiz olduğu görülmüştür.

Kaiser ve Schwarz (2006) 'Mathematical modelling in school' projesi kapsamında lise öğrencilerinin modelleme yeterliliklerinin gelişimini incelemiştir. Çalışmada matematik öğretmen adayları katılımcılara 3 ay boyunca rehberlik etmiş, katılımcılar matematiksel modelleme etkinlikleri üzerinde çalışmış ve her etkinlik bitiminde üretilen çözüm yöntemleri ile süreçlerini tartışmak için ortam oluşturulmuştur. Çalışma sonucunda uygun ortam oluşturulduğunda matematiksel modelleme yeterliliklerin gelişebileceği ancak bu gelişimin zaman gerektirdiği ve karmaşık problemlerin akademik başarısı düşük olan öğrenciler için de uygulanabilir olduğuna ulaşılmıştır.

Ji (2012) matematiksel modelleme yeterlilikleri gelişimini incelemek üzere 10. ve 11. sınıf lise öğrencileri ile yarı deneysel bir çalışma yürütmüştür. Çalışma süresince deney grubundaki öğrencilere matematiksel modelleme etkinliklerinde kullanılan matematiksel modelleme aşamaları tanıtılarak modelleme etkinlikleri üzerinde çalışmaları sağlanmıştır. Kontrol grubuna herhangi bir matematiksel modelleme eğitimi verilmemiştir. Çalışma sonucunda her iki gruptaki öğrencilerin doğrulama yeterliğinde yetersiz oldukları, geliştirilen model ile ulaşılan çözümleri gerçek yaşam bağlamında doğrulamada zorlandıkları ve modeller için eleştirel değerlendirme zayıf kaldıkları bulunmuştur. Ayrıca eğitim verilse dahi katılımcıların doğrulama yeterliğinde zayıf kaldıkları fakat eğitimin matematikselleştirme yeterliliğine olumlu katkısı olduğuna ulaşılmıştır.

Blum ve Borromeo-Ferri (2009) modelleme sürecindeki yaklaşımlarını incelemek için 15 yaşındaki öğrencilerin *Giant'ın Ayakkabısı Problemi, Benzin Doldurma Problemi* ve *Deniz Feneri Problemi* isimli model oluşturma etkinleri ile ilgili çalışmalarını analiz etmiştir. Öğrencilerin problemi anlama, sadeleştirme ve geçerliliğini sağlama aşamalarında zorlandıklarını belirlemiştir. Bu sonuç doğrultusunda yeterli özgürlük verildiğinde ve rehberlik uygulandığında öğrencilerin matematiksel modellemede başarı göstereceklerі bulunmuştur.

Peter-Koop (2004,2009) çalışmasında 9-10 yaş aralığındaki öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerini öğrenmek için Fermi problemlerini kullanmıştır. Araştırma sonucunda bu yaştaki öğrencilerin çözüm oluşturabildikleri ve çok döngülü bir modelleme süreci içeren çözümlerinden yeni matematiksel bilgiler geliştirdikleri görülmüştür.

Lingefjärd (2004) mühendislik fakültesinde öğrenim gören 87 öğrencinin modelleme yeterlilikleri incelemiştir. Çalışmada Haines ve Crouch (2001) tarafından geliştirilen matematiksel modelleme testi kullanılmıştır. Araştırma sonucunda mühendislik öğrencilerinin modelleme testi puanları arasında anlamlı bir farklılık olmadığı görülmüştür. En az doğru cevaplanan madde problemi yapılandırma yeterliliğine yönelik iken en fazla doğru cevaplanan madde yorumlama ve doğrulama modelleme yeterliliklerine yönelik olmuştur.

Houston ve Neill (2003) tarafından yürütülen çalışmada öğrencilerin modelleme yeterlilikleri cinsiyete ve sınıf düzeyine göre incelenmiştir. Çalışmaya modelleme dersinin almakta olan 238 öğrenci katılmıştır. Araştırma verileri bu modelleme dersinden sonra toplanmıştır. Elde edilen veriler Haines ve Crouch (2001b) tarafından geliştirilen modelleme testi kullanılarak incelenmiştir. Buna göre öğrenciler yorumlama, doğrulama ile matematikleştirme yeterliliklerinde düşük başarı sergilemiştir.

Ferrando ve Albarracín (2019) çalışmalarında yaşları 8 ile 16 arasında değişen 104 öğrenciden okul bahçesine kaç kişinin sığacağını tahmin etmelerini istemiş ve öğrencilerin oluşturduğu matematiksel modelleri incelemiştir. Sonuca göre küçük yaştaki öğrenciler matematiksel anlamda önemli zorluklar yaşasa da basitleştirerek bu zorluğun üstesinden gelmiştir.

Ärlebäck ve Bergsten (2013) çalışmalarında İsveçli lise öğrencilerine matematiksel modellemeyi tanıtmak için Fermi problemlerinin potansiyel kullanımlarını araştırmıştır. Üç öğrenci grubunun çalışması Ärlebäck tarafından geliştirilen ‘Modelleme Etkinlik Diyagramı’ ile analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda bir matematiksel modelleme döngüsünde görülen süreçlerin grupların çözümünde de bolca görüldüğü belirlenmiştir.

Ayrıca öğrenciler matematik bilgileri dışında yaratıcılık, doğrulama ve sosyal iletişimden yararlandığı tespit edilmiştir.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, uygulama süreci, verilerin analizi ile çalışmanın geçerlilik ve güvenirliğine ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

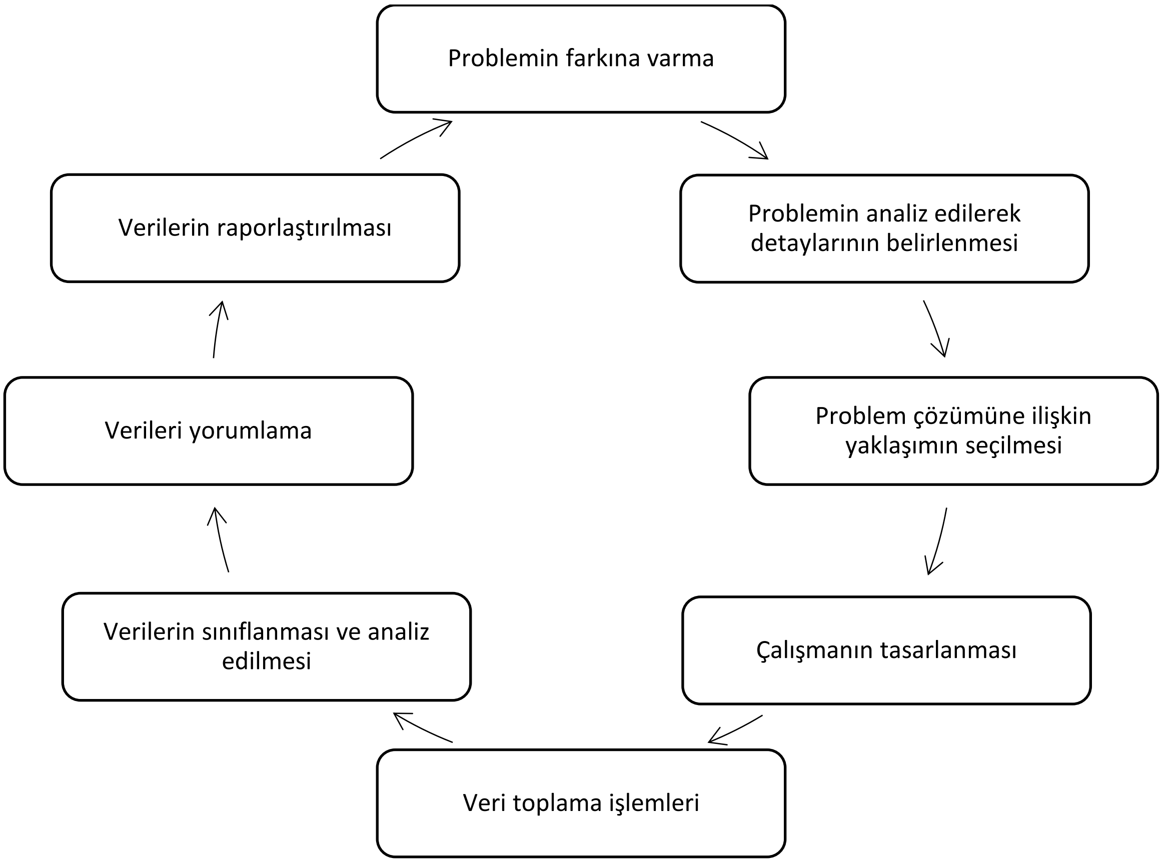
3.1 Araştırmanın Modeli

Bu çalışma ilköğretim matematik öğretmen adaylarının modelleme yeterliliklerini inceleyen nitel bir çalışmadır. Nicel araştırmalar, belirli bir ölçme aracıyla katılımcılardan elde edilen verilerin istatistik analizleri yardımıyla genellenebilir evrensel bilgiye dönüştürme süreci iken (Baltacı, 2018; Crabtree ve Miller, 1999) nitel araştırmalar ele alınan olay veya olguyu derinlemesine inceleme ve en iyi şekilde ifade etme gayretindedir (Morgan, 1996). Durum çalışması ise bir veya birkaç durumun çoklu kaynaklar içeren veri toplama araçları (gözlemler, görüşmeler, görsel-işitseller, dokümanlar, raporlar gibi) ile derinlemesine incelendiği ve durumların veya duruma bağlı temaların tanımlandığı araştırma yaklaşımıdır (Creswell, 2007). Durum çalışmasının odağında 'ne', 'nasıl' ve 'niçin' sorularını cevaplamak olduğundan sınırlı sayıda durum ele alınır. Bu nedenle çalışmanın amacına en uygun araştırma deseninin durum çalışması olduğu düşünülmüştür.

Durum çalışması nitel araştırmalarda yaygın kullanılan bir yöntem olmakla birlikte araştırmacının amacına göre özelleşmektedir (Stake, 1997). Yin (1984) durum çalışmalarında dört farklı desenden bahseder:

- Tek bir analiz biriminin olduğu, ayrıkı veya özgün durumların çalışıldığı bütüncül tek durum deseni,
- Tek bir durum için birden fazla tabaka veya birimin bulunduğu iç içe geçmiş tek durumun deseni,
- Birden fazla durumun olduğu ve her durumun kendi içerisinde bütüncül olarak ele alınıp karşılaştırıldığı bütüncül çoklu durum deseni,
- Birden fazla durumun her birinin kendi içerisinde alt birimlerinin olduğu iç içe geçmiş çoklu durum deseni.

Çalışmada öğretmen adaylarına altı Fermi problemi yöneltilmiş ve çözüm sürecinde sergiledikleri modelleme yeterlikleri önce her problem için ayrı ayrı inclenmiş olup daha sonra karşılaştırmalar yapılmıştır. Bu bağlamda çalışmanın bütüncül çoklu durum desenine uygun olduğu görülmüştür. Araştırma süreci Şekil 3.1'de özetlenmiştir (Creswell, 2019).



Şekil 3.1: Araştırma süreci.

3.2 Çalışma Grubu

Doğası gereği nitel araştırmalar az örneklem veya küçük çalışma grupları ile yürütülür (Marshall, 1996; Teddlie ve Yu, 2007). Bu araştırmanın çalışma grubunu 2020-2021 eğitim ve öğretim yılı güz döneminde Balıkesir Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programı son sınıf 'Matematiksel Modelleme' dersine kayıtlı beş ilköğretim matematik öğretmen adayı (dört kadın bir erkek) oluşturmaktadır. Çalışmaya altı öğretmen adayı ile başlanmış fakat çalışma yürütülürken bir öğretmen adayının aile bireyleri Covid-19 tanısı almış, aile karantina sürecine girmiş ve karantina bitiminde aile bireylerinin sağlık problemleri devam etmiştir. Bu nedenlerle bahsi geçen öğretmen adayının derse aktif katılımının az olduğu, katıldığı süreçte tam performans sergileyemediği ve klinik mülakat esnasında düşüncelerini tam olarak yansıtamadığı belirlenmiştir. Bu durumun geçerlik ve güvenirliğini tehlikeye sokacağı düşünülerek bu katılımcı çalışma grubu dışına çıkarılmıştır.

Çalışmada belirlenen amaca uygun olarak az sayıdaki durumdan çok sayıda ayrıntı, derinlikli ve zengin veriler elde etmek (Teddlie ve Tashakkori, 2010) için çalışma grubunun belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Derinlikli çalışmalar için bilgi bakımından zengin durumların seçilmesine olanak sağlayan (Patton, 2014) amaçlı örnekleme yönteminde, araştırmacı evreni temsil ettiğini düşündüğü kişileri bilgi, deneyim ve gözlemlerinden hareketle araştırmanın amacına uygun olarak kendisi seçer ve örneklemi oluşturur. Ölçüt örneklemede de belirlenen niteliklere (ölçütlere) sahip olan kişiler, olaylar veya durumlar örnekleme alınır (Büyüköztürk vd., 2009; Patton, 2014). Bu araştırmaya katılacak öğretmen adaylarının seçiminde İlköğretim Matematik Öğretmenliği 4. sınıf öğrencisi olmaları ölçüt olarak belirlenmiştir. Matematik alan derslerine ilgili lisans programın ilk üç senesinde yer verilmesi nedeniyle son sınıftaki adayların ihtiyaç duyabilecekleri matematik bilgilerini bu derslerde kavradıkları düşünülmüştür. Öğretmen adayların matematiksel modelleme ile ilgili deneyim veya bilgiye sahip olmaları durumunda modelleme yeterliklerini daha fazla sergileyebilecekleri ve bu durumun araştırmanın güvenirliğini olumsuz etkileyeceği düşünülmüştür. Veri toplama süreci öncesinde yürütülen online dersler gözlenmiş ve katılımcıların daha önceden modelleme deneyimlerinin olmadıkları belirlenmiştir.

Çalışmanın tasarımı yapıldıktan sonra etik kurul onayı için Balıkesir Üniversitesi Rektörlüğü İnsan Araştırmaları Etik Kurul Başkanlığı'nın onayı (EK A) alınmıştır. Veri toplama süreci öncesinde öğretmen adaylarına çalışmanın amacı hakkında bilgi verilmiş, elde edilen verilerin kendilerini değerlendirmek amacıyla kullanılmayacağı belirtilmiş, çalışmada gerçek isimleri yerine farklı isimlerin kullanılacağı ifade edilmiş ve gönüllü katılım formu (EK B) doldurtularak çalışmaya gönüllü katıldıkları teyit edilmiştir.

3.3 Veri Toplama Araçları

Bir durumun, olayın veya olgunun derinlemesine incelenmesi hedeflenen nitel çalışmalarda veri çeşitliliğinin sağlanması önemlidir. Dolayısıyla nitel çalışmalarda birçok yöntemle verilerin toplanması esastır. Nitel çalışmalarda yaygın olarak gözlem, görüşme ve doküman incelemesi yöntemleri kullanılmaktadır (Karataş, 2015). Bu çalışmanın yürütüldüğü süreçte uzaktan eğitim yapılması sebebiyle gözlem yöntemi uygulanamamıştır. Veriler altı Fermi problemi, çözüm kağıtları, video kayıtları, klinik mülakatlar, araştırmacı tarafından tutulan alan notları ve yansıtıcı raporu ile toplanarak araştırmacı tarafından koruma altına alınmıştır.

3.3.1 Fermi Problemleri

Model oluşturma etkinlikleri, kişilerin gerçek yaşam problem durumlarına varsayımlar yoluyla matematiksel çözüm önerileri geliştirdikleri faaliyetlerdir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının zaman ve çaba harcayarak problem durumlarını çözmeye gayret etmesi önemlidir. Veri toplama sürecinin çevrimiçi ortamda yürütülecek olması araştırmacıyı hâlihazırda çözümü olan Fermi problemlerinin kullanımı yerine özgün Fermi problemleri tasarlamaya yöneltmiştir.

Matematiksel modelleme problemlerinden örneklerin sunulduğu literatür (Biccard, 2010; Bukova-Güzel ve Uğurel, 2010; Carmona, 2003; Delice ve Taşova, 2011; Erbaş vd., 2016; Lesh ve Doerr, 2003) ve Fermi problemlerinden örneklerinin sunulduğu literatür (Abay ve Filiz, 2020; Albarracín ve Gorgorió, 2014; Ärlebäck ve Bergsten, 2013; Peter-Koop, 2004) incelenerek modelleme problemlerinin ve Fermi problemlerinin yapısal özellikleri araştırılmıştır. Farklı varsayımlar oluşturmaya izin veren, gerçek yaşam durumu içeren ve farklı matematik kavramlarıyla ilişkili olan altı fermi problemi model oluşturma etkinliklerinde olması gereken prensipler Lesh vd.(2000) dikkate alınarak araştırmacı tarafından oluşturulmuştur. Problemleri oluşturma sürecinde farklı matematik kavramlarına odaklanılmasının nedeni birbiri ardına benzer soruların sorulması ile oluşabilecek modelleme hatalarını en aza indirmek ve modelleme yeterliklerini farklı bağlamlarda inceleyerek daha geniş bir perspektif oluşturmaktır.

Altı Fermi probleminin her birisi, matematiksel modelleme konusunda uzman olan öğretim üyesi, üç matematik eğitimi uzmanı ve bir ölçme değerlenedirme uzmanı tarafından model oluşturma prensiplerine sahip olup olmama, problemde verilen bilgilerin çözüm için yeterli olup olmaması ve uzman görüş/öneri bakımından üç bölümde değerlendirilmiştir. Uzman değerlendirmeleri sonucunda problemlerin model oluşturma ilkelerine uygun olduğu, verilenlerin çözüm için yeterli olduğu fakat Problem 1 ve Problem 6'ya görsel eklenmesinin soruyu daha anlaşılır kılacağı önerisi gelmiştir. Bu bağlamda ilgili problemlere uzman görüşleri ile kararlaştırılan görseller eklenmiştir. Bahsi geçen uzman değerlendirmeleri sonucunda Fermi problemleri model oluşturma ilkeleri bakımından şu şekilde değerlendirilmiştir:

- Problemlerin her biri günlük yaşamda karşılaşılabilecek ve öğretmen adaylarının kendi kişisel bilgi ve tecrübelerine dayanarak çözülebileceği yapıdadır (gerçeklik ilkesi).
- Fermi problemleri yapısı gereği az bilgi sunduğu için öğretmen adaylarının cevap elde edebilmeleri için çözüme yönelik tahminlerde bulunmaları ve matematiksel bir model oluşturmaları gerekmektedir (model oluşturma ilkesi).
- Çözüm sürecinin ve elde edilen cevabın sözel/yazılı sunulacak olması öğretmen adaylarının kendi düşünce, model ve cevaplarını değerlendirmeye, yeterince iyi olup olmadığını sorgulamaya yöneltecektir (öz değerlendirme ilkesi).
- Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreci sonunda sunum yapmaları ve yansıtıcı rapor hazırlamaları istenmiştir. Böylelikle öğretmen adayları düşüncelerini, çözüm yollarını ve matematiksel çalışmalarını dışsallaştırma olanağı bulacaktır. (yapı belgelendirme ilkesi).
- Bir modelleme etkinliğinin benzer başka durumlara adapte edilebilir olması gerekir. Çalışmada kullanılan Fermi problemlerinin benzer yapıdaki problemlerden esinlenerek oluşturulması modelin benzer durumlara kolayca adapte edilebilir olduğunu göstermektedir (model genelleme ilkesi).
- Fermi problemlerinin çözümünde yoğun matematiksel işlemlere gerek yoktur, oluşturulan modelin basit ama matematiksel olarak önemli olması yeterlidir (etkili prototip ilkesi).

Uzman görüşleri doğrultusunda düzenlenen Fermi problemleri (EK C) uygulamaya geçmeden önce pilot çalışma grubu tarafından çözülmüş ve muhtemel çözüm yaklaşımları görülmeye çalışılmıştır. Belirlenenler çözüm yaklaşımları, problemlerin uygulanması ve değerlendirilmesi aşamasında araştırmacıya yardımcı olmuştur. Aşağıda uygulanan Fermi problemlerinin içeriği ve olası çözüm yaklaşımlarına ilişkin bilgiler verilmiştir.

Problem 1: Bina Yüksekliği

Problem 1,'Empire State Binası' (Ärlebäck, 2009) sorusundan esinlenerek oluşturulmuştur. Soru temelde '*Turist asansörü en üst kattaki gözlemevine ne kadar sürede ulaşır?*' ve '*Asansör yerine merdiven çıkmaya karar veren biri ne kadar sürede gözlemevine ulaşır?*' şeklinde iki soruyu barındırmaktadır. Çözüm için ilk olarak bina yüksekliğinin tahmin edilmesi gerekmektedir. Daha sonra bina yüksekliğinin hıza bölümü ile süreler hesaplanır.

Bina uzunluğunun tahmin edilmesinden yola çıkılarak Problem 1de öğretmen adaylarından Necatibey Eğitim Fakültesi'nin yüksekliğini tahmin etmeleri istenmiştir. Problem kat-bina oranı oluşturularak çözülebileceği gibi bina üzerindeki cam, kapı gibi bölümlere gerçekçi değerler verilerek ve bu değerler toplanarak da çözülebilmektedir.

Problem 2: Trafik Lambası

Problem 2, ünlü Fermi problemlerinden biri olan '*Chicago'da kaç piyano akortçusu vardır?*' sorusundan esinlenerek oluşturulmuştur. Sorunun çözümü için bir dizi varsayımda bulunmak gereklidir. Chicago'da yaşayan aile sayısı, bu ailelerden ne kadarının piyanoya sahip olduğu, bu piyanoların ne kadar aralıklarla akor edildiği, piyano akortçusunun günde kaç piyanonun akorunu yapabildiği varsayımlarından sonra bir yılda akoru yapılması gereken piyano sayısının bir akortçunun bir yılda akort ettiği piyano sayısına bölümü ile soru çözülmektedir. Problem 2'de Balıkesir il sınırları içerisinde yer alan trafik lamba sayısı sorulmuştur. Problem yerleşim yerleri dışı ile nüfusa bağlı farklı büyüklükteki yerleşim yerleri (köyler, büyük ilçeler, küçük ilçeler) şeklinde farklı bölümler ve bu bölümlere ilişkin varsayımlar veya yüzey alanına bağlı varsayımlar ile çözülebilmektedir.

Problem 3: KPSS Çalışma Süresi

Problem 3, 'Okulda Zaman' (Maaß ve Mischo, 2011) isimli modelleme probleminden uyarlanmıştır. 'Okulda Zaman' probleminde kişilere okulda geçirdikleri sürenin ne kadar olduğu sorulmuştur. Cevap için kişinin okula gittiği-gitmediği günleri, okulda bulunduğu günlerde neler yaptığını, bunların ne kadar sürdüğünü vb. düşünerek bir hesaplama sistemi kurması gereklidir. Problem 3 ise öğretmen adaylarına Kamu Personeli Seçme Sınavı'na hazırlanan bir bireyin bir yılda ne kadar süre ders çalıştığı sorulmuştur. Kendi yaşamlarından ya da duruma ilişkin tahminlerinden yola çıkarak benzer bir hesaplama sistemi geliştirmeleri ve cevap bulmaları beklenmiştir.

Problem 4: Küp Şeker

Problem 4, farklı yapıya sahip geometrik şekillerin iç içe olması durumunu esas alır. Albarracín ve Gorgorió (20014) *Büyük sayılar içeren Fermi problemlerini çözmek için plan tasarlama* adlı çalışmalarında 216 öğrenciye alan ve hacim konuları ile ilişkili beş soru yöneltmişler ve öğrencilerin çözüm stratejilerini incelemişlerdir. Çalışmada yer alan sorulardan biri *1 m^3lük kasaya kaç adet 1bir euroluk madeni para sığar?* şeklindedir. Soruda hacmi doldurmak için kullanılacak nesne kullanılabilir hacmi tam doldurmamaktadır. Eğer boşluklar önemsenmez ise basit düzeyde kasanın hacmini madeni paranın hacmine bölme işlemi ile sonuç bulunur. Boşlukları düşünerek ise madeni paraları yatay ve dikey yerleştirme yöntemi ile de cevaba ulaşılır. Problem 4'te benzer şekilde içi boş bir su bardağına kaç tane küp şeker sığacağı sorulmuştur. Su bardağının şekli belirtilmemiş olup öğretmen adaylarının geometri bilgilerine bağlı varsayım ve çözüm üretmeleri beklenmiştir. Tabandan başlanarak küp şekerleri düzenli yerleştirme yöntemi ile çözülebildiği gibi varsayımlar oluşturulduktan sonra bardağın hacmini küp şekerin hacmine bölme ile de çözülebilmektedir.

Problem 5: Düşen Yaprak

Problem 5, Weinsten'in Fermi problemleri çözüm serisinde yer alan 'Düşen Yaprak' (2018) sorusundan uyarlanmıştır. Problemde Amerika Birleşik Devletleri'nde sonbaharda kaç yaprağın düşeceği sorulmaktadır. Çözüm için ilk olarak Amerika Birleşik Devletleri'nin alanı, bu alanın ne kadarının ağaçlarla kaplı olduğu ve alan başına düşen yaprak sayısına ilişkin varsayımları oluşturmak gerekmektedir. Çalışmada cevap $\frac{\text{ağaçla kaplı alan x ortalama yaprak sayısı}}{\text{bir yaprağın alanı}}$ modeli ile çözülmüştür. Problem 5'te benzer şekilde '*Bu sonbaharda Türkiye'de kaç yaprak yere düşmüştür?'* sorusu yöneltilmiştir. Geliştirilebilecek benzer matematiksel model ile soru çözülebilmektedir.

Problem 6: Halı Uzunluğu

Problem 6, Johnston'ın (2013) '*Tuvalet kağıdı ne kadar uzun?* adlı çalışmasından esinlenerek oluşturulmuştur. İlgili çalışmada sarmal yapıdaki tuvalet kağıdı uzunluğu çember çevresi, limit, integral gibi farklı matematik konuları ile ilişkilendirilmiş ve alternatif çözüm yolları sunulmuştur. Halı rulolarının benzer sarmal yapıya sahip olması ve öğretmen adaylarının mevcut çözümlere ilişkin analiz derslerini almış olmaları sebebiyle sorunun çalışma için uygun olduğu düşünülmüştür. Problem 6 ekranda paylaşılmış, görsellerin soru içeriğini destekleme amaçlı kullanıldığı bilgisi verilmiş ve '*Şekilde verilen hiç kullanılmamış bir halı rulosunun uzunluğu kaç metredir?'* sorusu yöneltilmiştir. Orijinal sorudan farklı olarak bu soruda halı kalınlığı devreye girmektedir. Sarmal yapının temelde iç içe geçmiş çemberler olduğu düşünülerek ve çemberlerin çevreleri toplamının toplama, toplam formülü, integral, limit gibi farklı konular ile ilişkilendirerek çözümlemek mümkündür.

3.3.2 Çözüm Kağıtları

Öğretmen adaylarından yöneltilen problemi boş bir kağıt üzerine çözmeleri istenmiştir. Bu çözüm kâğıtları toplanmış ve her modelleme problemi için ayrı ayrı istiflenmiştir. Çalışma kâğıtları kullanılan matematiksel sembol, işlem veya kavramları gösteren, hangi matematiksel modellerin kullanıldığını ortaya koyan ve matematiksel modellerin tekrar gözden geçirilip geçirilmediğinin belirlenmesine olanak sağlayan belgelerdir.

3.3.3 Video Kayıtları

Nitel araştırmada geçerliği ve güvenirliği sağlamada dokümanların yanı sıra ses ve görüntü kayıtlarının da yer alması önemlidir (Uzuner, 1999). Dolayısıyla bu çalışmada katılımcıların izni doğrultusunda sürece ait 256 dakikalık video kaydı alınmış, bu kayıtlar bilgisayar ortamında saklanmış ve dinlenerek yazıya aktarılmıştır. Çözümler 86 sayfalık yazıya aktarılmış, güvenirliği sağlamak adına araştırıcı tarafından videolar tekrar tekrar izlenmiş, katılımcıların ifadelerinin doğru yazılıp yazılmadığı kontrol edilmiş ve gerekli düzenlemeler yapılmıştır.

3.3.4 Klinik mülakat

Nitel araştırmalarda kullanılan yöntemlerden biri görüşmedir. Görüşme, belirlenen bir amaç için bir veya daha fazla katılımcıyla belirlenen sorular çerçevesinde sözlü olarak yürütülen veri toplama sürecidir (Büyüköztürk vd., 2009; Creswell, 2007). Patton'a (1985) göre görüşmenin amacı, bireyin iç dünyasına girmek ve bakış açısını anlamaktır. Görüşme yönteminin yapılandırılmış görüşme, yarı yapılandırılmış görüşme ve yapılandırılmamış olmak üzere üç türü bulunmaktadır (Merriam, 2009). Bu çalışmada katılımcıların matematiksel modelleme yeterliklerini somutlaştırmak ve detaylı inceleyebilmek adına görüşmeler yarı yapılandırılmış birebir görüşme şeklinde yapılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmede katılımcıya genel hatlar çerçevesinde açık uçlu sorular sorulur, karşı taraftan detaylı bilgi vermesi beklenir ve görüşmenin gidişatına göre sorular çıkarılabilir veya yeni sorular eklenebilir. Yarı yapılandırılmış görüşmeler, katılımcılar arasında karşılaştırmalı olarak veri toplamaya yardım eder (Bogdan ve Biklen, 1998).

Görüşme formundaki sorular, matematiksel modelleme yeterliklerine ilişkin literatür (Borromeo-Ferri, 2006; Maaß, 2006) incelendikten sonra araştırmacı tarafından hazırlanmış, uzman görüşleri alınmış ve gerekli düzenlemeler yapılarak pilot çalışmada kullanılacak hale getirilmiştir. Pilot çalışma sonrasında görüşme formundaki soruların matematiksel modelleme yeterliklerinin belirlemede yeterli olduğu gözlenmiştir (Ek D).

Gerçekleştirilen görüşmelerin her biri kayıt altına alınarak verilerin bilgisayar ortamında saklanması sağlanmıştır. Ses kayıtları bilgisayar ortamında dinlendikten sonra yazıya aktarılmış ve ses kayıtları bir kez daha dinlenerek herhangi bir eksiğin veya hatanın olup olmadığı gözden geçirilmiştir. Görüşmeye katılan tüm öğretmen adaylarından kayıt başlangıcında görüşmenin ses kaydına alınmasıyla ilgili izin alınmıştır, tamamen gönüllülük esasına göre görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adayları ile o hafta çözdükleri üç probleme ilişkin görüşmeler yapılmıştır. Her görüşme yaklaşık 30 dakika sürmüştür. Yapılan görüşmelere ilişkin bilgiler Tablo 3.1'de belirtilmiştir.

Tablo 3.1: Klinik mülakatlara ilişkin bilgiler

	Problem 1-2-3		Problem 4-5-6	
Katılımcı	Tarih	Saat	Tarih	Saat
Biray	15 Şubat 2021	20.40 – 21.15	20 Şubat 2021	19.25 – 20.02
Yağmur	16 Şubat 2021	13.11 – 13.42	19 Şubat 2021	20.04 – 20. 46
Deniz	16 Şubat 2021	15.32 – 15.59	21 Şubat 2021	17.16 – 17.55
Özge	17 Şubat 2021	13.30 – 14.05	22 Şubat 2021	19.48 – 20.32
Eylül	15 Şubat 2021	16.54 – 17.27	20 Şubat 2021	17.14 – 17.53

3.3.5 Alan Notları

Araştırmacı ders sürecinde ve klinik mülakatlar esnasında alan notları tutmuştur. Alınan bu notlar, katılımcıların kullandıkları matematiksel sembol, işlem veya kavramları ya da oluşturdukları matematiksel modelleri belirlemede hatırlatıcı ve destekleyici olmuştur. Ayrıca bu notlar bir sonraki probleme ilişkin veri toplama sürecinde hangi hususun üzerinde durulacağını veya hangi noktanın dikkate alınmayacağını belirlemede araştırmacıya kolaylık sağlamıştır.

3.3.6 Yansıtıcı Rapor

Öğretmen adaylarından "Problemi nasıl çözdünüz? Modeli nasıl oluşturdunuz? Hangi matematiksel bilgilerden yararlandınız? Bulduğunuz sonucu gerçek hayat durumuna nasıl yorumladınız?" sorularına cevap vermelerinin istendiği bir Rapor Formu hazırlanmıştır. (EK E). Bu çalışma ile katılımcıların modelleme yeterliklerine ilişkin ilave veriler elde etme, modeli oluşturma-çözme-değerlendirme süreçlerini somutlaştırma ve modelleme süreçlerini yeniden geçirip geçirmediklerini, farklı bir model, çözüm ya da sonuç geliştirip geliştirmediklerini veya ilk çözümlerini tatmin edici bulup bulmadıklarını belirleyebilme hedeflenmiştir. Raporlar ayrı ayrı tasniflenerek bilgisayar ortamında saklanmıştır. Verilerin analiz edilmesi noktasında bu raporlar araştırmacıya büyük ölçüde kolaylık sağlamıştır.

3.4 Uygulama Süreci

Öğretmen adaylarının modelleme yeterliliklerinin belirlenmesi üzerine yapılan bu çalışmanın uygulama aşamasını pilot uygulama ve asıl uygulama oluşturmaktadır. Bu bölümde pilot uygulama ve asıl uygulamanın nasıl gerçekleştirildiği açıklanmıştır.

3.4.1 Uzaktan Eğitim Uygulaması

Uzaktan eğitim, farklı ortamlarda bulunan kaynak ve alıcı arasında çeşitli iletişim araçları ile eğitim etkinliğidir (Uşun, 2006). Uzaktan eğitim senkron(eş zamanlı) ve asenkron(eş zamansız) olmak üzere iki şekilde yapılmaktadır. Kaynak ve alıcı aynı zaman diliminde karşılıklı ve etkileşim halinde ise uzaktan eğitim senkron ve zamandan bağımsız öğrenci istediği zaman eğitim faaliyetine katılıyor ise uzaktan eğitim asenkron şekilde uygulanmaktadır. 2020-2021 eğitim öğretim yılında Covid-19 salgının devam etmesi sebebiyle üniversitelerde eğitimin uzaktan eğitim yoluyla devam etmesi kararı alınmıştır. Balıkesir Üniversitesi derslerin Microsoft Teams aracılığıyla senkron işleneceğini duyurmuştur. Bu doğrultuda hem pilot uygulama hem de asıl uygulama için gerekli hazırlıklar uygulama öncesinde tamamlanmıştır.

Pilot çalışma öncesinde uygulamaya katılacak gönüllü katılımcılara telefon yoluyla ulaşılmış ve katılım izinleri e-mail aracılığıyla alınmıştır. Eğitimlerinin devam etmesi sebebiyle pilot uygulamanın öğretmen adaylarının belirledikleri ortak bir zaman diliminde Zoom Cloud Meeting uygulaması ile yapılması planlanmıştır.

Asıl uygulama öncesinde çalışma grubuna telefon yoluyla ulaşılmış ve katılım izinleri e-mail aracılığıyla alınmıştır. Veri toplama süresince haberleşme ve paylaşımda bulunma için araştırmacı öğretmen adaylarına Whatsapp veya Microsoft Teams kullanma önerisi sunmuştur. Öğretmen adayları Whatsapp uygulamasını seçmiştir. Araştırmacı 'Matematiksel Modelleme' isimli Whatsapp grubunu kurmuştur. Grup içerisindeki gönderilerin kendilerini değerlendirme amacıyla kullanılmayacağı ve grup haricindeki kişilerle paylaşılmayacağı bilgisini vermiştir.

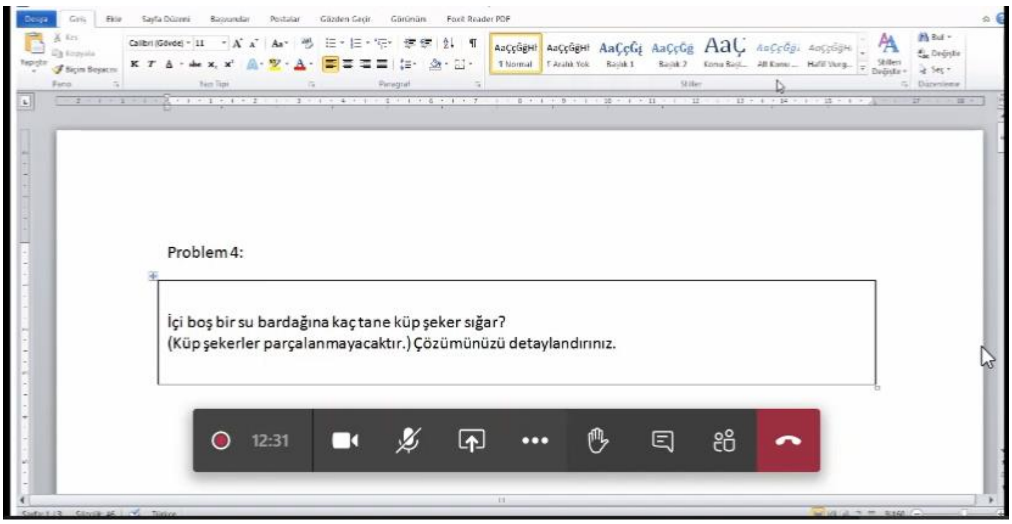
Uzaktan eğitimin birtakım avantajları ve dezavantajları vardır. Uzaktan eğitim fırsat eşitliği sağlar, öğrenmede bireysellik sunar ve eğitimi sınıf ortamına mecbur bırakmaz (Akyürek, 2020). Ekonomiktir, eğitimdeki maliyeti düşürür, bilginin daha çok kişiye ulaşmasına olanak verir (Balaban, 2012). Öğrenciye sorumluluk verir, serbestlik sunar (Kaya, 2002). Öteyandan sosyalleşmeyi engeller, iletişimi sınırlandırır (Ağır, 2007), uygulama derslerinde verim düşer, kendi kendine öğrenen bireyler zorluk yaşar (Kaya, 2002). Teknolojik ve teknik sorunlar eğitimin kalitesini düşürür.

Çalışmanın bireysel çözüm ve sunum şeklinde planlanması sebebiyle teknik sorunlar harici bahsi geçen sorunların araştırmaya ve eğitime dezavantaj olarak yansımayacağı öngörülmüştür. Teknik sorunların belirlenmesi ve önlem alınması amacıyla uygulama öncesi ders süreçleri takip edilmiştir. Genel anlamda bağlantı ve donanım sorunlarının yaşanmadığı gözlenmiştir. Araştırma sürecinde uzaktan eğitimin araştırma için olumsuz bir etkisi belirlenmemiştir. Veri toplama sürecinin kayıt altında olması veri kaybını engellemiş ve belgelendirme olanağını arttırmıştır. Pilot çalışmada ortaya çıkan ilave bilgiye ihtiyaç duyma durumu doğrultusunda asıl uygulama öncesinde öğretmen adaylarına araştırma yapabilecekleri söylenmiştir. Öğretmen adayları ihtiyaç duydukları bilgiye internet aracılığıyla hızla erişim sağlamış ve edindikleri bilginin kaynağını araştırmacıya sunabilmiştir. Sonuç olarak uzaktan eğitimin araştırmaya olumlu katkıları olmuştur.

3.4.2 Pilot Uygulama

Yapılacak olan bir çalışma öncesinde bir pilot çalışmanın yapılması, veri toplama araçlarının son şeklinin verilmesi, kullanılacak olan veri toplama araçlarının geçerlik ve güvenirliğinin kontrol edilmesi ve sağlanması açısından oldukça önemlidir. Hazırlanan Fermi problemleri 2020-2021 eğitim öğretim yılının güz döneminde farklı bir devlet üniversitesinde aynı lisans programı 4. sınıfa kayıtlı ve matematiksel modelleme dersi almış olan gönüllü üç ilköğretim matematik öğretmen adayına (2 kadın 1 erkek) uygulanmıştır. Pilot uygulama yapılmasında araştırmacının araştırmanın yönetiminde tecrübe kazanması, problemlerin modelleme yeterliklerini ortaya koymalarına fırsat verip vermediğinin belirlenmesi, problemlerin anlaşılabilirliği ve çözüm süreleri hakkında bilgi sahibi olması amaçlanmıştır. Ayrıca pilot çalışma ile süreç içinde yaşanabilecek olası sorunları belirleyip gerekli önlemlerin alınmasını hedeflenmiştir.

Pilot uygulamada problemler teker teker ekrana yansıtılmıştır (Şekil 3.2). Her problem için bütün katılımcıların çözümlerini tamamlamaları beklenmiştir. Daha sonra katılımcılar oluşturdukları çözümleri sunmuş, çözümleri tartışmış ve bir sonraki soruya geçiş yapılmıştır. Yapılan pilot çalışma sonucunda katılımcıların problemleri anladıkları, bütün poblemlere çözüm yolu geliştirdikleri, her problemin çözümü için yaklaşık 15 dakikalık bir sürenin ve çözümün sunumu için yaklaşık 3 dakikanın yeterli olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Pilot uygulama süresince Fermi problemlerinin uygulanma sırasında herhangi bir olumsuzluk yaşanmamıştır. Ders saati düşünülerek problemlerin iki hafta boyunca her hafta üç problem olacak şekilde uygulanmasına ve Fermi problemlerinin aynı sırayla yönlendirilmesine karar verilmiştir. Buna göre ilk haftanın problemleri öğretmen adaylarının deneyimleri ve yaşantıları ile ilişkili olacağı için öğretmen adaylarının uygulama sürecine adaptasyonun kolaylaşacağı ve matematiksel modelleme yeterliliklerini rahatça sergileyecekleri öngörülmüştür.



Şekil 3.2: Problem 4’e ilişkin ekran paylaşımı.

Pilot çalışmaya ilişkin çözüm kağıtları Whatsap aracılığıyla toplanmış ve saklanmıştır. Klinik mülakatlar öğretmen adaylarının belirledikleri bir zamanda telefon aracılığıyla gerçekleştirilmiştir. Bir katılımcı Problem 2 (Trafik Lambası)' de ilçe sayısı ve ilçe nüfus bilgilerine ulaşabilseydi daha farklı ve daha gerçeğe yakın bir model ve sonuç geliştireceğini belirtirken bir katılımcı aynı problem için Balıkesir yüz ölçümü bilgisi verilseydi daha detaylı bir model elde edeceğini belirtmiştir. Bu durum aynı problemin farklı değişkenler ve modeller ile çözülebileceğini göstermekle beraber asıl uygulamada çözüm için ilave bilgiye ihtiyaç duyan katılımcıların bu açıdan desteklenmesi gerekliliğini doğurmuştur. Pilot çalışma esnasında alınan notlar alan eğitim uzmanları ile görüşülmüştür. Asıl uygulamada öğretmen adaylarına ihtiyaç duymaları durumunda interneti kullanabileceklerinin bilgisi verilmesi ya da ihtiyaç duyulan bilginin araştırmacıya sorması kararlaştırılmıştır.

3.4.3 Asıl Uygulama

Çalışmanın asıl uygulama kısmı 2020-2021 yılı güz döneminde 'Matematiksel Modelleme' dersi kapsamında Microsoft Tems uygulaması üzerinden yürütülmüştür. Ders içeriğine ilişkin bilgiler ve uygulamalar ile asıl uygulama süreci Tablo 3.2'de sunulmuştur. Matematiksel modelleme ile ilgili bilgiler ve uygulama bölümü öğretim üyesi tarafından aktarılmıştır. Uygulama sürecinin ilk üç haftasında literatürden seçilen altı matematiksel modelleme etkinliğinin çözümüne yer verilmiştir. Öğretmen adaylarının modelleme sürecine adapte olmaları ve veri toplama sürecinde tam performans gösterebilmeleri amacıyla dersin uygulama bölümü asıl uygulama sürecine paralellik gösterecek şekilde planlanmıştır. Buna göre altı etkinlik bireysel çözülmüş, sunulmuş ve çözümler tartışılmıştır. Bu süreç öğretim üyesi tarafından yönetilmiştir.

Tablo 3.2: Ders kapsamı ve asıl uygulama süreci

Matematiksel modellemeye ilişkin kavram ve bilgiler: ✓ 'Model', 'Matematiksel model', 'Modelleme' ve 'Matematiksel Modelleme' ✓ Matematiksel modelleme süreci ✓ Matematiksel modelleme yaklaşımları ✓ Matematiksel modelleme yeterlikleri ve gelişimi ✓ Modelleme etkinliklerinin özellikleri ✓ Matematiksel modelleme etkinliği tasarım süreci ✓ Modelleme etkinliklerinin öğretim sürecine entegrasyonu için yaklaşımlar ✓ Matematik derslerinde modelleme etkinliklerinde yararlanma önerileri ✓ Teknoloji ile matematiksel modellemeyi ilişkilendirme ✓ Matematiksel modelleme problemlerinin çözüm sürecine teknoloji entegrasyonu ✓ Modelleme uygulamalarında karşılaşılabilecek zorluklar ve öğretmen müdahaleleri Matematiksel modelleme uygulamaları: ✓ Modelleme etkinlikleri çözümü - Yatak Problemi (Borromeo Ferri, 2014) - Deniz Feneri Problemi (Borromeo Ferri, 2010) - Piramit Problemi (Hıdıroğlu, Kula, Tekin ve Bukova-Güzel, 2012) - Saman Balyası Problemi (Borromeo-Ferri, 2007) - Büyük Ayak Problemi (Lesh ve Doerr, 2003) - Yakıt Problemi (Tekin, 2012) ✓ Modelleme etkinliklerinin ilkeler bağlamında incelenmesi - Yatak Problemi (Borromeo Ferri, 2014) - Deniz Feneri Problemi (Borromeo Ferri, 2010) - Piramit Problemi (Hıdıroğlu, Kula, Tekin ve Bukova-Güzel, 2012) - Saman Balyası Problemi (Borromeo-Ferri, 2007) - Büyük Ayak Problemi (Lesh ve Doerr, 2003) - Yakıt Problemi (Tekin, 2012) Matematiksel modelleme etkinliği oluşturma çalışması
Veri toplama süreci

Veri toplama süreci 15 Şubat ve 18 Şubat 2021 tarihlerinde araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adayları ekrana yansıtılan Fermi problemini bireysel çözmüşlerdir. Bireysel çalışma süresince katılımcılara herhangi bir müdahalede bulunulmamıştır. Ayrıca süre kısıtlaması yapılmadan çözümlerinin bitmesi beklenmiştir.

Pilot çalışmada çıkan sonuç doğrultusunda öğretmen adaylarına ilave bilgiye ihtiyaç duymaları durumunda bu bilgiyi araştırmacıya sorma ya da kaynağını belirtmek şartıyla kendi imkanları ile araştırma yapma oluru verilmiştir. Bütüm katılımcılardan '*Çözümüm bitti.*' cevabı geldikten sonra çözüm kağıtlarını oluşturulan Whatsapp grubuna atmalarını istemiştir. Bu aşamada her katılımcının modelleme sürecinde aktif olması ve kendi matematiksel modelleme sürecini deneyimlemesi hedeflenmiştir. Bireysel çözüm sürecinin pilot çalışmaya paralel olarak ortalama 15 dakika sürdüğü belirlenmiştir.

Şekil 3.3: Veri toplama süreci.

Öğretmen adayları bireysel çözüm sonrasında çözüm kağıtlarını oluşturulan Whatsap grubuna aynı anda göndermiştir ve gönderilerinin iletilme sırasına göre çözümlerini sunmuşlardır. Her öğretmen adaynın sunumunun 3-6 dakika arasında değiştiği gözlenmiştir. Sunum bitiminde öğretmen adayları sunulan çözüme ilişkin eleştirilerini, sorularını ve önerilerini dile getirmiştir. Bu adımda çözümleri karşılaştırma ve anlaşılmayan noktaları sorma davranışlarının öne planda olduğu görülmüştür.

Elde edilen verileri genişletmek için katılımcılarla yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Araştırmacı etkisini azaltmak adına bu görüşmeler ders bitiminden sonra yapılmış, görüşme soruları aynı sırayla ve yorum eklenmeden yapılarak sorulmuştur. Son olarak her problem için çözüm sürecini anlatan detaylı bir raporu hazırlamaları istenmiştir.

3.4.4 Araştırmacının Rolü

Araştırmacı, veri toplama sürecinde hem araştırmacı hem de ders öğretmeni rolünde sürece aktif olarak katıldığından "gözlemci olarak katılımcı" sıfatıyla araştırmaya dâhil olmuştur (Merriam, 2009). Nitel araştırmalarda araştırmacı, çalışma grubuyla doğrudan etkileşim halinde bulunmakta ve bu etkileşimden elde ettiği tecrübeleri çözümlemede kullanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Araştırmacı tüm süreç boyunca öğretmen adaylarına rehberlik yapmıştır. Bu rehberlik Blum ve Borromeo-Ferri'nin (2009) belirttiği gibi "en az öğretmen desteği, üst seviyede öğrencinin serbest çalışması" şeklinde olmuştur. Öğretmen adaylarını teşvik edecek şekilde “Neyi denediniz?”, “Ne buldunuz?”, “Bunu nasıl ifade edeceksiniz?” gibi yorumdan uzak sorular yöneltmiştir.

3.5 Verilerin Analizi

Öğretmen adaylarının modelleme yeterliklerinin incelenmesinin hedeflendiği bu durum çalışmasında farklı veri toplama araçlarıyla elde edilen verilerin analiz edilmesi noktasında betimsel analiz yöntemi tercih edilmiştir. Betimsel analizde amaç elde edilen verilerde düzenleme ve yorumlama yaparak okuyucuya sunmaktır. Betimsel analiz dört aşamadan oluşan bir süreçtir (Yıldırım ve Şimşek, 2013):

Çerçeve oluşturma: Araştırmanın kavramsal çerçevesi oluşturularak verilerin hangi kategoriler altından düzenleneceği belirlenir.

Tematik çerçeveye göre verilerin işlenmesi: Veriler incelenerek tematik çerçeveye göre düzenlenir.

Bulguların tanımlanması: Düzenlenen veriler katılımcılara ait ifadelerden/çözümlerden doğrudan alıntılara yer verilerek desteklenir.

Bulguların yorumlanması: Ulaşılan sonuçlar açıklanır, ilişkilendirilir ve yorumlanarak anlamlı hale getirilir.

Betimsel analizin ilk aşamasında kavramsal çerçeve oluşturulmuştur. Yapılan literatür incelemesi sonucunda Berry ve Houston (1995) ile Blum ve Borremeo-Ferri (2009)’nin çalışmaları derlenerek matematiksel modelleme basamakları; problemi anlama, varsayımda bulunma, matematikselleştirme, problemi çözme, çözümü yorumlama, çözümü doğrulama ve açıklama basamakları esas alınmış ve matematiksel modelleme yeterlilikleri anlama, varsayımda bulunma, model oluşturma, matematiksel çalışma, yorumlama, doğrulama ve sunma şeklinde belirlenmiştir (Tablo 3.3). Kritik göstergeler Maaß (2006) ve Czocher (2016) çalışmaları incelenerek oluşturulmuştur.

Tablo 3.3: Matematiksel modelleme basamakları, modelleme yeterlilikleri ve göstergeleri

Matematiksel Modelleme Basamağı	Matematiksel Modelleme Yeterliliği	Göstergeler
Problemi anlama	Anlama yeterliliği	Problem durumunu yansıtan sözel/yazılı ifadelerde bulunma veya görsel temsil oluşturma Problemde isteneni belirleme
Varsayımda bulunma	Varsayımda bulunma yeterliliği	Problem durumunu etkileyen değişkenleri belirleme ve isimlendirme Değişkenler arasındaki ilişkiyi kurma Değişkenlere gerçekçi sayısal değerler verme
Matematikselleştirme	Model oluşturma yeterliliği	Değişkenleri matematiksel kavram/sembollerle ilişkilendirme Matematiksel model (denklem, grafik vs) oluşturma Matematiksel modeli açıklama
Problemi çözme	Matematiksel çalışma yeterliliği	Matematiksel bilgileri kullanarak çözüm yapma Çözümün hatasız olması Sayısal bir sonuç elde etme
Çözümü yorumlama	Yorumlama yeterliliği	Çözümü/sonucu varsayımları doğrultusunda yorumlama Sonucu gerçek yaşam ile ilişkilendirerek yorumlama Özel bir durum için üretilen çözümü genelleme
Çözümü doğrulama	Doğrulama yeterliliği	Modelin problem durumuna uygunluğunu sorgulama Çözümü kontrol etme ve gerek duyulursa modelleme sürecinde geriye dönme ve modelin bir kısmını düzeltme Olası farklı durumlar için modeli sorgulama
Açıklama	Sunma yeterliliği	Raporda çözüm aşamalarını açıkça ortaya koyma Raporun okuyucu için karmaşıklıktan uzak, açık ve anlaşılır olması Matematiksel dilin doğru kullanılması

Betimsel analizin ikinci aşamasında çözüm kağıtları, ses ve görüşme kaydı transkriptleri ve yansıtıcı raporlar detaylı incelenerek öğretmen adaylarının hangi matematiksel modelleme basamaklarına ulaştıkları ve ilgili matematiksel modelleme yeterliliklerini sergiledikleri belirlenmiştir. Matematiksel modelleme yeterliliklerini bir bütün halinde görebilmek için veriler Hıdıroğlu vd. (2014) ile Şahin ve Eraslan'ın (2018) çalışmalarından uyarlanarak oluşturulan dereceli puanlama anahtarı (Tablo 3.4) yardımıyla puanlandırılmıştır. İlgili matematiksel modelleme yeterliliğine ait göstergelerin hiç görülmediği durumlar "0" puan, kısmen görüldüğü durumlar "1" puan ve hepsinin görüldüğü durumlar "2" puan olarak değerlendirilmiştir. Buna göre öğretmen adayının bir problemde ulaşabileceği en düşük puan değeri 0 ve en yüksek puan değeri 14 puan olarak belirlenmiştir. Analizin üçüncü aşamasında düzenlenen veriler öğretmen adaylarının çalışma sürecini yansıtan görseller ve sözel ifadeler ile zenginleştirilmiştir. Analizin son aşamasında sonuçlar yorumlanmıştır.

Tablo 3.4: Matematiksel modelleme yeterliklerine ilişkin dereceli puanlama anahtarı

Yeterlikler	Hiç yaklaşım sergilememe (0 puan)	Kısmi yaklaşım sergileme (1 puan)	Uygun yaklaşım sergileme (2 puan)
Anlama yeterliği	Göstergelerden hiç birinin olmaması ya da yanlış anladığını gösteren ifadelerde bulunma	Göstergelerden birinin olması	Problem durumunu yansıtan sözel/yazılı ifadelerde bulunma veya görsel temsil oluşturma Problemde isteneni belirleme
Varsayımda bulunma yeterliği	Göstergelerden hiç birinin olmaması	Göstergelerden en az birinin olması	Problem durumunu etkileyen değişkenleri belirleme ve isimlendirme Değişkenler arasındaki ilişkiyi kurma Değişkenlere gerçekçi sayısal değerler verme
Model oluşturma yeterliği	Göstergelerden hiç birinin olmaması ya da yanlış model oluşturma	Göstergelerden en az birinin olması	Değişkenleri matematiksel kavram/sembollerle ilişkilendirme Matematiksel model (denklem, grafik vs) oluşturma Matematiksel modeli açıklama
Matematiksel çalışma yeterliği	Göstergelerden hiç birinin olmaması ya da yanlış modelin çözülmesi	Göstergelerden en az birinin olması	Matematiksel bilgileri kullanarak çözüm yapma Çözümün hatasız olması Sayısal bir sonuç elde etme
Yorumlama yeterliği	Göstergelerden hiç birinin olmaması ya da yanlış yorumlama	Göstergelerden en az birinin olması	Çözüme ilişkin yorumda bulunma Ulaşılan cevabı yaşam bağlamında yorumlama Çözümü genelleme
Doğrulama yeterliği	Göstergelerden hiç birinin olmaması ya da yanlış doğrulama	Göstergelerden en az birinin olması	Modelin problem durumuna uygunluğunu sorgulama Çözümü kontrol etme ve gerek duyulursa modelleme sürecinde geriye dönme ve modelin bir kısmını düzeltme Olası farklı durumlar için modeli sorgulama

Tablo 3.4 (devam)

Yeterlikler	Hiç yaklaşım sergilememe (0 puan)	Kısmi yaklaşım sergileme (1 puan)	Uygun yaklaşım sergileme (2 puan)
Sunma yeterliği	Göstergelerden hiç birinin olmaması ya da rapor oluşturmama	Göstergelerden en az birinin olması	Raporda çözüm aşamalarını açıkça ortaya koyma Raporun okuyucu için karmaşıklıktan uzak, açık ve anlaşılır olması Matematiksel dilin doğru kullanılması

3.6 Geçerlilik ve Güvenirlik

Bir çalışmada elde edilen sonuçların inandırıcılığında kullanılan en yaygın iki ölçüt geçerlik ve güvenirliktir. Nitel araştırmalarda, nicel araştırmalardan farklı olarak geçerlik ve güvenirliğin sağlanmak için; iç geçerlik yerine inandırıcılık, dış geçerlik yerine aktarılabilirlik, iç güvenirlik yerine tutarlılık ve dış güvenirlik yerine teyit edilebilirlik kavramları kullanılmaktadır.

İç geçerlik (inandırıcılık), çalışma sonuçlarının gerçeği yansıtıp yansıtmadığı ile ilgilenir. Bu çalışmada iç geçerliği arttırmak için uzman incelemesi, katılımcı teyidi ve üçgenleme stratejileri kullanılmıştır. Çalışmada kullanılacak olan Fermi problemlerinin hazırlanması sürecinde uzman görüşü alınmıştır. Bireysel görüşmeler süresince önceden belirlenen sorulara ek olarak 'Neden böyle yaptın?, Bir kez daha açıklar mısın?' gibi sorular yöneltmiş yapılan işlemin açıklanması istemiştir. Üçgenleme yönteminde ise çoklu veri toplama kaynaklarından (çözüm kağıtları, ses ile görüşme kaydı transkriptleri ve yansıtıcı raporlar) faydalanılmış, elde edilen veriler belirlenen kavramsal çerçeve bağlamında incelenmiş, ulaşılan sonuçlar diğer veri toplama araçları ile karşılaştırılmış, veriler birbirini destekleyecek ve tamamlayacak şekilde okuyucuya sunulmuştur.

Dış geçerlik(aktarılabilirlik), araştırmanın benzer durumlara ne kadar uyarlanabileceğine odaklanır. Bu hususta çalışmanın yöntemi, veri toplama araçlarının geliştirilmesi ve veri toplama süreci ayrıntılı bir şekilde ortaya konmuş, gerekli durumlarda kullanılmak üzere alıntılarla ve fotoğraflarla desteklenmiştir. Ayrıca yapılan pilot çalışma ile çalışmanın aktarılabilir olduğu gözlenmiştir.

İç güvenirlik(tutarlılık), farklı araştırmacıların aynı verileri kullanarak aynı sonuçlara ulaşıp ulaşamayacağına yöneliktir. Bu çalışmada iç güvenirliği sağlamak için adı geçen tüm kavramlar ve veri analiz süreci detaylarıyla aktarılmıştır. Bununla birlikte nitel verilerin nicel hale dönüştürülmesine imkan sağlayan dereceli puanlama anahtarı test edilmiştir. Rastgele seçilen iki katılımcının yine rastgele seçilen iki modelleme problemi araştırmacı ve matematiksel modelleme konusunda uzman olan bir öğretim elemanı tarafından bahsi geçen puanlama anahtarı kullanılarak puanlandırılmıştır. Bu puanlama neticesinde güvenirlik % 90,48 olarak hesaplanmıştır (Miles ve Huberman, 1994). Bir araya gelerek ortalık sağlanamayan noktalar üzerinde tartışılmıştır. Daha sonra iki kodlayıcı birbirinden bağımsız olarak tekrar kodlama yapmıştır. Yapılan bu kodlama sonucunda uyum yüzdesinin artarak % 97,6 olduğu görülmüştür. İyi bir nitel güvenirlik için puanlamalar arasındaki güvenirliğin en az %80 uyum düzeyinde olması gerektiğinden çalışmanın güvenilir olduğu sonucuna varılmıştır.

Dış güvenirlik (teyit edilebilirlik), araştırmaya farklı bir gözle bakılarak tutarlı davranılıp davranılmadığının belirlenmesidir. Bir diğer ifade ile nesnel olma durumudur. Araştırma süresince ulaşılan veriler alan uzmanlarının incelemesi için bilgisayar ortamında saklanmıştır ve bulgular öğretmen adaylarına ait çalışmalarla desteklenmiştir.

4. BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın ana problemi olan "İlköğretim matematik öğretmen adaylarının Fermi problemlerinin çözümündeki matematiksel modelleme yeterlikleri nasıldır?" sorusunun cevabına ilişkin beş öğretmen adayının altı Fermi probleminin çözümünde sergiledikleri matematiksel modelleme yeterliklerine ait bulgulara yer verilmiştir. Bulgular; her bir Fermi problemi için öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerine ilişkin puanları tablo şeklinde özetlenmiş ve ayrıntılı bir şekilde sunulmuştur.

4.1 'Problem 1: Bina Yüksekliği'ne İlişkin Bulgular

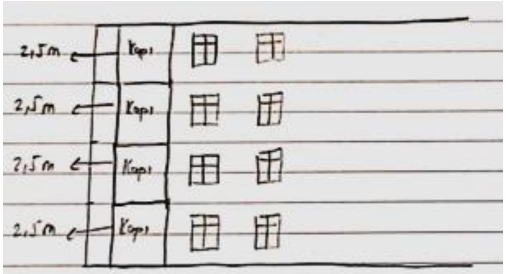
Problem 1'e ilişkin matematiksel modelleme yeterlik puanları Tablo 4.1'de özetlenmiştir. Ortalama puanları incelendiğinde en başarılı olunan yeterlik 2 puan ile anlama yeterliği iken en başarısız olunan yeterlik 0 puan ile doğrulama yeterliği olmuştur.

Tablo 4.1: Problem 1'e ilişkin matematiksel modelleme yeterlik puanları

Öğretmen adayı	Anlama yeterliği	Varsayımda bulunma yeterliği	Model oluşturma yeterliği	Matematiksel çalışma yeterliği	Yorumlama yeterliği	Doğrulama yeterliği	Sunma yeterliği
Eylül	2	2	1	2	1	0	2
Deniz	2	2	1	2	1	0	2
Biray	2	1	1	1	0	0	1
Özge	2	2	1	2	1	0	1
Yağmur	2	1	1	2	0	0	2
Ortalama	2	1,6	1	1,8	0,6	0	1,6

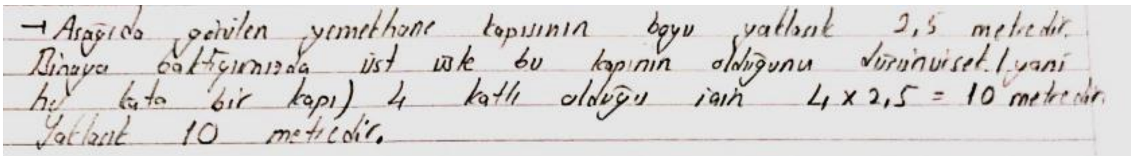
Eylül'e Ait Bulgular

<u>Anlama yeterliği</u>: Çözüm kağıdına problemin görsel temsilini çizmiş (Şekil 4.1) ve sunumu esnasında isteneni ifade etmiştir. Ayrıca binadaki deneyimleriyle ilişki kurmuş ve görselde tabela olmamasına rağmen en el altta yer alan katı yemekhane olarak isimlendirmiştir. Anlama yeterliğine ilişkin tüm göstergelerin sağlandığı belirlenmiştir. Anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.



Şekil 4.1: Eylül'ün problem 1'e ait çizimi.

Varsayımda bulunma yeterliği: Problemin çözümü için ilk olarak fotoğrafta binanın önünde yer alan ağaçtan, banktan yola çıkmayı düşünen öğretmen adayı daha sonra bina üzerindeki nesnelerden yola çıkmaya karar vermiştir. Değişkenleri belirlerken ve bu değişkenlere değer verirken deneyimlerinden yararlandığı ve bina bölümlerinin uzunluklarını kıyasladığı belirlenmiştir. Yemekhane yüksekliği ile sınıfların bulunduğu katların yüksekliğinin aynı olduğunu ve yemekhane kapısının yemekhanenin tavanı ile tabanı arasında kaldığını dolayısıyla yemekhane kapısının uzunluğunun bir kat uzunluğuna eşit olduğunu varsaymıştır. Problemin çözümüne ait değişkenleri yemekhane kapısının uzunluğu ve kat sayısı olarak belirlemiştir. *'Yemekhane kapısı normal kapılardan uzun. Normal kapılar 1.80 olsa yemekhane kapısı yaklaşık 2,5 metre falandır.'* şeklinde (Şekil 4.2) standart kapılardan yola çıkarak yemekhane kapısına sayısal değer vermiştir. Modele yönelik değişkenleri belirlemesi, değişkenler arası ilişkiyi oluşturması ve varsayımların oluşum ve değer verme sürecini yeterli düzeyde açıklayabilmesi sebebiyle varsayımda bulunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.


→ Aşağıda görülen yemekhane kapısının boyu yaklaşık 2,5 metredir.
Binaya baktığımızda üst üste bu kapının olduğunu görünüyor. (yani
her kata bir kapı) 4 katlı olduğu için $4 \times 2,5 = 10$ metredir.
Yaklaşık 10 metredir.

Şekil 4.2: Eylül'ün problem 1'e ait çözüm kağıdı.

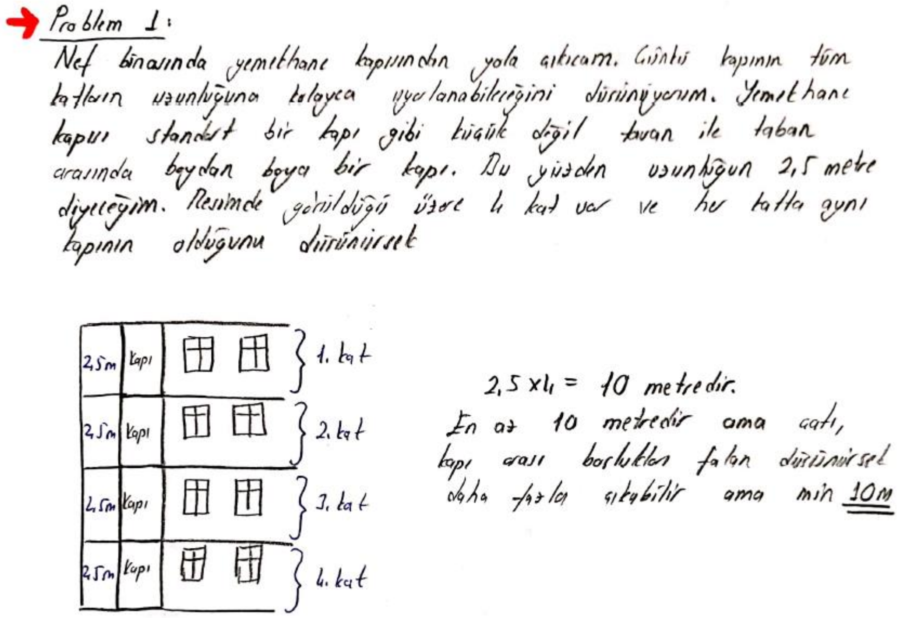
Model oluşturma yeterliği: Varsayımlarını uzunlukları kıyaslayarak oluşturması, çözüm kağıdında her katın aynı olması sebebiyle tekrarlı toplama yerine çarpma işlemini tercih etmesi ve yükseklik için uygun birimi (metre) kullanması öğretmen adayının matematiksel kavram ve sembolleri yeterli düzeyde kullanabildiğini göstermiştir. Fakat çözüme yönelik herhangi bir denklem, bağıntı, grafik gibi uygun gösterimler yoluyla matematiksel bir model oluşturmaması nedeniyle model oluşturma yeterliği 1 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: Çözüm kağıdı incelendiğinde öğretmen adayının belirlediği çözüm yöntemini uyguladığı, bir ondalık gösterim ile bir doğal sayıyı çarpma işlemini (4x2,5= 10 m) doğru yaptığı, bir doğal sayı sonucuna ulaştığı ve metre birimini unutmadığı görülmüştür. Bu bulgular doğrultusunda matematiksel çalışma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Öğretmen adayı elde ettiği 10 m cevabını çözüm kağıdında 'Y*aklaşık 10 metredir'* raporunda ise '*En az 10 metredir ama çatı, kapı arası boşluklar falan düşünürsek daha fazla olabilir. Minimum 10 m.'* seklinde bir ifade yazarak yorumlamıştır. Bu farklılığın nedenini *'Kapıların arasında iç mesafe yani boşlukları almadım. Eğer kapıların arasında boşluk olsaydı uzunluğumuz bir 12 ye falan çıkabilirdi. Ayrıca ben fotoğrafta çatı gözükmediği için ve Necatibey Eğitim Fakültesi'ni bilmeyen biri çatıyı görmeyeceği için çatıyı devreye katmadım o şekilde değerlendirdim. Yani biliyorum ama fotoğrafta çatıyı görmediğim için fotoğrafa odaklanarak yaptım.'* ve *'Cevabı bulunca a evet cevap budur demedim. Daha da yüksek tabi ki de olabilir. Daha alçak olabilir mi bilmiyorum ama bence alt sınırı 10 metredir diye kanaat getirdim. Orda 5 m çıksaydı, ben buna hayır dicektim.5 metrelik 4 katlı bir bina çok zor ancak bir hobit binası falan olması lazım.'*şeklinde açıklamıştır. Öğretmen adayının yalnızca sonucu yorumlaması nedeniyle yorumlama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Öğretmen adayı 4 katlı bir bina için elde ettiği 10 metre yüksekliği kabul edilebilir bulmuştur fakat doğrulamaya yönelik bir çalışma sergilememiştir. Ayrıca çözüm yolunun problem durumuna uygunluğunu kontrol etmemiş ve binanın çatısı olduğunu bilmesine rağmen bu durumu düşünerek alternatif çözüm yolu geliştirmemiştir. Belirlenen göstergelerin görülmemesi sebebiyle nedeniyle doğrulama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

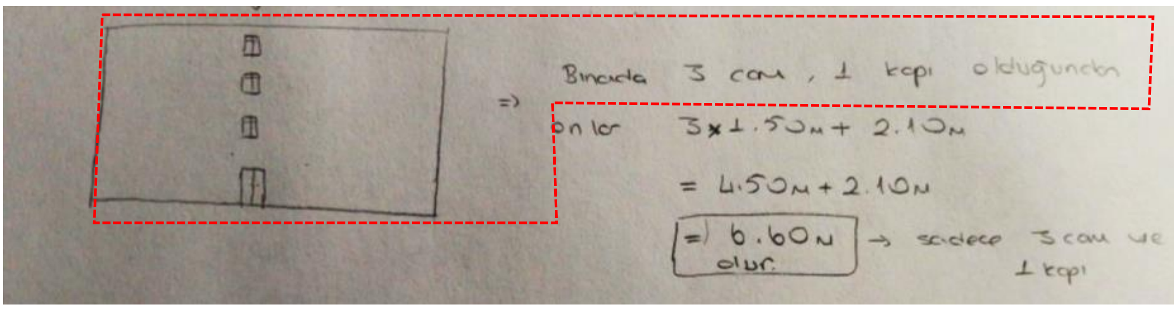
Sunma yeterliği: Öğretmen adayı çözüm kağıdını düzenleyerek raporuna (Şekil 4.3) aktarmış ve mevcut çözüm yolunda değişiklik yapmamıştır. Problemi çözüm kağıdında olduğu gibi çizimle ifade etmiştir. Yemekhane kapısının zemin ile tavan arasın kalması nedeniyle çözüme bu kapıdan başladığını belirtmiştir. Her katın yemekhane kapısının uzunluğunda olduğunu ve yemekhane kapısının 2,5m olduğunu varsaymıştır. 2.5x4=10 m işlemini yaparak sonuca ulaşmıştır. Bu çözümde çatı, kapı arası boşluklar vb. ihmal edildiği için sonucu minimum 10 m şeklinde yorumlamıştır. Raporun çözüm süreci ile ilgili yeterli bilgi vermesi ve matematiksel dilin doğru kullanımı sebebiyle sunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.



Şekil 4.3: Eylül’ün problem 1'e ait raporu.

Deniz’e Ait Bulgular

<u>Anlama yeterliği</u>: Çözüm kağıdına problemin basit temsilini (Şekil 4.4) çizmiş, bina üzerinde üç cam(pencere) ile bir kapı bulunduğunu belirtmiş ve sunumunda isteneni ifade etmiştir. Öğretmen adayının problemi doğru anladığı çıkarılarak anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.



Şekil 4.4: Deniz’in problem 1'e ait çizimi.

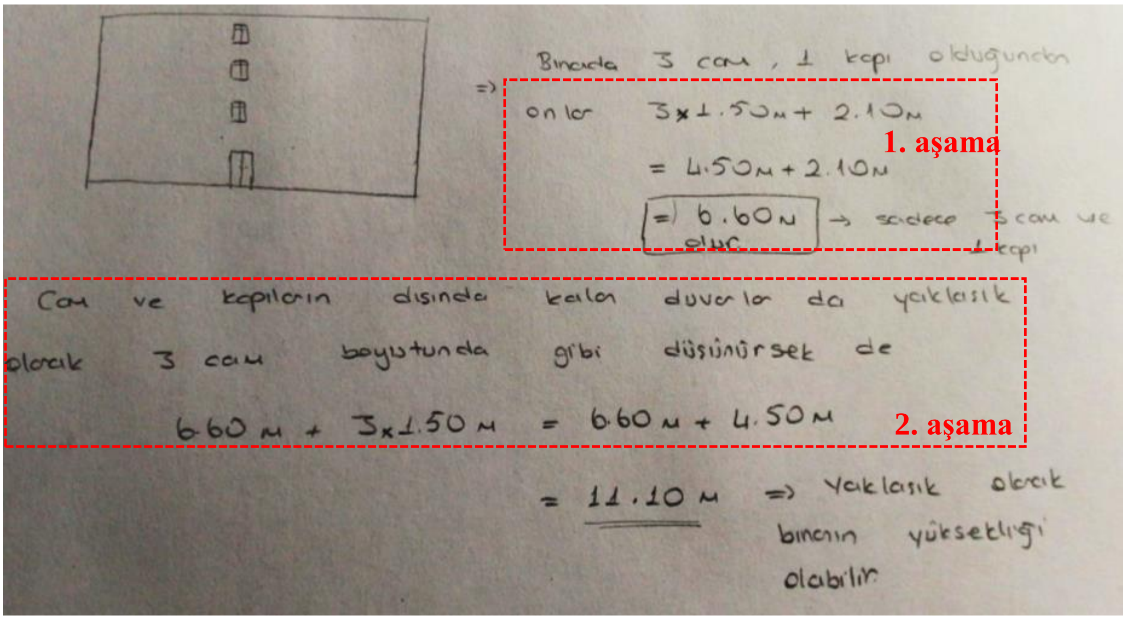
<u>Varsayımda bulunma yeterliği</u>: Bina üzerindeki nesnelerden yola çıkarak bina uzunluğunu bulabileceğini düşünmüş ve çözüme yönelik değişkenleri cam, kapı ve bunlar arasında kalan duvar uzunlukları olarak belirlemiştir. *‘Cam var, kapı var dedim. Camlar ve kapılar*

zaten standart boyda. Camların arasında boşluklar var, evet onları hesaplayamam ama uzaktan ortalama bir cam boyuna eşit görünüyor gibi dedim. O şekilde yaklaştım. İnternetten standart boy baktım. Aralarındaki boşluklar ne kadardır diye düşündüm. Sonra işleme geçtim.' ifadeleri ile varsayımlarını oluşturmaya devam etmiştir. Değişkenler incelendiğinde çizimde yer alan en üstteki pencere ile binanın tavanı arasındaki duvarın ihmal edildiği belirlenmiştir. Bu durumun nedeni sorulduğunda açıklamamıştır.

Camların ve kapıların uzunluklarını standart olarak düşünmüş bunlar arasında kalan duvar mesafesini de bir cam boyu olarak varsaymıştır. İnternet aracılığıyla cam boyunu ortalama 1,5 m ve kapının boyunu ortalama 2,10 m olarak bulmuş ve değişkenlere bu değerleri atamıştır. Düşünülen çözüm yolu için uygun değişkenlerin belirlenmesi, değişkenler arası ilişkinin kurulması ve değerlere ilişkin varsayımların anlaşılır biçimde oluşturulması nedeniyle varsayımda bulunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

<u>Model oluşturma yeterliği</u>: Öğretmen adayının binanın zemini ile tavanı arasındaki mesafeyi kapı, duvar, pencere şeklinde parçalara ayırmış ve bu parçalara ait yükseklikleri toplayarak problemi çözmeyi düşünmüştür. Çözümde yükseklik kavramına odaklanması, aynı uzunluğa sahip bölümlerin toplam uzunluğunu belirlerken çarpma işlemini seçmesi ve ekleme, toplam gibi toplama işlemine ilişkin kavramları uygun şekilde kullanması matematiksel ifadeleri doğru ve yerinde kullandığını göstermiştir. Fakat denklem, bağıntı, fonksiyon gibi herhangi bir matematiksel modelin oluşturulmaması nedeniyle model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

<u>Matematiksel çalışma yeterliği</u>: Binanın tabanı ile tavanı arasında üç cam, bir kapı ve üç duvar boşluğu olduğu ve camın 1.50m, kapının 2.10m ve her duvar boşluğunun bir cam boyuna eşit olduğu varsayımları ile ilerleyen öğretmen adayı problemi iki aşamalı çözmüştür (Şekil 4.5). İlk olarak üç cam ile bir kapının toplam uzunluğunu hesaplamaya yönelik 3x1.50m+2.10m işlemini oluşturmuştur. İşlem önceliğine dikkat ederek 6.60m sonucuna ulaşmıştır. Daha sonra kapı ve camlar dışında kalan kalan üç duvarı aynı uzunlukta varsaydığı için 3x1.50m= 4.50m olarak bulmuş ve bu sonucu 6.60m ile toplamıştır. 11.10 m cevabına ulaşmıştır. Çözüm yoluna ait işlemler hatasız yapılarak sayısal bir sonuç elde edildiği için matematiksel çalışma yeterliği için 2 puan verilmiştir.



Şekil 4.5: Deniz’in problem 1'e ait çözüm kağıdı.

<u>Yorumlama yeterliği</u>: Çözümü yorumlama ve genellemeye dair herhangi bir yaklaşımda bulunmamasına rağmen elde ettiği sonucu yetersiz de olsa yorumlamıştır. 11.10m değerini elde ettikten sonra çözüm kağıdına *‘Binanın yüksekliği yaklaşık olarak 11.10 m olabilir.’* şeklinde not düşmüştür. Bu nedenle yorumlama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

<u>Doğrulama yeterliği</u>: Öğretmen adayının modele veya çözüme yönelik herhangi bir doğrulama yaklaşımında bulunmadığı tespit edilmiştir. Bireysel görüşme esnasında çözümünün doğru olduğuna nasıl emin olduğu sorulduğunda *‘Çözümüm mantıklı geldi.’* demiş fakat doğrulamaya yönelik bir çalışmada bulunmamıştır. Dolayısıyla doğrulama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

<u>Sunma yeterliği</u>: Öğretmen adayı çözüm yöntemini ve sonucunu değiştirmeden raporunu (Şekil 4.6) hazırlamıştır. İlk cümlesinde problemde isteneni belirtmiştir. Değişkenleri binaya bakarak belirlediğini, değişkenlere değer verme sürecinde internetten araştırma yaptığını ve ulaştığı sonuçları doğru kabul ederek çözüme geçtiğini ifade etmiştir. Buna göre cam uzunluğunu 1.50m almış ve üç cam uzunluğunun 4.50 m bulduğunu belirtmiştir. Fakat bu sonucu hangi işlemle bulduğunu ifade etmemiştir. Üç cam uzunluğuna (4.50m) kapı uzunluğunu (2.10m) ekleyince 6.60m sonucuna ulaşmıştır. Pencereler arasında kalan duvar boşluklarının her birine bir cam uzunluğu olduğunu düşünmüştür. Yaklaşık üç duvar boşluğu ile üç camın olması nedeniyle işlem yapmadan üç duvar boşluğunun 4.50 m’ye

denk geldiğini belirlemiştir. Daha önce bulduğu kapı ve cam uzunluğuna (6.60m) duvar boşluklarını (4.50m) da ekleyerek 11.10 m sonucu bulmuştur. Çözüm kağıdında bulduğu 11.10m sonucunu '*binanın yaklaşık değeri*' şeklinde yorumlarken raporunda *'11.10m sonucunu buldum.'* diyerek bırakmıştır. Raporun son bölümünde *'Arkadaşlarımla tartıştıktan sonra bu yoldan(kendi yolu) gitmenin yanı sıra sonuçta okulumuzun içini biliyorduk ve katların da aynı yükseklikte olduğunu biliyorduk. Katlardan da gittiğimizde doğru bir sonuca ulaşabileceğimizi düşündüm.'* ifadeleri ile arkadaşlarının geliştirdiği çözüm yolunu problemin çözümü için alternatif olarak gördüğünü belirtmiştir. Raporun devamında bu düşünceyi bir adım öteye taşıyacak herhangi bir matematiksel çalışmaya veya matematiksel modele yer vermemiştir. Çözüm sürecinin okuyucuya anlaşılır şekilde aktarılması ve matematiksel dilin kullanımı açıdan hatasız olması nedeniyle sunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Verilen problemde okulumuzun yüksekliği sorulmuştu. Bu soruyu ilk gördüğümde nasıl sonuca ulaşabilirim diye düşünürken ilk olarak aklıma 3 tane camın boyutlarının aynı olduğu geldi ve bir camın standart yüksekliğine internetten ulaşabileceğimi düşünmüştüm. Aynı şekilde bir de yemekhane kapısını gördüm ve onun da standart ölçülerine internetten ulaşabileceğimi düşündüm. Bu yol beni yaklaşık olarak doğru bir sonuca çıkarır diye düşünüp bana gerekli olan standart ölçüleri araştırmaya başladım. Araştırmamın sonucunda bir camın yüksekliğinin ortalama 1,50 m ve bir kapının yüksekliğinin ortalama 2,10 m olduğu bilgisine ulaştım. Sonrasında 3 camın 4,50 m yaptığını hesaplayıp buna kapının yüksekliğini eklediğimde 6,60 m sonucuna ulaştım. Ancak ulaşmış olduğum bu sonuçta pencereler arasındaki duvar boşluklarını daha hesaplamamıştım. O boşlukların her birinin de yaklaşık olarak bir cam yüksekliğine eşit olabileceğini düşündüm ve orada yaklaşık olarak 3 boşluk vardı. Bunlar da 3 cam yüksekliğine eşit ise duvar boşlukları da 4,50 m yapar diye düşünüp son olarak bulmuş olduğum 6,60 m ye bunu da ekleyip 11,10 m olarak sonucumu buldum.

Arkadaşlarımla tartıştıktan sonra bu yoldan gitmenin yanı sıra sonuçta okulumuzun içini biliyorduk ve katların da aynı yükseklikte olduğunu biliyorduk. Katlardan da gittiğimizde doğru bir sonuca ulaşabileceğimizi düşündüm. Ancak tartışma ortamına girmeden önce kafamda kendi çözümümden başka hiçbir çözüm yoktu. Bu tartışma ortamı bize farklı yollardan da düşünebileceğimizi yani farklı bakış açılarını kattı.

Şekil 4.6: Deniz'in problem 1'e ait raporu.

Biray'a Ait Bulgular

<u>Anlama yeterliği</u>: Öğretmen adayı soruyu okuduktan sonra binanın yüksekliğini nasıl hesaplayacağını düşündüğünü, verilen problem görselini detaylı incelediğini ve binaya ilişkin deneyimlerinden yola çıkarak alt katın diğer katlardan daha yüksek olduğunu ifade etmiştir. Problem durumunun doğru anlamlandırılması nedeniyle anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: Öğretmen adayının deneyimlerinden, ön bilgilerinden ve bina üzerindeki nesnelerden yola çıkarak değişkenleri belirlediği, değişkenler arası ilişki kurduğu ve değişkenlere sayısal değer verdiği sonucuna ulaşılmıştır. Değişkenleri 1.kat yüksekliği, pencere boyu, iki pencere arası duvar mesafesi ve son katta pencere ile çatı arası duvar mesafesi şeklinde belirlemiştir. Pandemi öncesi binada eğitim aldığı için 1.katın diğer katlardan farklı ve daha yüksek olduğunu belirtmiştir. Bu nedenle çözüm yaklaşımında 1.katı bütün olarak ele almış diğer katları ise pencere ve duvar olmak üzere parçalamıştır.

Değişkenlere sayısal değer verme sürecinde referans noktası ortalama bir insan boyu olmuştur. Ortalama bir insan boyunu 1.70m kabul etmiştir. Bu değere nasıl karar verdiği hem tartışma hem de bireysel görüşme esnasında sorulmuştur. Sınıf ortamında *'Ben arada anneme yardım ediyorum camları silmek için. Oradan esinlendim sanırım. Benim de boyun yaklaşık 170.'* diye cevaplarken bireysel görüşme esnasında şu şekilde açıklamıştır:

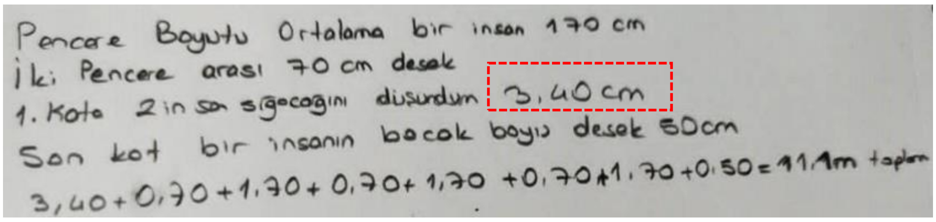
> Biray: Dünyada insan ortalaması 1.70 e yakın o geldi aklıma ilkte.
>
> Araştırmacı: Bunu nereden biliyorsun?
>
> Biray: Bilmem.
>
> Araştırmacı: Bir yerde okudun ya da duydun mu?
>
> Biray: Haberde falan bir yerde görmüşüm demek ki. Bir yerde gördüm ama nerde hatırlamıyorum ama haberde galiba.

Referans noktası olarak alınan 1.70m değerinin kaynağının ne olduğu tam olarak belirlenememiştir.

Öğretmen adayı birinci katı gözünde canlandırarak iki insanın (üst üste) sığacağını hayal etmiş ve ilk kata 1.70 m nin iki katı olan 3.40m değerini vermiştir. Sınıflarda eğitim aldıkları için pencerenin bir kişinin boyuna denk geleceğini, pencereler arası mesafenin bir insanın yarısına geleceğini ve pencere ile çatı arasındaki duvar mesafesinin bir insanın bacağına geleceğini düşünmüştür. Pencere uzunluğuna 1.70 m, pencereler arasında kalan duvar uzunluklarına 70 cm ve çatı ile pencere arasındaki mesafeye 50 cm değerini vermiştir. Bu değerler incelendiğinde pencereler arası için verdiği sayısal değerin en başta düşündüğü uzunluk ile örtüşmediği görülmüştür. Pencereler arası mesafe insan boyunun yarısı kadar düşündüğü için 170cm:2 işlemine göre 85 cm olması gerekirken 70 cm kabul etmiştir. Çözüme yönelik değişkenler oluşturulması, değişkenler arası ilişkilerin kurulması ve varsayımların yeterli düzeyde açıklanmasına rağmen bir değişkene ilişkin değer ile varsayım arasında tutarsızlık olması nedeniyle varsayımda bulunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Model oluşturma yeterliği: Varsayımları oluşturma sürecinde yükseklik, mesafe, uzunluk gibi kavramların sıkça kullanıldığı, sayısal değerler verilirken m-cm birimlerinden uygun olanının seçildiği ve çözümde binanın zemininden tavana doğru kapı, duvar, pencere şeklinde parçalara ait uzunlukların yazılarak toplandığı belirlenmiştir. Binanın yüksekliğini hesaplamak için matematiksel ifadelerin doğru kullanılmasına rağmen matematiksel bir model geliştirilemediği için model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: Öğretmen adayı belirlediği değişkenleri ve bu değişkenlere verdiği değerleri yazarak çözüme başlamıştır. Burada birinci katın sayısal değerinde birim ile ilgili bir hata yapmıştır, 340cm ya da 3.40m yazması gerekirken 3.40cm yazmıştır (Şekil 4.7). İşlem olarak bir toplama işlemini yeterli bulmuştur. Değişkenlere ait değerleri binanın altından başlayarak sırasıyla yazmış, işlem sonucunu doğru bulmuş ve uzunluk birimini doğru yazmıştır. Belirlenen birim hatası nedeniyle matematiksel çalışma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

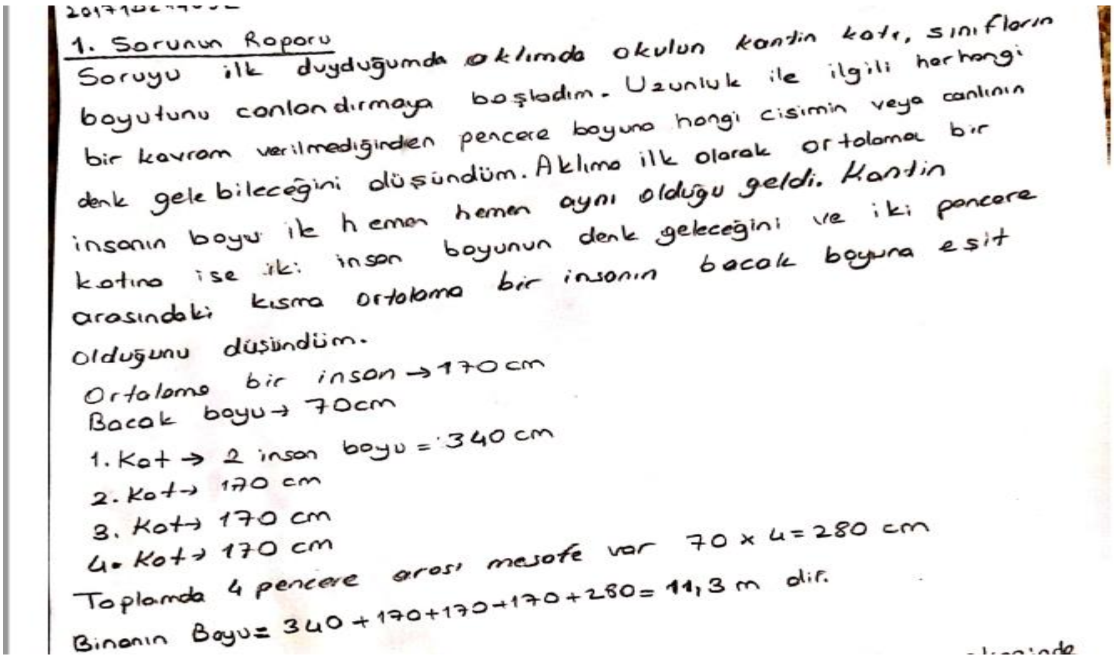


Şekil 4.7: Biray'ın problem 1'e ait çözüm kağıdı.

Yorumlama yeterliği: Çözüm kağıdında işlem sonucunu bulup bıraktığı, sunumunu '*Sonuç 11.1m çıktı.*' diyerek bitirdiği ve bireysel görüme esnasında çözüm veya sonucuna dair bir yorumda bulunmadığı belirlenmiştir. Elde edilen sonucun ve çözümün hiçbir bağlamda yorumlanmadığı tespit edilmiştir. Dolayısıyla yorumlama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Değişkenlere değerleri doğru verdiğini, cevabından emin olduğunu ve çözümünü kontrol etmediğini belirtmiştir. Doğrulamaya dair herhangi bir yaklaşımda bulunmaması sebebiyle doğrulama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Raporunda binayı zihninde canlandırdığını, çözüm için bina üzerindeki pencere, 1. Kat(zemin kat) ve iki pencere arası mesafeye odaklandığını ve bunlara insan boyunu referans alarak nasıl değer verdiğini ifade etmiştir (Şekil 4.8). İnsan boyunu referans noktası olarak seçmesini *'Uzunluk ile ilgili herhangi bir kavram verilmediğinden pencere boyuna hangi cismin ya da canlının denk gelebileceğini düşündüm. Aklıma ilk olarak ortalama bir insanın boyu ile hemen hemen aynı olduğu geldi.'* diyerek açıklamaya çalışmıştır. Bir insan boyunu 170 cm kabul etmiştir. 1. Kata iki insan boyu olarak 340cm, pencere uzunluğuna bir insan boyu olduğu için 170 cm ve iki pencere arası mesafeye bacak boyu olarak 70 cm değerini verdiğini ifade etmiştir. Fakat çözüm kısmında pencere yerine kat kelimesini kullanmıştır. Bu kısım okuyucunun çözümü anlamlandırmasında karışıklığa neden olmaktadır. İlk olarak pencereler arasında kalan kısımları 4x70=280cm olarak bulmuştur. Daha sonra zeminden başlayarak 340+170+170+170+170+280 işlemini yapmıştır. Toplama işlemindeki sayılar cm birimi iken sonuç m birimi ile ifade edilmiştir. Çözüm sürecinin aşamalı anlatılmasına rağmen anlam karmaşasına yol açabilecek yerlerin olması nedeniyle sunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.



1. Sorunun Raporu

Soruyu ilk duyduğumda aklımda okulun kantin katı, sınıfların boyutunu canlandırmaya başladım. Uzunluk ile ilgili herhangi bir kavram verilmediğinden pencere boyuna hangi cisimin veya canlının denk gelebileceğini düşündüm. Aklıma ilk olarak ortalama bir insanın boyu ile hemen hemen aynı olduğu geldi. Kantin katına ise iki insan boyunun denk geleceğini ve iki pencere arasındaki kısma ortalama bir insanın bacak boyuna eşit olduğunu düşündüm.

Ortalama bir insan → 170 cm
Bacak boyu → 70cm
1. Kat → 2 insan boyu = 340 cm
2. Kat → 170 cm
3. Kat → 170 cm
4. Kat → 170 cm
Toplamda 4 pencere arası mesafe var 70 x 4 = 280 cm
Binanın Boyu = 340 + 170+170+170+280 = 11,3 m dir.

Şekil 4.8: Biray'ın problem 1'e ait raporu.

Özge'ye Ait Bulgular

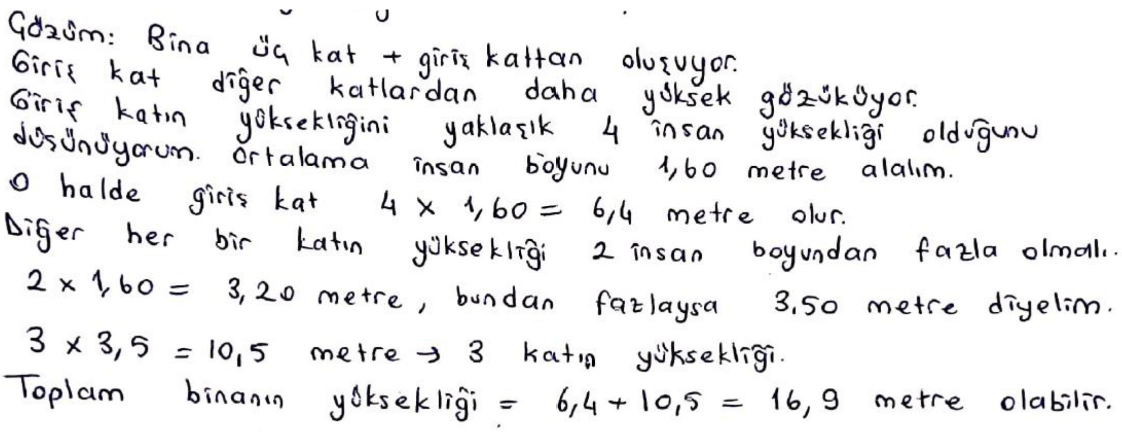
Anlama yeterliği: Öğretmen adayı sunum esnasında bina yüksekliğinin sorulduğunu ve günlük hayatta gördüğü bir bina olduğundan deneyimleri yardımıyla ile bu soruyu çözecebileceğini dile getirmiştir. Dolayısıyla anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: Öğretmen adayı görseli inceleyerek çözüme yönelik tahminde bulunmuştur: *Giriş kattaki kapı pencerelerden daha yüksek. Pencerelerin üzerinde de o boyalı kısım var, orası da bir pay. O yüzden (giriş kat) ortalama katlardan(yukarıdaki katlardan) daha yüksek gözüküyor. Diğer üç kat birbirine çok benzer. Bir katı hesaplarsak 3 ile çarparız diye düşündüm. Giriş kat da diğerlerinden daha yüksek olduğu için kat kat gitmeyi düşündüm.* Bu ifadelerden problemin ana değişkenlerinin katlar olarak belirlendiği görülmüştür. Uzunluk farklılığından dolayı bina giriş kat ve diğer katlar şeklinde ayrılmıştır.

'Katlara ayırdıktan sonra kapı boyunun yüksekliği ile birlikte ne kadar olabilir? Kaç insan boyu olabilir? Pencere kapı yerine birim kaç kaç insan alabilir diye düşündüm. Genelde ilk insan boyu düşünülür diye düşündüm evlerin yüksekliği ya da bir katın yüksekliği hesaplanırken.' diyen öğretmen adayı katlara değer verme hususunda ortalama insan boyunu kullanmıştır. Ortalama bir insan boyunu 1.60m kabul etmiştir. Nedenini ise '*Ortalama insan boyu böyle aklımda kalmış, 1,60 olabilir düşündüm. Aslında kadınlarla erkekler farklı olur ama bir kapı kaç insan diye düşünmedim. Gözümde canlandırdım.* ' şeklinde açıklamaya çalışmıştır. Giriş kata dört insan boyu değeri verirken diğer katlara iki insan boyundan biraz fazla olmalı demiştir. Değişkenlerin, değişkenler arası ilişkinin ve varsayımların açıkça ortaya koyulması nedeniyle varsayımda bulunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Model oluşturma yeterliği: Varsayımları belirlerken yükseklik, boy kavramlarını kullanması, giriş katını *daha yüksek* olarak tanımlaması, giriş katın üzerindeki benzer katların toplam uzunluğunu hesaplamak için b*ir katı hesaplarsak 3 ile çarparız* şeklindeki matematiksel yaklaşımını açıklaması ve çözüm aşamasında yuvarlamalar yapması öğretmen adayının güçlü bir matematiksel ifadesi olduğunu göstermektedir. Çözüm kağıdında *'Bina üç kat + giriş kattan oluşuyor.'* şeklinde çözüm yöntemi geliştirmesine rağmen oluşturduğu ifade matematiksel model olarak eksik kalmıştır. Model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: Öğretmen adayının varsayımlarına bağlı geliştirdiği çözüm yaklaşımını işlem hatası yapmadan devam ettirip sonuç elde ettiği görülmüştür. Giriş katına yaklaşık dört insan boyu kadar diyerek giriş katını 4x1.60=6.4m olarak bulmuştur. Benzer katların her birine iki insan boyundan fazladır varsayımından yola çıkarak 2x1.60=3.20m bulmuş ve bu sonucu 3.50m ye yuvarlamıştır. Üç kat benzer olduğu için 3x3.50=10.5m işlemi ile üç katın uzunluğunu hesaplamıştır. Binanın yüksekliğine 6.4+10.5=16.9m işlemi ile ulaşmıştır. Şekil 4.9'da görüldüğü gibi işlemlerin çözüm yöntemine uygun sürdürülmesi, bir sonuca ulaşılması ve işlemlerin hatasız yapılması nedeniyle matematiksel çalışma yeterliği için 2 puan verilmiştir.


Çözüm: Bina üç kat + giriş kattan oluşuyor.
Giriş kat diğer katlardan daha yüksek gözüküyor.
Giriş katın yüksekliğini yaklaşık 4 insan yüksekliği olduğunu düşünüyorum. Ortalama insan boyunu 1,60 metre alalım.
O halde giriş kat 4 × 1,60 = 6,4 metre olur.
Diğer her bir katın yüksekliği 2 insan boyundan fazla olmalı.
2 × 1,60 = 3,20 metre, bundan fazlaysa 3,50 metre diyelim.
3 × 3,5 = 10,5 metre → 3 katın yüksekliği.
Toplam binanın yüksekliği = 6,4 + 10,5 = 16,9 metre olabilir.

Şekil 4.9: Özge'nin problem 1'e ait çözüm kağıdı.

Yorumlama yeterliği: Çözüm kağıdı incelendiğinde ulaşılan 16.9 metre sonucunun net sonuç olmadığını belirtmek için yanına *olabilir* kelimesinin eklendiği görülmüştür. Öğretmen adayı çözümünü sunarken *'Elimle 1 metreyi ölçtüğümde kısa gözüküyor ya da 1,60 m kısa geliyor. Bu yüzden 17 metre de kısa değil gibi aslında. Yaklaşık olarak diyorum ben zaten böyle hesaplamalarda hiç iyi değilimdir.'* cümleleri ile bulduğu sonucu yaşam bağlamında yorumlamaya çalışmıştır. Çözüm aşamalarında eksikliklerin olması nedeniyle yorumlama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Öğretmen adayı bireysel görüşme esnasında çözümünü kontrol etmediğini, çözüp bıraktığını ve çözümünden emin olmadığını belirtmiştir. Dolayısıyla doğrulama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Bireysel görüşme esnasında arkadaşlarının çözümünü daha matematiksel bulduğunu ifade eden öğretmen adayı *'Değiştirmek istesem kapı ve cam boylarından* *gitmek isterdim.'* demiştir. Araştırmacının problemi tekrar bu yöntemle çözebileceğini belirtmesine rağmen öğretmen adayının problemi farklı bir yolla çözmediği ve mevcut çözüm kağıdını rapor olarak ulaştırdığı görülmüştür. Raporu incelendiğinde raporun istenen değişkenler ve çözüm bağlamında yeterli bilgi sunmasına rağmen değişkenlere değer verme hususunda bilgi içermemektedir. Bir başka ifade ile değişkenlere ne düşünerek sayısal değer atandığı bilinmemektedir. Bu sebeple sunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Yağmur'a Ait Bulgular

Anlama yeterliği: Öğretmen adayı problemi okuduktan sonra '*Problemi matematiksel olarak nasıl ifade edebilirim? , Bina uzunluğunu nasıl bulabilirim?'* sorularının zihninde oluştuğunu belirtmiştir. Bu ifadelerden problem durumunun doğru anlaşıldığı belirlenerek anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

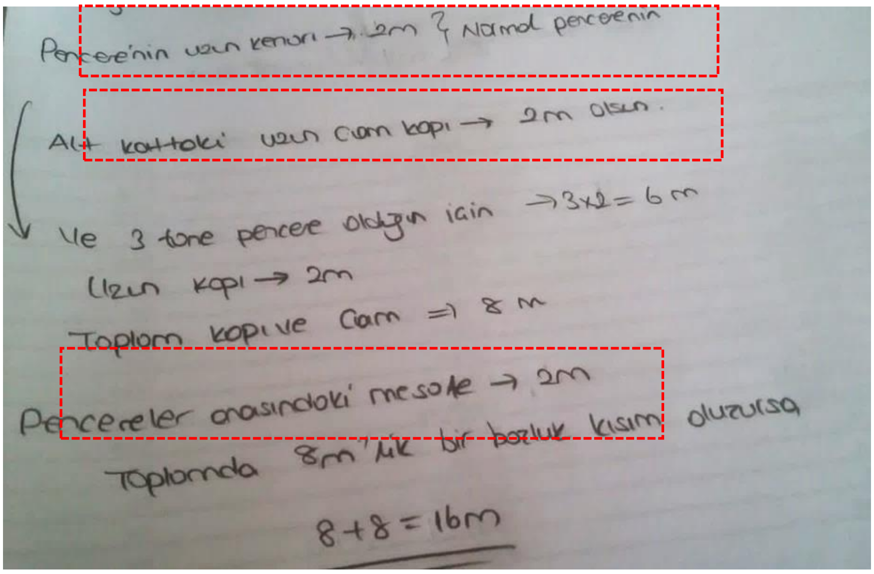
Varsayımda bulunma yeterliği: Öğretmen adayı problemdeki görseli incelemiş ve probleme ait değişkenleri kapı, pencereler ve pencereler arası boşluklar şeklinde oluşturmuştur. '*İlk aklıma pencereleri düşünerek gitmek geldi. Sonra pencerelere değer vererek, alttaki büyük kapıya ondan daha fazla değer vererek yüksekliği bulabileceğim aklıma geldi. Kapının pencerenin iki katı olabileceğini varsaydım. Pencereler arasındaki mesafenin bir pencereye denk gelebileceğini düşündüm*.' ifadelerinden yola çıkarak öğretmen adayının önce pencereye sayısal değer vermeyi daha sonra pencere uzunluğuna bağlı olarak kapı ve pencereler arası boşluklara değer vermeyi planladığı belirlenmiştir. Sayısal değer verirken çevresindeki benzer nesne veya durumları incelediğini ve hesaplaması kolay olsun diye doğal sayı olmasına dikkat ettiğini belirtmiştir. Örneğin pencereler arası mesafeye sayısal değer verirken karşı bloktaki pencereler arası mesafe bir pencere olabilir mi, oraya bir pencere yerleştirmiş olabilirler mi diye incelemede bulunmuştur.

Çözüme yönelik pencere uzunluğuna 2m, kapı uzunluğuna 2m ve pencereler arası mesafeye 2m değerini vermiştir(Şekil 4.10). Bu değerler incelendiğinde öğretmen adayının varsayımları ile verdiği nicelikler arasında çelişki olduğu görülmüştür. Değer vermeden önce kapı uzunluğunun pencere uzunluğunun iki katı olabileceğini düşünürken her ikisine de aynı değeri vermiştir. Bu çelişkiyi ne çözümü ne de sunumu esnasında fark etmemiştir.

Öğretmen adayı binanın en üst bölümünde yer alan duvar uzunluğunu kasti olarak ihmal etmiş ve bu durumu sunumunda şu şekilde açıklamıştır:

> Yağmur: En üst penceredeki duvarın bittiği kısım normalde kısa bir kısım, yani pencereler arasındaki mesafe kadar uzun değildi. Bunu göz ardı ettim. Tammış gibi hesapladım.
>
> Araştırmacı: Neden?
>
> Yağmur: Kasti olarak yaptım. İhmal ederken en alttaki kapı ve pencere arasındaki mesafe normal iki pencere arasındaki mesafeden büyük bir mesafeydi. Bu ikisinin toplamının karşılayacağını, dengeleyeceğini düşünerek öyle yaptım.

Böylelikle her biri 2m uzunluğunda dört adet pencere arası mesafe olduğu varsaymıştır. Düşünülen çözüme ilişkin değişkenlerin ve değişkenler arası ilişkinin belirlenmesi ve varsayımların açıklanarak ifade edilmesine rağmen kapı uzunluğuna ilişkin varsayım ile değer arasında çelişki olması nedeniyle varsayımda bulunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.



Şekil 4.10: Yağmur’un problem 1'e ait çözüm kağıdı.

<u>Model oluşturma yeterliği</u>: Varsayımları oluştururken yükseklik, uzunluk, mesafe kavramlarını kullanması, hesaplama kolaylığı için değişkenlere doğal sayı değerleri vermeyi düşünmesi ve metre birimini ait olduğu nesne veya sonuç için eksiksiz kullanması öğretmen adayının uygun matematiksel kavramları kullanabildiğini göstermektedir. Çözüm kağıdı incelendiğinde öğretmen adayının önce binayı değişkenler aracılığıyla parçaladığı

daha sonra değişkenleri gruplandırdığı ve toplama işlemiyle binanın toplam uzunluğuna ulaştığı görülmüştür. Fakat bu çözüm yöntemini matematiksel model olarak sunmadığı için model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

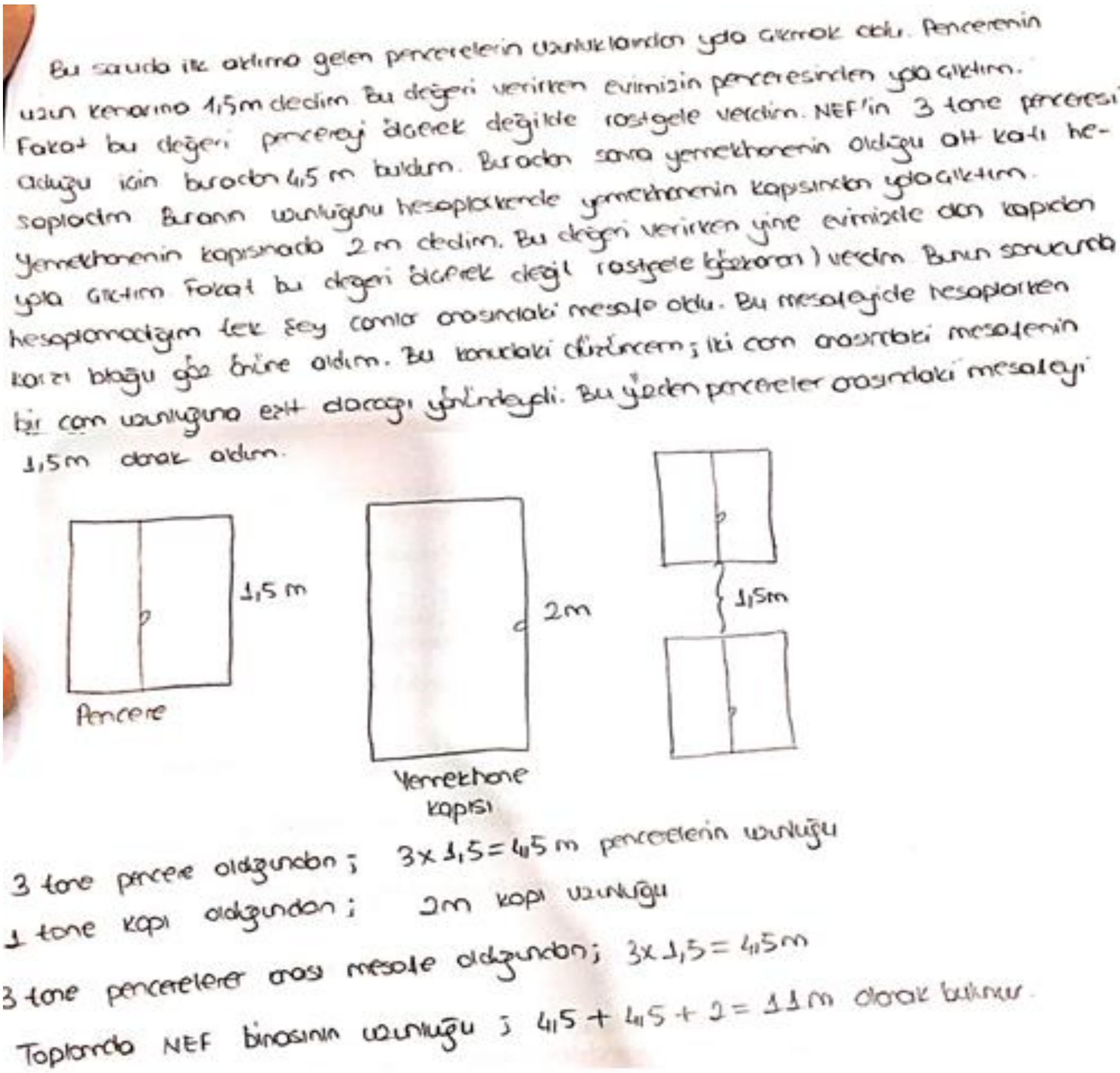
Matematiksel çalışma yeterliği: Çözüm kağıdında varsayımlar belirtilmiş akabinde gerekli işlemler yapılmıştır. İlk olarak pencere ve kapı uzunluklar yazılmıştır. Üç tane pencere olduğu için 3x2 işlemi ile pencere uzunlukları 6m bulunmuştur. 6m ile kapı uzunluğu olan 2m zihinden toplanarak toplam kapı ve cam uzunluğunun 8 m olduğu yazılmıştır. Daha sonra pencereler arası mesafenin 2m olduğu belirtilmiş fakat pencereler arası mesafelerden dört adet olduğu yazılmamıştır. Bu mesafelerin toplamı için 4x2m=8m işlemi zihinden yapılmıştır. Son işlem olarak kapı ve cam uzunlukları toplamı olan 8 ile pencereler arası mesafelerin toplamı olan 8 toplanarak 16m sonucu elde edilmiştir. Belirlenen çözüm yolunun doğru yapılarak sonuca ulaşılması nedeniyle problem çözme yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Öğretmen adayı çözüm kağıdında elde ettiği sonucun altını çizerek bırakmış ve sunumunu '*16m buldum*' diyerek bitirmiştir. Elde edilen veriler incelendiğinde öğretmen adayının herhangi bir yorumlama yaklaşımında bulunmadığı tespit edildiğinden yorumlama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Bireysel görüşme esnasında öğretmen adayının çözümünü mantıklı ve doğru bulduğu için kontrol etmediği, kapı uzunluğu-pencere uzunluğu varsayımındaki hatayı fark etmediği ve sonuca ulaştığında problem hakkında düşünmeyi bıraktığı belirlenmiştir. Bu nedenlerle doğrulama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Rapor incelendiğinde öğretmen adayının değişkenlerini ve çözüm yöntemini değiştirmediği fakat kapı dışındaki varsayımlarını değiştirdiği dolayısıyla da farklı bir sonuç elde ettiği görülmüştür(Şekil 4.11). Raporun ilk bölümünde her değişken için değer verme sürecini detaylandırmıştır. İlk varsayımlarından farklı olarak pencere uzunluğuna 1.5m ve pencereler arası mesafeye 1.5m değerlerini vermiştir. İkinci bölümde değişkenlere ilişkin çizimler yapmıştır. Son bölümde çözüme yer vermiştir. Binayı üç pencere, bir kapı ve üç pencere arası mesafe şeklinde parçalamıştır. Bu durumda ilk çözümden farklı olarak en üstte yer alan pencere çatı arası mesafeyi ihmal ettiği sonucu çıkarılmıştır. İlgili parçalara ait işlemler eksiksiz yazılarak sonuçlar doğru bulunmuştur.

Çözüm sürecinin matematiksel olarak hatasız ve okuyucu için açık sunulması nedeniyle sunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.


Bu soruda ilk aklıma gelen pencerelerin uzunluklarından yola çıkmak oldu. Pencerenin uzun kenarına 1,5m dedim. Bu değeri verirken evimizin penceresinden yola çıktım. Fakat bu değeri pencereyi ölçerek değilde rastgele verdim. NEF'in 3 tane penceresi olduğu için buradan 4,5 m buldum. Buradan sonra yemekhanenin olduğu alt katı hesapladım. Bunun uzunluğunu hesaplarken de yemekhanenin kapısından yola çıktım. Yemekhanenin kapısına 2 m dedim. Bu değeri verirken yine evimizde olan kapıdan yola çıktım. Fakat bu değeri ölçerek değil rastgele (yaklaşık) verdim. Bunun sonucunda hesaplamadığım tek şey camlar arasındaki mesafe oldu. Bu mesafeyide hesaplarken karşı binayı göz önüne aldım. Bu konudaki düşüncem; iki cam arasındaki mesafenin bir cam uzunluğuna eşit olacağı yönündeydi. Bu yüzden pencereler arasındaki mesafeyi 1,5m olarak aldım.

3 tane pencere olduğundan; 3x1,5=4,5 m pencerelerin uzunluğu
1 tane kapı olduğundan; 2m kapı uzunluğu
3 tane pencereler arası mesafe olduğundan; 3x1,5=4,5m
Toplamda NEF binasının uzunluğu ; 4,5 + 4,5 + 2 = 11 m olarak bulunur.

Şekil 4.11: Yağmur’un problem 1'e ait raporu.

4.2 ‘Problem 2: Trafik Lambası’na İlişkin Bulgular

Problem 2’ye ilişkin matematiksel modelleme yeterlik puanları Tablo 4.2’de özetlenmiştir. Ortalama puanlar incelendiğinde en başarılı olunan yeterlik 2 puan ile yeterliği iken en başarısız olunan yeterlik 0,2 puan ile yorumlama yeterliği olmuştur.

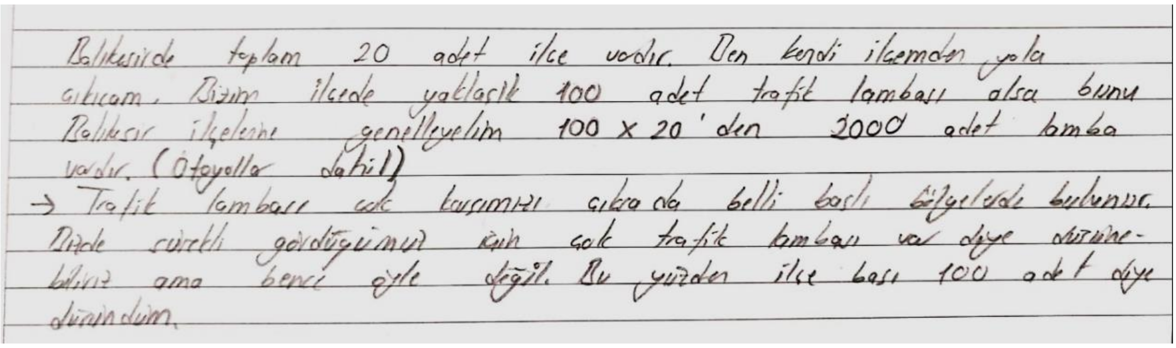
Tablo 4.2: Problem 2'ye ilişkin matematiksel modelleme yeterlik puanları

Öğretmen adayı	Anlama yeterliği	Varsayımda bulunma yeterliği	Model oluşturma yeterliği	Matematiksel çalışma yeterliği	Yorumlama yeterliği	Doğrulama yeterliği	Sunma yeterliği
Eylül	2	2	1	2	1	1	1
Deniz	2	2	1	2	0	1	1
Biray	2	1	1	2	0	0	1
Özge	2	1	1	2	0	0	2
Yağmur	2	1	1	1	0	1	1
Ortalama	2	1,4	1	1,8	0,2	0,6	1,2

Eylül'e Ait Bulgular

Anlama yeterliği: Öğretmen adayı Balıkesir il sınırları içerinde trafik lamba sayısının istendiğini, araba kullanmayı bilmediği için biraz düşünmesi gerektiğini ve trafik lambasının zannedildiği gibi çok yerde olmadığını ifade etmiştir. Buradan hareketle öğretmen adayının problem durumunu anlayarak kendi ve yaşam ile ilişkilendirdiği sonucuna ulaşılmıştır. Anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: Öğretmen adayının yaşadığı mahalleyi düşünerek çözüme başladığı daha sonra ilçeye ve ile genellemeye çalıştığı belirlenmiştir: '*Aslında trafik lambaları araba kullanırken çok fazla karşımıza çıkıyor. Ama düşündüğümüz zaman sokak aralarında yok. Mesela gittiğimiz bir mahallede çok fazla olduğunu görmüyoruz. Belli başlı yerlerde olduğu için ve sürekli karşılaştığımız için gözümüzün önünde çok bulunuyor. Sonra dedim ki kendi bulunduğum mahalleyi düşündüm, bizim mahallede işte bir 50 tane varsa veya 25 tane varsa ilçeye genellediğimizde 100 tane vardır diye düşündüm.'* İlçedeki ortalama trafik lambası sayısına dair varsayımı sonrasında Balıkesir'e genelleme yapabilmek için Balıkesir'in ilçe sayısına ihtiyaç duymuştur. Bu bilgiyi bilmediği için internetten araştırma yapmış ve Balıkesir'in 20 ilçesi olduğunu öğrenmiştir. Çözüm kağıdı incelendiğinde her ilçede aynı sayıda trafik lambası olduğunu kabul ettiği belirlenmiştir. Çözüme yönelik değişkenlerin ilçe sayısı ve bir ilçedeki trafik lambası şeklinde oluşturulduğu ve ilçedeki trafik lambası sayısına değer verirken rastgele bir sayının verildiği görülmüştür(Şekil 4.12). Çözüm için değişkenlerin, değişkenler arası ilişkinin ve varsayımların yeterli şekilde belirlenmesi nedeniyle varsayımda bulunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.


Balıkesirde toplam 20 adet ilçe vardır. Ben kendi ilçemden yola çıkıcam. Bizim ilçede yaklaşık 100 adet trafik lambası olsa bunu Balıkesir ilçelerine genelleyelim 100 x 20 'den 2000 adet lamba vardır. (Otoyollar dahil)
→ Trafik lambası çok karşımıza çıksa da belli başlı bölgelerde bulunur. Bizde sürekli gördüğümüz için çok trafik lambası var diye düşünebiliriz ama bence öyle değil. Bu yüzden ilçe başı 100 adet diye düşündüm.

Şekil 4.12: Eylül'ün problem 2'ye ait çözüm kağıdı.

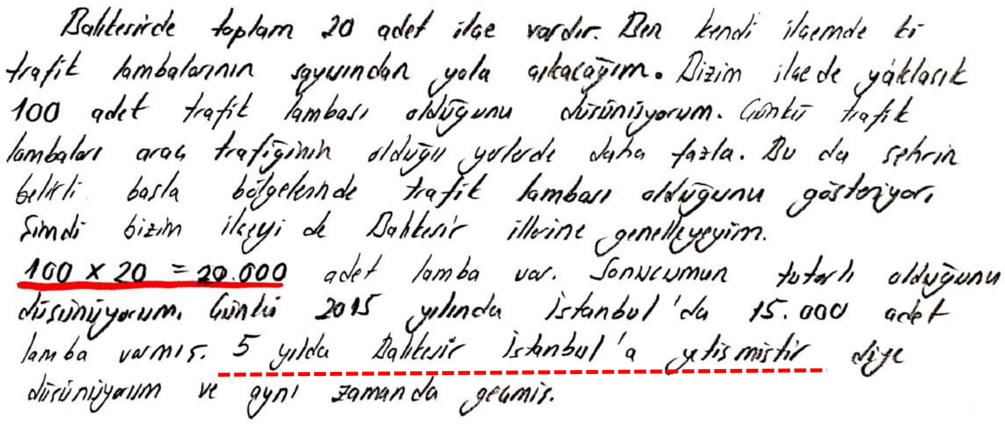
Model oluşturma yeterliği: Öğretmen adayı çarpma işleminden yararlanarak bir ilçedeki trafik lambası sayısını il geneli trafik lambası sayısına genellemiştir. Matematiksel düşünme yaklaşımının doğru kullanılmasına rağmen denklem, fonksiyon gibi matematiksel model olarak ifade edilmemesi nedeniyle model oluşturma yaklaşımı için 1 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: Çözüm için bir işlem yapmıştır. 20 ilçe ve her ilçede 100 trafik lambası varsayımları sonucunda 100x20=2000 işlemi ile cevap bulmuştur. Düşünülen çözüm yolunun hatasız uygulanması sebebiyle matematiksel çalışma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Öğretmen adayı çözüm ve sonuca ilişkin yetersiz yorumlamalarda bulunmuştur. Sunumunda genelleme yaparak sonuç bulduğu için cevabını '*yaklaşık 2000 adet*' şeklinde yorumlamıştır. Çözüm kağıdında elde edilen sonucun yanına parantez içinde 'otoyollar dahil' ibaresi eklemiş ilçeler ve diğer iller arası yollardaki trafik lambalarının da kapsadığını belirtmek için yaptığını belirtmiştir. Bireysel görüşme esnasında çözüm yolunu arkadaşları ile kıyaslamış ve çözümü için '*Çok da mükemmel bir yaklaşım sergilediğimi düşünmüyorum.*' yorumunda bulunmuştur. Çözümü genelleme dışındaki göstergelerin tespit edilmesi sebebiyle yorumlama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Öğretmen adayının ilk olarak ilçedeki trafik lamba sayısını 60 olarak varsaydığı, aynı çözüm yolu ile Balıkesir ili içerisinde 1200 trafik lambası olduğu sonucunu elde ettiği ve bu sonucun doğruluğuna dair fikir yürütmek için internetten araştırma yaptığı bilgisine ulaşılmıştır. Öğretmen adayı internette yaptığı arama sonucu 2015 yılında İstanbul'da yaklaşık 1500 tane trafik lambasının var olduğu bilgisine ulaşmıştır. '*Balıkesir de çok gelişmemiş bir şehir olduğu için 5 yılda anca İstanbul'daki bu sayıya ulaşmıştır. Belki biraz daha eklemiştir üzerine*.' diye düşünerek 1200 trafik lambasını az bulmuş ve ilçedeki trafik lambasını varsayımını 100'e çıkarmıştır. İkinci çözümü ile ulaştığı 2000 sonucu 1500 üzerinde olduğu için sonucunun doğru olduğunu kabul etmiştir. Çözümü kontrol etme ve varsayımda bulunma basamağına geri dönerek çözümü revize etmesi dışında herhangi bir doğrulama yaklaşımında bulunmamıştır. Çözüm yolunun probleme uygunluğunu ve olası farklı durumlar için modelin uygunluğunu sorgulamamıştır. Dolayısıyla doğrulama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

<u>Sunma yeterliği</u>: Arkadaşlarının çözümlerini daha matematiksel ve mantıklı bulmasına rağmen mevcut çözümünü değiştirmeden baştan yazarak rapor haline getirdiği belirlenmiştir. Balıkesir'de 20 ilçe olduğu bilgisini ve her ilçede 100 adet trafik lambası olduğunu varsayımını raporun başında belirtmiştir. 100 değerini kendi ilçesinden yola çıkarak verdiğini açıklamasına rağmen sayıya nasıl karar verdiğini net bir biçimde ifade edememiştir. İlçeden ile genellemeyi 100x20 işlemi ile yapmış ve 20 000 şeklinde hatalı bir sonuç bulmuştur. Araştırmaları sonucunda 2015 yılında İstanbul'daki trafik lamba sayısını 1500 bulmasına rağmen bu sayıyı raporunda 15 000 olarak almıştır. 5 yılda Balıkesir'in bu sayıyı geçmiş olacağını varsayarak sonucunu tutarlı bulmuştur(Şekil 4.13). Çözüm adımlanın açık ve anlaşılır olmasına rağmen hataların olması nedeniyle sunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

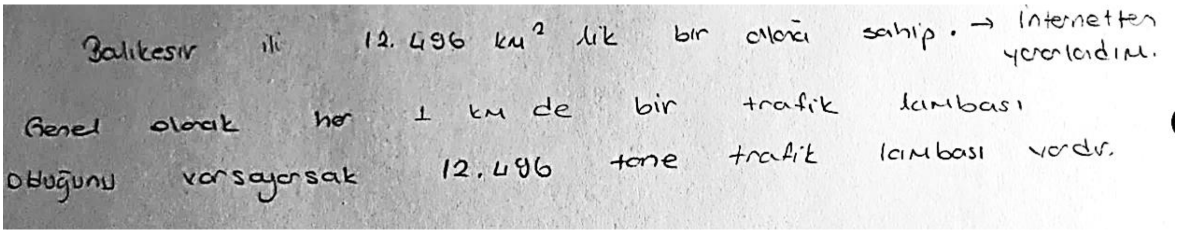

Balıkesirde toplam 20 adet ilçe vardır. Ben kendi ilçemde ki trafik lambalarının sayısından yola çıkacağım. Bizim ilçede yaklaşık 100 adet trafik lambası olduğunu düşünüyorum. Çünkü trafik lambaları araç trafiğinin olduğu yollarda daha fazla. Bu da şehrin belirli başlı bölgelerinde trafik lambası olduğunu gösteriyor. Şimdi bizim ilçeyi de Balıkesir illerine genelleyeyim.
100 x 20 = 20.000 adet lamba var. Sonucumun tutarlı olduğunu düşünüyorum. Çünkü 2015 yılında İstanbul'da 15.000 adet lamba varmış. 5 yılda Balıkesir İstanbul'a yetişmiştir diye düşünüyorum ve aynı zamanda geçmiş.

Şekil 4.13: Eylül'ün problem 2'ye ait raporu.

Deniz'e Ait Bulgular

<u>Anlama yeterliği</u>: Öğretmen adayı tarfik lamba sayısı için il merkezini değil il sınırları içerisindeki tüm alanın düşünülmesi gerektiğini söylemiştir. Anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

<u>Varsayımda bulunma yeterliği</u>: Problemin çözümüne nereden başlayacağına karar vermek için bilgi ve deneyimlerinden yararlandığı tespit edilmiştir. Öğretmen adayı problemi okuduktan sonra Balıkesir'in küçük ilçelerinin de olduğunu ve ailesinin yanına Bursa'ya gidip gelirken Bursa il sınırına kadar lamba olmadığını düşünmüştür. Bunları ne şekilde baz alacağını düşünürken aklına yüzey alanı fikri gelmiş ve *'İnternetten acaba bunu(Balıkesir'in yüzey alanını) bulabilir miyim? Bulsam, birçok varsayımla sonuca ulaşabilirim belki.'* düşüncesi gelmiştir. Balıkesir'in yüz ölçümünü internet aracılığıyla 12496 km^2olarak bulmuştur(Şekil 4.14). Yaşamdan örnekler vererek bir varsayımda bulunmuştur: '*Bazen bir yerde 500 metrede bir oluyor hani, bazen sağlı sollu oluyor iki tane ya da böyle dört yol ağzı gibi oluyor dört tane oluyor. Ama bazı yerde de 10 km 20 km gibi hiç olmadığı da oluyor. Onları genelleyerek her 1 km de 1 tane dedim.'* Çok olma ve hiç olmama durumlarının birbirlerini nötürleyeceğini ifade eden öğretmen adayı değişkenleri yüzey alanı ve belli bir alandaki lamba sayısı olarak belirlemiştir. Parçadan bütüne genelleme ile çözüm bulmayı düşünmüştür. Değişkenlerin ile değişkenler arası ilişkinin oluşturulması ve varsayımların yeterli düzeyde açıklanabilmesi nedeni ile varsayımda bulunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.


Balıkesir ili 12.496 km² lik bir alana sahip. → İnternetten yararlandım.
Genel olarak her 1 km de bir trafik lambası olduğunu varsayarsak 12.496 tane trafik lambası vardır.

Şekil 4.14: Deniz'in problem 2'ye ait çözüm kağıdı.

<u>Model oluşturma yeterliği</u>: Sorudaki il sınırı ibaresinden ve trafik lambasının bazı yollarda çok olması bazılarında hiç olmaması durumundan yola çıkan öğretmen adayının çözüm için odaklandığı kavram yüzey alanı olmuştur. Ulaştığı Balıkesir ili yüzey alanı bilgisi çözüm için önemli ama yeterli olamamıştır. Bunu fark eden öğretmen adayı alanla ilişkilendirebileceği ve 12496 km^2ye genelleyebileceği '1 km de 1 tane trafik lambası var.'

şeklinde bir varsayımda bulunmuştur. Oluşturulan bu varsayımın kullanışlı olmasına rağmen hata içerdiği göze çarpmaktadır. Öğretmen adayı km^2 kullanması gerekirken km birini kullanmıştır. Elde edilen veriler incelendiğinde öğretmen adayının çözümde kullandığı yöntemin matematikteki karşılığı orantıdır. Fakat ne sözel ifadelerinde ne de yazılı dokümanlarında orantı modelinden bahsetmiştir. Öğretmen adayının modelleme sürecinde matematiksel kavramları yerinde ve uygun şekilde kullanabildiği ama birim hatası yaptığı ve matematiksel model oluşturmadığı belirlenmiştir. Bu nedenle model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: Öğretmen adayı çözümünde varsayımlarını ve sonucunu açıkça ifade etmiş ama aradaki işlem sürecine dair bir ifadede bulunmamıştır. Bireysel görüşmede sorulan 'İşlemlerin neydi? Nasıl çözdün?' sorularını '*1 km ye 1 tane trafik lambası koydum. O şekilde varsaydım. Oradan sonuç buldum*.' şeklinde cevaplandırmıştır. Bu ifadelerden '1 km^2de 1 tane trafik lambası varsa 12496 km^2de kaç tane trafik lambası vardır?' sorusuna cevap aradığı çıkarımı yapılmıştır. 12496:1=12496 işlemini zihninden yaptığı ve 1 bölme işleminde etkisiz eleman olduğu için işlemi yazma gereği duymadığı belirlenmiştir. İşlemin belirlenen çözüm yoluna uygun ve hatasız olması nedeniyle matematiksel çalışma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Öğretmen adayı hem çözüm kağıdını hem de sunumunu *'12496 tane trafik lambası vardır.'* diye bitirmiş ve yaşam ya da varsayımlarla ilişkili bir yorum yapmamıştır. Bu nedenle yorumlama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Sonuca ulaşınca geri dönerek varsayımını kontrol etmiştir. '*Daha fazla km de olsa ama dediğim gibi ilçelerin merkezinde ya da Balıkesir in merkezinde olsun çok fazla lamba var. 2 km de fazla gelir. 1 km de kalayım.'* diyerek varsayımını dolayısıyla da sonucunu olduğu gibi bırakmıştır. 2 km'nin neden fazla geleceğini açıklayamamasına rağmen modelleme döngüsünde önceki adıma dönmüş ve yetersiz de olsa düşüncesini gerekçelendirmeye çalışmıştır. Başka hiçbir doğrulama yaklaşımının gerçekleşmemesi nedeni ile doğrulama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Öğretmen adayı raporuna problemde istenileni belirterek başlamıştır. Problemin yüzey alanından yola çıkılarak çözülebileceğini düşündüğünü belirtmiştir. İnternet yardımıyla Balıkesir ilinin yüzey alanını 12496 km^2 bulmuştur. Trafik lambasının bazı yerlerde fazla bazı yerlerde az olması durumlarını düşünerek 1km de sadece 1 tane trafik lambası olduğu yönünde bir varsayımda bulunmuştur. Çözüm kağıdında olduğu gibi raporunda da birim hatası yapmış (Şekil 4.15) ve 12496:1 işlemini belirtmemiş direkt bulduğu sonucu yazmıştır. İlk çözümü ile aynı çözüm yolunu izleyen ve aynı cevabı bulan öğretmen adayı çözüm kağıdından farklı olarak raporunda bulduğu cevabın devamına olabilir ibaresini eklemiştir.

Raporun son kısmında kendi çözümü ile arkadaşlarının çözümünü kıyaslamış, kendi cevabını fazla bulmuş ve eleştirdiği bir çözüme öneri sunmuştur. İşlemin ne olduğunun okuyucuya bırakılması ve raporda birim hatası olması nedeniyle sunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Bu problemde ise bize Balıkesir ili sınırlarının içerisinde kaç tane trafik lambası olduğu soruluyordu. Problemi ilk okuduğumda aklıma hiçbir şey gelmedi böyle bir sorunun cevabını biz bulamayız ki tarzında düşünce yapısına girmiştim. Ancak bir süre düşündükten sonra varsayım yaparak yaklaşık bir değer bulunabilir diye düşündüm ve bu yaklaşık değeri bulurken de yüzey alanından yararlanabilirim diye düşündüm. Hemen internetten Balıkesir ilinin kaç km^2 lik bir alana sahip olduğunu bulmaya çalıştım ve 12.496 km^2 gibi bir sonuca ulaştım. Sonrasında artık tamamıyla varsayım yapmam gerekiyordu. Varsayımımı yapmadan önce şunu düşündüm. Bir lambanın olduğu yerde sadece bir tane lamba olmaz genellikle sağlı sollu 2 lamba ya da bir kavşak ise 4 lamba bulunur diye ve bazı yerlerde çok sık mesafede trafik lambasının bulunmasının yanı sıra bazı yerlerde de 15-20 km de bir trafik lambası vardır diye düşündüm. Yani bunları da göz önünde bulundurarak bir varsayım yapmalıyım dedim. Sonuç olarak düşündüğüm şeyleri de göz önünde bulundurarak varsayalım ki 1km de sadece 1 tane trafik lambası olsun dedim bunun sonucunda ise toplamda 12.496 tane trafik lambasının olabileceğini düşündüm.

Arkadaşlarımla tartıştıktan sonra bulduğum bu sayının biraz fazla olduğunu düşünsem de arkadaşlarımın gitmiş olduğu bazı yollara hiç katılmadım. Örneğin bir arkadaşım Bursa'nın bir ilçesinde oturuyor orayı baz alaraktan Balıkesir için bir hesaplama yapmış ancak eğer bende öyle bir hesaplama yapsaydım, ben Bursa'nın merkezinde oturuyorum ikimizin sonuçları yine çok farklı çıkardı. Evet ilçe bazlı gitmek mantıklı geldi ama ilçe bazlı gidilecekse de Balıkesir'in bir ilçesinden yola çıkılmalı farklı bir şehrin ilçesinden çıkılmamalı diye düşünüyorum.

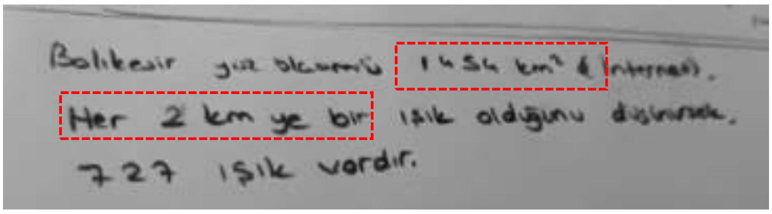
Şekil 4.15: Deniz'in problem 2'ye ait raporu.

Biray'a Ait Bulgular

<u>Anlama yeterliği</u>: Trafik lambası yerine ışık kelimesini kullanmayı tercih eden öğretmen adayı problemde isteneni ifade etmiş ve deneyimlerinden yola çıkarak sonuca yönelik yorumda bulunmuştur: '*Aklıma ilk Balıkesir şehir merkezinde çok ışık olmadığı geldi küçük bir şehir olduğu için. Ben arabayla çoğu ilçesinde gezdiğim için Balıkesir'in ilçelerinde genel olarak fazla ışık yok. O yüzden fazla ışık olacağını düşünmüyorum genel olarak.'* Anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: Öğretmen adayı problemin çözümü için *'Ortalama kaç km de bir ışık olduğunu tahmin ederek, oradan bulduğum yüz ölçümünü bölerek bulacağım.'* şeklinde bir çözüm yolu düşündüğünü dile getirmiştir. Bu ifadeden hareketle değişkenlerin yüz ölçümü ve ortalama kaç kmde 1 trafik lambası olduğu bilgisi olduğu çıkarılmıştır. Balıkesir'in yüz ölçümünü bilmediği için internetten araştırma yapmış ve yüz ölçümünü 1454 km^2 olarak almıştır.

Mersin'de yaşadığını belirten öğretmen adayı Balıkesir'in diğer illere göre küçük bir il olduğunu bu sebeple fazla trafik lambası olmadığını düşünmüştür. İlk olarak 'Her 5 kmde 1 ışık vardır.' varsayımında bulunmuştur. Bu varsayımındaki 5'in fazla olduğunu düşünerek varsayımını 'Her 2 kmde 1 ışık vardır.' şeklinde değiştirmiştir. Bu varsayımlarda 5 ve 2 sayılarını seçme nedeni sorulduğunda öğretmen adayı bu sayıları seçmesinin nedeni açıklayamamıştır. Varsayımında km^2 kullanması gerekirken km birimini kullanmıştır(Şekil 4.16). Değişkenlerin belirlenebilmesine rağmen değer varsayımlarını açıklayamama ve varsayım oluştururken yapılan birim hataları nedeniyle varsayımda bulunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.



Şekil 4.16: Biray'ın problem 2'ye ait çözüm kağıdı.

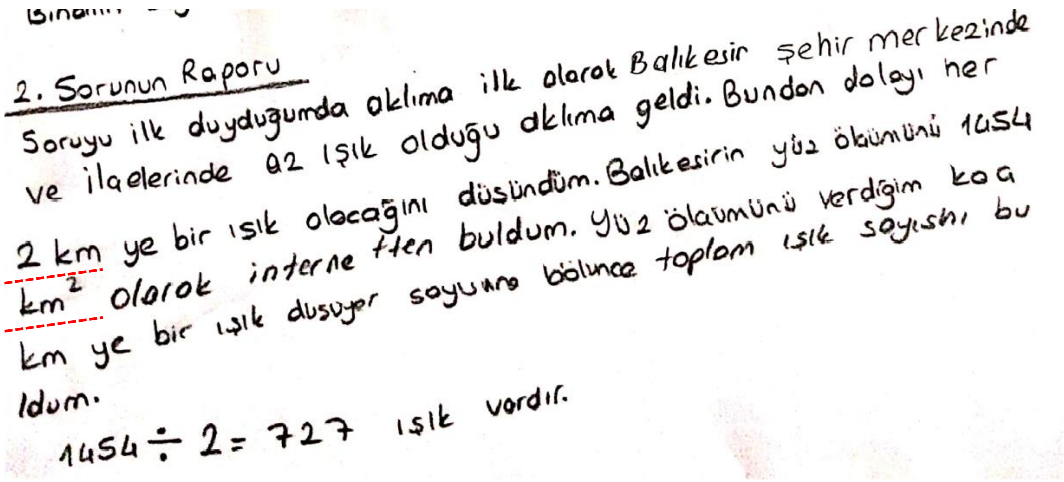
Model oluşturma yeterliği: Öğretmen adayı düşündüğü çözüm yolunda doğru matematiksel işlemi(bölme) ve kavramı(alan) belirleyebilmiştir. Yüzölçümü değişkeni için alan birimini (km^2) kullanırken diğeri için uzunluk birimini (km) kullanmıştır. Kullandığı birimler biri için doğru iken diğeri için yanlıştır. Problem için oluşturduğu çözüm yolunu sözel olarak ifade etmiş ve uygun matematiksel gösterimleri seçmiş fakat çözüm yolunu matematiksel model formunda ifade etmemiştir. Dolayısıyla model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: Çözüm kağıdında varsayımlardan sonra sonuç yazılmıştır herhangi bir işleme yer verilmemiştir. Veriler incelendiğinde yapılan işlemin 1454:2=727 olduğu belirlenmiştir. Bu işlemi açık olmasa da sunumda *'2 kmde bir ışık var diye* *düşündüm. Yüz ölçümünü bölerek ışık sayısını buldum.'* şeklinde sözel olarak ifade etmiştir. İşlemin doğru gerçekleştirilmesi sebebiyle matematiksel çalışma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

<u>Yorumlama yeterliği</u>: Öğretmen adayının sonuca ulaştıktan sonra herhangi bir yorumlama yaklaşımında bulunmadığı belirlenmiştir. Yorumlama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

<u>Doğrulama yeterliği</u>: '*2 km'yi tahmini verdiğim için sonucun ya da çözümün doğru olup olmamasına emin olamam ama ortalama olarak doğru olduğunu düşünüyorum. Çoğu ilçesini gezdiğim için ortalamadan yola çıkarak doğru olduğunu düşünüyorum. Işık(trafik lambası) sayısı dışında doğru çözdüğüme inanıyorum. Çözüm yolum doğru*.' diyen öğretmen adayı çözüm yolunun doğrulundan emin olduğunu ifade etmiştir. Fakat ifadelerinin öznellik içermesi nedeniyle doğrulama yaklaşımında bulunmadığına karar verilmiştir. Bu nedenle doğrulama yaklaşımı için 0 puan verilmiştir.

<u>Sunma yeterliği</u>: Raporu yazmadan önce yapılan görüşme esnasında öğretmen adayı arkadaşlarının çözümlerini gördükten sonra kendi çözümünde eksikler olduğunu belirterek mevcut çözümünde değişiklikler yapmıştır. Rapor incelendiğinde bu değişikliklerin rapora yansıtılmadığı ve çözüm kağıdının düzenlenerek rapor haline getirildiği belirlenmiştir. Balıkesir yüz ölçümünü internetten 1454 km^2 olarak bulmuş ve şehir merkezi ile ilçelerde az ışık olduğunu düşünmüştür. Her 2 km de bir ışık olduğunu varsaymıştır. Çözüm için yapacağı işlemi *'Yüz ölçümünü verdiğim kaç km ye bir ışık düşüyor sayısına bölünce toplam ışık sayısını buldum.'* diyerek açıklamış ve işlemini 1454:2=727 şeklinde yazmıştır. $km^2 - km$ birim hatasının raporda da görülmesi (Şekil 4.17) ve 2km'ye 1 trafik lambası durumunun yetersiz açıklaması nedeniyle sunma yaklaşımı için 1 puan verilmiştir.


2. Sorunun Raporu
Soruyu ilk duyduğumda aklıma ilk olarak Balıkesir şehir merkezinde ve ilçelerinde 82 ışık olduğu aklıma geldi. Bundan dolayı her 2 km ye bir ışık olacağını düşündüm. Balıkesirin yüz ölçümünü 1454 km² olarak internetten buldum. Yüz ölçümünü verdiğim kaç km ye bir ışık düşüyor sayısına bölünce toplam ışık sayısını buldum.
1454 ÷ 2 = 727 ışık vardır.

Şekil 4.17: Biray'ın problem 2'ye ait raporu.

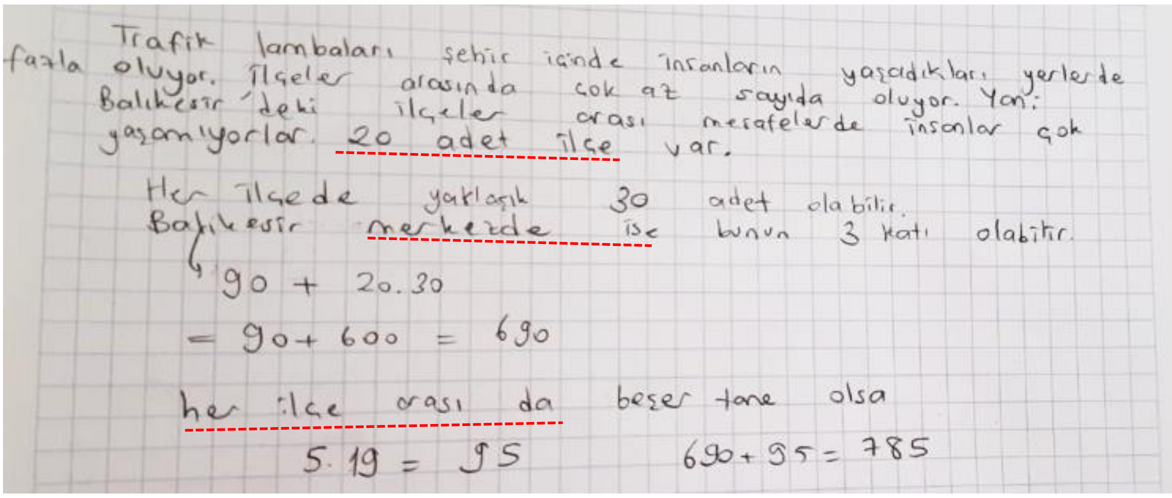
Özge'ye Ait Bulgular

Anlama yeterliği: Problemi ilk okuduğunda nereden başlayacağını bilemediğini ifade eden öğretmen adayı soruyu ikinci kez okuduğunda anladığını belirtmiştir. Sunum veya çözüm kağıdında yer alan '*Trafik lambası diyor trafik levhası demiyor. Yani trafik lambaları da çok sık yok. Her yerde yok en azından. Trafik levhaları daha çok var ama trafik lambaları insanların olduğu yerleri düzenlemek için var. O yüzden çok çok yüksek bir sayı olmaz diye düşündüm*.' ifadelerinden problemde isteneni anladığı, trafik lambasını vurgu yaptığı ve sonuca ilişkin bir tahmin yürüttüğü görülmüştür. Anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: Aklına gelen ilk çözüm yolu caddeden yola çıkmak olmuştur. İnternette bildiği bir ilçe olan Bandırma'da kaç cadde olduğunu araştırmış ama bir bilgiye ulaşamayınca bu yoldan vazgeçmiştir. Daha sonra yüz ölçümünü düşünmüştür ama Balıkesir'in her yerinde insan yaşamadığı için bu fikri kendisine mantıksız gelmiştir. Son olarak ilçelerden yola çıkmayı düşünmüştür. İlçe bazında düşünmesini '*Köyleri falan da var ama köylerde zaten trafik lambaları olmuyor. O yüzden ilçe bazında düşündüm daha da küçültmedim*.' ifadeleriyle açıklamıştır.

Çözüm için belirlediği değişkenler ilçelerdeki trafik lambası, merkezdeki trafik lambası ve ilçelere arası trafik lambası olmuştur(Şekil 4.18). Balıkesir'in ilçe sayısını bilmediği için internetten 20 olduğu bilgisine ulaşmıştır. İlçedeki trafik lamba sayısına değer vermek için arabayla gezdiğini hayal etmiştir. '*Bandırma büyük bir ilçe orda çok trafik lambası vardır ama mesela İvrindi daha küçük bir ilçe orda daha az vardır*.' şeklinde bildiği ilçelerden yola çıkarak ilçedeki trafik lamba sayısı için 50 fazla 20 az gelmiş ve 30da karar kılmıştır. Balıkesir merkezi ayrı bir ilçe olarak almıştır. *'Balıkesir merkezde daha çok insan var o yüzden daha sık trafik lambası olabilir.'* düşüncesi ile Balıkesir merkeze ilçelerin 4 katı kadardır demiştir. 120 sayısı fazla gelmiş, '*Arabayla gezerken 120 tane denk gelmez*.' diyerek 3 kata düşmüştür. 20 ilçe varsa 19 ilçeler arası bölüm kalır diye düşünen öğretmen adayı ilçeler arası bölümde bir başında bir sonunda belki üç tane de aralarda vardır varsayımını eklemiştir. İlçeler arası üç almasını '*Her yerde olmuyor da işte bazen yemek yenilecek restoranlar oluyor oralara falan koyuyorlar*.' şeklinde açıklamıştır.

Öğretmen adayının değişkenleri ile değişkenler arası ilişkileri ve verdiği sayısal değerleri açıklamalarıyla desteklemesine rağmen Balıkesir'i 20 ilçe ve 1 merkez ilçe yani toplamda 21 ilçe olarak alması hatalı bulunmuştur. Ayrıca ilçeler arasını 19 bulurken ilçeler yan yana sıralıymış gibi 20-1 işlemini yapması yanlış bir varsayım olmuştur. Varsayımlarının hata içermesi nedeniyle varsayımda bulunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.



Şekil 4.18: Özge'nin problem 2'ye ait çözüm kağıdı.

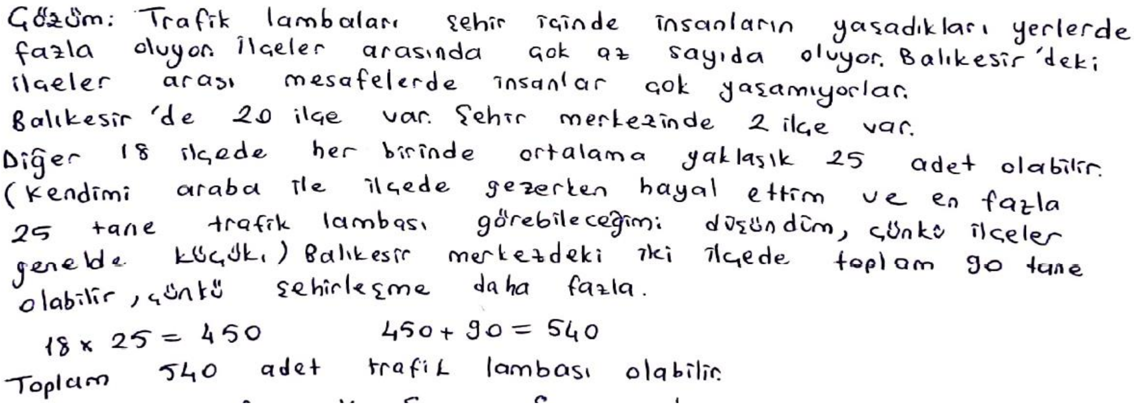
<u>Model oluşturma yeterliği</u>: Öğretmen adayının problem çözümüne yönelik parçala-birleştir yöntemi planladığı, Balıkesir'i benzerliklerine göre alt parçalara (ilçeler, il merkezi, ilçeler arası) ayırdığı ve bu parçaları değerlerini verdikten sonra bir araya getirmeyi düşündüğü görülmüştür. Çözümdeki temel işlemlerinin çarpma ve toplama işlemi olduğu tespit edilmiştir. Öğretmen adayının matematiksel düşünme yaklaşımlarını sergilemesine rağmen çözüm için matematiksel bir model geliştirmediği için model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: 20 ilçenin her birinde 30 adet trafik lambası olduğunu düşünerek ilçelerdeki trafik lamba sayısı için 20x30 işlemini oluşturmuştur. Merkezi, ilçelerin 3 katı varsaydığından 3x30 işlemini zihinden yapmış ve merkezde 90 trafik lambası olduğunu bulmuştur. Merkez ve ilçeleri çok adımlı bir işlemde birleştirmiştir. 90+20.30 işleminde ilk olarak çarpma işlemi yapmış ve 690 sayısına ulaşmıştır. Her ilçe arasında 5 adet trafik lambası olduğu varsayımını yazmıştır. 20-1 işlemini zihinden yaparak 19 ilçe arası olduğu düşünmüş ve ilçeler arasındaki trafik lamba sayısını 19x5=95 bulmuştur. Son olarak toplama işlemi 690+95 ile problemin cevabını 785 olarak hesaplamıştır. İşlemleri hatasız yaparak sonuca ulaştığı görülmüştür. Matematiksel çalışma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Öğretmen adayının işlem yaptıktan sonra elde ettiği sayıyı sonuç olarak aldığı ve herhangi bir yorumlamada bulunmadığı belirlenmiştir. Yorumlama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Çözümün kontrol edilmediği ve herhangi bir doğrulama yaklaşımında bulunmadığı belirlenmiştir. Buna göre doğrulama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Arkadaşlarının çözümleri sonrasında hatalarını fark ettiğini belirten öğretmen adayı çözümünü düzenleyerek raporunu oluşturmuştur. Rapora trafik lambası ile yaşam alanı arasında insan sayısı arttıkça trafik lambasının da arttığı bağlantısını kurarak başlamıştır. Genel olarak bakıldığında çözüm yönteminin aynı kaldığı varsayımlarında değişiklikler yaptığı ve farklı bir sonuç bulduğu görülmüştür(Şekil 4.19). 20 ilçe ve 1 merkez varsayımını görüşme esnasında '*20 adet ilçe var diyip Balıkesir merkezi ayırmışım. Aslında Balıkesir merkezde iki adet ilçe var: Altıeylül ve Karesi. Onlar da küçük merkezde olan yerler. 18 ile çarpmam gerekirdi 30u.*' diyerek hatasını belirtmiştir. Raporunda 20 ilçeyi 18 küçük ilçe ve 2 merkez ilçe olarak ayırmıştır. İlk çözümünde ilçelere atadığı 30 trafik lambası ve merkeze atadığı 90 trafik lambası sayılarını da değiştirdiği belirlenmiştir. Merkez ilçelerin büyük ve diğer ilçelerin küçük olmasına bağlı olarak merkez dışındaki ilçelerin her birinde en fazla 25 tane ve merkez ilçelerde toplam 90 tane varsayımında bulunmuştur. Önce merkez dışı ilçeleri 18x25 işlemi ile hesaplamış 450 bulmuştur. Daha sonra merkez ilçelerdeki trafik lamba sayısı(90) ile bulduğu sonucu toplamış 540 sonucunu bulmuştur. Cevabı kesin doğru olarak kabul etmeyip '*Toplamda 540 adet trafik lambası olabilir.*' şeklinde ifade etmiştir. Yetersiz de olsa bir yorumlama yaklaşımında bulunmuştur. Hataların belirlenerek uygun şekilde düzeltilmesi ve raporun okuyucuya çözümü açıkça sunması nedeniyle sunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.


Çözüm: Trafik lambaları şehir içinde insanların yaşadıkları yerlerde
fazla oluyor. İlçeler arasında çok az sayıda oluyor. Balıkesir'deki
ilçeler arası mesafelerde insanlar çok yaşamıyorlar.
Balıkesir'de 20 ilçe var. Şehir merkezinde 2 ilçe var.
Diğer 18 ilçede her birinde ortalama yaklaşık 25 adet olabilir.
(Kendimi araba ile ilçede gezerken hayal ettim ve en fazla
25 tane trafik lambası görebileceğimi düşündüm, çünkü ilçeler
genelde küçük.) Balıkesir merkezdeki iki ilçede toplam 90 tane
olabilir, çünkü şehirleşme daha fazla.
18 x 25 = 450   450 + 90 = 540
Toplam 540 adet trafik lambası olabilir.

Şekil 4.19: Özge'nin problem 2'ye ait raporu.

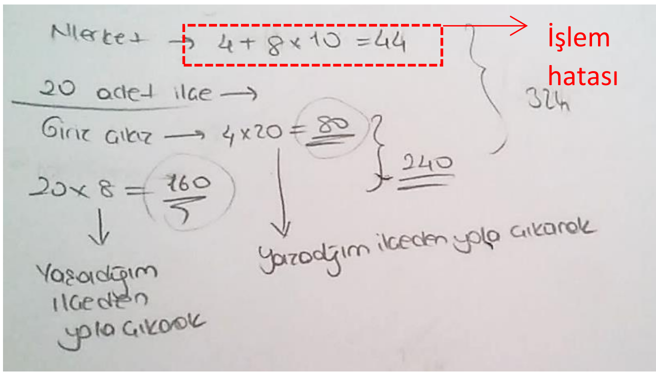
Yağmur'a Ait Bulgular

Anlama yeterliği: Öğretmen adayı soruyu okuduğunda anladığını ve Balıkesir il genelinde trafik lambası düşünmesi gerektiğini belirtmiştir. Anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: Öğretmen adayının çözüm için sorduğu ilk soru '*Balıkesir'in kaç tane ilçesi var?*' olmuştur. İlçelerden birini bilirse ile genelleme yapabileceğini ve tam değer olmasa da yaklaşık değer bulacağını düşünmüştür. İnternetten araştırarak Balıkesir'in 20 ilçesi olduğunu öğrenmiştir. Çözüm incelendiğinde ana değişkenleri Balıkesir merkezi ve ilçeleri olduğu ve bu değişkenleri de giriş-çıkışlardaki trafik lamba sayısı ve iç kısımdaki trafik lamba sayısı olarak ayrı incelediği belirlenmiştir.

Bir ilçedeki trafik lambasına değer vermek için kendi yaşadığı ilçe olan Bursa'nın Yenişehir ilçesinden yola çıkmıştır. Yenişehir'e dört yerden giriş olduğunu ve bu yolların merkezde birleştiğini bildiğini ifade eden öğretmen adayı her ilçe için varsayımını giriş-çıkışlarda 4 tane ve ilçe merkezinde 8 tane şeklinde oluşturmuştur. '*Ama merkezi bunun içine katmadım, merkezi ayrı olarak aldım. Çünkü merkez ilçelere oranla daha büyük olduğu için daha çok lamba vardır. Merkezi sonra hesaba kattım.* ' diyerek merkez için ayrı bir varsayım oluşturmuştur. Merkezde ise giriş-çıkış için 4 tane trafik lambası ve iç bölgede ilçenin 10 katı kadar trafik lambası olduğunu varsaymıştır.

Varsayımları oluşturma ve sayısal değer verme noktasında öğretmen adayının kendi yaşamından ve gözlemlerinden yola çıktığı görülmüştür. İl merkezini ilçelerden farklı ve daha fazla düşünmesi doğru bir yaklaşım iken Balıkesir'i 20 ilçe ve merkez olarak düşünmesi hatalı olmuştur(Şekil 4.20). Değişkenler ve değişkenler arası ilişki kurulmasına rağmen merkeze yönelik varsayımının hata içermesi nedenle varsayımda bulunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.



Şekil 4.20: Yağmur'un problem 2'ye ait çözüm kağıdı.

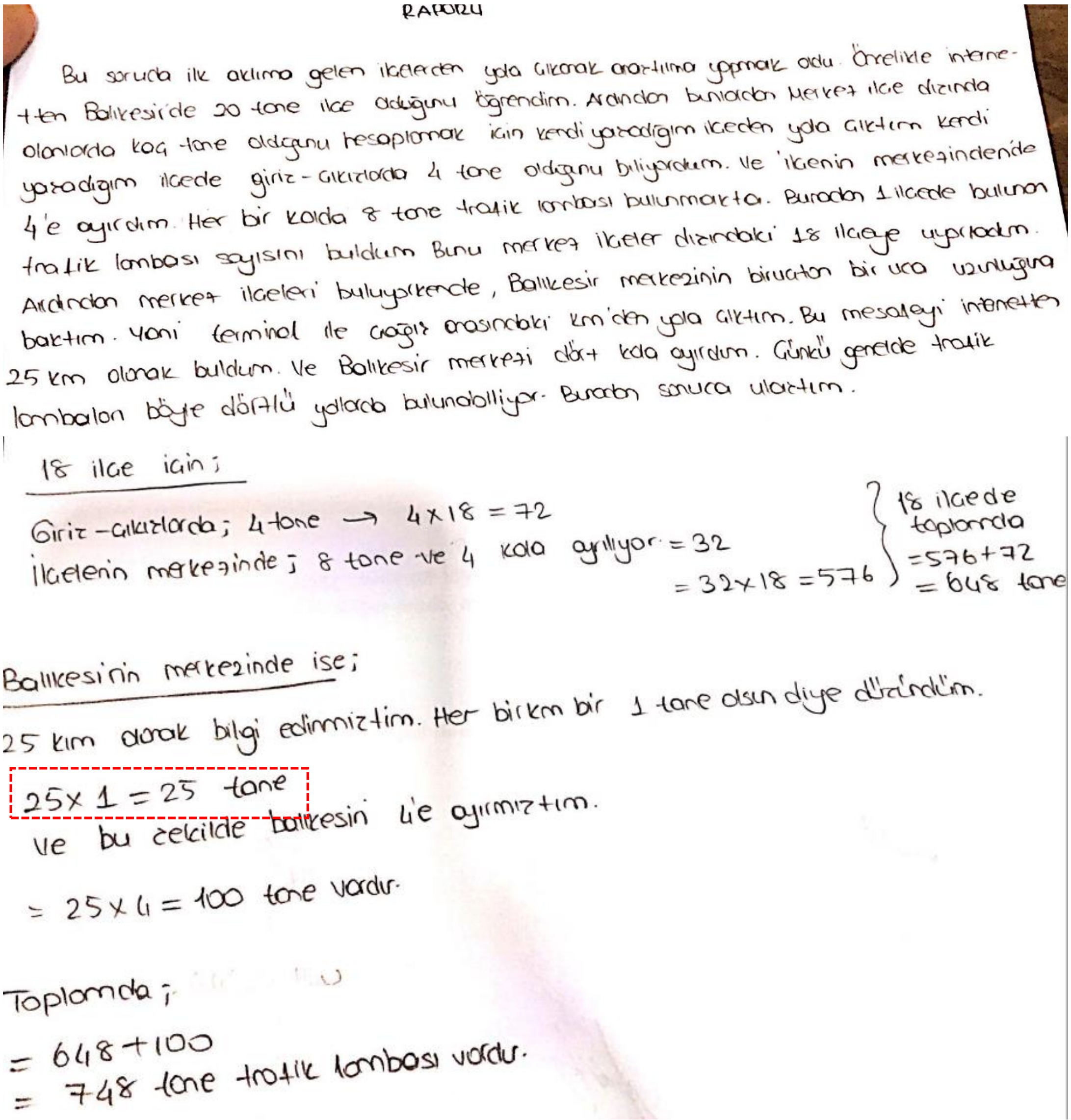
Model oluşturma yeterliği: Öğretmen adayının Balıkesir'in büyük olma durumuna bağlı ilçeler ve merkez olarak ayırması, bir ilçeden tüm ilçelere genelleme yapması, bu genellemeyi çarpma işlemi üzerinden yapması ve merkez ile ilçelerin trafik lamba sayılarını toplama ile birleştirmesi öğretmen adayının matematiksel düşünce, kavram ve sembolleri doğru kullandığını göstermektedir. Fakat işlem olarak yürüttüğü çözüm çalışmalarını matematiksel model formatında sunmadığı için model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: Çözüm kağıdında sadece işlemlere yer vermiş olup sayıların neyi temsil ettiğini sunumunda ifade etmiştir. İlk olarak merkezdeki trafik lamba sayısını 4+8x10 şeklinde iki adımlı işlemle hesaplamıştır. Varsayımları doğrultusunda işlemi doğru oluşturmuş fakat işlem sonucunda hata yapmıştır. 84 olması gereken cevabı 44 olarak bulmuştur. Daha sonra ilçelerin trafik lamba sayısını hesaplamıştır. Giriş çıkışlarda bulunan trafik lambaları için 4x20=80 ve ilçe merkezinde bulunan trafik lambaları için 8x20=160 cevaplarını bulmuştur. Son olarak bulunan bu sayılar zihinden toplayarak ilçelerdeki trafik lamba sayısını (240) yazmıştır. İlçelerdeki toplam trafik lambası sayısını 240 ve Balıkesir il geneli toplam trafik lambasını 324 olarak hesaplamıştır. Çözüm kağıdı incelendiğinde öğretmen adayının ilçe hesaplamalarında ok çıkararak 'yaşadığım ilçeden yola çıkarak' demiştir fakat sayıların neyi temsil ettiğini belirtmemiştir. Sayısal bir cevap bulmasına rağmen çözümün işlem hatası içermesi nedeniyle matematiksel çalışma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Öğretmen adayı elde ettiği sonucu ve çözüm yolunu yorumlamamıştır. Çözüm yolunu genellemeye yönelik bir yaklaşım sergilememiştir. Bu durumda yorumlama yaklaşımı için 0 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Öğretmen adayı çözümünü kontrol ettiğini belirtmesine rağmen işlem hatasını fark etmemiştir. Çözümünü '*Ben yaparken şunda eksik yaptım eminim: giriş çıkışları hesapladım, ilçenin merkezindekileri hesapladım ama aralardakileri hesaplamadım. Trafik lambası deyince ben dörtlü olanı düşündüm ama sokak aralarında da var onu akıl edemedim. O yönden eksik buldum. Bunu çözerken hep hissettim açıkçası, emin olarak çözmedim ama değiştirmedim. Çünkü eksikliği nasıl gidereceğimi bilemedim müdahale edemedim*.' şeklinde değerlendirmiştir. Çözümün uygunluğunun sorgulanması ve geri dönüp düzeltme ihtiyacının fark edilmesine rağmen işlemlerde ve varsayımlarda gerekli düzenlemenin yapılmaması nedeniyle yetersiz doğrulama yaklaşımı sergilendiğine karar verilmiştir. Dolayısıyla doğrulama yaklaşımı için 1 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Rapor incelendiğinde merkez ve 20 ilçe varsayımındaki hatanın düzeltildiği, çözüm yolunun bir kısmında değişiklik yapıldığı ve farklı bir sonuç bulunduğu görülmüştür. Rapora varsayımlarını açıklayarak başlayan öğretmen adayı Balıkesir'i merkez(iki ilçenin birleşimi) ve merkez dışında kalan 18 ilçe olarak ele almıştır. 18 ilçe için daha önce belirlediği 4 tane giriş-çıkışlarda ve 8 tane ilçe merkezinde varsayımını sürdürmüştür. Çözüm kağıdından farklı olarak raporda Balıkesir merkezi, iki merkez ilçenin birleşimi olarak ele almış ve trafik lamba sayısını bulmak için farklı bir yol geliştirmiştir. Merkez için terminal ile Çağış arasını internetten 25 km olarak bulmuştur. Her 1 km de 1 tane trafik lambası olduğunu varsaymış fakat bu varsayımını açıklamamıştır. 25 km lik yol boyunca kaç adet trafik lambasının olduğunu bulmak için 25:1=25 işlemi yapması gerekirken 25x1=25 işlemini yapmıştır(Şekil 4.21). Bir başka ifade ile yanlış işlemle doğru sonuç bulmuştur. Trafik lambasının dörtlü yollarda olduğunu belirterek Balıkesir'i dörde ayırmıştır. Burada Balıkesir'i dörde ayırmak düşüncesini açıklamamıştır. 25 ile 4 ü çarparak merkezde toplam 100 trafik lambası olduğunu belirtmiştir. Son işlem olarak ilçelerdeki 648 ve merkezdeki 100 toplanınca 748 trafik lambası cevabını elde etmiştir. Her 1 km de 1 trafik lambası ve dörde bölünme varsayımlarının açıklanmaması ve bir işlemin yanlış oluşturulması okuyucuların çözüm sürecini anlamamasına sebep olacağı için sunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.



RAPORU

Bu soruda ilk aklıma gelen ilçelerden yola çıkarak araştırma yapmak oldu. Öncelikle internetten Balıkesir'de 20 tane ilçe olduğunu öğrendim. Ardından bunlardan merkez ilçe dışında olanlarda kaç tane olduğunu hesaplamak için kendi yaşadığım ilçeden yola çıktım kendi yaşadığım ilçede giriş - çıkışlarda 4 tane olduğunu biliyordum. Ve ilçenin merkezindende 8 tane trafik lambası bulunmakta. Buradan 1 ilçede bulunan trafik lambası sayısını buldum Bunu merkez ilçeler dışındaki 18 ilçeye uyguladım. Ardından merkez ilçeleri bulurkende, Balıkesir merkezinin biructan bir uca uzunluğuna baktım. Yani terminal ile çağış arasındaki km'den yola çıktım. Bu mesafeyi internetten 25 km olarak buldum. Ve Balıkesir merkezi dört kola ayırdım. Çünkü genelde trafik lambaları böyle dörtlü yollarda bulunabiliyor. Buradan sonuca ulaştım.

18 ilçe için;

Giriş - çıkışlarda; 4 tane → 4x18 = 72

İlçelerin merkezinde; 8 tane ve 4 kola ayrılıyor = 32

= 32x18 = 576

18 ilçede toplamda = 576+72 = 648 tane

Balıkesirin merkezinde ise;

25 km olarak bilgi edinmiştim. Her bir km bir 1 tane olsun diye düşündüm.

25x 1 = 25 tane

ve bu şekilde balıkesiri 4'e ayırmıştım.

= 25x4 = 100 tane vardır.

Toplamda;

= 648+100

= 748 tane trafik lambası vardır.

Şekil 4.21: Yağmur'un problem 2'ye ait raporu.

4.3 'Problem 3: KPSS Çalışma Süresi'ne İlişkin Bulgular

Problem 3'e ilişkin matematiksel modelleme yeterlik puanları Tablo 4.3'te özetlenmiştir. Ortalama puanlar incelendiğinde en başarılı olunan yeterlikler 2 puan ile anlama ve varsayımda bulunma yeterliği iken en başarısız olunan yeterlik 0,2 puan ile doğrulama yeterliği olmuştur.

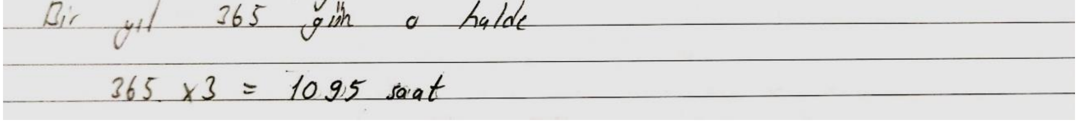
Tablo 4.3: Problem 3'e ilişkin matematiksel modelleme yeterlik puanları

Öğretmen adayı	Anlama yeterliği	Varsayımda bulunma yeterliği	Model oluşturma yeterliği	Matematiksel çalışma yeterliği	Yorumlama yeterliği	Doğrulama yeterliği	Sunma yeterliği
Eylül	2	2	1	2	1	1	2
Deniz	2	2	1	2	1	0	2
Biray	2	2	1	1	0	0	1
Özge	2	2	1	2	1	0	2
Yağmur	2	2	1	1	0	0	2
Ortalama	2	2	1	1,6	0,6	0,2	1,8

Eylül'e Ait Bulgular

Anlama yeterliği: Öğretmen adayı soruyu anladığını, problemdeki kişinin aslında kendisi olduğunu çünkü kendisinin de KPSS ye hazırlandığını ifade etmiştir. Problemi anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: Kendinden yola çıkarak çözeceğini ifade etmiştir. Değişkenleri bir günde çalışılan süre ve 1 yıllık zaman olarak ve çözüm yolunu ise günlük çalışma süresini yıla oranlama şeklinde belirlemiştir. Bir yılı 365 gün kabul etmiştir. Kendi çalışma süresinin 4-5 saat olduğunu söylemesine rağmen günlük çalışmayı '*KPSS çalışan biri bazen çok çalışır bazen az çalışır, tatilleri çalışmadığı zamanları olur.*' diyerek 2 saat olarak almıştır. Fakat 365 ile 2'yi zihinden çarpınca ulaştığı sonucun binden az olması sonucunda '*Bu kadar az değildir. Boş vakitleri yazsam bile 2 saat değildir.*' diyerek günlük çalışma süresini 3 saate çıkarmıştır(Şekil 4.22). Sonucun bin üzerine çıkması öğretmen adayını söylemi ile daha fazla tatmin etmiştir. Çözüm için değişkenler ile değişkenlere arası bağlantıyı oluşturduğu ve bu değişkenlere ilişkin değerleri yaşam bağlamında verdiği için varsayımda bulunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.


3) Çalıştığı ve çalışmadığı günlerin ortalamasını aldığımızda günlük
3 saat çalıştığını düşünelim. (Tatilleri de hesaba katmış olduk)
Bir yıl 365 gün o halde
365 x3 = 1095 saat

Şekil 4.22: Eylül'ün problem 3'e ait çözüm kağıdı.

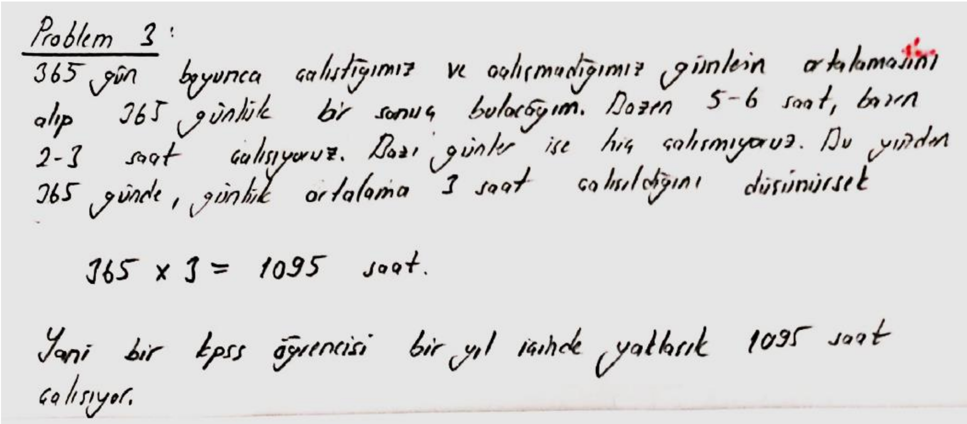
Model oluşturma yeterliği: Zaman dönüşümünde direkt 1 yıl= 365 gün bilgisini kullandığı ve düşündüğü çözüm yolu ile ilişkilendirdiği oran kavramının tutarlı olduğu belirlenmiştir. Çözüme matematiksel yaklaşmış fakat çözümün matematiksel model formunda ifade edilmemesi nedeniyle model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: Çözüm kağıdında önce varsayımlarını kısaca belirtmiş daha sonra 365x3=1095 saat işlemini yazıp bırakmıştır. İşlemin çözüm yolu ile paralel olması ve doğru sonucun bulunması nedeniyle matematiksel çalışma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Öğretmen adayı bulduğu 1095 saat sonucunu ay ve güne çevirdiğini, bir buçuk ay gibi bir süre bulduğunu fakat bu çeviriyi sildiğini belirtmiştir. Neden sildiğini bilmediğini söylemiştir. Ulaştığı bir buçuk ayı '*Düşündüm 1 buçuk ay hiç yatmadan dinlenmeden çalışıyorsun bu çok mükemmel geldi*.' şeklinde yorumlamıştır. Elde edilen sonucun farklı bir zaman birimine çevrilerek *yatmadan dinlenmeden* şeklinde doğru yorumlandığı görülmüştür. Fakat çözüm yolu yorumlanmamış ve genellenmemiştir. Yorumlama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Öğretmen adayı 2 saat varsayımı ile ulaştığı sonucu az bulmuş ve varsayımını günde 3 saat şeklinde düzenleyerek bin saatin üzerinde bir sonuca ulaşmıştır. Bu sürenin 1,5 ay gibi bir süreye eş değer çıkması öğretmen adayını tatmin etmiştir. Varsayımda bulunma adımına dönülmesi bir yönde doğrulama yaklaşımı olduğunu göstermesine rağmen elde edilen sonuçlar yeterli düzeyde gerekçelendirilerek doğrulanmamıştır. Örneğin sonucun neden bin üzerinde olması gerektiği açıklanamamıştır. Çözüm yolunun problem uygunluğu ile olası farklı durumlar için uygunluğu değerlendirilmemiştir. Dolayısıyla doğrulama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Rapora çözüm yolu ve varsayımlar ile başlamıştır(Şekil 4.23). Bazı günler 5-6 saat bazı günler 2-3 saat çalışma ve bazı günlerde de hiç çalışmama durumları nedeniyle günde ortalama 3 saat çalışma ve 365 gün çalışma varsayımları oluşturulmuştur. 365x3 işlemi ile 1095 saat sonucunun elde edildiği görülmüştür. Bu sonuç '*bir yıl içinde yaklaşık 1095 saat*' şeklinde yeniden ifade edilmiştir. Rapor öğretmen adayının çözüm adımlarını açıkça ortaya koyması ve matematiksel açıdan hatasız olması nedenleri ile sunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.



Problem 3:

365 gün boyunca çalıştığımız ve çalışmadığımız günlerin ortalamasını alıp 365 günlük bir sonuç bulacağım. Bazen 5-6 saat, bazen 2-3 saat çalışıyoruz. Bazı günler ise hiç çalışmıyoruz. Bu yüzden 365 günde, günlük ortalama 3 saat çalışıldığını düşünürsek

365 x 3 = 1095 saat.

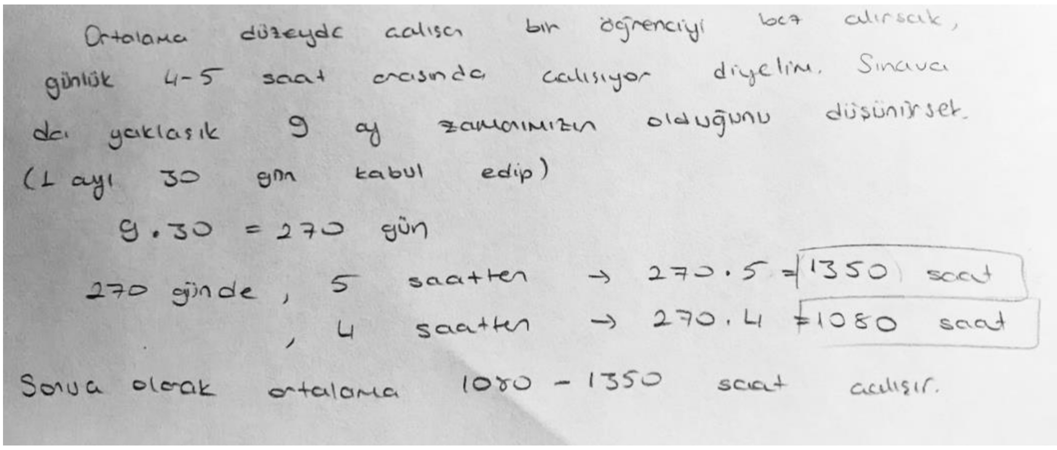
Yani bir kpss öğrencisi bir yıl içinde yaklaşık 1095 saat çalışıyor.

Şekil 4.23: Eylül'ün Problem 3'e ait raporu.

Deniz'e Ait Bulgular

Anlama yeterliği: KPSS'ye hazırlanan biri olarak sorunun kendilerini ilgilendirdiğini ifade eden öğretmen adayına anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: Öğretmen adayının aklına gelen ilk çözüm yolu, kendi tabiriyle, günlük ortalama bir süre belirleyip bunu aya yıla vurması gerektiği olmuştur. İlk varsayımı bir yıl içerisinde ne kadar gün çalışıldığını düşünmüştür. '*Bir yılda sürekli çalışılmaz. Bazen ekstra durumlarda çalışmadığımız olur ya da tatiller olur. Hani şehir dışına çıkılmak zorunda kalınılır. Öyle bir yılda toptan bir zaman bulmam gerektiğini düşündüm bir yıl içerisinde. Yılda 3 ay sildim 9 ay kaldı.*' diyerek bir yılda 9 ay çalışıldığını varsaymıştır. Günlük çalışma süresini 9 aya genelleyeceği için 9 ayı da güne çevirmesi gerekmiş ve bu dönüşüm için 1 ayı 30 gün olarak düşünmüştür. Günlük çalışma saatini belirlerken kendisinden yola çıkmıştır. '*3 saat az geldi, 6 da çok geldi bana. 4 ile 5 böyle ortalama bir değer gibi geldi. Atanmak isteyen bir öğrenci o kadar da az çalışmaz yani. Tabi düzeyine bağlı. Kendimden yola çıktım diyeyim ben direkt. Ben az çalışarak bir yere varamam. Bunu üniversite sınavında da gördüm. O yüzden dört saat beş saat çalışması gerekli diye düşünüyorum. Hani o yüzden 4-5 dedim. Hani bir günde 6 saat çalıştığın da olur 2 saat çalıştığında olur 8 saat çalıştığın da olur. Giderim ertesi gün çalışmam mesela.*' diyen öğretmen adayı günlük çalışma süresine en az 4 saat ve en fazla 5 saat olmak üzere iki farklı değer vermiştir(Şekil 4.24). Öğretmen adayının çözüm için değişkenleri oluşturduğu, bunlar arasındaki bağlantıyı açıklayabildiği ve yaşamı düşünerek nicel değerler verdiği görülmüştür. Varsayımda bulunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.



Ortalama düzeyde calısan bir öğrenciyi baz alırsak, günlük 4-5 saat arasında calısıyor diyelim. Sınava da yaklasık 9 ay zamanımızın olduğunu düşünürsek. (1 ayı 30 gün kabul edip)

9.30 = 270 gün

270 günde, 5 saatten → 270.5 = $\boxed{1350 \text{ saat}}$

, 4 saatten → 270.4 = $\boxed{1080 \text{ saat}}$

Sonuc olarak ortalama 1080 - 1350 saat calısır.

Şekil 4.24: Deniz’in problem 3'e ait çözüm kağıdı.

Model oluşturma yeterliği: Öğretmen adayının varsayımlarını oluştururken farklı zaman ölçü birimlerine başvurduğu, çözüme yönelik günlük ortalama bir süre belirleyip bunu aya yıla vurma ifadesindeki vurma kelimesini genellemek anlamında kullandığı ve genelleme için tercih ettiği matematiksel yöntemin orantı olduğu belirlenmiştir. Öğretmen adayının varsayımlarını oluştururken matematiksel bilgilerini kullandığı fakat düşündüğü çözüm yöntemini matematiksel model olarak sunmadığı görülmüştür. Dolayısıyla model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: Çözüm kağıdının ilk bölümünde yıl-ay-gün arasında kademeli dönüşümlerin yapıldığı belirlenmiştir. Öğretmen adayı 1 yıl=12 ay bilgisini kullanarak 12 ayın 9 ayı çalışıldığını varsaymıştır. Bu varsayımı 1 ay=30gün kabul ederek ve 9.30=270 gün işlemi yaparak bir yıl içerisinde 270 gün çalışılır şeklinde düzenlemiştir. Öğretmen adayının günlük çalışma süresine iki farklı değer vermesi sonucu iki farklı sonuç ortaya çıkmıştır: günlük 4 saat çalışıyorsa 270x4=1080 saat cevabı ve günlük 5 saat çalışıyorsa 270x5=1350 saat cevabı elde edilmiştir. İki sonucu bir araya getiren öğretmen adayı son cevabını 1080-1350 arası şeklinde sunmuştur. İşlemler incelendiğinde belirlenen işlemsel adımların hatasız uygulanarak sonuca ulaşıldığı görülmüştür. Matematiksel çalışma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Öğretmen adayının elde ettiği 1080 saati en az ve 1350 saati en fazla çalışılan süre olarak düşündüğü bu nedenle ‘*Sonuç olarak ortalama 1080 saat ile 1350 saat arasında çalışır.*’ şeklinde yorumladığı belirlenmiştir. Çözüme ilişkin herhangi bir yorumda bulunmamış ve çözüm yolunu yaşamdaki farklı durumlar için genellememiştir. Yorumlama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Öğretmen adayının işlemleri kontrol ettiği ve çözümü '*Belki tatilleri fazla almışımdır ama onun dışında doğru kabul edilebilir'* şeklinde değerlendirerek çözmeyi bitirdiği belirlenmiştir. Burada doğrulama çalışması yapılmamış olup diğer doğrulama göstergelerinden hiçbiri tespit edilmemiştir. Doğrulama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Rapora problemi kendi kelimeleri ile ifade ederek başlamıştır. Devamında bir günden bir yıla genelleme şeklindeki çözüm yolunu açıklamıştır. Günde 4-5 saat çalışma ve bir yılda 9 ay çalışma varsayımlarını değiştirmeden 4 saat çalışma ile 1080 saat ve 5 saat çalışma ile 1350 saat sonucunu elde ettiğini belirtmiştir. Cevabın bu iki saat ortalarında olduğunu düşündüğünü fakat iki sonuç arasında kıyaslama yapması gerekirse günde 4 saat çalışma ve yılda 1080 saat çalışma süresini seçeceğini ifade etmiştir. Bu seçimi farklı günlerde az-çok çalışma sürelerine göre belirlediğini söylemiştir. Raporun son bölümünde kendi çalışma süresi üzerinden 9 ay varsayımını doğrulama çalışması yürütmüştür. Sınava 10 ay kala çalışmaya başladığını ve bu süre içerinde çalışmadığı günlerin 1 ay kadar edeceğini belirtmiştir. Dolayısıyla varsayımında olduğu gibi kendi çalışma süresinin 9 ay çıktığını dile getirmiştir. Çözümün okuyucu için açık olması sebebiyle sunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Bizi çokça ilgilendiren bir problem olan bu 3.problemde ise bir KPSS sınavına hazırlanan öğrencinin bir yılda kaç saat çalışmasıyla ilgili bir problemdi. Bu problemi gördüğümde ise direk aklıma ortalama günlük bir saat vermem gerektiği geldi. Çünkü günlük bir saat verirsem onu yıla göre ayarlayabilirdim. Ortalama bir öğrencinin ortalama günlük 4 ila 5 saat arası çalışabileceğini düşündüm. Ancak bunu yıla vurmadan önce öğrencinin bazı günlerde kendine tatil vermesinden tutup yaz tatiline kadar hesaplamalıydım. Bu tatiller de yaklaşık olarak 3 ay olsun dedim ve öğrenci totalde 9 ay çalışsın dedim. Eğer günde 5 saat çalışarak 9 ay çalışırsa 1350 saate denk geliyordu, günde 4 saat çalışarak ise 9 ayda 1080 saate denk geliyordu. Bu ikisinin ortalarında bir saat olabileceğini düşünerek cevabımı yazdım ancak ikisinden birisini seçmem gerektiğinde ise ortalama 4 saat çalışır yanı 1080 saat çalışır diye seçtim. Çünkü öğrenci bir gün 6 saat çalışırken diğer gün 2 saat çalışabilir ya da bir gün 10 saat çalışır ama ertesi gün 1 saat bile çalışamaz belki de. Bunların hepsini göz önüne alarak günde ortalama 4 saat çalışır diye düşündüm.

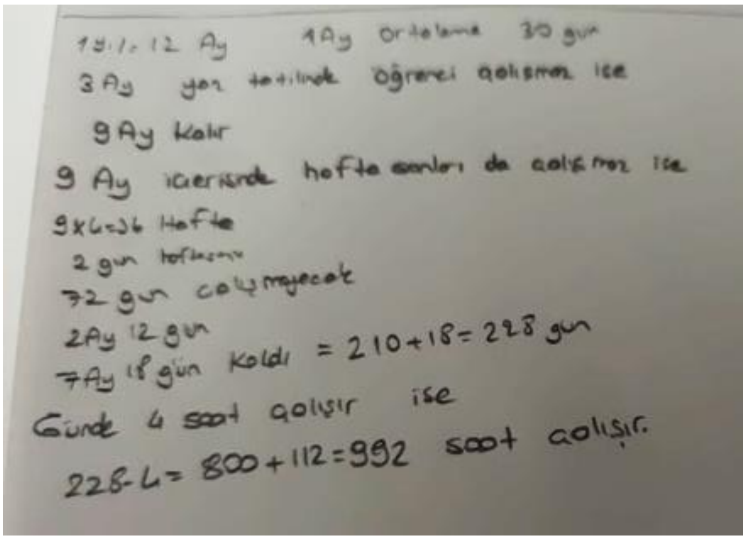
Arkadaşlarımla tartıştıktan sonra 3 aylık tatili çok verdiğimin farkına vardım ama kendimi de baz aldığımda sınava 1 sene varken çalışmaya başlamamıştım yaklaşık olarak Eylül ayında başlamıştım ve sınava hemen hemen 10 ay vardı. Bu 10 ayın içerisinden de sınava kadar bir gün boyunca çalışmadığım günleri topladığımda 1 ay eder diye düşündüm ve yine sonuç benim bulduğum yere çıkıyordu. Kısacası bulduğum sonucun yaklaşık olarak doğru olduğunu düşünüyorum.

Şekil 4.25: Deniz’in problem 3'e ait raporu.

Biray’a Ait Bulgular

<u>Anlama yeterliği</u>: KPSS’ye girecekler olarak sorunun aslında kendi çalışma düzenlerini istediğini fakat KPSS ye daha çalışmaya başlamadığını dolayısıyla bu soruyu çözmek için öncekiler kadar istekli olmadığını belirtmiştir. Anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

<u>Varsayımda bulunma yeterliği</u> Öğretmen adayı çözüm yöntemine karar vermek için ilk olarak ‘Ortalama bir öğrenci ne kadar çalışır?’ diye düşündüğünü ve kendi KPSS ye çalışmadığı için KPSS ye hazırlanan yakın arkadaşından yola çıkarak varsayımlarını oluşturduğunu ifade etmiştir. Arkadaşı yazın çalışmadığı için 1 yıldan 3 ayı çıkarmış ve kalan 9 ayda sınava hazırlanıldığını varsaymıştır. Kendisi hafta sonları çalışmadığı için bu 9 ayda sadece hafta içi günlerde çalışıldığını varsaymıştır. Arkadaşı günde ortalama 4 saat ders çalışıyor diye aklında kaldığı için günlük ders çalışma süresini 4 saat olarak belirlemiştir. Çözüm yöntemini bir günde çalışılan süreyi bir yılda çalışılan süreye genelleme olarak düşünmüş dolayısıyla da değişkenler günlük ders çalışma süresi ve çalıştığı gün sayısı olmuştur(Şekil 4.26). Çözüme yönelik değişkenleri belirlediği, değişkenler arası ilişkiyi kurduğu ve yaşamdan değerler verdiği için varsayımda bulunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.



Şekil 4.26: Biray’ın problem 3'e ait çözüm kağıdı.

Model oluşturma yeterliği: Öğretmen adayının varsayımlarını oluştururken ay, gün, hafta, hafta sonu gibi çeşitli zaman ölçü birimlerini kullandığı ve çözüm sürecinde bunlar arasındaki dönüşümleri doğru şekilde yapabildiği görülmüştür. Çözüm yöntemini genelleme olarak belirlese de yaptığı çarpma işlemini matematiksel bir formda ifade etmemiştir. Model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: Çözümde genel olarak varsayımlara bağlı dönüşümler yapılarak ilerlendiği görülmüştür. Öğretmen adayı 3 aylık yaz tatilinde çalışılmadığı varsaydığı için 1 yılı 12 aya çevirmiş ve 3 ayı çıkarak 9 ay ile çözümüne devam etmiştir. Bu 9 ay içerisinde hafta sonları çalışılmadığını varsaydığı için 1 ayda 4 hafta olduğu bilgisini kullanarak 9 ayı 36 haftaya dönüştürmüştür. Her haftada 2 gün hafta sonu olduğu için 36’yı 2 ile çarparak 9 ay içerisinde çalışılmayan günleri 72 gün olarak bulmuştur. 1 ay 30 gün olarak aldığını çözüm kağıdında belirten öğretmen adayı 9 aylık sürede 72 gün yani 2 ay 12 gün çalışılmadığını hesaplamıştır. Çözüm yoluna göre çalışılan günlere genelleme yapacağı için 9 aydan 2 ay 12 günü zihinden çıkarmış ve çalışılan günleri 7 ay 18 gün olarak hatalı bulmuştur. Ay-gün arası dönüşümü burada tekrar kullanarak önce 7 ayı zihinden 30 ile çarparak 210 güne dönüştürmüş daha sonra 18 günü üzerine ilave ederek çalışılan gün sayısını 228 gün olarak hesaplamıştır. Son işlemde günde 4 saat çalışılıyorsa 228 günde kaç saat çalışılıyor bulmak için 228 ile 4 ü çarpmıştır. Bu çarpma işlemini yaparken çarpmanın dağılma özelliğini kullandığı görülmüştür. 228x4 işlemini zihinden (200+28)x4 şeklinde parçalamış ve sonucu 800+112=992 saat olarak yanlış bulmuştur.

Çözümün işlem hataları içermesi nedeniyle matematiksel çalışma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

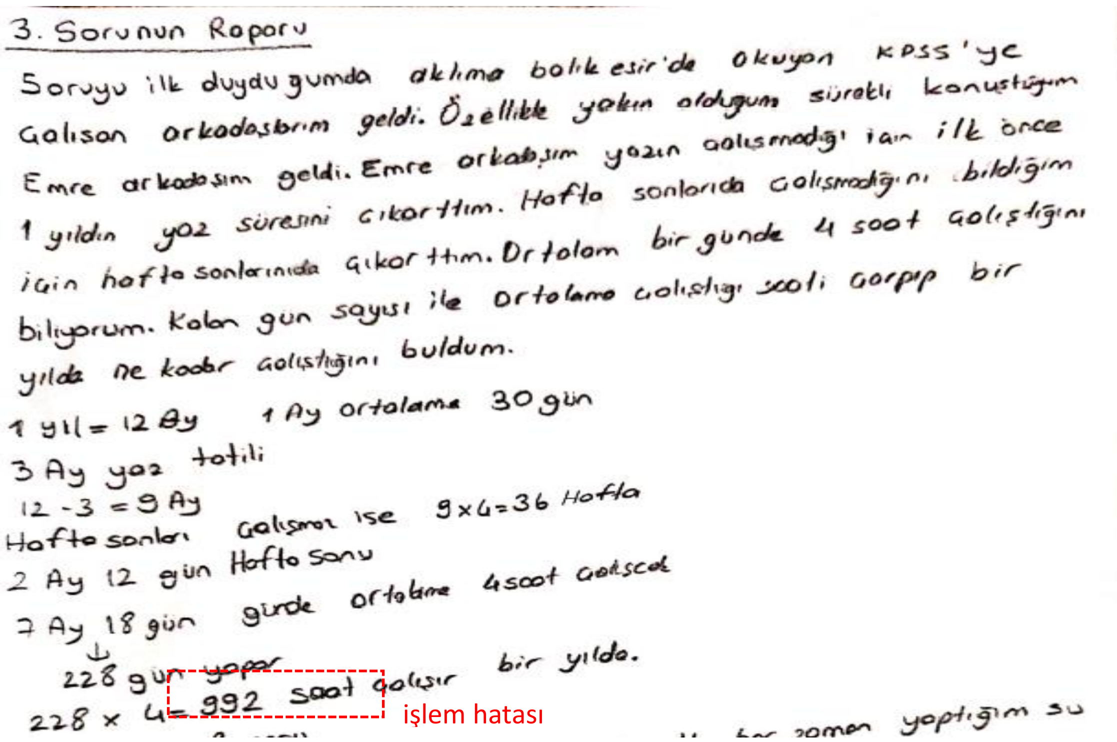
Yorumlama yeterliği: Öğretmen adayının işlem sonucunu bulunca yorumlamaya dair hiçbir yaklaşımda bulunmadığı belirlenmiştir. Yorumlama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Çözümün üzerinden geçtiğini ifade eden öğretmen adayı işlem hatalarını fark etmemiş ve gerekli düzeltmeleri yapmamıştır. Çözüm yolunun probleme uygunluğunu ve farklı durumlar için çözüm yolunun doğruluğunu sorgulamamıştır. Göstergelerden hiçbirinin belirlenmemesi sebebiyle doğrulama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Öğretmen adayı raporun ilk kısmında soruya yaklaşımını ve çözüm için varsayımlarını nasıl oluşturduğunu aktarmıştır. Buna göre varsayımları oluştururken KPSS ye hazırlanan Emre isimli arkadaşını düşünmüştür. Emre'nin yaz dönemi ve hafta sonları çalışmadığını ve çalıştığı günlerde de ortalama 4 saat çalıştığını yazmıştır. Çözüm için kalan gün sayısı ile günlük ortalama çalıştığı süreyi çarpacağını belirtmiştir. Çözüm kağıdındaki işlemleri raporuna aktarırken mevcut hatalarını fark etmediği ve hafta sonlarını hesaplamada bir adımı atladığı görülmüştür.

İşlemlere geçmeden önce 1yıl=12 ay ve 1 ay=30 gün bilgilerini yazmıştır. Çalışılmayan 3 aylık yaz tatilini çıkararak 12-3=9 ay çalışıldığını bulmuştur. Fakat bu 9 ay içerisinde hafta sonları çalışılmadığı varsayımına bağlı olarak 9 ayı 36 haftaya dönüştürmüştür. Çözüm kağıdında olup da raporunda olmayan 36x2 işlemi ile çalışmayan günleri 72 gün olarak bulmuştur. Bu sonucu 2 ay 12 güne çevirmiştir ve açıklama olarak sadece *hafta sonu* yazmıştır. 9 aydan 2 ay 12 günlük süre zihinden çıkarılarak 7 ay 18 gün çalışıldığı şeklinde hatalı bir sonuç bulunmuştur. Çözüm yolunu uygulayabilmek için 7 ay 18 günlük zaman dilimi 228 güne dönüştürülmüş ve 4 ile çarpılmıştır. Bu işlem sonucunda 912 saat olması gereken sonuç 992 olarak yazılmıştır (Şekil 4.27).

Matematiksel hataların olması ile ulaşılan cevaba dair açıklamaların yetersiz oluşu okuyucunun çözümü yanlış ya da yetersiz anlamlandırmasına sebep olabileceği için sunma yeterliliğine 1 puan verilmiştir.


3. Sorunun Raporu

Soruyu ilk duyduğumda aklıma balıkesir'de okuyan KPSS'ye çalışan arkadaşlarım geldi. Özellikle yakın olduğum sürekli konuştuğum Emre arkadaşım geldi. Emre arkadaşım yazın çalışmadığı için ilk önce 1 yıldan yaz süresini çıkarttım. Hafta sonlarında çalışmadığını bildiğim için hafta sonlarınıda çıkarttım. Ortalam bir günde 4 saat çalıştığını biliyorum. Kalan gün sayısı ile ortalama çalıştığı saati çarpıp bir yılda ne kadar çalıştığını buldum.

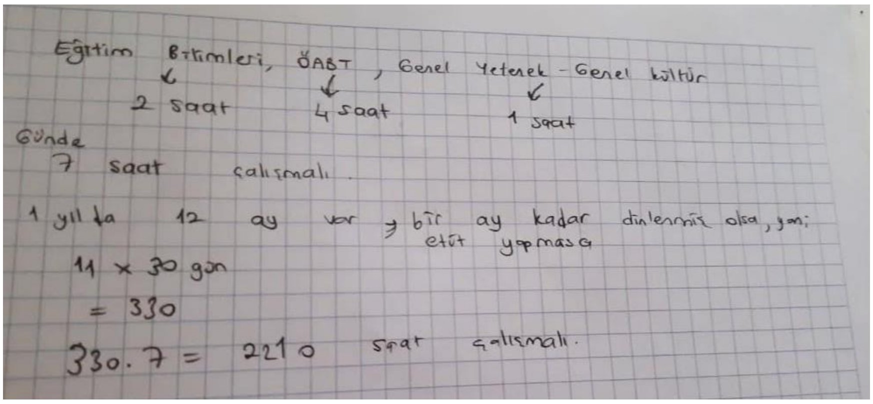
1 yıl = 12 Ay   1 Ay ortalama 30 gün
3 Ay yaz tatili
12 - 3 = 9 Ay
Hafta sonları çalışmaz ise 9×4=36 Hafta
2 Ay 12 gün Hafta sonu
7 Ay 18 gün günde ortalama 4saat çalışcak
228 gün yapar bir yılda.
228 × 4 = 992 saat çalışır
işlem hatası

Şekil 4.27: Biray'ın problem 3'e ait raporu.

Özge'ye Ait Bulgular

Anlama yeterliği: Öğretmen adayı sorunun kendilerini ilgilendirdiğini, soruyu kolay bulduğunu ama herkesin aynı ölçüde sınava çalışmayacağını hatta KPSS içeriğindeki bölümlere göre çalışma sürelerinin değişeceğini ifade etmiştir. Soru hakkındaki ifadeleri problemin anlaşıldığını gösterdiği için anlama yeterliğine 2 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: Öğretmen adayı KPSS çalışma sürecini öğretmenlik alan bilgisi, eğitim bilimleri ve genel kültür-genel yetenek olmak üzere üç ayrı bölümde incelemeye karar vermiştir. '*Genel kültür-genel yetenek çok fazla üzerinde durulmuyor çünkü unutuluyor. Az ama devamlı çalışılsa daha iyi. Ama ÖABT çok daha geniş. O yüzden ona çok fazla emek vermek gerekiyor. Eğitim bilimlerine alana nispeten daha az. O yüzden böyle bir oranlama yaptım.*' diyerek her bölüm için ayrı çalışılacağını düşünmüş ve kendi çalışma temposundan yola çıkarak her bölüm için günlük çalışma süresi belirlemiştir. Eğitim Bilimleri için 2 saat, ÖABT için 3 saat ve Genel kültür-Genel yetenek için 1 saat vermiştir. Daha sonra ÖABT için '*3 saat yetmez. Hani 3 saat video izlerken yetmiyor sadece video izlemiş oluyorsun üzerine soru çözmemiş olursun.*' ifadesini kullanmış ve ÖABT çalışma süresini 4 saate çıkarmıştır. Böylelikle günlük çalışma için ayrılan süre 7 saat olmuştur. 1 yıl içerisinde 1 ay çalışılmadığını geri kalan 11 ay boyunca çalışıldığını düşünmüştür. Çözüme ilişkin ana değişkenler günlük çalışma süresi ve çalışılan gün sayısı olmuştur. Günlük çalışma süresine ait alt değişkenler ise eğitim bilimleri, öabt ve genel kültür-genel yetenek bölümleri için ayrılan süreler olmuştur(Şekil 4.28). Değişkenleri ile değişkenler arası ilişkiyi net ifade ettiği ve değerleri verirken gerçekçi davrandığı için varsayımda bulunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.



Şekil 4.28: Özge’nin problem 3'e ait çözüm kağıdı.

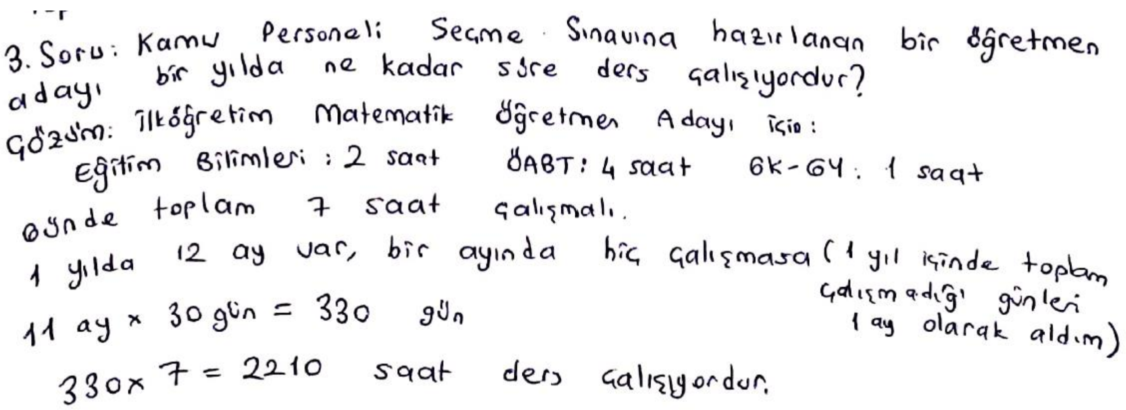
<u>Model oluşturma yeterliği</u>: Öğretmen adayının çözüm düşüncesi olan günlük çalışmayı yıla genelleme aslında matematikteki orantı kavramıyla örtüşmektedir. Bu genelleme için oluşturulan varsayımlarda zaman ölçü birimleri ve dönüşümleri doğru ve etkin şekilde kullanılmıştır. Öğretmen adayının çözüm için matematiksel fikirleri ve bilgileri kullanma konusunda yeterli olmasına rağmen matematiksel bir model oluşturmadığı görülmüştür. Dolayısıyla model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

<u>Matematiksel çalışma yeterliği</u>: Çözüm kağıdında KPSS bölümlerine odaklanmış ve her bölüme ait süre varsayımını altına yazmıştır. Buna göre Eğitim Bilimleri için 2 saat, ÖABT için 4 saat ve Genel Kültür-Genel Yetenek için 1 saat vermiştir. Dolayısıyla günde 7 saat çalışıldığını kabul etmiştir. 1 yıl=12 ay ve 1 ay dinlenme süresi ile KPSS’ye 11 ay çalışıldığını bulmuştur. 11 aylık zaman dilimini 1 ay=30 gün ilişkisinden yola çıkarak 330 güne dönüştürmüştür. 330x7= 2210 işlemi ile bir yılda çalışılan süreyi saat olarak belirlemiştir. Öğretmen adayının çözüm yöntemini sürdürebildiği ve işlemlerde hata yapmadığı görülerek matematiksel çalışma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Öğretmen adayı ulaştığı sonucu az bulmuş ‘*Daha fazla çözülebilir ama şuan uzaktan da olsa okulumuz devam ediyor. Sadece KPSS ye çalışmıyoruz.*’ diyerek olduğu gibi bırakmıştır. Öğretmen adayı bulduğu sonucu sadece kendi yaşamı bağlamında değerlendirmiştir. Çözüme yorumlama ve çözümü genellemeye yönelik bir çalışma yapmaması nedeniyle yorumlama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Doğrulama yeterliği için belirlenen göstergelerden hiçbirine ulaşılmaması nedeniyle doğrulama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Mevcut çözümün olduğu gibi rapora aktarıldığı görülmüştür. Rapora problemi yazarak başlamıştır. Eğitim Bilimleri’ne 2 saat, ÖABT’ye 4 saat ve Genel kültür-Genel yetenek’e 1 saat vererek günlük çalışma süresini 7 saat varsaymıştır(Şekil 4.29). 1 yılın 12 aya eşit olduğunu ve yıl içerisinde çalışılmayan sürelerin 1 aya eşit olacağını ifade etmiştir. Raporunda yazılı olarak ifade etmese de bir ayı 30 gün varsaymıştır. Böylelikle çalışılan 11 aylık sürenin 11ayx30gün= 330 güne eşit olduğunu bulmuştur. 330x7=2210 işlemi ile bir yılda çalışılan toplam süreyi 2210 saat olarak hesaplamıştır. Raporu ‘2210 saat ders çalışıyordur.*’* ibaresi ile bitirmiştir. Öğretmen adayının varsayımlarını nasıl oluşturduğunu açıklamaması haricinde raporun okuyucuya çözümü açıkça sunduğu belirlenmiştir. Sunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

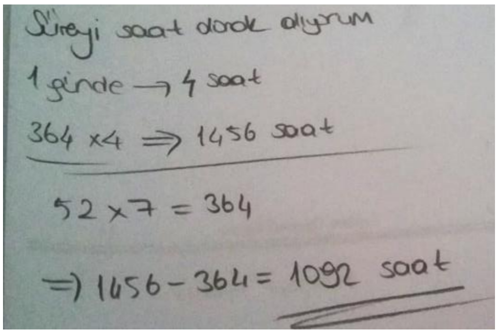

3. Soru: Kamu Personeli Seçme Sınavına hazırlanan bir öğretmen adayı bir yılda ne kadar süre ders çalışıyordur?
Çözüm: İlköğretim Matematik öğretmen Adayı için:
Eğitim Bilimleri : 2 saat ÖABT: 4 saat GK-GY: 1 saat
günde toplam 7 saat çalışmalı.
1 yılda 12 ay var, bir ayında hiç çalışmasa (1 yıl içinde toplam çalışmadığı günleri 1 ay olarak aldım)
11 ay x 30 gün = 330 gün
330x 7 = 2210 saat ders çalışıyordur.

Şekil 4.29: Özge’nin problem 3'e ait raporu.

Yağmur'a Ait Bulgular

Anlama yeterliği: '*İstekle çözdüm tamamen kendimi göz önüne aldım. Bilinmeyen bir şey yoktu.'* diyen öğretmen adayı hemen soruyu çözmeye başladığını belirtmiştir. Dolayısıyla anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: Öğretmen adayı sorunun çözümü için '*Kendimi olduğu gibi yansıttım*.' ifadesini kullanmıştır. Değişkenleri ise 1 yılda çalışılan gün sayısı ve günlük çalışma süresi olarak belirlemiştir. Kendisinin bir günde 4 saat çalıştığını belirterek günlük çalışma süresini 4 saat olarak almıştır. '*Tamam, dört saat çalışıyorum ama bunu her gün uygulayamayabiliyorum. Bazı gün 2(saat) bazı gün 3(saat) oluyor hani. Bazen daha az bir süre olabiliyor. O yüzden bunları böyle bir güne derlemek istedim. Bir gün hiç çalışmayayım dedim.*' diyerek çalışmadığı zamanların haftanın bir gününe denk geldiğini varsaymıştır. 1 yılın 365 gün olduğunu ama sınav gününü çalışma süresine dahil etmediği için 1 yılı 364 gün olarak aldığını ifade etmiştir. Varsayımlarını kendinden yola çıkarak oluşturduğu ve çözüm yolu olarak yıl geneli çalışılan süreden çalışılmayan süreyi çıkararak problemi çözmeyi düşündüğü belirlenmiştir(Şekil 4.30). Değişkenleri belirlediği, değişkenler arası bağlantıyı kurduğu ve verdiği değerlerin nedenini açıkladığı için varsayımda bulunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.



Şekil 4.30: Yağmur'un problem 3'e ait çözüm kağıdı.

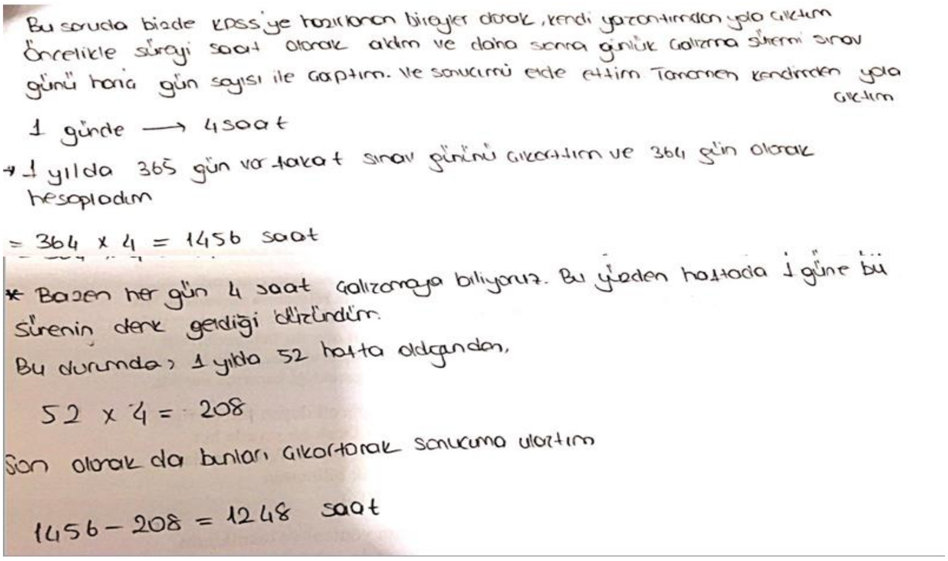
Model oluşturma yeterliği: Öğretmen adayının varsayımları oluştururken zaman ölçü birimleri arası dönüşümlere çokça yer verdiği, genelleme için çarpma işlemini tercih ettiği ve çözüm yolunu çalışılan toplam süreden çalışılmayan toplam süreyi çıkarmak olarak belirlediği görülmüştür. Öğretmen adayının çözümü matematiksel olarak kurgulayabildiği ve matematiksel kavramları yerinde kullandığı fakat çözüm için matematiksel bir model geliştirmediği belirlenmiştir. Model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: Çözüm kağıdı tek başına incelendiğinde açıklama içermediği için çözümü anlamlandırmak için sunum ve görüşmeye başvurulmuştur. Öğretmen adayının problem durumunda ifade edilen süre kavramını saat olarak ele aldığı belirlenmiştir. Varsayımlarına bağlı olarak 364x4 işlemi ile 364 günde çalışılan süreyi 1456 saat olarak bulmuştur. Bu hesaplamanın içerisinde 4 saatten daha az çalışılan günler de olduğu için çıkarma işlemine ihtiyaç duymuştur. 'Çalışılmayan günler haftada 1 gün olsun' varsayımı ile 1 yılda 52 hafta vardır bilgisini bir araya getirerek 52x7=364 saat çalışılmadığını hesaplamıştır. Elde ettiği 1456 dan 364ü çıkararak 1092 saat cevabına ulaşmıştır. Fakat burada yapılması gereken işlem 52x7=364 değil 52x4=208 olmalıydı. Çünkü haftada bir gün çalışılmadığında günlük çalışma süresi olan 4 saat çalışılmamış olmaktadır. Çözümün hata içermesi nedeniyle matematiksel çalışma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Çözüm kağıdında işlemler sonucu ulaşılan sonuç altı çizilerek bırakılmıştır. Ne çözüm kağıdında ne sunumda ne de bireysel görüşme esnasında yorumlama yaklaşımı hiç sergilenmemiştir. Yorumlama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Öğretmen adayı hem varsayımları oluşturma hem de çözüm sürecinde mantıklı hareket ettiğini düşündüğü için sonucunu da mantıklı bulduğunu ifade etmiştir. Sunumu esansında '*Aaaa ama yanlış çarpmışım. 7 gün ile bir haftayı karıştırdım. Yani haftada 1 gün çalışmıyor demek istedim.*' diyerek 52x7 işlemindeki hatasını fark etmiştir. Fakat bu farkındalıktan sonra herhangi bir düzeltme çalışmasında bulunmamıştır. Bulunan hatanın düzeltilmemesi ve çözüm yolunun problem durumu ile farklı durumlar için uygunluğunun değerlendirilmemesi nedeniyle doğrulama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Öğretmen adayı çözüm yolunu değiştirmeden fark ettiği hatasını düzenleyerek raporunu hazırlamıştır. Raporun giriş kısmında problemde bahsi geçen KPSS'ye hazırlanan bireyle kendisini özdeşleştirdiğini, süreyi saat olarak aldığını ve kendisi üzerinden soruyu çözdüğünü belirtmiştir. Zaman dönüşümlerini belirterek varsayımlarını cümle şeklinde açıklamıştır. 1 günde → 4 saat ifadesi yarım kalmış olup bir günde 4 saat çalışıldığını varsayımını ifade etmek istemiştir. 1 yılda 365 gün olduğunu ve sınav gününü çıkarttığını belirtmiştir. Geriye kalan 364 günlük süreyi düşünerek soruyu çözmüştür. 364x4 işlemi ile çalışılan süreyi 1456 saat bulmuştur. Bazen günde 4 saat çalışılmadığını ve haftanın 1 gününün bu çalışılmayan sürelere denk geleceğini varsaymıştır. 1 yılda 52 hafta olduğu bilgisini kullanarak 52x4 işlemi ile yılda 208 saat çalışılmadığını hesaplamıştır. Çalışılan toplam süreden çalışılmayan toplam süreyi çıkartmış (1456-208) ve problem sonucunu 1248 saat bulmuştur(Şekil 4.31). Raporda çözüm yolunun anlaşılır bir biçimde aktarılması sebebiyle sunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.


Bu soruda biz de KPSS'ye hazırlanan bireyler olarak, kendi yorumlarımdan yola çıktım
Öncelikle süreyi saat olarak aldım ve daha sonra günlük çalışma süremi sınav
günü hariç gün sayısı ile çarptım. Ve sonucumu elde ettim Tamamen kendimden yola
çıktım
1 günde → 4 saat
* 1 yılda 365 gün var fakat sınav gününü çıkarttım ve 364 gün olarak
hesapladım
= 364 x 4 = 1456 saat
* Bazen her gün 4 saat çalışamayabiliyoruz. Bu yüzden haftada 1 güne bu
sürenin denk geldiği düşündüm.
Bu durumda, 1 yılda 52 hafta olduğundan,
52 x 4 = 208
Son olarak da bunları çıkartarak sonucuma ulaştım
1456 – 208 = 1248 saat

Şekil 4.31: Yağmur’un problem 3'e ait raporu.

4.4 ‘Problem 4: Küp Şeker’e İlişkin Bulgular

Problem 4’e ilişkin matematiksel modelleme yeterlik puanları Tablo 4.4’te özetlenmiştir. Ortalama puanlar incelendiğinde en başarılı olunan yeterlik 2 puan ile anlama yeterliği iken en başarısız olunan yeterlik 0,2 puan ile doğrulama yeterliği olmuştur.

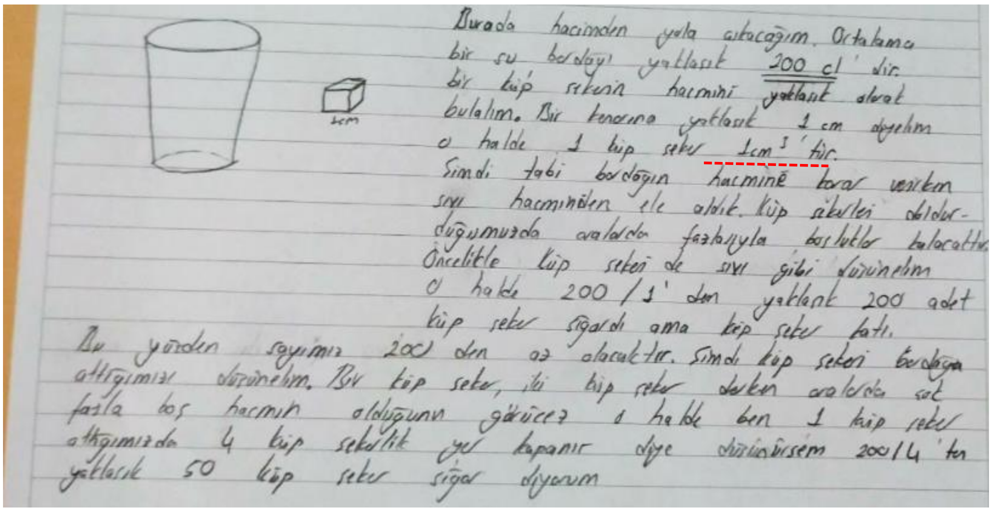
Tablo 4.4: Problem 4’e ilişkin matematiksel modelleme yeterlik puanları

Öğretmen adayı	Anlama yeterliği	Varsayımda bulunma yeterliği	Model oluşturma yeterliği	Matematiksel çalışma yeterliği	Yorumlama yeterliği	Doğrulama yeterliği	Sunma yeterliği
Eylül	2	1	1	1	1	0	1
Deniz	2	1	2	1	0	0	1
Biray	2	0	0	0	0	0	1
Özge	2	2	1	1	1	1	1
Yağmur	2	1	1	1	0	0	1
Ortalama	2	1	1	0,8	0,4	0,2	1

Eylül'e Ait Bulgular

<u>Anlama yeterliği</u>: Bardağın içine küp şeker atılmasının günlük hayatta karşılaştığı bir durum olduğunu ve sorunun kendisinde merak uyandırdığını ifade etmiştir. Anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

<u>Varsayımda bulunma yeterliği</u>: Öğretmen adayı çözüme başlamadan önce bulacağı sonucun yaklaşık sonuç olacağını düşünmüştür. Çözüme yönelik değişkenleri bardağın hacmi ve bir küp şekerin hacmi olarak belirlemiştir. '*Mesela puding yapıyoruz ya da başka bir şey, 1 lt süt diyorsa beş bardak koyuyoruz. Buradan da bir bardağın yaklaşık 200cm^3 olduğunu gösterir.*' diyen öğretmen adayı çözüm kağıdında bardağına yaklaşık 200 cl demiştir(Şekil 4.32). Burada cm^3yerine cl kullanılması hatalı olmuştur çünkü 200 cm^3=20cl dir. Küp şekeri gözünde canlandırarak ayrıt uzunluğuna '1 cm kadardır' demiştir. Buradan hareketle 1 küp şekeri 1 cm^3 olarak varsaymıştır. Ardından küp şekerlerin bardağa atıldığını hayal etmiş ve küp şekerlerin aralarında çok fazla boşluk kalacağını fark etmiştir. *'Biz küp şeker attığımızda bardağın dibine maksimum 3 tane küp şeker sığdırabiliyoruz. Ve attıkça aradaki boşlukların arttığını görüyoruz. Tabi bir düzenleme yapmadığımız sürece. O yüzden ben bir küp şeker attığımızda bu yukarıda çıktığımız ara yerleri değerlendirdiğimizde 4 küp şekerlik yer kaplayacağını düşündüm.'* diyerek 1 küp şekerin 4 küp şekerlik yer kapladığını varsaymıştır. Değişkenleri belirleme ve değişkenlerin arasındaki hacim-boşluk ilişkisini kurmasına rağmen bardağın dibine en fazla 3 küp şeker sığar varsayımını yeterli düzeyde açıklayamaması ve varsayımında yanlış birim kullanması nedeniyle varsayımda bulunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.



Şekil 4.32: Eylül'ün problem 4'e ait çözüm kağıdı.

Model oluşturma yeterliği: '*Aslında burada ağırlık da çok mantıklı ama hacim burada verilen daha doğrusu bizim vereceğimiz yarıçap yükseklikle kolayca yapılacak gibiydi. Ağırlık belki daha net cevap verir ama hacim kendi tahminlerimizde sonuca ulaşmamız içindir. Çünkü ben burada ne bardağın ağırlığı hakkında bir şey söyleyebilirim ne de küp şekerin ağırlığı. Ama burada bardağın ve küp şekerin hacmini yaklaşık bulabiliyoruz.*' diyen öğretmen adayı çözüm için hacim kavramına odaklanmıştır. Çözüm kağıdı incelendiğinde ilk olarak küp şekeri sıvı gibi düşündüğü ve varsayımları doğrultusunda yapması gereken matematiksel işlemi 200/1 şeklinde oluşturduğu görülmüştür. Fakat küp şekerin katı olması sebebiyle boşluklar kalacağını ve sonucun 200 den az olması gerektiğini ifade etmiştir. Öğretmen adayının soruyu doğru matematik kavramı(hacim) ile ilişkilendirmesi, küp şekerler arası boşlukları düşünmesi, matematik işlemini belirleyebilmesi(bölme) ve sıvı-katı olma durumuna bağlı olarak sonuca dair yorumda bulunması öğretmen adayının matematiksel kavramları etkin kullanabildiğini göstermiştir. Matematiksel model oluşturulmaması nedeniyle model oluşturma yaklaşımı için 1 puan verilmiştir.

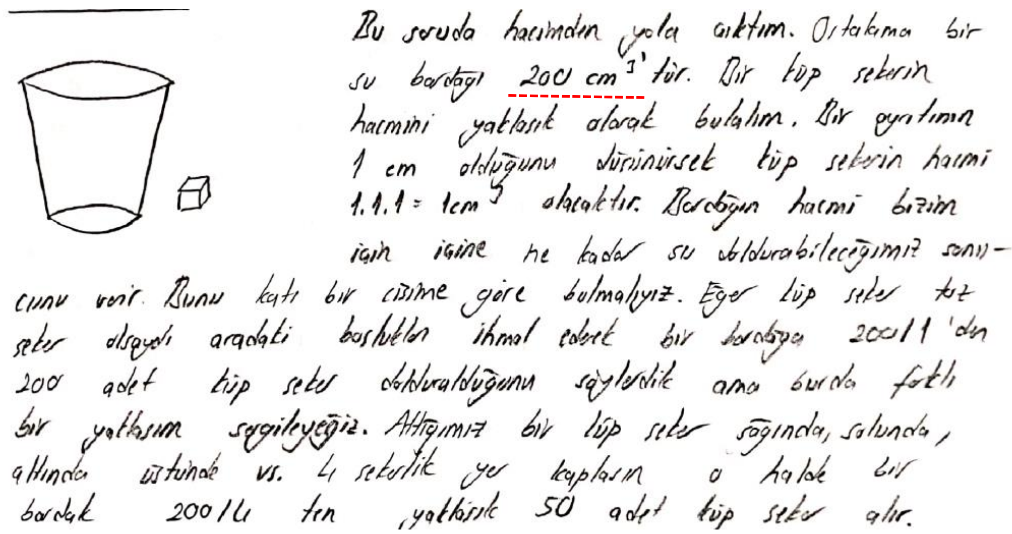
Matematiksel çalışma yeterliği: Çözüm kağıdı incelendiğinde bir küp şekerin boşluklarla birlikte 4 küp şekerlik yer kapladığı varsayımı sonucunda 200:4 işlemini yapmış ve 50 cevabına ulaşmıştır. Sayısal olarak işlem doğru gözükse çözümde birimsel hata yapmıştır. Çünkü bölme işleminin yapılabilmesi için bölünen ve bölen sayıların birimlerinin aynı olması gerekir. Birim dönüşümlerine göre 200 cl= 2 l= 2 dm^3 =2000 cm^3 ve varsayıma göre 1 küp şeker varsayım doğrultusunda 4 cm^3 lük hacim kaplamaktadır. 2000:4 = 500 olduğu için çözüm hatalıdır. Bundan dolayı matematiksel çalışma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Öğretmen adayı ulaştığı 50 sonucunu çözüm kağıdında 'yaklaşık 50 adet' yazarak yorumlarken görüşme esnasında en fazla 50 adet şeklinde yorumlamıştır. Görüşme esnasında bu farklılığın nedenini '*Mesela karton bardağa rastgele koyarsak 50 almaz ama düzenli bir şekilde koyarsak belki maksimum 50 tane alabilir. Tabana düzenli yerleştirince 50 sığar gibi düşündüm.*' ifadeleri ile açıklamıştır. Düzenli yerleştirme ile küp şeker sayısının artacağı düşüncesi yaşam bağlamında değerlendirildiğinde doğru olur. Çözüme yönelik herhangi bir değerlendirme ve çözümü genelleyen herhangi bir çalışma yapılmaması nedeniyle yorumlama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Öğretmen adayı işlemlerini kontrol ettiğini ve 'Gidişat ile işlemler tutarlı mı?' diye baktığını ifade etmiştir. Bu kontrol esnasında belirlenen hatanın farkına varmamıştır. Sunumundan sonra çözümünde eksikler olduğunu ve düşündüklerini tam olarak ifade edemediği belirterek problemi tekrar çözmek istediğini dile getirmiştir fakat herhangi bir düzenleme çalışmasında bulunmamıştır. Doğrulamaya yönelik veri elde edilmemesi nedeniyle doğrulama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

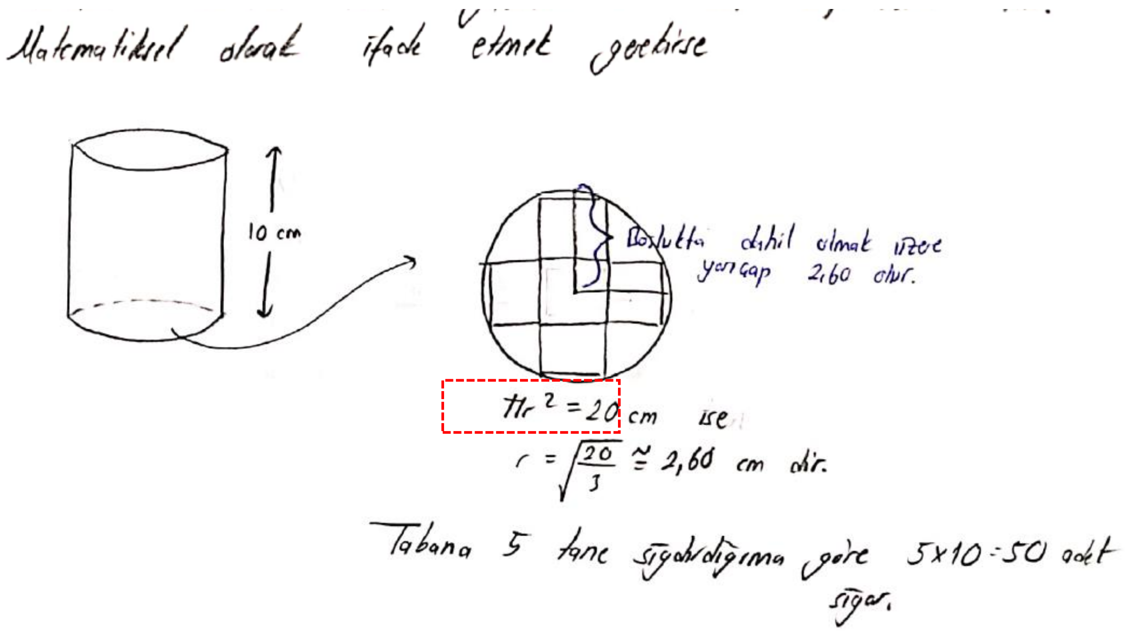
Sunma yeterliği: Hacimden yola çıkarak soruyu çözdüğünü belirten öğretmen adayı raporuna varsayımları ile başlamıştır. Bardağın 200 cm^3olduğunu yazarak çözüm kağıdındaki birim hatasını raporunda düzeltmiştir. Küp şekerin ayrıt uzunluğundan(1 cm) hacmine(1 cm^3) geçerken yaptığı işlemi 1.1.1=1cm^3şeklinde raporunda yazmıştır. Daha sonra çözüm yoluna yönelik düşüncelerini aktarmıştır. '*Bardağın hacmi bizim için içine ne kadar su doldurabileceğimiz sonucunu verir. Bunu katı bir cisme göre bulmalıyız. Eğer küp şeker toz şeker olsaydı aradaki boşlukları ihmal ederek bir bardağa 200/1'den 200 adet küp şeker doldurulduğunu söylerdik ama burada farklı yaklaşım sergileyeceğiz.*' diyerek hacmi tanımladığı, şekerin toz formu için boşlukların ihmal edilebileceğini fakat küp şekerin yapısı gereği sorunun farklı bir yaklaşımla çözüleceğini ifade etmiştir. Raporun devamında iki farklı çözümle aynı sonuca ulaşmıştır.

Şekil 4.33'te raporda yer alan ilk çözüm verilmiştir. Bir küp şekerin 4 şekerlik yer kapladığını belirterek 200/4 ile yaklaşık 50 adet küp şeker olacağı sonucuna ulaşmıştır. Bu işlemde bardağın hacminin 200 cm^3 ve bir küp şekerin 4cm^3lük hacme sahip olması nedeniyle birim hatası yoktur. Varsayımlar bağlamında işlem ve sonuç doğrudur.



Şekil 4.33: Eylül'ün problem 4'e ait raporunun birinci bölümü.

Şekil 4.34'te ise ikinci çözümüne *matematiksel olarak ifade etmek gerekirse* diye başlamış farklı bir yol ile aynı sonuca ulaşmıştır. Silindir şeklinde bir bardak çizerek yüksekliğini 10 cm almıştır. Bardağın tabanını ok ile sağ tarafa daha büyük çizmiş ve bu tabana 5 adet küp şekeri yerleştirmiştir. Çizimin altında yer alan işlemlerden yola çıkarak çözüm için izlenen yolun silindirin hacim formülü ($V=h\pi r^2$)olduğu, yarıçapın r ile ifade edildiği ve pi sayısının(π) 3 kabul edildiği belirlenmiştir. Hacim denkleminde yükseklik (h) yerine 10 cm ve hacim (V) yerine 200 cm^3 değerleri yazılarak taban alanının(πr^2) 20 cm^2 bulnmuştur. Bu süreç zihinden yapılmıştır. Çizimin altında yer alan πr^2=20cm denkleminde birimin cm^2olması gerekirken cm olarak yazıldığı görülmüştür. Yarıçapı bulmak için denklemde π=3 alınmış ve r yalnız kalacak şekilde denklem düzenlenmiştir. $r=\sqrt{\frac{20}{3}}$ olarak yazılmış ve yarıçap yaklaşık 2,60 cm olarak bulmuştur. Yarıçapı 1,5 küp şeker ve çember ile küp şeker arasında kalan boşluğun birleşimi olarak kabul etmiş ve çizim üzerinde yarıçap mesafesini '*Boşluk da dâhil olmak üzere yarıçap 2,60 olur*.' şeklinde ifade etmiştir. Böylelikle tabana 5 tane küp şeker sığdırmıştır. Bir ayrıt uzun uzunluğu 1 cm olan küp şekerlerden üst üste 10 kat oluşturabildiğini düşünmüştür. Sonuç olarak 50 adet cevabını bulmuştur.



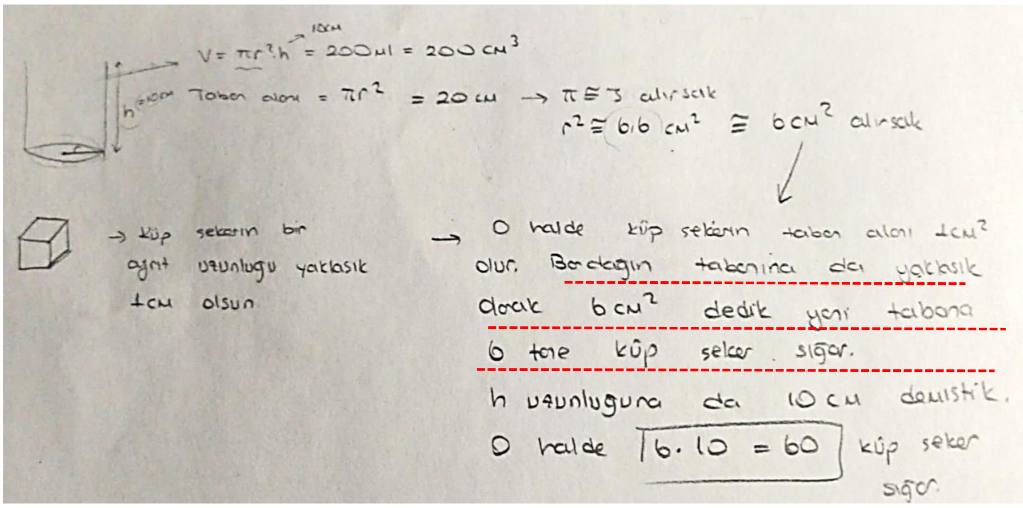
Şekil 4.34: Eylül'ün problem 4'e ait raporunun ikinci bölümü.

Rapor bir bütün halince incelendiğinde ikinci çözümün doğrulamaya yönelik olduğu tespit edilmiştir. Çözümler karşılaştırıldığında iki çözüm arasında bazı farklılıklar görülmüştür. İlk çözümde bardağın temsili için kesik koniyi seçtiği ikinci çözümünde ise silindir şeklinde bir bardak çizdiği görülmüştür. İlk çözümde bulunan cevap 'yaklaşık 50 tane' şeklinde ifade edilirken ikinci çözümde cevap '50 adet sığar' şeklinde sonlandırılmıştır. İlk çözümün düşünme ve ifade ağırlıklı olduğu ve bu düşünceler ile varsayımların detaylı açıklandığı fakat ikinci çözümün işlem odaklı olduğu ve varsayımların ($\pi = 3, V = 200\ \text{cm}^3$) ifade edilmediği belirlenmiştir. Bu farklılıklar okuyucuda yanlış anlamlandırmaya neden olabilir. Buna ilave olarak birim hatasının olması sebebiyle sunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Deniz'e Ait Bulgular

Anlama yeterliği: Öğretmen adayı problemi okuduğunda anladığını ifade etmiştir. Çözüm kağıdına ise bardak ile küp şekerin üç boyutlu temsilini çizerek problemi özetlemiştir. Anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: Sorunun çözümü için değişkenleri bardağın ve küp şekerin hacmi olarak belirlemiştir. 'B*ir ayrıt uzunluğu 1 cm olsun'* diyerek küp şekerin ayrıt uzunluklarına ilişkin bir varsayım oluşturmuştur. Bardak için varsayımlarını oluşturmadan önce nasıl çözüleceğini düşünmüş ve hacimden ilerlemeye karar vermiştir. '*Su bardağı hani böyle genel olarak alınan su bardağı denildiğinde birçok kişinin aklına düz normal* *standart olan su bardağı gelir. O yüzden de silindir şeklini kullanmak istedim. 200 ml olduğunu biliyorum. Onu da 200* cm^3*olarak aldım. Yüksekliğini de böyle elimi tutmuş gibi canlandırarak yaklaşık olarak 10* cm *dir.*' ifadeleri ile su bardağına ait varsayımlarını oluşturmuştur. Bardağın hacmi için önce sıvı ölçü birimini(200 ml) kullanmıştır. Daha sonra bunu hacim ölçü birimi olan *200* cm^3 şeklinde doğru ifade etmiştir. Hayal ederek yüksekliğine 10 cm değerini vermiştir. Değişkenleri belirlemesi ve gerçekçi değerler vermesine rağmen küp şekerin bardakta boşluklar bırakacığını fark edememiştir(Şekil 4.35). Değişkenler arası ilişkinin oluşturulmaması nedeniyle varsayımda bulunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.



Şekil 4.35: Deniz'in problem 4'e ait çözüm kağıdı.

<u>Model oluşturma yeterliği</u>: Öğretmen adayının çözüm yoluna yönelik *'Büyük bir şeyin içine bir şey koyduğumuz için hacim yapmalı.*' ifadesi, varsayımlarını oluştururken birimleri doğru kullanması ve çizimi ile çözümünde matematiksel sembolleri(hacim için V, yarıçap için r, yükseklik için h vs.) yerinde kullanması matematiksel ifadesinin güçlü olduğunu göstermiştir. Veriler incelendiğinde ilk olarak silindirin hacim formülünden yola çıkıldığı ve bu formül ile bardağın hacmine verilen değerin eşitlik kullanarak denklem formuna dönüştürüldüğü belirlenmiştir (V=$h\pi r^2$=200ml=200cm^3). Devamında bu denklemden hareketle dairenin alan formülüne ve yarıçap değerine geçiş yapıldığı görülmüştür. Matematiksel semboller ve varsayımlar birleştirilerek denklem modeli oluşturulduğu için model oluşturma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: Oluşturulan $h\pi r^2$=200cm^3 denkleminde öğretmen adayı h yerine 10 cm değeri koymuş ve taban alanı πr^2=20 cm bulmuştur. Bu noktada birim hatası yapmıştır. Alanı temsil ettiği için cm^2 olması gereken birimi uzunluk ölçü birimi olan cm ile ifade etmiştir. Ulaşılan son denklemde(πr^2=20) π değerini 3 kabul ederek r^2 yi yaklaşık olarak 6,6cm^2 bulmuştur. Geçiş aşamasında yapılan 20:3 işlemini zihinden yapmış çözüm kağıdında belirtmemiştir. Bundan sonraki işlem bölümünde öğretmen adayının matematiksel hatalar yaptığı belirlenmiştir. İlk olarak ulaştığı 6,6 cm^2 yi üst tam sayıya yani 7ye yuvarlaması gerekirken 6 ya yuvarlamıştır ve bunun nedenini açıklayamamıştır.

6 cm^2 yarıçapın karesini temsil ederken öğretmen adayı 6 cm^2yi taban alanı olarak kabul etmiştir. Küp şekerin taban alanını 1 cm^2 ve bardağın taban alanını 6 cm^2 aldığı için 6 küp şekerin 6 cm^2lik alan kaplayacağını düşünmüştür. Dolayısıyla 'tabana 6 adet küp şeker sığar' demiştir. Bardak 10 cm yükseklikte olduğundan üst üste 10 kat yapacağı için 6x10 işlemi ile cevabı 60 küp şeker olarak bulmuştur. Öğretmen adayının çözümünün matematiksel açıdan hatalar içermesi nedeniyle matematiksel çalışma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Herhangi bir yorumlama çalışmasının tespit edilmemesi nedeniyle yorumlama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Öğretmen adayı formülleri ile işlemlerini kontrol ettiğini ve formüllerle gittiği için çözümünü matematiksel olarak doğru bulduğunu belirtmiştir. Kontrol etmesine rağmen hataların fark edilmemesi ve çözümün doğruluğunun sorgulanmaması nedeniyle doğrulama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Rapor incelendiğinde raporun çözüm ve yorum olmak üzere iki bölümden oluştuğu görülmüştür. Çözüm kısmında mevcut çözümünü aktarmıştır. Soruyu okuduğunda silindir şeklinde 200 ml lik bir su bardağının gözünde canlandığını ve yüksekliği 10 cm hayal ettiğini belirtmiştir. Çözüm için hacimden tabana geçmeyi düşündüğünü ve 200 ml nin 200 cm^3 olduğunu bildiğini ifade etmiştir. Çözüm kağıdında yaptığı işlemleri özetleyerek ilerlemiştir. Bardağın hacmi 200 cm^3 ve yüksekliği 10 cm olduğu için πr^2olan taban alanına 20cm^2 kaldığını, π değeri 3 kabul edilirse yarıçapın karesinin(r^2) yaklaşık 6,6cm^2 olduğunu ve bunu 6cm^2 olarak aldığını yazmıştır. Küp şekerin bir ayrıt uzunluğunu 1 cm düşünerek taban alanını 1 cm^2 bulmuş ve bardağın taban alanı 6cm^2 olduğundan bardağın tabanına 6 adet küp şekerin sığacağına karar vermiştir. Yüksekliğe 10 cm dediği için üst üste 10 sıra küp şeker dizileceğini dolayısıyla su bardağına 6x10 =60 adet küp şeker sığacağını bulmuştur.

Yorum kısmında arkadaşlarının ulaştığı sonuçları kendi cevabını doğrulama amacıyla kullandığı belirlenmiştir. Çözümünde boşlukları ihmal ettiğini bundan dolayı cevabın 60'dan az olması gerektiğini dile getirmiştir. Bir arkadaşının yapmış olduğu küp şekerleri su bardağı tabanına artı şeklinde yerleştirme uygulamasını mantıklı bulduğunu ve nihai cevabının 50 küp şeker olduğunu yazmıştır. Kendi çözümünü detaylandırarak açıklamasına rağmen en son belirttiği cevabın neden ve nasıl 50 olduğu matematiksel olarak açıklamamıştır(Şekil 4.36). Rapor bir bütün olarak ele alındığında çözümün eksik kaldığı görülmüştür. Dolayısıyla sunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

İlk problemimizde bir su bardağının içine kaç küp şeker sığar şeklindeydi ve bu soruyu okur okumaz direk gözümde normal silindir şeklinde 200ml olan bir su bardağı canlandı. Bu 200 ml'nin 200cm^3'e eşit olduğunu biliyordum ve hacimden taban alanına inip oradan ilerleyebileceğimi düşündüm. Gözümün önüne getirdiğim su bardağını elimle yaklaşık olarak canlandırdım ve yüksekliğinin 10 cm olabileceğini düşündüm. Eğer yüksekliği 10 cm ise taban alanına 20 cm^2 kalıyordu ve taban alanı da ∏r^2'den bulunuyordu. ∏'yi de 3 aldığımızı düşünürsek r^2 yaklaşık olarak 6,6 cm^2 gibi bir değere sahip oluyordu ben bunu 6 cm^2 olarak aldım. Sonra küp şekeri düşündüm ve bir ayrıtının uzunluğunun 1cm olabileceğini düşünerek taban alanının 1cm^2 olduğunu buldum. Yani tabanı 6 cm^2 olan bir dairenin içerisine tabanı 1 cm^2 olan küp şekerlerden 6 tane sığar ve yüksekliğimize de 10 cm dediğimize göre bir su bardağının içerisine 6*10 dan 60 tane küp şeker sığar diye düşündüm.

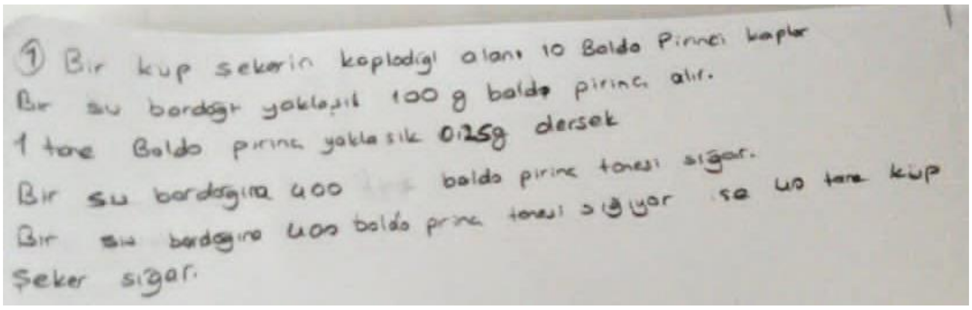
Ancak arkadaşlarımla tartıştıktan sonra boşlukları ihmal ettiğimi gördüm ve 60'dan daha az bir sonuç olması gerektiği sonucuna vardım. Özellikle bir arkadaşımız artı şeklinde tabanı yapıp ve oraya 5 tane küp şeker sığabileceğini göstermişti çözümünün orası bana mantıklı geldi ben de son olarak 50 küp şeker sığabileceği sonucuna vardım.

Şekil 4.36: Deniz'in problem 4'e ait raporu.

Biray'a Ait Bulgular

Anlama yeterliği: Öğretmen adayı problemi özetlemiş ve isteneni belirtmiştir. Problem durumunu her gün yaptığı eylem olan bardakla pirinç almaya benzetmiştir. Soruda ana fikrin anlaşıldığı görülmüştür. Anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: Çözüm incelendiğinde değişkenlerin bir bardağın aldığı pirinç tanesi ve 1 küp şekerin kaç pirinç tanesi ile eş değer olduğu şeklinde oluşturulduğu görülmüştür(Şekil 4.37). '*Spor yaptığım için her gün baldo pirinç yiyorum. Ne kadar yiyeceğimi bardak ile ölçüyorum. Direkt o geldi aklıma yani. Oradan yola çıkarak yapabileceğimi düşündüm.*' diyen öğretmen adayı daha önce ölçtüğü için bildiğini, bir bardak pirincin yaklaşık 100 g geldiğini ifade etmiştir. Bir baldo pirincin yaklaşık 0,25 g olduğunu ve bir küp şekerin yaklaşık 10 baldo pirinç kadar alan kapladığını varsaymıştır. Bahsi geçen değişkenler arası ilişki eksik kalmış ve sayısal değerleri rastgele vermiştir. Ayrıca küp şekerin üç boyutlu olması nedeniyle bir küp şekerin yaklaşık 10 baldo pirinç kadar alan kapladığı varsayımında hacim kullanması gereken yerde alan kullanmıştır. Bir bardağa koyulan küp şekerler ile pirinç taneleri arasındaki boşluk miktarı farklı olacağı için değişkenlerin probleme uygun olmadığı belirlenmiştir. Tüm bu bulgular ışığında varsayım oluşturma yeterliği için 0 puan verilmiştir.


1 Bir küp sekerin kapladığı alanı 10 Baldo Pirinci kaplar
Bir su bardağı yaklaşık 100 g baldo pirinci alır.
1 tane Baldo pirinç yaklasık 0,25g dersek
Bir su bardağına 400 baldo pirinç tanesi sığar.
Bir su bardağına 400 baldo prinç tanesi sığıyor sa 40 tane küp
Şeker sığar.

Şekil 4.37: Biray'ın problem 4'e ait çözüm kağıdı.

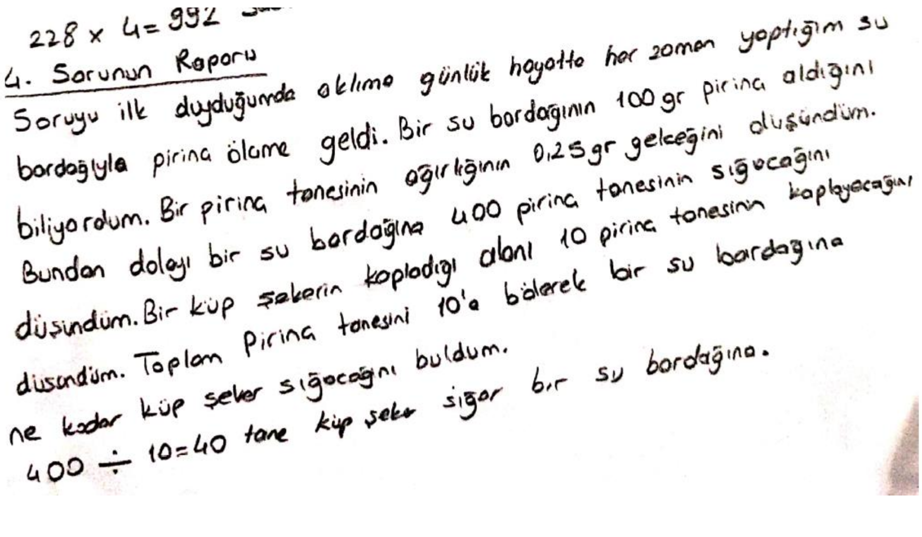
Model oluşturma yeterliği: Çözüm yolunu ağırlık kavramı etrafında oluşturmuş ve küp şeker sayısını pirinç kullanarak dolaylı yoldan hesaplamıştır. Küp şeker sayısını iki aşamada bulmayı düşünmüştür: ilk olarak bir su bardağı pirincin ağırlığını bir pirinç tanesinin ağırlığına bölerek bardağın aldığı pirinç sayısını bulma ve bir küp şekerin 10 pirinç tanesi kadar alanı kapladığı varsayımından yola çıkarak pirinç sayısını 10'a bölme. Fakat küp şekerin üç boyutlu olması sebebiyle varsayımda alan değil hacim kullanılması doğru olacaktır. Ayrıca pirinç ve küp şeker arası geçişte tane yapısı nedeniyle oluşan boşluk farkının ihmal edildiği dolayısıyla sonucun gerçeklikten uzaklaşacağı belirlenmiştir. Varsayımda ve çözüm yolunda matematiksel ifade eksikliği öne çıkmış, çözüm yolunun problem durumu için uygun olmadığı ve matematiksel model oluşturulmadığı görülmüştür. Model oluşturma yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: Çözüm kağıdı incelendiğinde işlemlerin zihinden yapıldığı ulaşılan cevabın yazıya döküldüğü görülmüştür. Çözüm yolunun problem için uygun olmaması sebebiyle matematiksel çalışma yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Öğretmen adayının sonucu veya çözümü yorumlamaya dair hiçbir ifadede bulunmadığı belirlenmiştir. Yorumlama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Öğretmen adayının işlemlerini kontrol etmediği ve kendi yaşamından yola çıktığı için çözümünü mantıklı bulduğu belirlenmiştir. Doğruluğuna nasıl emin olduğu sorulduğunda ise '*Soruyu okurken olsa olsa en fazla 40 tane sığar demiştim. İşlemleri ona göre yapmadım ama sonuç tutunca mantıklı bir çözüm yaptığımı düşündüm*.' cevabını vermiştir. Doğrulamaya yönelik göstergelerden hiçbirine ilişkin veri edilmemesi sonucunda doğrulama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Çözüm kağıdındaki çözümü raporuna taşımıştır. Bir su bardağının 100 g pirinç aldığı, bir pirinç tanesinin 0,25 g geleceği ve bir küp şekerin 10 pirinç tanesi kadar alan kaplayacağı varsayımlarını yazmıştır. Ulaşılan pirinç tane sayısını 10a bölerek küp şeker sayısının bulunacağını belirtmiştir. İşlemi zihinden yaparak bir su bardağına 400 adet pirinç tanesinin sıcağını bulmuştur. Daha sonra 400:10 işlemi ile su bardağına 40 küp şeker sığar cevabına ulaşmıştır. Çözüm sürecinin anlaşılır şekilde aktarılmasına rağmen çözüm yolunun problem yapısına uygun olmaması (bknz Şekil 4.38) nedeniyle sunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.



228 x 4= 992

4. Sorunun Raporu

Soruyu ilk duyduğumda aklıma günlük hayatta her zaman yaptığım su bardağıyla pirinc ölçme geldi. Bir su bardağının 100 gr pirinc aldığını biliyordum. Bir pirinc tanesinin ağırlığının 0,25gr geleceğini düşündüm. Bundan dolayı bir su bardağına 400 pirinc tanesinin sığacağını düşündüm. Bir küp şekerin kapladığı alanı 10 pirinc tanesinin kaplayacağını düşündüm. Toplam pirinc tanesini 10'a bölerek bir su bardağına ne kadar küp şeker sığacağını buldum.

400 ÷ 10=40 tane küp şeker sığar bir su bardağına.

Şekil 4.38: Biray'ın problem 4'e ait raporu.

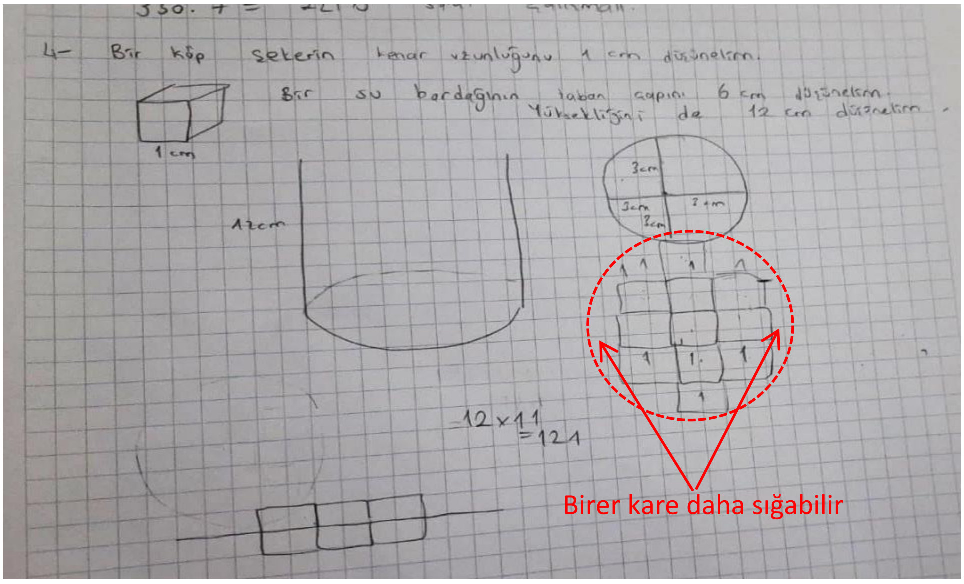
Özge'ye Ait Bulgular

Anlama yeterliği: Öğretmen adayı problem durumunu üç boyutlu bardak ile küp şeker çizerek özetlemiş ve isteneni doğru ifade etmiştir. Anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: İlk aklına gelen düşünce küpler parçalanmayacağı için küpleri bardağa sıralı bir şekilde yerleştirmek olmuştur. Çözüm yolunu ise 'tabanın kaç küp şeker alacağını belirledikten sonra yüksekliğe bağlı kat hesaplaması yapma' şeklinde oluşturmuştur. Böylelikle değişkenlerin tabandaki küp şeker sayısı ve kat sayısı olduğu belirlenmiştir. Küp şekerin bir ayrıt uzunluğunu 1 cm varsaymıştır. Bardağı silindir ve tabanını daire şeklinde çizen öğretmen adayı kaç tane küp şekerin yan yana gelerek bardağın zeminine yerleşeceğini düşünmüştür. Böylelikle taban çapına 6 cm ve yüksekliğe 12 cm değerlerini göz kararı vermiştir ve çözüme geçmiştir. Değişkenleri ve arasındaki ilişkiyi oluşturduğu ve sayısal değerleri verirken gerçekliği göz önünde bulundurması nedeniyle varsayımda bulunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Model oluşturma yeterliği: Bardağı silindir, tabanı daire, küp şekeri 3 boyutlu küp şekilde çizmesi ve ayrıt uzunluğu, yükseklik, çap gibi ifadeleri kullanması geometrik şekillerin ve cisimlerin özelliklerini bildiği ve uygun şekilde kullanabildiği sonucu çıkarılmıştır. Tabana küp şekerleri yerleştirme ve sonrasında aynı katları üst üste sürdürme fikrini matematiksel olarak doğru oluşturulmuş fakat matematiksel model şeklinde sunulmamıştır. Dolayısıyla model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: Öğretmen adayının küp şekerleri tabana yerleştirme işlemi için öncelikle daire çizdiği ve daire üzerinde merkez ile yarıçapları belirlediği görülmüştür. Bu çizim detaylı incelendiğinde yarıçapın uzunluğunu 3 cm bulunduğu fakat merkezin ve yarıçapların doğru şekilde konumlandırılmadığı fark edilmiştir. Ayrıca küp şekerlerin çizilen dairenin içerisine değil altındaki boş alana 6cm'lik çap uzunluğuna sığacak şekilde yerleştirilmeye çalışıldığı görülmüştür. İlk olarak küp şekerleri 3x3 formatında yerleştiren öğretmen adayı bu yerleşimde boşlukların fazla kaldığını düşünerek üst ve alt kısma birer tane daha ekleyip çözüm kağıdında yer alan yerleşim düzenini oluşturmuştur. Dolayısıyla tabana 11 tane küp şeker yerleştirilebildiği sonucuna ulaşmıştır. Küpün bir ayrıt uzunluğu 1 cm ve silindir şeklindeki bardağın yüksekliği 12 cm olduğundan tabandaki yerleşimin üst üste 12 defa oluştuğunu düşünmüştür. Cevap için 11x12=121 işlemi yapılmıştır. Yapılan bu işlemde işlem hatası olduğu 132 olması gereken cevabın 121 olarak yazıldığı belirlenmiştir. Ayrıca dikey olarak 5 küp şeker sığdırabiliyorsa yatay olarak da 5 küp şeker sığıyor olmalıydı (Şekil 4.39). Çizim ve işlem hataları nedeniyle matematiksel çalışma yeterliği için 1 puan verilmiştir.



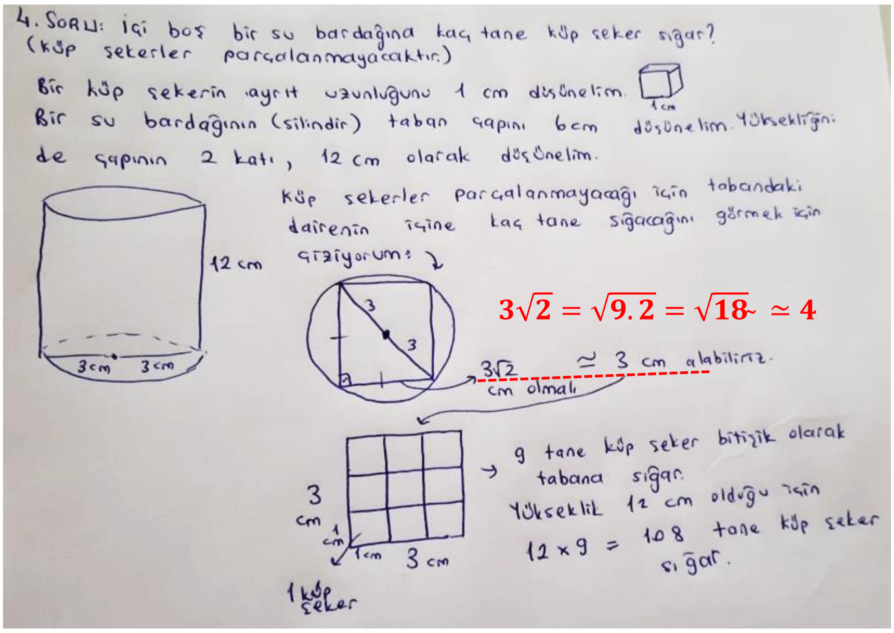
Şekil 4.39: Özge'nin problem 4'e ait çözüm kağıdı.

Yorumlama yeterliği: Ulaştığı sonucu *'Çok yüksek çıkıyor, bardağa 121 tane sığması çok zor.'* şeklinde yorumlamıştır. Bu değerlendirme doğru olup gerekçesiyle açıklanmamıştır. Çözüme ilişkin yorumlama göstergelerinin belirlenmemesi nedeniyle yorumlama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Çözümünü kontrol etmediğini belirten öğretmen adayı çözümünü sunumu esnasında sorgulamıştır. Düşündüğü çözüm yolunu mantıklı bulmuştur. '*Bir yerde yanlış değer verdim, bilmiyorum*.' diyerek varsayımlarını gözden geçirmiş fakat verdiği değerleri değiştirmemiştir. Küp şekerleri yerleştirme düzenini '*Yanda çizdiğim şekil gibi bir şey yaptım. Ama eksik yapmışım sanırım*.' şeklinde değerlendirmiş ve eksiğini bulup gidermeye çalışmıştır. Orta sağ-sol bölümünü kastederek '*Üç tane koyduğum zaman 3 cm yapıyor yanlarından. Ama bunu ben altıya çıkaramam çünkü oval geliyor. Maksimum 4 ya da 5 mi oluyor bilmiyorum*.' demiştir. Kısa bir süre çözüm kağıdını inceledikten sonra '*Tabana dümdüz yerleşmeyecek, kare gibi yerleşecek sanırım. Ben orda yukarıya birer tane sonradan koydum da büyük ihtimalle kare gibi olacak, dairenin içinde büyük bir kare olur. Aslında öyle yapacaktım sonra hadi çizip yapayım dedim. Bir dairenin içinde* *maksimum kare olur herhalde. Yani 11 tane olmamalıydı. 9 tane sığıyor.*' ifadeleri ile ilk düşündüğü3x3 yerleşim düzenine geri dönmüştür.

Modelleme sürecinde önceki adımlara geri dönmüş, varsayımlarının üzerinden geçmiş ve son olarak 3x3 yerleşim düzeninde karar kılmıştır. Düzenlemeyi burada bitirmiş çözümünü devam ettirmemiştir. Diğer göstergelerin tespit edilmemesi sebebiyle doğrulama yeterliğine 1 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Raporu incelendiğinde öğretmen adayının çözüm yolu ve varsayımlarını değiştirmediği fakat küp şekerlerin tabana yerleşimini değiştirmesi nedeniyle sonucun değiştiği görülmüştür. Mevcut çözümünde olduğu gibi bir bardak küp şeker çizmiştir. Küp şekerin bir ayrıt uzunluğunu 1 cm, silindir şeklindeki bardağın taban çapını 6 cm ve yüksekliğini çapın 2 katı (12 cm) varsaymıştır. Sunumu esnasında küp şekerlerin daire içerisine kare oluşturacak şekilde yerleşeceğini düşünen öğretmen adayı su bardağı tabanına kaç küp şekerin yerleşeceğini belirleyebilmek için daire içine kare çizmiştir. Kareyi çap yardımıyla köşeden köşeye iki eşit ikizkenara dönüştürmüştür. Bu durumda hipotenüs 6 olmuş, Pisagor bağıntısını zihinden yaparak ikizkenarların aynı zamanda karenin kenarlarının $3\sqrt{2}$ cm olduğu bulmuş ve bu değeri yaklaşık olarak 3 cm almıştır. Fakat $3\sqrt{2}$=$\sqrt{18}$ olduğundan ve bu değer de $4 = \sqrt{16}$ e daha yakın olduğundan karenin kenar uzunluğunun 3 cm yerine 4 cm olarak alınması gerekirdi(Şekil 4.40). Çizim ile karenin bir kenarı 1 cm lik üç eş parçaya ayrılmış böylelikle tabana 9 adet küp şeker yerleşebilir sonucuna ulaşmıştır. Son olarak 'yükseklik 12 cm olduğu için' yazarak 12x9 işlemi yapılmış nedeni açıklamamıştır. Sunumundaki açıklamasından hareketle yüksekliğin 12 cm kabul edilmesi nedeniyle daire tabanına yerleşen 9 kare üst üste 12 defa yerleşmiştir. Bardağın içerisindeki küp şekerleri bulmak için 12x9 işlemi ile sonuç 108 olarak bulmuştur. Raporun hata içermesi ve çözümdeki açıklamaların yetersiz oluşu nedeniyle sunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

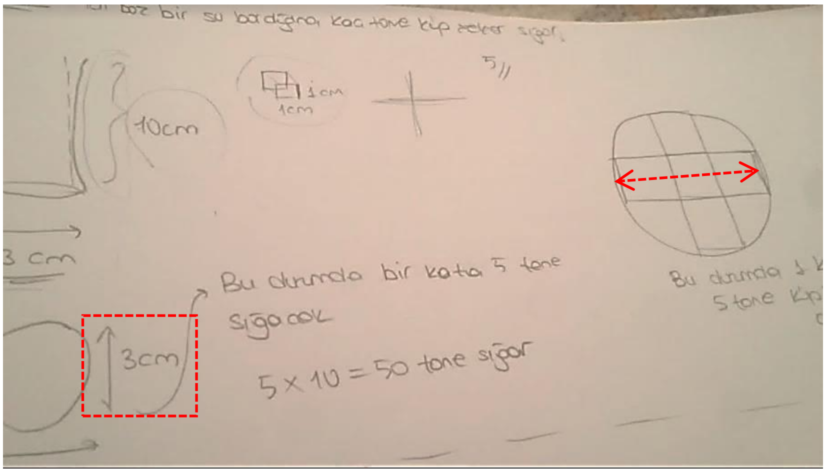


Şekil 4.40: Özge’nin problem 4'e ait raporu.

Yağmur’a Ait Bulgular

<u>Anlama yeterliği</u>: Öğretmen adayı sorunun günlük yaşamdan bir durum olduğunu belirtmiş, soruyu kendi kelimeleri ile *‘Küp şekerleri kullanarak bir su bardağı dolduracağım ne kadar şekere ihtiyacım olacak’* şeklinde ifade etmiş ve çözüm kağıdına bardak ile küp şeker çizmiştir. Anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

<u>Varsayımda bulunma yeterliği</u>: Çözüme tabana küp şekerleri yerleştirerek başlaması gerektiğini düşünen öğretmen adayı ilk adım olarak küp şekerin ayrıt uzunluğuna ve bardağın çapına değer vermiştir. Küp şekerin bir ayrıt uzunluğunu 1 cm olarak kabul etmiştir. Tabana 3 küp şekerin yan yana sığacağını ve bir miktar da boşluk kalacağını düşünmüş ve buna bağlı olarak taban çapına 4 değil, 3 değil, 3 küsür değer verdiğini vurgulamıştır. Fakat çiziminde bardak çapını 3 cm ve bardağın yüksekliğini ise 10 cm varsaymıştır. Çözüme yönelik oluşturulan çizimlerde su bardağının aşağıdan yukarıya genişleyerek ilerlediği fakat varsayım oluşturulurken bardağın silindir şeklinde düşünüldüğü belirlenmiştir. Çözüm için değişkenler bardağın tabanına sığan küp şeker sayısı ve tabandaki yapının kaç defa üst üste tekrar edeceği olarak belirlemiştir. Değişkenlerin ve değişkenler arası ilişkinin oluşturulmasına rağmen Şekil 4.41’de gösterildiği şekilde çap uzunluğuna ait tutarsızlık sebebiyle varsayımda bulunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.



Şekil 4.41: Yağmur'un problem 4'e ait çözüm kağıdı.

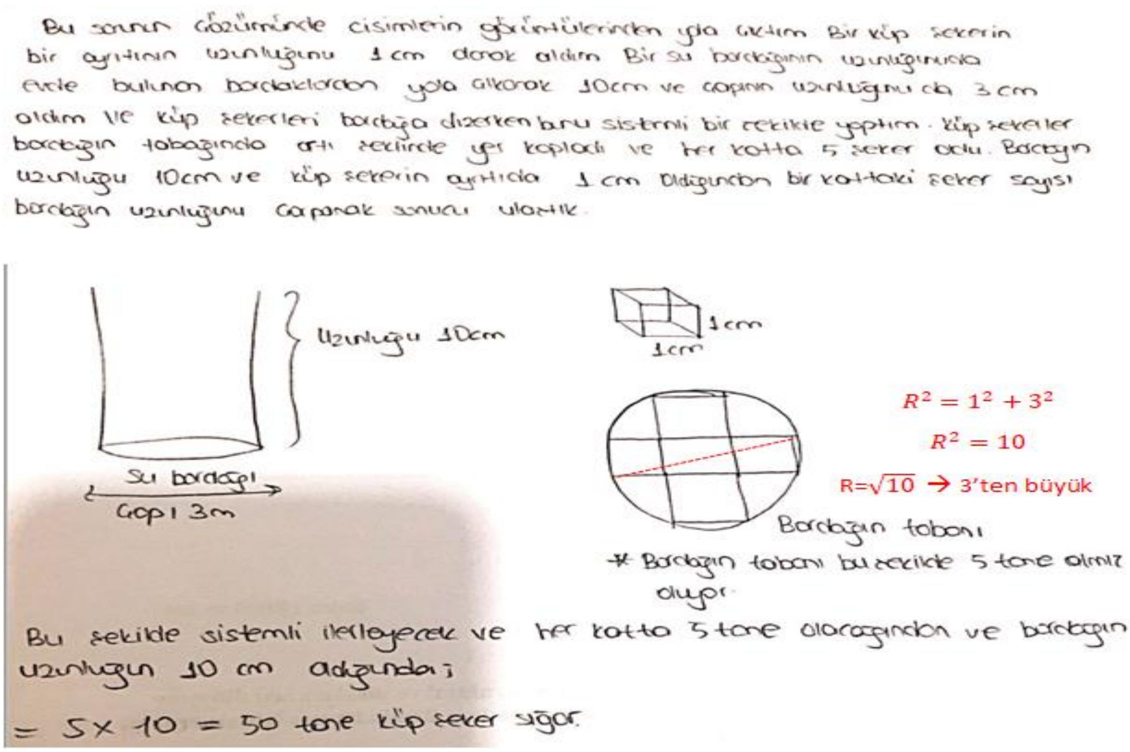
Model oluşturma yeterliği: Öğretmen adayının çözüm için geometrik şekil ve cisimlerin elemanlarını yerinde kullanabildiği, tabana 3 küp şeker yan yana yerleştirildiğinde daire çapını 3 küsür kabul etmesinin matematiksel açıdan doğru olduğu ve dairenin içerisine kareleri yerleştirirken çapa dikkat ettiği belirlenmiştir. Matematiksel bilgilerin doğru ve dikkatli kullanılmasına rağmen çözüm için matematiksel bir model geliştirilmemesi nedeniyle model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: Öğretmen adayı bardağın tabanına 5 adet küp şekerin artı biçiminde yerleşeceğini düşünerek çözümünü gerçekleştirmiştir. Toplam küp şeker sayısını bulmak için '*Ayrıtı 1 cm aldığım için eğer ki bir katında 5 tane oluyorsa*' demiş ve 10 kat olduğunu belirterek 5x10=50 işlemini yapmıştır. Çözüm kağıdında yer alan daire içerisindeki beş küp şeker yerleşimini sunumu esnasında oluşturmuştur. Burada çap uzunluğunda hata meydana gelmiştir. Çapı 3 cm alması durumunda üç küp şeker şekildeki gibi yanayana geleme, gelirse de çap 3 cm den büyük olur. Çözümün hatasız görünmesine rağmen tabandaki küp şeker yerleşim düzeninde matematiksel açıdan hata olması nedeniyle matematiksel çalışma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Elde edilen sonuç ve çözüm yolu yorumlanmamıştır. Yorumlama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Öğretmen adayı doğrulama göstergelerinden hiçbirini sergilememiştir. Doğrulama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Varsayımlarını çizimler üzerinde belirtmiş ve yazı ile açıklanmıştır. Küp şekerin ayrıt uzunluğuna (1cm) ve bardağı yüksekliğine (10 cm) ait varsayımlarını değiştirmemiş olup taban çapını 3 cm almıştır. Bu değerleri evde bulunan nesnelerden yola çıkarak verdiğini belirtmiştir. Tabana 5 küp şekeri artı şeklinde yerleştirmiş, bu yerleşimi çizim ile belirtmiş fakat matematiksel olarak açıklamamıştır. Bu yerleşimin her katta aynı olacağını belirtmiş fakat bardak yüksekliği 10 cm ve küp şeker ayrıt uzunluğu 1 cm olduğundan üst süte 10 katın oluşacağını ifade etmemiştir. 5x10 işlemi ile 50 sonucunu bulmuştur. 5 küp şekerlik yerleşim düzenine Pisagor bağıntısı uygulandığında çapın 3 cm olmaması (Şekil 4.42) ve çözümün matematiksel olarak yetersiz kalması nedeniyle sunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.



Şekil 4.42: Yağmur’un problem 4'e ait raporu.

4.5 ‘Problem 5: Düşen Yaprak’a İlişkin Bulgular

Problem 5’e ilişkin matematiksel modelleme yeterlik puanları Tablo 4.5’te özetlenmiştir. Ortalama puanlar incelendiğinde en başarılı olunan yeterlik 2 puan ile anlama yeterliği iken en başarısız olunan yeterlik 0,6 puan ile yorumlama ve doğrulama yeterliği olmuştur.

Tablo 4.5: Problem 5'e ilişkin matematiksel modelleme yeterlik puanları

Öğretmen adayı	Anlama yeterliği	Varsayımda bulunma yeterliği	Model oluşturma yeterliği	Matematiksel çalışma yeterliği	Yorumlama yeterliği	Doğrulama yeterliği	Sunma yeterliği
Eylül	2	2	1	2	1	1	2
Deniz	2	2	1	2	0	1	2
Biray	2	1	1	1	1	1	1
Özge	2	1	1	0	1	0	1
Yağmur	2	2	1	2	0	0	1
Ortalama	2	1,6	1	1,4	0,6	0,6	1,4

Eylül'e Ait Bulgular

Anlama yeterliği: Öğretmen adayı soruyu okuduğunda tüm Türkiye'deki yaprak sayısını bulmanın uzun ve karmaşık olacağını düşündüğünü belirtmiştir. İfadesinde soruda isteneni aktardığı için anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

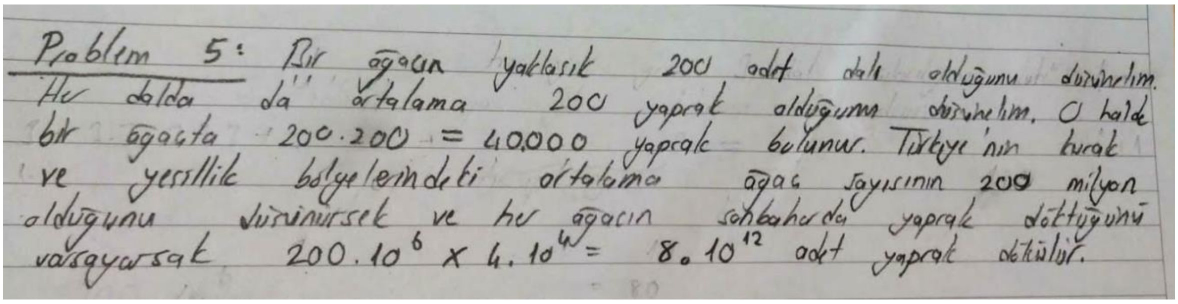
Varsayımda bulunma yeterliği: Çözüm için bir ağaçtan Türkiye'ye genelleme yapmayı düşünmüştür. Bir ağaçtaki yaprak sayısını bulabilmek için üç farklı yol denemiştir.

İlk denediği çözüm yolu fraktal olmuştur. '*Ağacımız ilk fidan şeklinde sonraki her yıl ondan farklı farklı dallar çıkıyor. Sonra her daldan tekrar dallar çıkıyor derken birçok dal meydana gelmiş oluyor. Bunları hiç budamazsak ortada iyi bir fraktal örneği oluyor aslında. Tabi eşit çıktığı sürece. Tabi ağaçlarda böyle bir şey söz konusu değil. Belki de öyledir, bu bir örnek olabilir. Böyle yola çıkarak bunların sayısını bulacaksın. Mesela 10 yılda ya da 20 yıllık bir ağaçta olabilecek dal sayısı falan.*' diyerek fraktal kurgusunu oluşturan öğretmen adayı işlemlerin karışık olacağına kanaat getirmiş ve fraktal ile çözümden vazgeçmiştir.

İkinci olarak bitkilerde altın oran olduğunu bildiğini belirterek altın oran ile çözüm yolu üretmeyi denemiştir. '*İlk 1 dalı varsa sonra tekrar 1 çıkartacak. Sonra 2 sonra 3 derken 10 yıl sonra kaç tane dal olacak?*' şeklinde çözüm arayışına girmiş fakat bu yol ile sonuca ulaşmanın zor olacağını düşünmüş ve altın oran çözümünü bırakmıştır.

Son olarak sorunun basit yaklaşımlarla çözülebileceğini düşünerek kendi deneyim ve bilgilerinden yola çıkarak varsayımlar oluşturmuştur. *'Bizim bahçemiz var. Sonbahar* *geldiğinde yaprak döküyorlar normal olarak. Ben tamamen aslında buradan yola çıktım ve ağaçların küçüklüğünden dikilme anından itibaren şu anki süreçlerine kadar hepsini gözlemleme şansım oldu.'* diyerek bir ağaçta yaklaşık 200 adet dal olduğunu varsaymıştır. Bahçelerindeki ağaçları kastederek *'Ağaçlara bakıyoruz, içine tırmandığımızda veya sonbaharda, mesela şuan bizim bahçemizin yerleri yapraktan gözükmüyor, çok fazla yaprak var ve küçük bir sayı verirsem bunun asla tutarlı olmayacağını düşündüm'* diyerek her daldaki yaprak sayısına ortalama 200 değerini vermiştir.

Türkiye'de kaç ağaç olduğunu internetten araştırdığını ama net bir sonuç bulamadığını belirten öğretmen adayı Türkiye'de yeşillik alan olduğu kadar yeşillik olmayan alanın da fazla olduğunu belirtmiştir. Ağaç dikme faaliyetlerini takip ettiğini ve buna ilişkin yayınlarda '*Senede 1 milyon ağaç dikildi.*' ya da '*Fidan sayımız şu milyona ulaştı.*' şeklinde ifadeler duyduğunu söylemiştir. Kişi başına 2-3 ağaç düştüğünü düşünen öğretmen adayı Türkiye'deki ağaç sayısına önce 300 milyon demiş sonra bu sayıyı 200 milyona düşürmüştür. Bu düşüşü '*300 milyon Türkiye nüfusunun baya fazla katı. O kadar çok yoktur.*' şeklinde açıklamaya çalışmıştır. Buna göre değişkenler Türkiye'deki ağaç sayısı, bir ağaçtaki dal sayısı ve bir daldaki yaprak sayısı olmuştur. Şekil 4.43'te görüldüğü üzere değişkenlerin çözüm yoluna uygun belirlenerek ilişkilendirilmesi ve varsayımların yeterince açık ifade edilmesi nedeniyle varsayımda bulunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.


Problem 5: Bir ağacın yaklaşık 200 adet dalı olduğunu düşünelim. Her dalda da ortalama 200 yaprak olduğunu düşünelim. O halde bir ağaçta 200.200 = 40.000 yaprak bulunur. Türkiye'nin toprak ve yeşillik bölgelerindeki ortalama ağaç sayısının 200 milyon olduğunu düşünürsek ve her ağacın sonbaharda yaprak döktüğünü varsayarsak $200.10^6 \times 4.10^4 = 8.10^{12}$ adet yaprak dökülür.

Şekil 4.43: Eylül'ün problem 5'e ait çözüm kağıdı.

<u>Model oluşturma yeterliği</u>: Çözüm yolu bir ağaçtan Türkiye'ye genelleme şeklinde belirlenmiştir. Bu genellemeyi oluştururken başlangıçta bir ağaçtaki yaprak sayısı için dal-fraktal ya da dal-altın oran ilişkisini kurmaya çalıştığı fakat bu yaklaşımları matematiksel bir düzene oturtamadığı görülmüştür. Bir ağaçtaki dal sayısı ve bir daldaki yaprak sayısına sezgisel değerler vermiş Türkiye'deki ağaç sayısına ise bilgilerinden yararlanarak değer

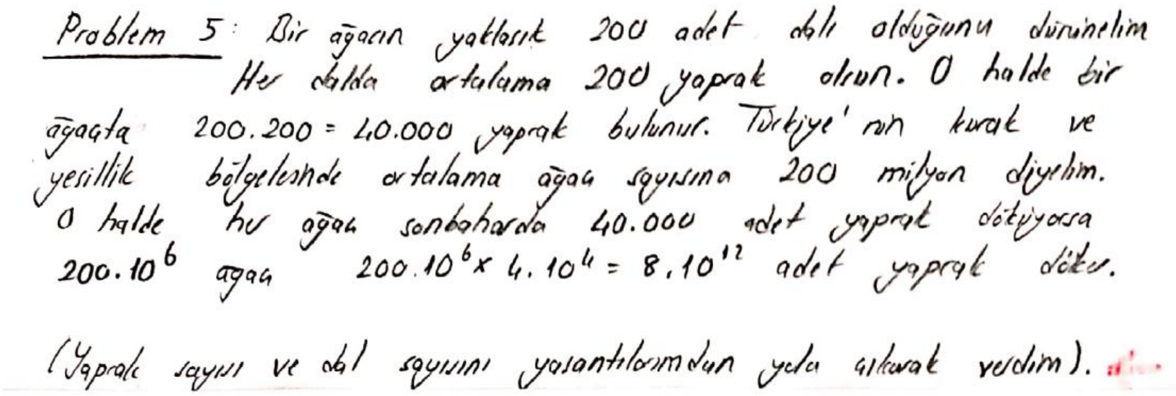
vermiştir. Genelleme için üslü sayılarla çarpma işlemini tercih ettiği ve sonucu bilimsel gösterim formatında sunduğu belirlenmiştir. Çözüm yolunda matematiksel bilgilerin doğru kullanıldığı fakat matematiksel model geliştirilmediği belirlenmiştir. Model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: Çözüm kağıdında ilk olarak bir ağaçtaki dal sayısı(200) ile bir daldaki yaprak sayısının(200) çarpılarak bir ağaçta 40000 tane yaprak olduğunu belirlemiştir. Bu sonucu sonraki işleme 4.10^4 şeklinde aktarmıştır. Türkiye'de 200 milyon ağaç olduğu varsayımını 200.10^6 olarak ifade etmiştir. 200.10^6 x 4.10^4 işlemini zihinden yaparak Türkiye'deki yaprak sayısını 8.10^{12} bulmuştur. Çözümün hatasız ve açık olması nedeniyle matematiksel çalışma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Sunumunda cevabın yaklaşık olduğunu belirtmiştir. Çözüme ilişkin yorumlamada bulunmamasına rağmen sonucu elde ettikten sonra üzerine yetersiz de olsa bir yorumda bulunması nedeniyle yorumlama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Öğretmen adayı cevaba ulaşınca çözümünü baştan sonra kontrol ettiğini, Türkiye'de kaç ağaç olduğunu araştırdığını, net bir bilgiye ulaşamadığını fakat çok büyük sayılardan bahsedildiğini gördüğünü ve varsayımlarını yeniden değerlendirdiğini belirtmiştir. '*Bahçemiz var. Sonbahar da yapraklar döküldüğünde yerler asla gözükmüyor. Bizim bahçemizde bu kadarsa tüm Türkiye'ye genellediğimizde baya bir katı olması lazım ve çıkan sonuç öyle bir sonuçtur.* ' diyerek kendi bahçeleri ile ulaşılan sonucu karşılaştırmıştır. Ulaştığı sonucu büyük bulduğu için çözümünde değişiklik yapma ihtiyacı hissetmemiş, çözümünü olduğu gibi bırakmıştır. Çözümüne yönelik doğrulama çalışmaları yapmış fakat olası farklı durumlar için çözüm üretmemiştir. Doğrulama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Öğretmen adayı raporuna bir ağaçta yaklaşık 200 adet dal ve her dalda ortalama 200 yaprak olduğu varsayımlarını belirterek başlamıştır. Böylelikle bir ağaçta 40000 yaprak olduğunu bulmuştur. Türkiye'deki ağaç sayısını kurak ve yeşillik bölgeleri düşünerek 200 milyon varsaymıştır. Toplam yaprak sayısını 200.10^6 x 4.10^4 işlemi ile 8.10^{12} şeklinde bulmuştur(Şekil 4.44). Raporun altına not düşmüş ve yaprak ile dal sayılarına verdiği sayıları yaşantısından yola çıkarak verdiğini belirtmiştir. Çözümün açık ve hatasız ortaya koyulması nedeniyle sunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.


Problem 5: Bir ağacın yaklaşık 200 adet dalı olduğunu düşünelim
Her dalda ortalama 200 yaprak olsun. O halde bir
ağaçta 200.200 = 40.000 yaprak bulunur. Türkiye'nin kurak ve
yeşillik bölgelerinde ortalama ağaç sayısına 200 milyon diyelim.
O halde bu ağaç sonbaharda 40.000 adet yaprak döküyorsa
200.10^6 ağaç $200.10^6 \times 4.10^4 = 8.10^{12}$ adet yaprak döker.

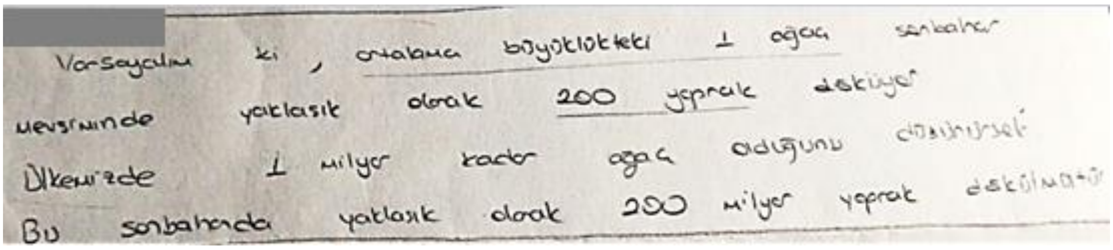
(Yaprak sayısı ve dal sayısını yaşantılarımdan yola çıkarak verdim).

Şekil 4.44: Eylül'ün Problem 5'e ait raporu.

Deniz'e Ait Bulgular

Anlama yeterliği: Sonbaharda düşen yaprak sayısı çok büyük olacağı için sonucun tam olarak bulunamayacağını belirtmiştir. Sorunun özetlenmesi ve sonuca dair tahmin yürütülmesi nedeniyle anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: Çözüm yoluna karar verebilmek için bahçesindeki ağaçları izlemiş, büyüklü küçüklü birçok ağacın olduğunu görmüş ve yeni dikilen ağaçların üzerinde daha az yaprak olduğunu fark etmiştir. Yaprakları birer birer hesaplayamayacağı için '*Ortalama bir değerden ortalama bir sonuç bulabilirim*' fikri aklına gelmiştir. Cevaba ulaşmak için bir ağaçtaki yaprak sayısından Türkiye'deki ağaçların yaprak sayısına genellemeye karar vermiştir. Bu durumda çözüm için değişkenler bir ağaçtaki yaprak sayısı ve Türkiye'deki ağaç sayısı olmuştur. Bir ağaçtan dökülen yaprak sayısını, kendisine az gelse de, 200 olarak almış ve bu sayıyı rastgele vermiştir. '*Geçen sene bir yerde ülkemizde yaklaşık 15 milyar ağaç olduğunu okumuştum.'* diyen öğretmen adayına 15 milyar ağaç çok gelmiş bu sayıyı önce 10 milyara daha sonra 1 milyara indirmiştir. Çözüme ilişkin değişkenler, değişkenler arası ilişki ve varsayımlar açıkça ifade edildiği için varsayımda bulunma yeterliği için 2 puan verilmiştir (Şekil 4.45).


Varsayalım ki, ortalama büyüklükteki 1 ağaç sonbahar
mevsiminde yaklaşık olarak 200 yaprak döküyor
Ülkemizde 1 milyar kadar ağaç olduğunu düşünürsek
Bu sonbaharda yaklaşık olarak 200 milyar yaprak dökülmüştür

Şekil 4.45: Deniz'in problem 5'e ait çözüm kağıdı.

<u>Model oluşturma yeterliği</u>: Öğretmen adayının çözüm için genellemeyi tercih ettiği ve işlem olarak bir ağaçtan dökülen yaprak sayısı ile Türkiye'deki ağaç sayısını çarpmayı seçtiği belirlenmiştir. Belirlenen çözüm yönteminin matematiksel açıdan uygun olması ve doğru kullanılmasına rağmen çözüm için matematiksel model oluşturulmaması nedeniyle model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

<u>Matematiksel çalışma yeterliği</u>: Çözüm kağıdı incelendiğinde matematiksel bir işlem görülmemiştir. Sunum ve bireysel görüşme ifadelerinden yola çıkarak 200x1 milyar işlemini zihinden yaptığı ve cevabı 200 milyar olarak bulduğu belirlenmiştir. Düşünülen çözüm yolu hatasız uygulanması ve sayısal bir sonuca ulaşılması nedeniyle için matematiksel çalışma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

<u>Yorumlama yeterliği</u>: Bireysel görüşme esnasında varsayım olarak düşündüğü 10 milyar ağaç ile ulaşacağı 2 trilyon yaprak sayısının çok ve 1 milyar ağaç ile bulduğu 200 milyar yaprak sonucunun ise az geldiğini ifade etmiştir. Nedeni sorulduğunda neden az ya da neye göre az-çok geldiğini açıklayamamıştır. Yorumlamaya ilişkin göstergelerin elde edilmemesi nedeniyle yorumlama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

<u>Doğrulama yeterliği</u>: Öğretmen adayının modelleme sürecinden iki defa geçtiği belirlenmiştir. İlk çözümünde Türkiye'deki ağaç sayısını 10 milyar kabul etmiştir ve dökülen yaprak sayısını 2 trilyon olarak bulmuştur. Bu sonuç öğretmen adayına çok büyük gelmiştir. Varsayımlarına geri dönerek 10 milyar ağacı 1 milyara düşürmüştür. Yukarıda belirtilen şekilde soruyu çözmüş ve 200 milyar sonucuna ulaşmıştır. Son çözümünü doğru kabul etmiş ve sunmuştur. Öğretmen adayının varsayımda bulunma basamağına geri dönme haricinde doğrulama çalışması yapmaması nedeniyle doğrulama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

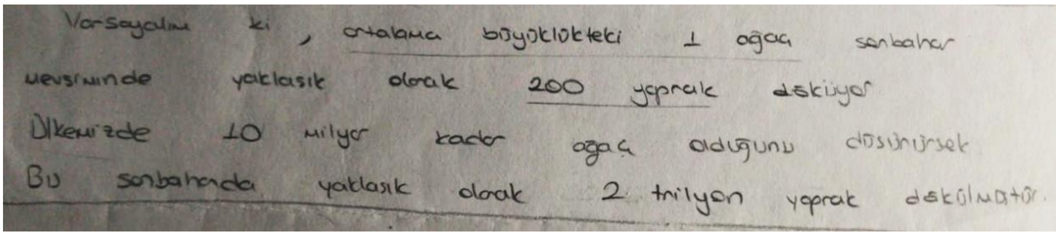
Sunma yeterliği: Raporunda iki çözüm arasındaki geçişi ve son kararını aktarmıştır. Sorunun cevabını bulmanın imkansız olacağını düşünse de çözüm yolu üretmiştir. Ortalama büyüklükteki bir ağaçtan yaklaşık olarak kaç yaprak döküldüğünü bulursa ve bunu Türkiye'deki ağaç sayısıyla çarparsa cevaba ulaşacağını belirtmiştir. Ortalama bir ağaçtan 200 yaprak düşeceğini varsaymış fakat bunu gerekçelendirmemiştir. Türkiye'deki ağaç sayısının 15 milyar olduğuna dair bir bilgi anımsadığını ve geçen sene 15 milyar ise bu sene daha fazladır diye düşündüğünü belirtmiştir. Fakat 15 milyardan fazla ağaç olması çok fazla geldiği için ülkedeki ağaç sayısını 10 milyar varsaymıştır. 10 milyar ile 200 çarparak 2 trilyon cevabını elde etmiştir. Bu sonuç kendisine fazla gelmiş ağaç sayısını değiştirmek istemiştir.

Daha sonra Türkiye'deki ağaç sayısını 1 milyar varsaymış ve aynı çözüm yolu ile 200 milyar sonucuna ulaşmıştır. Bu sonuç başta kendisine doğru gelmiş ve cevap olarak bunu sınıf ortamında sunmuştur. Fakat arkadaşlarının cevaplarını görünce 200 milyar sonucunu az bularak ilk çözümüne geri döndüğünü belirtmiştir(Şekil 4.46). Şekil 4.47'deki çözümü hazırlayarak göndermiştir. Raporda ifade edilen çözüm sürecinin açık ve matematiksel dil açısından hatasız olması nedeniyle sunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Bu problemde ise Türkiye'de bu sonbaharda kaç yaprak dökülmüştür şeklindeydi. Ben bu problemi okuduğumda yine bunun sonucuna ulaşmamızın imkânsız olacağını düşünüyordum. Ancak biraz düşündükten sonra ortalama büyüklükteki bir ağaçtan yaklaşık olarak kaç yaprak döküldüğünü bulsam sonra onu Türkiye'deki ağaç sayısıyla çarpsam hemen hemen bir sonuç bulurum diye düşünmüştüm. Burada ben ülkemizde kaç ağaç vardır bilgisine ihtiyaç duydum. Sonrasında ortalama büyüklükteki bir ağaçtan yaklaşık olarak 200 yaprak dökülebileceğini varsaydım. Burada verdiğim sayı biraz azdı ama bu şekilde düşündüm. Şimdi ülkemizdeki ağaç sayısını yaklaşık olarak bulmalıydım. Geçen sene yaklaşık olarak ülkemizde 15 milyar ağaç olduğuna dair bir bilgi okumuştum. Geçen sene 15 milyarsa bu sene daha da fazladır diye düşündüm ancak bana bu sayı çok çok fazla geldi ve ben ülkemizde 10 milyar ağaç vardır diye varsaydım. Bunun sonucunda 2 trilyon yaprak dökülmüştür sonucuna vardım ama bu sayı bana çok çok fazla gelince 10 milyar ağacı 1 milyar ağaç olarak alma kararına vardım ve sonucumu da 200 milyar olarak değiştirdim. İki sonuç arasında çok fazla gidip geldim 200 milyar çok az geliyordu ancak 2 trilyon da çok fazla geliyordu. Sonucumu tekrardan değiştirmeden 200 milyar olarak gönderdim.

Arkadaşlarımla tartıştıktan sonra ilk bulduğum sonucun daha doğru olduğu sonucuna vardım ve sonucumu değiştirdim.

Şekil 4.46: Deniz'in problem 5'e ait raporu.



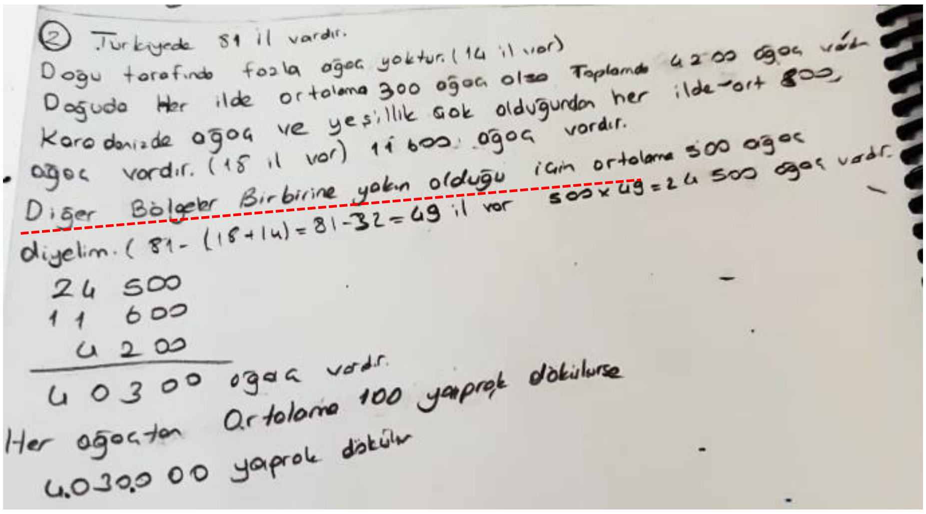
Şekil 4.47: Deniz'in problem 5 için yeniden düzenlediği çözüm.

Biray'a Ait Bulgular

Anlama yeterliği: Öğretmen adayı soruyu okuduğunda gerçeğe yakın sonuç bulunamayacağını, bazı ağaçların yüz tane bazılarının ise bin tane yaprağı olduğunu ve Türkiye'deki ağaç sayısını ve yaprak sayısını nasıl tahmin edeceğini bilmediğini belirtmiştir. Bu ifadelerle sorunun anlaşıldığı görülmüş ve anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: Çözüm yoluna karar vermeden önce tüm Türkiye'deki ağaç sayısını nasıl bulacağını düşünmüştür. '*Türkiye'nin çoğu yerine gittiğim için çoğu ilini şehrini biliyorum. Doğu'da az ağaç olacağını düşündüm. Karadeniz'de çok, Marmara ile Akdeniz de hemen hemen aynı olduğunu düşündüm. İç Anadolu'da ortalama olarak Doğu'daki gibi çok az ama İç Anadolu'da da ağaç var, bir Marmara Bölgesi kadar olmasa da.'* ifadelerini kullanan öğretmen adayı deneyim ve bilgilerinden yola çıkarak bölgeleri ağaç sayısının az–çok olma durumuna göre sınıflandırmıştır. Doğu'daki her ilde 300 ağaç, Karadeniz'de her ilde 800 ağaç ve diğer illerde 500 ağaç olduğunu varsaymıştır. Gerekli hesaplamalarla Türkiye'deki ağaç sayısına ulaşacağını belirtmiştir. Her ağacın ortalama döktüğü yaprak sayısına ise 100 değerini vermiştir. Sayısal değerleri verirken ilk aklına geleni yazdığını ifade etmiştir. Varsayımları oluştururken deneyim ve bilgilere başvurulduğu ve değişkenlerin Türkiye'deki ağaç sayısı ve bir ağacın döktüğü yaprak sayısı şeklinde oluşturulduğu görülmüştür.

Varsayımlar incelendiğinde İç Anadolu Bölgesi'nde Marmara Bölgesi'nden az ağaç olduğunu belirtmesine rağmen sayısal değer kısmında İç Anadolu ile Marmara'nın eş tutulduğu belirlenmiştir (Şekil 4.48). Değişkenlerin ve değişkenler arası ilişkinin belirlenmesine rağmen varsayımlar arasında çelişki durumu oluşması nedeniyle varsayımda bulunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.



Şekil 4.48: Biray’ın problem 5'e ait çözüm kağıdı.

<u>Model oluşturma yeterliği</u>: Türkiye’deki ağaç sayısını bulmak için öncelikle ilden bölgeye çarpma yöntemi ile genelleme yaptığı sonrasında bölgelere ait ağaç sayılarını topladığı belirlenmiştir. Dökülen yaprak sayısı için ise bir ağaçtan tüm ağaçlara benzer şekilde çarpma ile genelleme yaptığı görülmüştür. Çözüm yolunda matematiksel işlemlerin doğru şekilde oluşturulması fakat çözümün denklem, fonksiyon gibi matematiksel model şeklinde oluşturulmaması nedeniyle model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

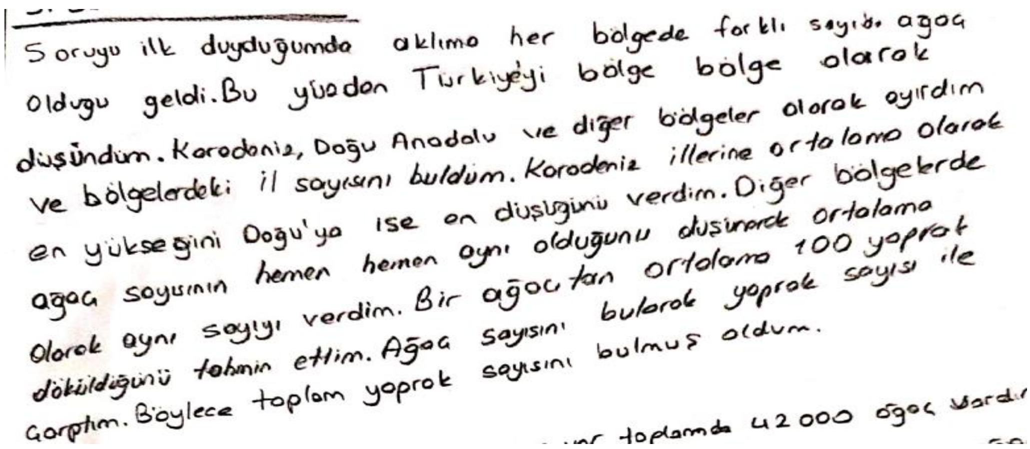
<u>Matematiksel çalışma yeterliği</u>: Çözüm kağıdı incelendiğinde Türkiye’yi Doğu Anadolu, Karadeniz ve Diğer olmak üzere üç bölgeye ayırdığı görülmüştür. Doğu Anadolu Bölgesi’nde il sayısı (14) ile her ildeki ağaç sayısını (300) zihinden çarpmış ve 4200 ağaç olduğunu hesaplamıştır. Karadeniz Bölgesi’nde il sayısı (18) ile her ildeki ağaç sayısını (800) zihinden çarparak 11600 ağaç sonucuna ulaşmıştır. Fakat 18x800=14400 olduğundan Karadeniz Bölgesi için yaptığı işlem hatalı olmuştur. Diğer bölgelerdeki il sayısı için 81 – (18+14) şeklinde çok adımlı işlem oluşturmuştur. 81 ilden ağaç sayısı hesaplanan il sayısını (18+14=32 il) çıkarmıştır. Buna göre geriye kalan 49 ilin her birinde 500 ağaç olduğu varsayımı ile 500x49 çarpma işlemini yapmış ve 24500 ağaç sonucunu elde etmiştir. Üç bölgedeki ağaç sayılarını alt alta yazıp toplayarak Türkiye’deki ağaç sayısını 40300 olarak bulmuştur. Bir ağaçtan 100 yaprak düştüğünü düşünerek çarpma işlemini zihinden yapmıştır. Sorunun cevabını 4 030 000 yaprak dökülür şeklinde bulmuştur. Çözümün işlem hatası içermesi nedeniyle matematiksel çalışma yaklaşımı için 1 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Öğretmen adayı '*Sadece bizim evimizin bahçesinde 10-15 tane ağaç var. Burada eğer 10-15 tane varsa o zaman verdiğim sayılar çok az.*' diyerek çözümünü gerçek yaşam bağlamında değerlendirmiştir. Varsayımlarını az bulmuş dolayısıyla da ulaştığı sonucun az olduğunu belirtmiştir. Genel olarak çözümünü yorumlamamış ve çözümünü genellemeye yönelik bir çalışma gerçekleştirmemiştir. Yorumlama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Öğretmen adayı sunum öncesinde işlemlerini kontrol etmiştir fakat Karadeniz Bölgesi'ndeki ağaç sayısını yanlış hesapladığını fark edememiştir. Çözümünü sunarken '*Çözdüm ama sayıların gerçekçi olmadığına inanıyorum. Daha fazla olduğuna inanıyorum.*' ifadeleri sonucunda ağaç sayılarını arttırmak istediğini belirtmiştir. Varsayımlarına geri dönmüş, ağaç sayılarının yanına bir sıfır eklemiş ve çözümünü düzenlemiştir. Bir ağaçtan dökülen yaprak sayısını(100) makul bulduğunu belirterek değişiklik yapmamıştır. Bu durumda sonuç 1 basamak artmış ve 40 300 00 yaprak olmuştur.

Sunumunu ikinci sırada yapması ve çözüm yolunun ilk sunan kişiden farklı olması nedeniyle öğretmen adayının diğer çözümlerden etkilenmediği düşünülmüştür. Varsayımlarını değiştirerek modelleme sürecini ikinci kez deneyimleyen öğretmen adayı daha büyük bir sonuca ulaşınca çalışmasını bitirmiştir. Ulaştığı yeni sonucu veya mevcut çözüm yolunu doğrulamaya yönelik herhangi bir yaklaşım sergilememiştir. Olası farklı durumlar için çözüm yolunu doğrulama çalışması yürütmemiştir. Ayrıca kontrol etmesine rağmen Karadeniz Bölgesi için yaptığı işlem hatasını fark etmemiştir. Doğrulama yeterliğine ilişkin göstergelerden birine ulaşılması nedeniyle doğrulama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

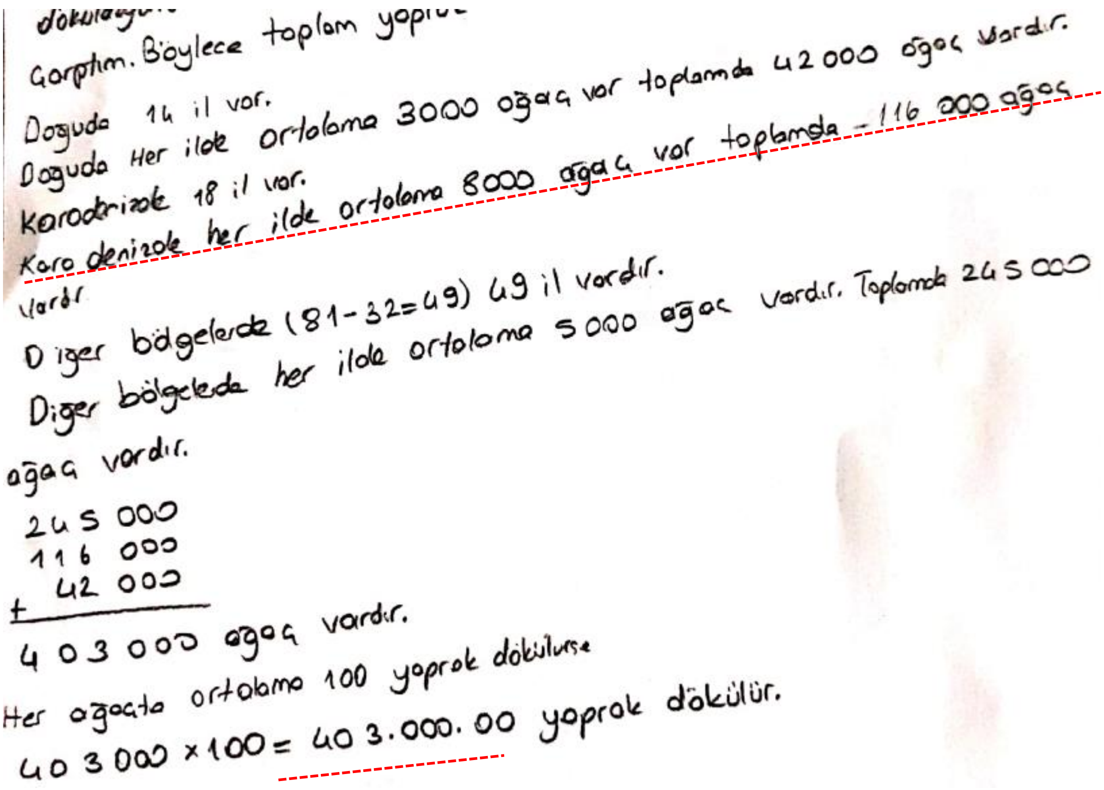
Sunma yeterliği: İkinci çözümün düzenlenerek rapor halinde sunduğu görülmüştür. Öğretmen adayı raporuna varsayımlarını ve çözüm yolunu açıklayarak başlamıştır (Şekil 4.49). Türkiye'yi bölgeler halinde düşünmüş, ağaç sayısının en fazla Karadeniz Bölgesi'nde, en az ağaç Doğu Anadolu Bölgesi'nde ve diğer bölgeler de ise eşit olduğunu varsaymıştır. Bölgelerdeki il sayısı ile varsaydığı bir ildeki ağaç sayısını çarparak bölgelerdeki ağaç sayısını bulmuştur.



Soruyu ilk duyduğumda aklıma her bölgede farklı sayıda ağaç
olduğu geldi. Bu yüzden Türkiye'yi bölge bölge olarak
düşündüm. Karadeniz, Doğu Anadolu ve diğer bölgeler olarak ayırdım
ve bölgelerdeki il sayısını buldum. Karadeniz illerine ortalama olarak
en yükseğini Doğu'ya ise en düşüğünü verdim. Diğer bölgelerde
ağaç sayısının hemen hemen aynı olduğunu düşünerek ortalama
olarak aynı sayıyı verdim. Bir ağaçtan ortalama 100 yaprak
döküldüğünü tahmin ettim. Ağaç sayısını bularak yaprak sayısı ile
çarptım. Böylece toplam yaprak sayısını bulmuş oldum.
var toplamda 42000 ağaç vardır

Şekil 4.49: Biray'ın problem 5'e ait raporunda varsayımları.

Doğu Anadolu Bölgesi'nde 14 il olduğunu yazmış, her ilde ortalama 3000 ağaç olduğunu varsaymış ve 42000 ağaç olduğunu bulmuştur. Karadeniz Bölgesi'nde 18 il olduğunu belirtmiş, her ilde ortalama 8000 ağaç olduğunu varsaymış ve 116000 ağaç sonucuna ulaşmıştır. Buradaki işlem hatasını mevcut çözümünden raporuna taşımıştır (Şekil 4.50). Doğru cevabın 144000 olması gerekir. Diğer bölgelerdeki ağaç sayısını bulmak için önce kalan il sayısını 81-32=49 bulmuştur. Her ilde ortalama 5000 ağaç olduğunu varsayarak 245000 ağaç olduğuna hesaplamıştır. Doğu Anadolu Bölgesi'ndeki ağaç sayısını (42000), Karadeniz Bölgesi'ndeki ağaç sayısını (116000) ve diğer bölgelerdeki ağaç sayısını (245000) toplamış ve Türkiye'deki ağaç sayısını 403000 bulmuştur. Her ağacın ortalama 100 yaprak düşürdüğünü varsaydığından 403000x100 işlemi ile 40300000 yaprak dökülür cevabını elde etmiştir. Cevap incelendiğinde sonucu bölüklere ayırdığı ve bunu yaparken soldan sağa gittiği görülmüştür. 40 300 000 olması gerekirken 403 000 00 şeklinde yazılması yanlıştır (Şekil 4.50). Çözümün açıklığına rağmen hata içermesi nedeniyle sunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.



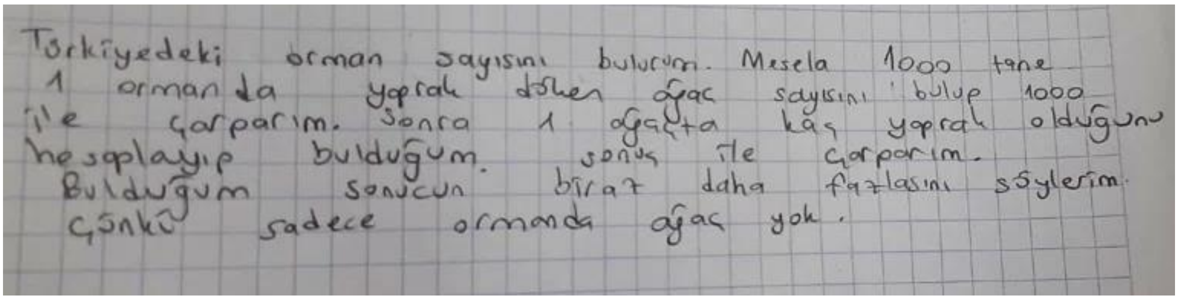
Şekil 4.50: Biray'ın problem 5'e ait raporunda matematiksel çalışma.

Özge'e Ait Bulgular

Anlama yeterliği: Öğretmen adayı problemi okuduğunda aklına ormanlardaki ağaçların geldiğini ve çok yaprak olduğu için hesaplamanın zorlu olacağını düşündüğünü belirtmiştir. Problem durumu doğru şekilde ifade edilmiştir. Anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: Öğretmen adayı çözüm için bir çok yolun olduğunu ve farklı çözümlerin daha fazla adım ile ilave bilgi gerektirdiğini belirtmiştir. *'Daha sayısal veri verilebilirdi, bir dalda kaç tane yaprak var, bir ağacın kaç dalı var. Kaç orman olduğunu verebilirlerdi. Onun dışında ortalama bir ormanın yüzölçümünü verebilirlerdi. Mesela küçükten büyüğe de gidilebilirdi.'* diyerek sorunun çözümü için ihtiyaç duyulan bilgilerin neler olabileceğini dile getirmiştir.

Bir süre düşünerek ormandaki ağaçlardan çözüm geliştirmiştir. Orman sayısı, ormandaki ağaç sayısı ve bir ağaçtaki yaprak sayısından yola çıkarak sorunun çözüleceğini belirtmiştir. Türkiye'de çok fazla orman olmadığını düşünen öğretmen adayı *'81 tane il* *var. Şehirlerarası yollarda da ağaçlar var ormanlar var onları düşündüm. O yüzden yaklaşık olarak o katıdır falan deyip biraz fazla yuvarladım.'* ifadeleri ile Türkiye'de1000 tane orman olduğunu varsaymıştır. Ormanda yaprak döken ağaç sayısı ve bir ağaçtaki yaprak sayısına sayısal değer vermemiştir. Yaprak döken ağaç demesinin nedenini '*Yaprak döken ağaç dedim ormanların çoğunda çam ağacı var ve çam ağaçları yaprak dökmüyor. Yazın kışın yeşil kalıyor. O yüzden yaprak döken ağaç diye belirttim.*' şeklinde açıklamıştır. Değişkenlerin ve değişkenler arası ilişkinin belirlenmesine rağmen bu değişkenlerden sadece bir tanesine sayısal değer verilmiştir(Şekil 4.51). Çözüme ilişkin varsayımların oluşturulamaması nedeniyle varsayımda bulunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.


Türkiyedeki orman sayısını bulurum. Mesela 1000 tane
1 ormanda yaprak döken ağaç sayısını bulup 1000
ile çarparım. Sonra 1 ağaçta kaç yaprak olduğunu
hesaplayıp bulduğum sonuç ile çarparım.
Bulduğum sonucun biraz daha fazlasını söylerim.
Çünkü sadece ormanda ağaç yok.

Şekil 4.51: Özge'nin problem 5'e ait çözüm kağıdı.

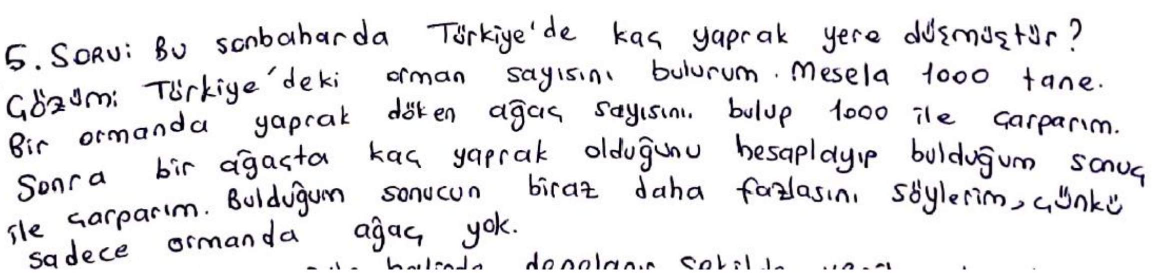
<u>Model oluşturma yeterliği</u>: Orman sayısına değer verirken matematiksel yaklaşım sergilemiştir; il sayısının 10 katını alıp binliğe yuvarlama yapmıştır. Çözüm kağıdında sonuca ulaşmak için yapılacak işlemler ile ilgili bilgi vermiştir ve matematiksel model belirmemiştir. Sunumu esnasında çözüm yolunu '*Türkiye'de kaç orman var? Ormanda kaç ağaç var? Ağaçta kaç yaprak var? Çarparım.'* şeklinde ifade etmiştir. Bu ifadede değişkenleri ve yapılacak işlemleri belirtse matematiksel model olarak düşünüldüğünde eksik kaldığı belirlenmiştir. Değişkenlerin Türkiye'deki orman sayısı, bir ormanda yaprak döken ağaç sayısı ve bir ağaçtaki yaprak sayısı şeklinde ifade etmesi ve bu işlem sonucunda ne bulacağını (Türkiye'de dökülen yaprak sayısı) eşittir(=) sembolü ile belirtmesi doğru olurdu. Modelin sözel olarak oluşturulduğu fakat matematiksel model olarak oluşturulmaması nedeniyle model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

<u>Matematiksel çalışma yeterliği</u>: Öğretmen adayı değişkenlere sayısal değer veremediği için işlem yapamamıştır. Matematiksel çalışma yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Ulaşacağı sonucun daha fazlasını cevap olarak kabul edeceğini belirten öğretmen adayı bu durumu ormanlar dışında da ağaçların olduğunu ifade ederek açıklamıştır. Sayısal sonuç elde edemese de gerçek sonucun bulunan cevaptan büyük olacağını belirtmesi yaşam bağlamında doğru bir yorumdur. Çözüm yolu ve varsayımlarına ilişkin '*Detay yok, sayısal değer veremedim, hesap yapamadım.*' demiş ve çözümünü yetersiz bulduğunu belirtmiştir. Çözümün yetersiz kaldığı şeklindeki değerlendirmesi matematiksel açıdan doğrudur. Model olmadığı için modeli yorumlama ve genelleme çalışmaları yürütememiştir. Yorumlama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Öğretmen adayı '*Gerisini bilmiyorum.*' diyerek çözümünü yarıda bırakmış, kontrol etmemiş ve doğrulama adına hiçbir çalışma yapmamıştır. Doğrulama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Çözümünü yetersiz bulan öğretmen adayı diğer çözümleri gördükten sonra mevcut çözümünde düzenleme yapmamış olduğu gibi raporuna aktarmıştır. Rapor incelendiğinde değişkenleri Türkiye'deki orman sayısı, bir ormanda yaprak döken ağaç sayısı ve bir ağaçtaki yaprak sayısı olarak belirlediği, cevabı bu değişkenlerin çarpımı olarak bulduğu ve bunlardan sadece birine sayısal değer verebildiği belirlenmiştir. Türkiye'deki orman sayısı için '*Mesela 1000 tane*' demiş ama bu değerin nedenini açıklamamıştır. Sorunun gerçek cevabının ulaşılan sonuçtan fazla olacağını yazmış ve nedenini '*Sadece ormanda ağaç yok.*' şeklinde eksik açıklamıştır. Çözüm yolunun belirlenmesine rağmen Şekil 4.52'de gösterildiği şekilde varsayımda bulunma aşamasında kalınması ve sayısal sonuç elde edilememesi sebebiyle sunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.


5. SORU: Bu sonbaharda Türkiye'de kaç yaprak yere düşmüştür?
Çözüm: Türkiye'deki orman sayısını bulurum. Mesela 1000 tane.
Bir ormanda yaprak döken ağaç sayısını bulup 1000 ile çarparım.
Sonra bir ağaçta kaç yaprak olduğunu hesaplayıp bulduğum sonuç
ile çarparım. Bulduğum sonucun biraz daha fazlasını söylerim, çünkü
sadece ormanda ağaç yok.

Şekil 4.52: Özge'nin problem 5'e ait raporu.

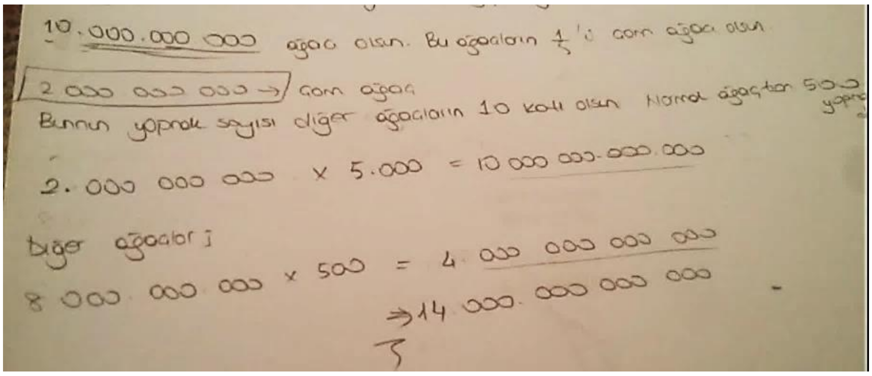
Yağmur'a Ait Bulgular

Anlama yeterliği: Öğretmen adayı soruyu okuyunca düşen yaprak sayısını bulmak için ağaçlarla ilgili gözlem ve deneyimlerini zihninden geçirdiğini ifade etmiştir. Yazın köye gittiklerini ve orada çok fazla ağaç olduğunu, bahçelerinde büyüklü küçüklü ağaçlar olduğunu ve çam ağaçlarının normal ağaçlardan daha çok yaprak döktüğünü düşünmüştür. İstenilenin ifade edilmesi, durumun yaşamla ilişkilendirilmesi ve farklı ağaçların farklı miktarda yaprak döktüğünün belirlenmesi nedeniyle problem durumunun anlaşıldığı görülmüştür. Anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: Çözüme ağaç sayısı ile başlaması gerektiğini düşünen öğretmen adayı gözlemlerinden yola çıkarak çam ağaçlarının diğer ağaçlardan fazla yaprak döktüğünü bu nedenle ağaçları çam ağaçları ve diğer ağaçlar şeklinde isimlendirmiştir. İki grubun döktüğü yaprak sayılarının toplamının problemin cevabını vereceğini belirtmiştir. Bu durumda değişkenler çam ağaçları sayısı, bir çam ağacının döktüğü yaprak sayısı, diğer ağaçların sayısı ve bir ağacın döktüğü yaprak sayısı olmuştur. Türkiye'deki ağaç sayısına on milyar ağaç değerini vermiştir ve on milyar ağacın $\frac{1}{5}$'inin çam ağacı olduğunu varsaymıştır. Bir ağacın döktüğü yaprak sayısını 500 varsaymıştır. Bir çam ağacının döktüğü yaprak sayısına diğer ağaçların yaprak sayısının10 katını alarak 5000 demiştir. Veriler incelendiğinde varsayımlarındaki değerleri rastgele verdiği belirlenmiştir. Çözüm için değişkenler ile değişkenler arası ilişkinin belirlenmesi ve varsayımların oluşturulması nedeniyle varsayımda bulunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Model oluşturma yeterliği: Varsayımlardaki değerler matematik işlemlerinden yararlanarak belirlenmiştir. Türkiye'deki toplam ağaç sayısına 10 milyar vermesi çok büyük sayılar, çam ağaçları tüm ağaçların $\frac{1}{5}$ i kadar olması bütünün basit kesir kadarını bulma ve çam ağaçlarının yaprak sayısı diğer ağaçların yaprak sayısının 10 katı kadar olması bir sayının katları konuları ile ilişkilidir. Çözüm için ise çarpma ve toplama işlemi kullanılmıştır. İki gruptaki ağaç sayısını bulmak için ağaç sayısı ile yaprak sayısı çarpılmıştır ve bu iki sonuç toplanmıştır. Matematiksel fikirlerden yararlanılmasına rağmen matematiksel model oluşturulmadığı için model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: Çözüm sürecinde varsayımlarını belirterek işlemlerini yapmıştır. Çam ağaçlarının bütün ağaçların 1/5 i olduğu varsayılarak zihinden yaptığı işlemler sonucunda 2 000 000 000 adet çam ağacı ve 8 000 000 000 adet diğer ağaçlardan olduğunu bulmuştur. Normal ağaçlarda 500 yaprak ve bir çam ağacında bunun10 katı yaprak olduğunu varsaymıştır. Çam ağaçlarının döktüğü yaprak sayısını 2 000 000 000 x 5 000 işlemi ile 10 000 000 000 000 olarak ve diğer ağaç türlerinin döktüğü yaprak sayısını 8 000 000 000 x 500 işlemi ile 4 000 000 000 000 olarak bulmuştur. Toplam yaprak sayısı için toplama işlemini (10 000 000 000 000 + 4 000 000 000 000) zihinden yapmış ve 14 000 000 000 000 sonucuna ulaşmıştır (Şekil 4.53). Belirlenen işlemlerin hatasız yapılarak sayısal bir sonuca ulaşılması nedeniyle matematiksel çalışma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

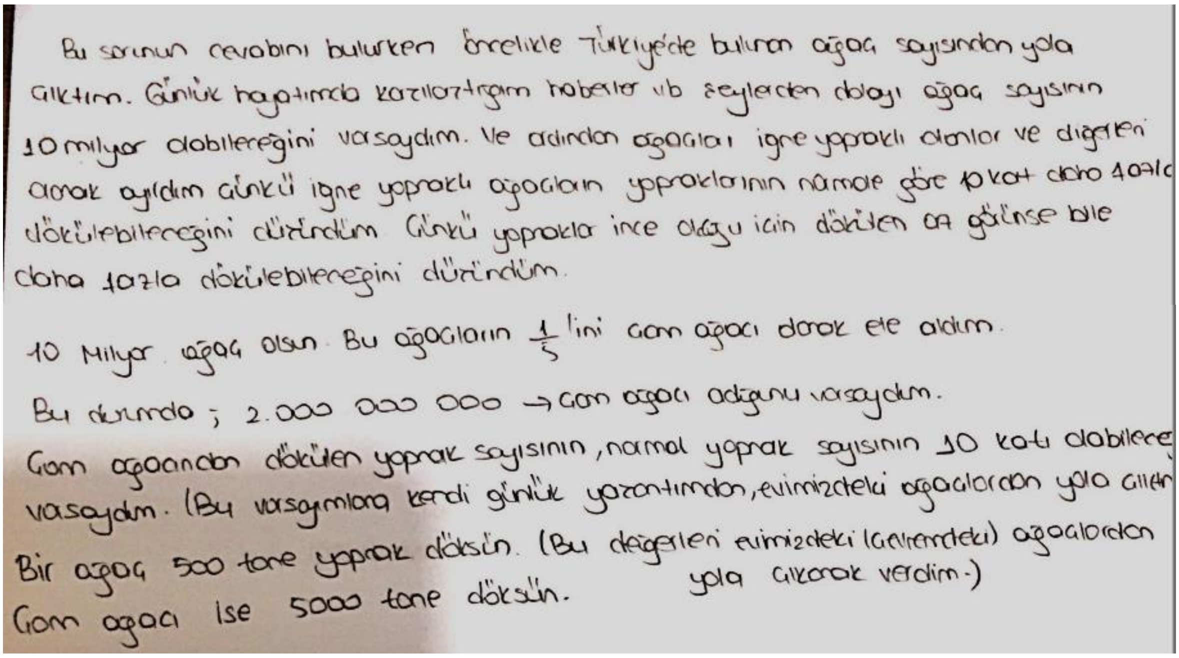

10.000.000.000 ağaç olsun. Bu ağaçların $\frac{1}{5}$'i çam ağacı olsun
2 000 000 000 → çam ağacı
Bunun yaprak sayısı diğer ağaçların 10 katı olsun Normal ağaçtan 500 yaprak
2.000 000 000 x 5.000 = 10 000 000.000.000
Diğer ağaçlar ı
8 000 000 000 x 500 = 4 000 000 000 000
⇒14 000.000 000 000

Şekil 4.53: Yağmur’un problem 5'e ait çözüm kağıdı.

<u>Yorumlama yeterliği</u>: Ulaştığı cevabın altını çizmiş sonuç ve çözüm yolunu yorumlama yaklaşımı sergilememiştir. Yorumlama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

<u>Doğrulama yeterliği</u>: Verdiği sayısal değerlerin gerçekçi olduğunu ve çözüm yolunun doğru olduğunu düşünmüştür ama gerekçelendirmemiştir. Doğrulama yeterliğine ilişkin göstergelere ulaşılamaması sebebiyle doğrulama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

<u>Sunma yeterliği</u>: Raporun ilk bölümünde belirlediği varsayımları açıklamıştır. Haberlerden aklında kaldığı kadarıyla Türkiye’deki ağaç sayısını on milyar varsaydığını belirtmiştir. Gözlemlerinden ve çam ağacının iğne yapraklı yapısından yola çıkarak çam ağaçlarının normalden fazla yaprak döktüğünü dolayısıyla ağaçları çam ağacı ve diğerleri diye ayırdığını ve çam ağaçlarının tüm ağaçların 5’te 1’i kadar olduğunu varsaymıştır. Normal ağaçlar 500 yaprak döküyorsa çam ağaçlarının 5000 yaprak dökebileceğini belirtmiştir. Verdiği değerlerin gözlemlerinden yola çıkarak rastgele verdiği sonucu çıkmıştır (Şekil 4.54).


Bu sorunun cevabını bulurken öncelikle Türkiye'de bulunan ağaç sayısından yola çıktım. Günlük hayatımda karşılaştığım haberler vb şeylerden dolayı ağaç sayısının 10 milyar olabileceğini varsaydım. Ve ardından ağaçları iğne yapraklı olanlar ve diğerleri olarak ayırdım çünkü iğne yapraklı ağaçların yapraklarının normale göre 10 kat daha fazla dökülebileceğini düşündüm. Çünkü yapraklar ince olduğu için dökülen az gözükse bile daha fazla dökülebileceğini düşündüm.

10 Milyar ağaç olsun. Bu ağaçların $\frac{1}{5}$'ini çam ağacı olarak ele aldım.

Bu durumda; 2.000 000 000 → çam ağacı olduğunu varsaydım.

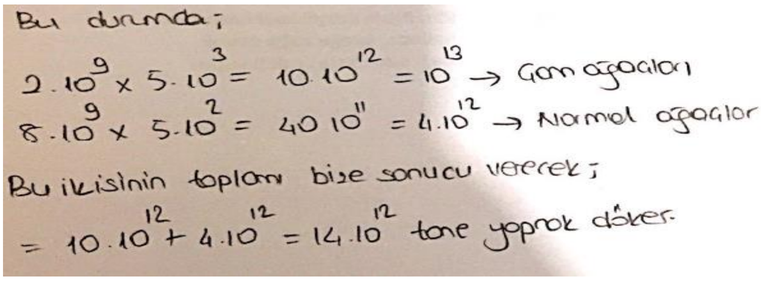
Çam ağacından dökülen yaprak sayısının, normal yaprak sayısının 10 katı olabileceğini varsaydım. (Bu varsayımlara kendi günlük yaşantımdan, evimizdeki ağaçlardan yola çıktım.

Bir ağaç 500 tane yaprak döksün. (Bu değerleri evimizdeki (civarımdaki) ağaçlardan yola çıkarak verdim.)

Çam ağacı ise 5000 tane döksün.

Şekil 4.54: Yağmur’un problem 5'e ait raporunda varsayımlar.

Raporun diğer bölümünde işlemlere yer vermiş olup çözüm kağıdından farklı olarak işlemleri üslü ifadelerle yaptığı görülmüştür(Şekil 4.55). Çam ağaçlarının kaç adet olduğunu bulmak için bölme işlemini zihinden yaparak 2 000 000 000 bulmuş ve çözüm aşamasında bu sayıyı 2.10^9 şeklinde aktarmıştır. Bir çam ağacındaki yaprak sayısı 5000 için 5.10^3 ve normal bir ağaçtaki yaprak sayısı 500 için 5.10^2 üslü ifadelerini kullanmıştır. Çam ağaçlarına ait yapraklar için $2.10^9 x\ 5.10^3$ (çam ağacı sayısı x bir çam ağacındaki yaprak sayısı) işlemini yaparak 10.10^{12} sonucunu elde etmiştir. Bu sonucu 10^{13} şeklinde düzenlemiştir. Normal ağaçların sayısı için on milyardan 2 milyarı zihinden çıkarmıştır. Elde ettiği sekiz milyarı raporda 8.10^9 üslü ifadesi ile ifade etmiştir. Normal ağaçların yaprakları için $8.10^9 x 5.10^2$ (normal ağaç sayısı x normal bir ağaçtaki yaprak sayısı) işlemini yapmış 40.10^{11}sonucuna ulaşmıştır. Bunu düzenleyerek 4.10^{12} haline getirmiştir. Elde edilen iki sonucun toplamının cevabı vereceğini yazmıştır. Üslü ifadelerle toplama işlemi için 10^{13}üslü ifadesini 10.10^{12} haline dönüştürmüş ve 14.10^{12}sonucuna ulaşmıştır.



Şekil 4.55: Yağmur’un problem 5'e ait raporunda matematiksel çalışma.

Öğretmen adayı çözümünü oldukça açık şekilde ifade etmiştir. Fakat son kısımda 10^{13} üslü ifadesi çam ağaçlarının yaprak sayısını veriyorken ok çıkararak ‘çam ağaçları’ ve 4.10^{12} üslü ifadesi normal ağaçların yaprak sayısını ifade ederken ok çıkararak ‘normal ağaçlar’ yazmıştır. Bu durumun okuyucuyu yanlış yönlendirebileceği düşünülmüş ve sunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

4.6 ‘Problem 6: Halının Uzunluğu’na İlişkin Bulgular

Problem 6’ya ilişkin matematiksel modelleme yeterlik puanları Tablo 4.6’da özetlenmiştir. Ortalama puanlar incelendiğinde en başarılı olunan yeterlik 1,6 puan ile anlama yeterliği iken en başarısız olunan yeterlik 0,2 puan ile yorumlama yeterliği olmuştur.

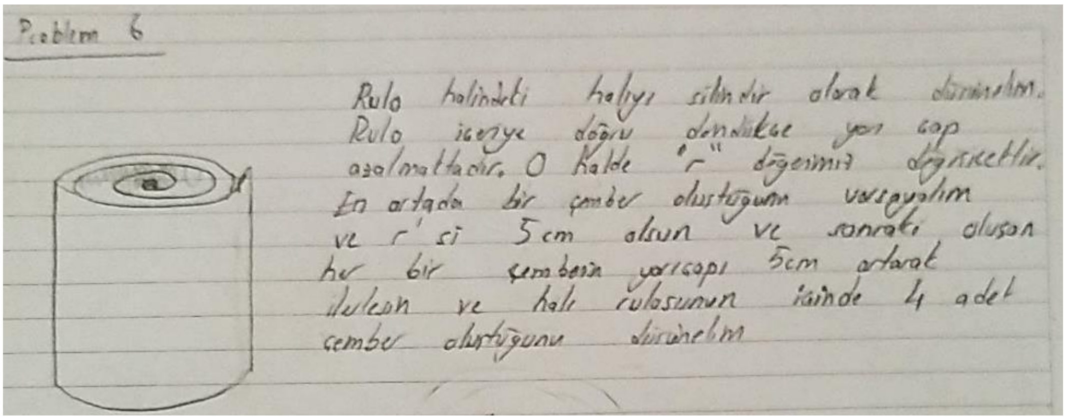
Tablo 4.6: Problem 6’ya ilişkin matematiksel modelleme yeterlik puanları

Öğretmen adayı	Anlama yeterliği	Varsayımda bulunma yeterliği	Model oluşturma yeterliği	Matematiksel çalışma yeterliği	Yorumlama yeterliği	Doğrulama yeterliği	Sunma yeterliği
Eylül	2	2	1	2	1	1	2
Deniz	2	1	1	0	0	0	1
Biray	1	0	1	0	0	0	1
Özge	1	1	1	1	0	1	1
Yağmur	2	1	1	0	0	1	1
Ortalama	1,6	1	1	0,6	0,2	0,6	1,4

Eylül’e Ait Bulgular

<u>Anlama yeterliği</u>: Öğretmen adayı problem durumunu çözüm kağıdına sarmallığa dikkat ederek çizmiş ve ‘*Bu ruloyu açtığımız zaman o kıvrılan kısım bize uzun kenarı verecek.’* ifadesi ile soruda isteneni özetlemiştir. Anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

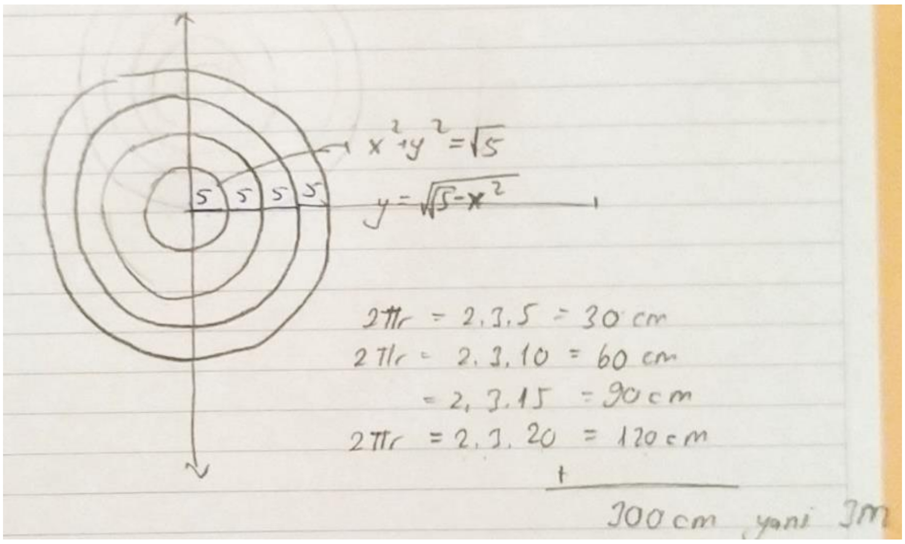
Varsayımda bulunma yeterliği: Rulonun üst yüzünde oluşan sarmal yapıyı ilişkilendirebileceği bir fonksiyon düşünmüş ama bulamamıştır. Daha sonra ruloyu 4 tur sarılmış bir yolluk, bütün yapıyı silindir ve sarmal kısmı içe içe geçmiş dört çember olarak varsaymıştır. Böylelikle uzunluğun yaklaşık değerini bulabileceğini düşünmüştür. İçten dışa doğru ilerledikçe yarıçapların artacağını belirtmiştir. '*Hepimiz temizlik yapıyoruz ya da bir yere gittiğimizde halı ruloları görüyoruz. Onların kalınlıklarının ne olduğunu az çok tahmin ettim. Elimle de işaretlediğimde yarıçapın 5 cm olabileceğini düşündüm ortadaki boşluğu da varsayarsak.'* diyerek en içteki yarıçapa 5 cm değerini vermiş ve bir dıştaki çembere her geçişte yarıçapın 5 cm artacağını varsaymıştır(Şekil 4.56). Çemberlerin çevrelerini hesapladıktan sonra bunların toplamının halı uzunluğunu vereceğini düşünmüştür. Dolayısıyla değişkenler çember sayısı, yarıçap değeri ve çember çevresi olmuştur. Değişkenler ile değişkenler arası ilişkinin oluşturulması ve gerekli sayısal değerlerin belirlenmesi nedeniyle varsayımda bulunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.



Şekil 4.56: Eylül'ün problem 6'ya ait çözüm kağıdında yer alan varsayımlar.

Model oluşturma yeterliği: Varsayımlarında yarıçapı 'r' ile temsil etmiş ve varsayımlarını analitik düzleme aktarmıştır. Analitik düzlemi oluştururken x ekseninin negatif kısmını çizmemiş ve eksenleri isimlendirmemiştir. Bu düzleme merkezi orijin olan ve yarıçapları 5'er artan dört çember çizmiştir. Çözüm için iki farklı model üzerinde çalıştığı görülmüştür. İlk çözümü deneme olarak kalmıştır. En içte yarıçapı 5 olan çemberden ok çıkartarak $x^2+y^2=\sqrt{5}$ denklemini ve y'yi yalnız bırakarak $y=\sqrt{\sqrt{5}-x^2}$ denklemini oluşturmuştur (Şekil 4.57). Bu çözüm yolunun devamını getirememiş bu şekilde bırakmıştır. Oluşturulan çember denkleminin hatalı olduğu belirlenmiş olup merkezi orijin ve yarıçapı 5 cm olan çember denkleminin $x^2+y^2=5^2$ olması gerekmektedir.

İkinci ve esas çözümü çemberin çevre formülünden yola çıkarak çemberlerin çevre uzunlukları toplamı olmuştur. Çözüm kağıdında 4 çember için $2\pi r$ çevre formülünü yazdığı ve π değerini 3 kabul ettiği görülmüştür. Farklı çember sayıları için çevreleri birleştiren genel bir toplama modeli geliştirmemiş dolayısıyla çözüm yolu matematiksel model olarak eksik kalmıştır. Genel olarak incelendiğinde ilk çalışmanın hatalı olması ve ikinci çalışmanın eksik kalması nedeniyle model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.



Şekil 4.57: Eylül’ün problem 6’ya ait çözüm kağıdında yer alan çözüm.

<u>Matematiksel çalışma yeterliği</u>: Çözüm kağıdı incelendiğinde çemberlerin çevreleri toplamı ile cevaba ulaşıldığı görülmüştür(Şekil 4.57). En içteki çemberden başlayarak her çemberin çevresini hesaplamıştır.

En içteki çemberin çevresini $2\pi r$=2.3.5= 30 cm,

Bir sonraki çemberin çevresini $2\pi r$=2.3.10= 60 cm,

Bir tur dıştaki çember için $2\pi r$ formülünü yazmayı unutsa da aynı işlemi yürütmüş 2.3.15= 90 cm,

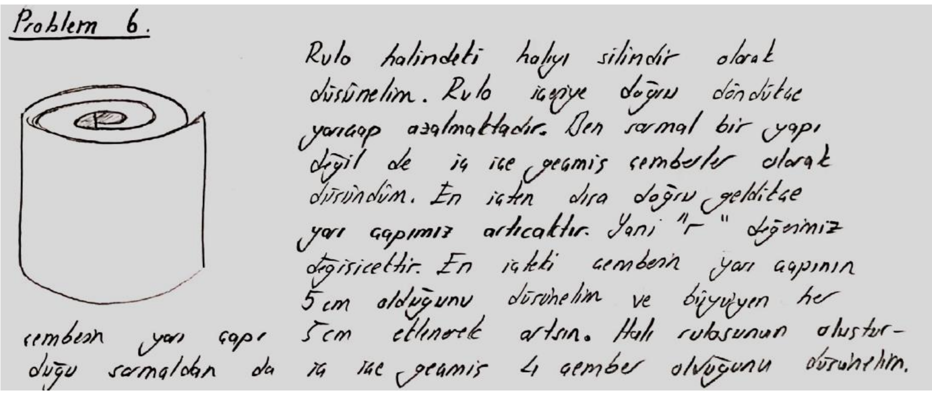
En dıştaki çemberin çevresini $2\pi r$=2.3.20= 120 cm hesaplamıştır.

Alt alta yazdığı bu sonuçların altına toplama işlemi yerleştirerek çevreleri toplamıştır. Ulaştığı 300 cm cevabını 3m şeklinde düzenlemiştir. İşlemlerin çözüm yoluna uygun, hatasız ve anlaşılır olması nedeniyle matematiksel çalışma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Varsayımlarına değinerek sonucu yorumlamıştır. Ruloda sarımlar arası boşlukların mutlaka kalacağını, bol veya sık sarmanın sonucu etkileyeceğini ve kendisinin ortalama sardığını söylemiştir. Sarmalı iç içe geçmiş çemberler olarak varsaydığı için bazı şeyleri göz ardı ettiğini belirtmiş buna bağlı olarak sonucun gerçek sonuçtan farklı ama yaklaşık olduğunu ifade etmiştir. Çözümünü 4 tur sarılı bir yolluk için yaptığını belirtmiş ve ulaştığı 3 m cevabını '*Bence yolluk için uygun bir uzunluk.*' şeklinde yorumlamıştır. Çözümünü ve sonucunü gerçek yaşam bağlamında değerlendirmiş fakat mevcut çözüm dört çember için yapılmış olup genellemeye yönelik bir çalışma yapmamıştır. Dolayısıyla yorumlama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Matematiksel kavram ve ifadeler içerdiği için çözümünün en azından bir ölçüde doğru bir olduğunu düşünmüştür. Bulduğu 3 m cevabını '*Cevabım içime sindi. Değiştirmek istemedim çünkü cevap tam da istediğim gibi çıktı.'* ve '*Yolluklar genelde 2-3 metre olur.*' diyerek doğru kabul etmiştir. Çözüme ve cevaba ilişkin doğrulama yaklaşımı yetersiz bulunmuştur. Dolayısıyla doğrulama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

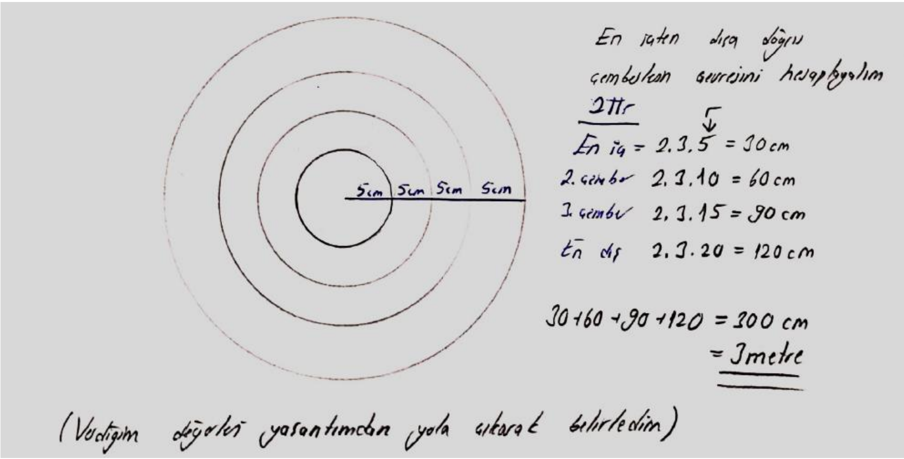
Sunma yeterliği: Mevcut çözümünü organize ederek raporunu oluşturmuştur. İlk kısımda varsayımlarını ifade etmiş ikinci bölümde işlemlerini yapmıştır. Ruloyu silindir olarak ve sarmal yapıyı iç içe geçmiş çemberler şeklinde düşündüğünü belirtmiştir. Bu durumda içeriden dışarıya doğru ilerledikçe yarıçapın büyüdüğünü dolayısıyla r değerinin değiştiğini ifade etmiştir. En içteki yarıçapın 5 cm olduğunu, sonrasındaki yarıçapların 5 cm artarak devam ettiğini ve sarmal yapının iç içe geçmiş 4 çemberden oluştuğunu varsaymıştır. Bu değerleri yaşamından yola çıkarak belirlediğini yazmış fakat nasıl olduğunu tam olarak açıklamamıştır(Şekil 4.58).


Problem 6.

Rulo halindeki halıyı silindir olarak düşünelim. Rulo içeriye doğru döndükçe yarıçap azalmaktadır. Ben sarmal bir yapı değil de iç içe geçmiş çemberler olarak düşündüm. En içten dışa doğru geldikçe yarı çapımız artacaktır. Yani "r" değerimiz değişecektir. En içteki çemberin yarı çapının 5 cm olduğunu düşünelim ve büyüyen her çemberin yarı çapı 5 cm eklenerek artsın. Halı rulosunun oluşturduğu sarmaldan da iç içe geçmiş 4 çember olduğunu düşünelim.

Şekil 4.58: Eylül'ün problem 6'ya ait raporunun ilk bölümü.

Merkezi aynı olan iç içe 4 çember çizmiş ve şekil üzerinde en içteki yarıçapa ve çemberler arasında kalan mesafelere 5 cm değerini yazmıştır. İçten dışa doğru çemberlerin çevrelerini 2πr formülünü kullanarak ve π=3 varsayarak hesaplamıştır. En içteki 1. çember için 2.3.5=30 cm, 2. çember için 2.3.10=60 cm, 3. çember için 2.3.15=90 cm ve en dıştaki çember için 2.3.20=120cm sonucunu bulmuştur. Bu dört çemberin çevrelerini toplayarak 300 cm sonucuna ulaşmıştır. Daha sonra bu değer 3 metreye dönüştürmüş ve cevabın altını çizip bırakmıştır (Şekil 4.59). Çözüm aşamalarının anlaşılır şekilde yazılması ve işlem hatasının olmaması nedeniyle sunma yeterliği için 2 puan verilmiştir.

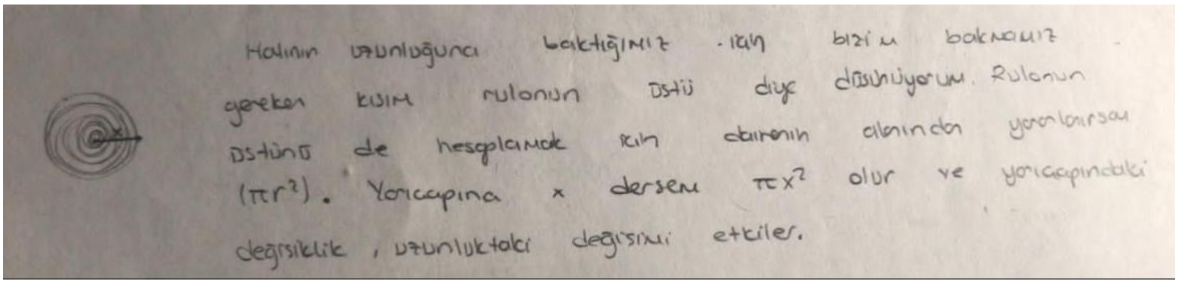


Şekil 4.59: Eylül'ün problem 6'ya ait raporunun devamı.

Deniz'e Ait Bulgular

Anlama yeterliği: Öğretmen adayı '*halının uzunluğuna baktığımız için bizim bakmamız gereken kısım rulonun üstü*' ifadesi ile sorunun odağını belirlemiş ve bu kısmı çözüm kağıdına çizmiştir. İstenen uzun kenar için '*Halıcıya gittiğimizde kestiriyoruz ya mesela uzun bir şey olması lazım.'* diyerek deneyimleri ile cevap arasında ilişki kurmaya çalışmıştır. Anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: Ruloya üstten bakıldığında görüntüyü daireye benzetmiş çözüm için dairenin alanından ilerlemeyi düşünmüştür. Ruloyu incelediğinde içerisinde boşlukların kalacağını ve yarıçaptaki değişimin uzunluğa etki edeceğini belirlemiş fakat yarıçapı nasıl bulacağını bilememiştir. Yarıçap için halının kalınlığına değer vermeyi denemiştir. Halının kalınlığına 1 mm ya da 1 cm değerlerini verebileceğini düşünmüş ama tam olarak hangi değeri vereceğine karar verememiştir. Halının sıkı sıkı sarıldığını hayal etmiş ama kaç tur döndüğüne dair bir varsayımda bulunamamıştır. Öğretmen adayı çözüme yönelik fikirler üretmiş fakat bunları geliştirememiş ve varsayımlarını tam olarak oluşturamamıştır(Şekil 4.60). Dolayısıyla varsayımda bulunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.



Şekil 4.60: Deniz'in problem 6'ya ait çözüm kağıdı.

Model oluşturma yeterliği: Dairenin alanı fikri ile çözüm üretmeye çalışan öğretmen adayı dairenin alan formülünü (πr^2) yazmıştır. Yarıçaptaki değişimin uzunluğu etkileyeceği düşüncesi ile r yerine x yazmış ve dairenin alan formülü πx^2 olarak yeniden yazmıştır. Modeli geliştirmek için denemeler yapmıştır. Halının kalınlığının 1 mm olduğunu ve arada boşluk kalmadan sıkı sarıldığını düşünerek yarıçapın ilk turda 1 mm ikincisinde 2 mm olduğunu varsaymıştır. '*O mm ler x e kadar gitsin dedim. Ama sonrası çıkmadı. Sonuca ulaşamadığın için yarıçapına x dersem* πx^2 *olur. Yarıçaptaki değişiklik uzunluğu etkiler. x=1 olduğunda π, x=2 olduğunda 4π olur uzunluk. Buradan da sonsuza gider. Böyle kaldım.*' diyerek model geliştirme çalışmalarını özetlemiştir. Yarıçapın halı uzunluğunu etkilediği ve yarıçapın giderek arttığı şeklindeki düşünceleri doğru olmasına rağmen dairenin alan formülü ile halı uzunluğunu ilişkilendirememiştir. Çözüme yönelik matematiksel model oluşturulamaması nedeniyle model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: İşlem yapmaması ve sonuç bulmaması nedeniyle matematiksel çalışma yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Çözüm veya sonuç için herhangi bir yorumlama yaklaşımı sergilenmemiştir. Yorumlama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Belli bir çözüm geliştiremese de düşündüğü çözüm yolu için herhangi bir doğrulama yaklaşımı sergilenmemiştir. Doğrulama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Raporun ilk cümlesinde soruyu kendi kelimeleri ile özetlemiştir. Çözüm kağıdında olduğu gibi raporunda da rulonun üst yüzündeki daire görünümünden yola çıkarak daire alan formülü πr^2 ile çözüm yolu oluşturmayı denemiştir. İlk olarak yarıçapa odaklanmıştır. Yarıçapı bilmediğini ve yarıçapın halı uzunluğuna bağlı olarak değiştiğini belirtmiştir. πr^2 formülündeki yarıçap(r) yerine x gibi bir sembol kullanırsa türev veya limit ile yaklaşık sonuca ulaşabileceğini düşünmüştür. Fakat bu düşüncesini sürdüremediğini ifade etmiştir. En sonda arkadaşlarının çözümlerini gördükten sonra da çözüme ilişkin çalışmalarını devam ettiremediğini belirtmiştir.

Raporda çözüm için yarıçap değişkenine odaklanılması ve r ile halı uzunluğu arasındaki birlikte artma ilişkisi doğru ifade edilmiştir (Şekil 4.61). Çözümün varsayımda bulunma basamağında kalması ve raporun bir çözüm yolu sunmaması nedeniyle sunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

> Sonuncu olan bu problemimiz ise rulo şeklindeki bir halının uzunluğunun kaç metre olabileceği şeklindeydi. Halını uzunluğu sorulduğu için bizim ilgilenmemiz gereken kısmın rulonun üstten görüntüsü yani daire gibi olan yer olduğunu düşündüm. Dairenin alanı formülünden yani ∏r^2 den yararlanmalıydım. Ancak ben r yi bilmiyordum ve r halının uzunluğuna göre değişen bir değer olacaktı. Buraya kadar geldim burada da r ye x gibi bir değişken dersem limit ya da türev yardımıyla yaklaşık bir sonuca varabilirim diye düşündüm. Ancak buradan sonra herhangi bir sonuca varamadım. Kısacası burada tıkandım.
>
> Arkadaşlarımın düşüncelerini de öğrendikten sonra da açıkçası buradan devam etmemi sağlayan bir sonuç olduğunu düşünmüyorum.

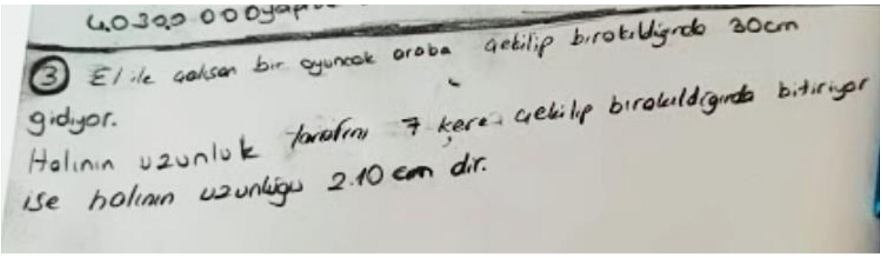
Şekil 4.61: Deniz'in problem 6'ya ait raporu.

Biray'a Ait Bulgular

Anlama yeterliği: '*İlk aklıma gelen şey çocukluğumdan. Eskiden oyuncak arabalar hani çekip bıraktığımızda gidiyordu ya halının üzerinde falan. O aklıma geldi*.' diyen öğretmen adayı soruyu çocukluğundaki bir anı ile bağdaştırmıştır. Araba sürme haricinde bir şey aklına gelmediğini ve bayanların bu konu ile daha ilgili olduğunu belirtmiştir. Veriler incelendiğinde öğretmen adayının halı uzunluğunun istendiğini anladığı fakat halının rulo halini yani sarmal yapıyı dikkate almadığı belirlenmiştir. Sorunun yeterince anlaşılmaması nedeniyle anlama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

<u>Varsayımda bulunma yeterliği</u>: Halı uzunluğu boyunca çekip bırakmalı arabalarla oynadığı zamanları düşünerek bir çekip bırakmada arabanın 30 cm ilerleyeceğini ve 7 kerede halının bir ucundan bir ucuna varacağını varsaymıştır. Bu değerleri rastgele vermiş olup bu çözüm yolunun soruda istenen sarmal yapı ile ilişkili olmadığı belirlenmiştir. Probleme uygun değişkenlerin ve değişkenler arası ilişkilerin oluşturulmaması nedeniyle varsayımda bulunma yeterliği için 0 puan verilmiştir.

<u>Model oluşturma yeterliği</u>: İlk olarak sorunun ileri matematik kullanılarak çözüleceğini düşünmüştür. '*Uzunluk olduğu için limit integral geldi aklıma. İntegral olmaz alanla alakalı. Türev zaten olmaz eğimle alakalı. O yüzden aklıma limit geldi ama devamı gelmedi.'* diyen öğretmen adayı çözüm için limite karar verse de ifade ettiği gibi devamını getirememiştir. Daha sonra oyuncak anısı ile kurduğu ilişkilendirme sonucunda basit bir çözüm geliştirmiştir. Halının istenen kenarında arabayı çekip bırakarak boydan boya nasıl gideceğini düşünmüştür. Düşündüğü çözüm yolunun problem özündeki sarmal yapı içermemesi ve çözümün sadece bir halı için oluşturulması nedeniyle çözüm yolu yanlış bulunmuştur(Şekil 4.62). Model oluşturma yeterliği için 0 puan verilmiştir.



Şekil 4.62: Biray'ın problem 6'ya ait çözüm kağıdı.

<u>Matematiksel çalışma yeterliği</u>: Arabanın aldığı yolu yani halı uzunluğunu 30 cmx7 işlemi ile zihinden yaptığı ve işlemin doğru cevabını bulabildiği belirlenmiştir. Fakat çözüm yolunun problemde istenen sarmal yapıyla ilgili olmayışı nedeniyle yanlış modeli çözdüğü düşünülmüş ve matematiksel çalışma yeterliği için 0 puan verilmiştir.

<u>Yorumlama yeterliği</u>: Sunumu esnasında çözümü için '*Matematik yönünden bir şey yapamadım*.' şeklinde bir değerlendirmede bulunmuştur. Elde edilen veriler incelendiğinde

çözüm veya sonucun yaşam bağlamında değerlendirilmediği belirlenmiştir. Böylece yorumlama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Deneyimlerinden yola çıktığı için çözüm yolunu mantıklı bulduğunu ifade eden öğretmen adayı çözümün ve sonucun doğruluğunu kontrol etmediğini belirtmiştir. Doğrulama adına herhangi bir çalışmada bulunmadığı için doğrulama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Rapor incelendiğinde çözüm yöntemini değiştirmediği sadece mevcut çözüme karar verme sürecini detaylandırdığı görülmüştür(Şekil 4.63). Soruyu okuduğunda çözüm için türev, integral, limit konuları aklına gelmiş, integrali alan ve türevi eğim ile ilişkilendirerek elemiş ve sorunun kalan limit konusu ile çözüleceğine karar vermiştir fakat limitle nasıl çözeceğini anımsayamamıştır. Daha sonra sorunun çözümü için günlük yaşamdan bir çıkış noktası aramıştır. Küçükken oyuncak araba ile halı kıyısında oyun oynadığı aklına gelmiş ve bu anısından yola çıkarak çözümünü oluşturmuştur. Arabanın bir çekip bırakmada o zamanki 6 adımı kadar ilerlediğini hatırlamıştır. Bir adımının 5 cm olduğunu dolayısıyla arabanın bir çekip bırakmada 30 cm ilerlediğini varsaymıştır. Arabanın 7 çekip bırakmada halının başından sonuna gittiğini bildiğini ifade etmiştir. Çözüm için oluşturduğu değişkenler bir arabanın bir çekip bırakmada aldığı yol ve halının iki ucu arasında arabanın gittiği tur sayısıdır. 7x30 işlemi ile 210 cm sonucunu elde etmiştir. Oluşturulan çözümün açıkça ifade edilmesine rağmen çözümün problemdeki sarmal yapı ile ilişkili olmaması nedeniyle sunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Soruyu ilk duyduğumda aklıma matematik çözüm yöntemiyle
ilgili 3 şey geldi; Türev, integral, limit fakat integralin daha çok
alan bulmada işe yarayacağını biliyordum. Türev'inde eğimde kullanıldığını
tek konu limit kalmıştı fakat nasıl bir yöntemle çözeceğimi
hatırlayamadım. Bende günlük yaşamımdan bir şeylerle çözmeye çalıştım.
Böyle düşündüğümde aklıma ilk olarak çocukluğum geldi. Çocukluğumda
çok kez halının üstünde çekip bırakmalı araba ile oynamıştım. Bir
arabayı çekip bıraktığımda yaklaşık olarak o zamanki 6 adımıma
geldiğini hatırlıyorum. Bir adımım 5 cm olarak aldım. Dolayısıyla bir
arabayı çekip bıraktığımda 30 cm gidiyor. Arabayı 7 kere çekip bıraktığımda
ise halının sonundan başına gittiğini biliyordum. Bu bilgilerden halının
uzunluğunu buldum.

Bir arabayı çekip bıraktığımında 30 cm
7 turda halıyı bitiriyor.
$7 \times 30 = 210$ cm halının uzunluğu.

Şekil 4.63: Biray'ın problem 6'ya ait raporu.

Özge'ye Ait Bulgular

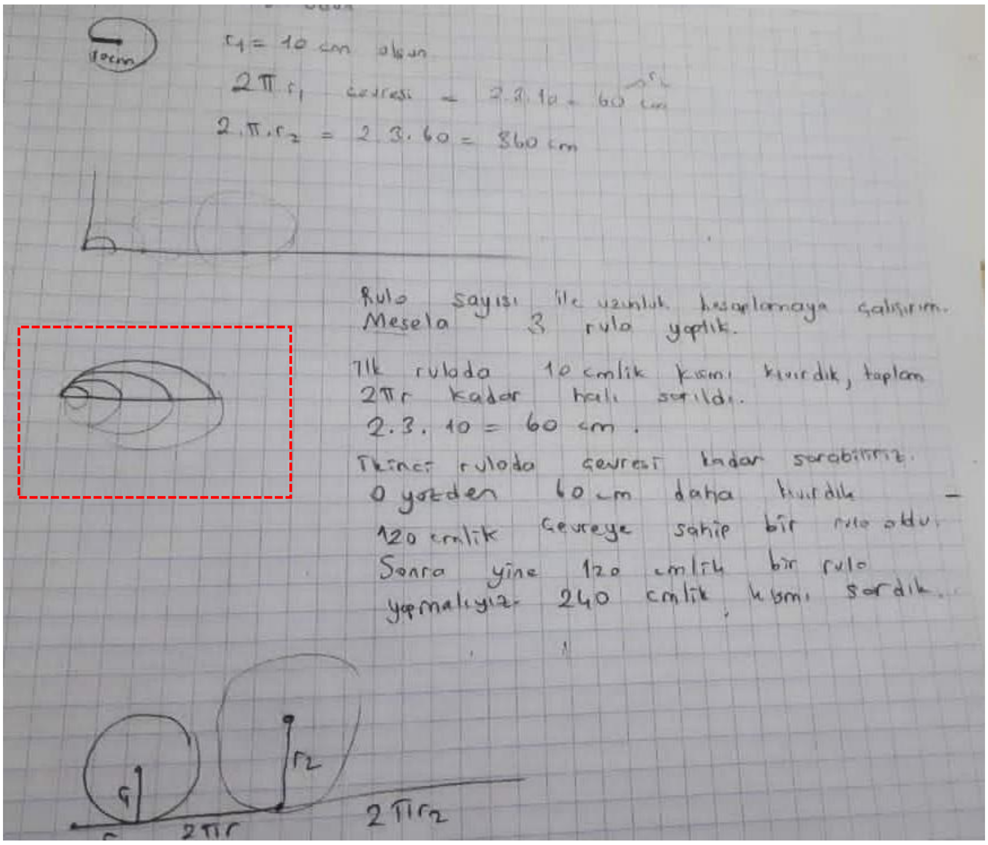
Anlama yeterliği: Sorunun günlük yaşamdan olduğunu ve kendisinin de bu şekilde halı kıvırdığını belirtmiştir. Çözüme geçmeden önce problem durumunu çizimle ifade etmiştir. Çizim incelendiğinde sarmal yapının bir noktada bir birine değen elipsler şeklinde çizildiği görülmüştür. Çizimin problem durumunu tam yansıtmaması sebebiyle anlama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: Çözüm yolu için halı kıvırma deneyimlerinden yararlanmıştır. '*Ben hep bir kısmını elimde tutuyorum halıyı kıvırırken. Kıvırdığımda bir çember oluyor gibi geldi, o kadar yol alır yani.*' diyerek rulonun çemberler oluşturarak devam ettiğini düşünmüştür. '*Kıvırdığım kısım her seferinde artacaktır. Yani yarıçap yani çevresi sürekli artarak gitmeli diye düşündüm. Çünkü mantıken bir şeyi kıvırıp devam ettirdiğimde o kalınlaşıyor yükselerek gidiyor aynı kalmıyor. Her seferinde artacak o yüzden.'* ifadeleri ile içten dışa doğru sarmaya devam ettikçe yarıçapın dolayısıyla da çemberlerin çevre uzunluklarının artacağına karar vermiştir. Çözüm için değişkenleri rulo sayısı, yarıçap ve çemberlerin çevreleri toplamı olarak belirlemiştir. Halının 3 rulodan oluştuğunu, ilk ruloyu oluştururken 10 cm lik bir parçanın en içte kaldığını ve ilk rulo yarıçapının 10 cm olduğu varsayan öğretmen adayı bu değerleri rastgele vermiştir. İkinci ve üçüncü sarımdaki yarıçap ve çevre hesaplama ile ilgili bir yöntem ya da varsayım oluşturmamıştır. Çözüme yönelik varsayımların eksik oluşturulması nedeniyle varsayımda bulunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Model oluşturma yeterliği: Varsayımlarını oluştururken rulodaki sarımları çemberlere benzetmiş, içten dışa her sarımda yarıçapın dolayısıyla da çemberlerin çevre uzunluğunun artacağını belirtmiş ve halı uzunluğunu çember çevrelerini toplayarak bulanabileceğini düşünmüştür. Çözüm kağıdı incelendiğinde çember formülünü (2πr) doğru ifade ettiği ve çemberlerin yarıçapların aynı olmadığını belirtmek için r_1, r_2 sembollerini doğru şekilde kullandığı belirlenmiştir.

Çizimler incelendiğinde üstte yer alan birinci çizimde içte kalan 10 cm lik parçanın birinci rulonun yarıçapını oluşturduğu görülmüştür. İkinci çizimde rulolar arasında düzenli bir geçiş geliştirilmeye çalışılmış ama oluşturulamamıştır. Üçüncü çizimde bir noktada birbirine değen 4 çember merkezleri aynı doğrultuda olacak ve bir noktada birbirlerine değecek şekilde çizilmiştir. Bu çizimle öğretmen adayı yarıçapların ve çevre uzunluklarının gittikçe arttığı bilgisini desteklemiştir. Fakat çizimde yatay yarıçapların eşit olmasına özen gösterilirken dikey yarıçaplara dikkat edilmemesi nedeniyle çember olması gereken çizgilerin elipse daha yakın olduğu görülmüştür (Şekil 4.64). Son çizimde halının rulo hali ile açık düz hali(yatay doğru parçası) bir arada verilmiştir. Yatay doğru parçasının solu içe kıvrılan ve 10 cm kabul edilen kısımdır. Ortadaki doğru parçası r_1 yarıçaplı birinci çemberin açılmış halini ifade ederken sağdaki doğru parçası r_2 yarıçaplı ikinci çemberin açılmış halini ifade ediyor. $r_2 > r_1$olduğundan sağdaki doğru parçası ortadakinden büyük olması doğru olmuştur.

Çözüm kağıdı incelendiğinde öğretmen adayının matematik bilgilerini çözüm yolu için uygun şekilde kullanabildiğini göstermiştir. Çemberlerin çevreleri toplamının sonucu vereceğini belirlemesine rağmen bu düşüncesini denklem, fonksiyon vb. şeklinde bir matematiksel model olarak geliştirememiştir. Model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.



Şekil 4.64: Özge’nin problem 6’ya ait çözüm kağıdı.

Matematiksel çalışma yeterliği: ‘*Çok fazla artacağı için 3 rulo yeter dedim. 3 ruloyu bulayım bir ondan sonra zaten hani mantığını anlayınca devamı getirilebilir.*’ diyen öğretmen adayı önce halının üç ruloyu hesaplarken çözüm adımlarını belirlemeyi daha sonra genişleyen çemberlerin uzunluklarını hesaplamayı devam ettirmeyi düşünmüştür. İşlemlere başlamadan kolaylık sağlaması için π sayısını 3 kabul etmiştir. Çözüm kağıdı incelendiğinde iki çözüm denediği görülmüştür.

İlk çözümde içe kıvırdığı 10 cm lik parçayı çizimde ifade ettiği gibi birinci çemberin yarıçapı kabul etmiştir. Bu durumda ilk çemberin çevresi 2πr =2.3.10= 60 cm olmuştur. Elde ettiği 60 cm yi ikinci çemberin yarıçapı kabul etmiştir. İkinci çemberin çevresi 2.3.60= 360 cm olmuştur. Bu sonuç çok fazla geldiği için bu çözüm yolundan vazgeçmiştir.

İkinci çözümde içe kıvırdığı 10 cm lik parçayı ilk çemberin yarıçapı olarak kabul etmiştir. İlk çemberin çevre uzunluğunu 2πr =2.3.10= 60 cm olarak bulmuştur. İkinci ve üçüncü çemberler için işlem yapamamış, fikir yürüterek sonuç bulmuştur. İkinci çemberin birinci çemberin çevresi kadar sarılacağını düşünmüş ve ikinci çember uzunluğunun 60 cm kabul etmiştir. Bu iki çember uzunluğu toplanarak iki ruloluk halı uzunluğunu 120 cm olarak hesaplamıştır. İşlem yapmadan üçüncü çember uzunluğunun 120 cm olacağına karar vermiştir fakat bu kısmı açıklayamamıştır. Böylelikle üç rulo ile 240 cm lik halının kıvrıldığını bulmuştur. Bu çözümünde içta kalan parçayı işlemlerine dahil etmediği görülmüştür.

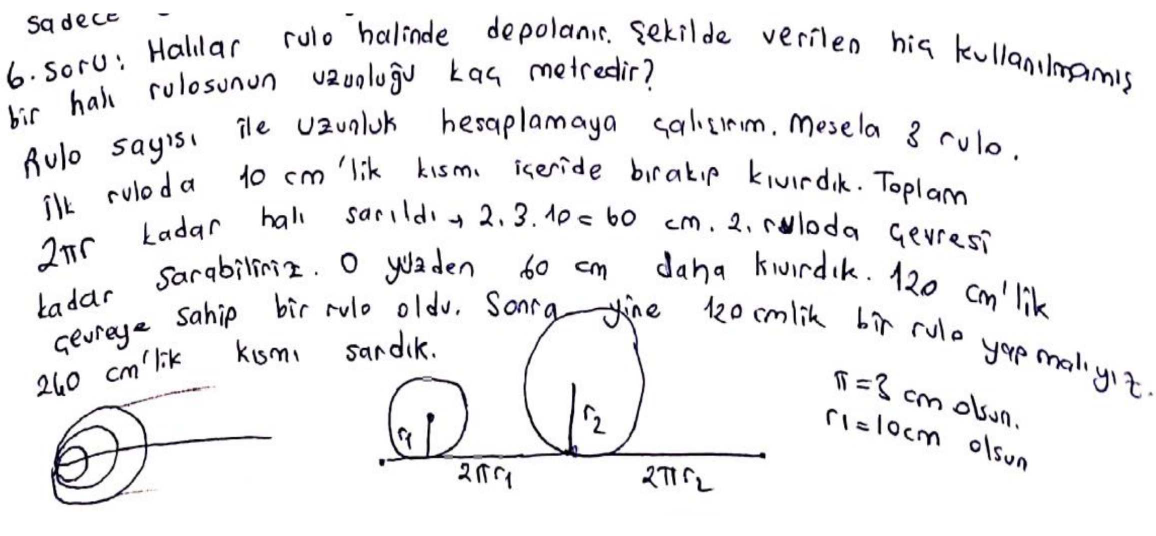
Çözümlerin işlem olarak doğru olmasına rağmen en içteki parçanın hesaba alınmaması ve her sarımda mevcut çevre kadar ilerleyeceğini düşünmesi matematiksel açıdan hatalıdır. Matematiksel çalışma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Öğretmen adayı çözümüne ve sonucuna dair herhangi bir yorumlamada bulunmamıştır. Yorumlama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Doğrulama yeterliği: Yanlış yaptığını düşünerek çözümünü yarıda bıraktığını ifade öğretmen adayı sunumu esnasında çözümünün üzerinden geçmiş ve fark ettiği hataları açıklamıştır. Birinci çemberde 2πr =2.3.10= 60 cm işlemi ile doğru gittiğini düşünmüştür. İçerideki 10 cm lik halı parçası ve ilk rulonun çevresini toplayarak 70 cm lik bir halı olduğunu belirtmiştir. İkinci çemberde hata yaptığını belirtmiş fakat nasıl düzenleyeceğini bilememiştir. '*İkinci ruloya geçtiğimizde yarıçapı kaç olur çevresi kaç olur onu ... 60 dedim ben ama gerçekten 60 mı acaba. Çünkü kıvırdık kıvırdığımız kadar döndü. Üzerine aynı miktarda kıvırdık gibi düşündüm orada yanıldım.'* diyen öğretmen adayı çizimine bakarak '*Daha fazla kıvırmamız gerekiyordu. Altta da çizimim var r_1 ile r_2 aynı değil.*' demiştir. Yarıçapı sayısal olarak ifade edemediği için ikinci çember uzunluğunu bulamamıştır.

Çözümünü ilerletemeyen öğretmen adayı '*10 cm lik kısmı elimde tutuyorum. Onu kıvırdıktan sonra bir daire oluşturdum gibi geldi. Aslında o da yanlış. Tam olarak daire değil fibonacci gibi oluyor salyangoz kabuğu gibi sanırım. Ama ben daire gibi hesaplamışım. Şuan fibonacci olarak düşünüyorum çünkü salyangoz kabuğu da halı rulosuna benziyor. Bu soru bana salyangoz kabuğunu anımsattı.'* diyerek farklı bir çözüm yolu düşünse de bu düşüncesini ilerletememiştir. Modelin probleme uygunluğu sorgulanarak çözüm yolunun doğruluğunun kontrol edilmesi, hataların belirlenmesi ve düzeltilmeye çalışılmasına rağmen yeni çözüm yolunun oluşturulamaması ve farklı durumlar için genellenmemesi nedeniyle doğrulama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

<u>Sunma yeterliği</u>: Çözümünü sunarken hatalarını fark eden ve farklı bir çözüm yolu düşünen öğretmen adayı raporunda yeni çözüm yolu yerine mevcut çizimleri ve çözümünü aktarmıştır (Şekil 4.65). Rulo sayısı ve rulo uzunluğu değişkenleri ile problemi çözeceğini belirtmiştir. 10 cm lik halı parçasını içeride bıraktığını ve ilk rulo yarıçapının 10 cm olduğunu varsaymıştır. Pi sayısını 3 kabul etmiş fakat bunu yazılı olarak belirtmemiştir. Buna göre ilk rulodaki halı uzunluğunu 2.3.10 işlemi ile 60 cm bulmuştur. İkinci ve üçüncü rulo için işlem yapmamıştır. Fikir yürüterek sayısal değer vermiş fakat düşüncesini açık şekilde ifade etmemiştir. İkinci rulonun birincinin çevresi kadar döneceğini düşünerek ikinci rulo uzunluğunu 60 cm kabul etmiştir. Her sarma işleminde yarıçap büyüyeceği için çevrenin artacağını göz ardı etmiştir. İlk iki rulonun toplamı 120 cm olarak hesaplanmıştır. Üçüncü rulonun 120 cm olması gerektiğini düşünmüş fakat nedenini açıklamıştır. Son olarak üç rulo toplamını 240 cm olarak bulmuş ve raporu bu şekilde bitirmiştir. İçeriye kıvırdığı 10 cm'lik parçayı işleme katmaması, çözümde işlem yerine düşünceleri ile ilerlemesi ve açıklamalarının matematiksel açıdan yetersiz olması nedeniyle sunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

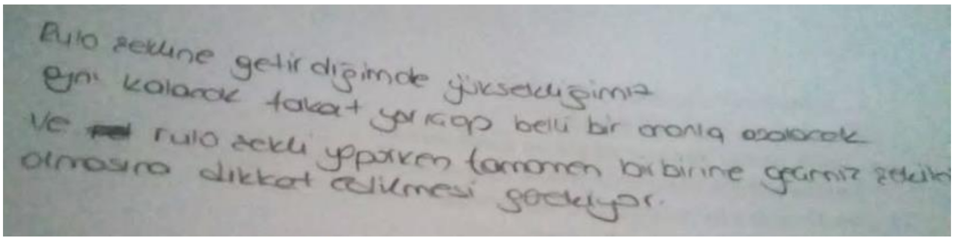


Şekil 4.65: Deniz'in problem 6'ya ait raporu.

Yağmur'a Ait Bulgular

Anlama yeterliği: Problemi anlamak içi bir A4 kağıdını eline almış ve içe doğru farklı tur sayıları ile rulolar elde etmiştir. Farklı materyal ile problem durumunu denemesi ve anlamlandırarak halıya aktarması nedeniyle problemin anlaşıldığı düşünülmüştür. Dolayısıyla anlama yeterliği için 2 puan verilmiştir.

Varsayımda bulunma yeterliği: Çözüm yolu oluşturmak için A4 kağıdı ile denemeler yapmıştır. Önce bir kenara ait iki ucu birleştirmiştir ve kendi ifadesi ile yarıçapı en büyük bir silindir oluşturmuştur. Bu uçlardan birini sabit tutup diğerini içe doğru kıvırmaya devam etmiş ve aynı noktaya tekrar getirmiştir. Bu durumu devam ettirdikçe yarıçapın dıştan içe doğru azaldığını fakat yüksekliğin hep aynı kaldığını ifade etmiştir. Halının tur sayısını ve her turdaki yarıçap değerini bulabilseydi soruyu çözebileceğini belirten öğretmen adayı bu değişkenlere sayısal değer verememiştir(Şekil 4.66). Çözüme yönelik varsayımlarında eksik olduğundan varsayım oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.



Şekil 4.66: Yağmur'un problem 6'ya ait çözüm kağıdı.

Model oluşturma yeterliği: Öğretmen adayı A4 kağıdı ile yürüttüğü deneme yanılma sürecinde ilk olarak bir kenara ait iki ucu üst üste getirmiştir. Daha sonra bu uçlardan birini içe doğru bir tur daha kıvırıp aynı noktaya tekrar getirmiş ve içteki rulonun yarıçapında azalma olduğunu fark etmiştir. Bu azalmayı yarıçapta ne kadar oranda bir azalma olacak şeklinde incelemiştir. Bu oranı içteki çemberlerde devam ettirerek toplamda kaç tur atıldığı bilgisine ulaşmayı hedeflemiştir. Matematik bilgilerini kullanmayı denese de yarıçaplara ve tur sayısına sayısal değer veremediği için çözüm yöntemi geliştirememiştir. Hem çözüm yolunu ilerletemediği hem de matematiksel bir model geliştiremediği için model oluşturma yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Matematiksel çalışma yeterliği: Öğretmen adayı cetveli olmadığı için yarıçap değerlerini bulamamış, yarıçaptaki azalma oranını hesaplayamamış ve tur sayısını elde edememiştir. Dolayısıyla problemi çözememiştir. Matematiksel çalışma yeterliği için 0 puan verilmiştir.

Yorumlama yeterliği: Sayısal bir sonuç bulamayan öğretmen adayı çözüm yaklaşımını 'V*arsayımda bulunamadım.', 'Sözel oldu.'* ve *'Yetersiz oldu.'* şeklinde yorumlamıştır. Bu ifadelerin yaşam ile ilişkili olmaması sebebiyle yorumlama yeterliği için 0 puan verilmiştir.

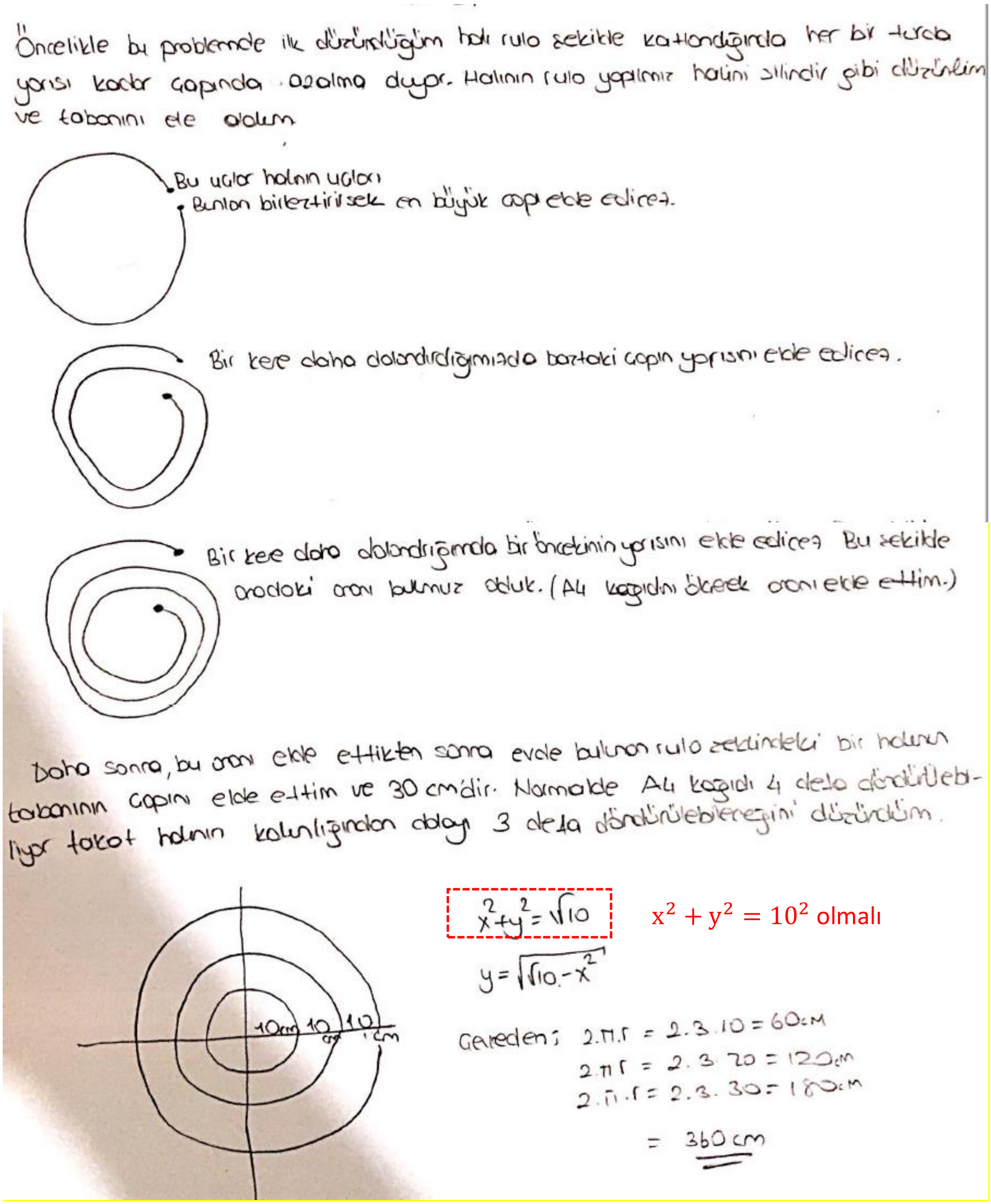
Doğrulama yeterliği: Çözümü için *'Net bir çözüm olmadığı için zaten doğru bir sonuç elde edemedim.'* diyen öğretmen adayı varsayımlarını gözden geçirmiştir. Fakat çözümü üzerinde herhangi bir düzenleme ya da işlemsel çalışma yapamamıştır. Göstergelerden yalnızca birinin tespit edilmesi nedeniyle doğrulama yeterliği için 1 puan verilmiştir.

Sunma yeterliği: Öğretmen adayı raporunda çözümü ilerletmiş ve sayısal bir sonuca ulaşmıştır. 'Her turda çapta yarısı kadar azalma oluyor' varsayımını çizimleri ile desteklemiştir. İlk çiziminde halının uçlarını bir tur olacak şekilde birleştirerek en büyük çaplı çember elde etmiştir. İkinci çizimde bir ucu sabit tutup diğer ucu içeriden bir tur döndürerek diğeri ile aynı hizaya getirmiştir. Yanına ise 'başlangıçta çapın yarısını elde edeceğiz' notunu düşmüştür. Üçüncü çiziminde içe doğru bir tur daha döndürerek toplamda üç tur dönen bir sarmal oluşturmuştur. Bu sefer ise bir önceki turun (ikinci turdaki çapın) yarısının elde edileceğini belirtmiştir. Son olarak her turdaki çapın bir dıştaki turun yarısı kadar olduğunu ve bu oran bilgisine A4 kağıdını ölçerek ulaştığını ifade etmiştir.

Yarıçapa ait varsayımlarından sonra tur sayısına ilişkin varsayımını oluşturmuştur. Evde rulo şeklinde olan bir halının taban çapını 30 cm olarak ölçmüş ve bu değeri problemdeki halının çapı olarak almıştır. A4 ün dört tur dönebildiğini belirten öğretmen adayı kalınlığından dolayı halının 3 defa döndüğünü varsaymıştır. Daha sonra işlem aşamasına geçmiştir.

Çözüm olarak, halıyı çapı 30 cm olan ve üç tur dönen sarmal yapı yerine merkezleri aynı olan üç çember şeklinde düşünmüştür. Bu üç çemberi merkezler orijin olacak ve yarıçap değerleri 10 cm artacak şekilde koordinat sisteminde çizmiştir. Bu çizimde en dıştaki çemberin çapının 60 cm olması ve çapların dıştan içe doğru 60 cm, 40 cm ve 20 cm şeklinde gitmesi varsayımlar ile çelişmektedir. En içteki yarıçapı 10 cm lik çembere ait denklemi $x^2 + y^2 = \sqrt{10}$ şeklinde yazmış ve $y = \sqrt{\sqrt{10} - x^2}$ şeklinde düzenlemiştir. Burada çember denkleminde hata yapılmış olup denklemin $x^2 + y^2 = 10^2$ şeklinde olması doğru olacaktır. Son kısımda pi sayısını 3 kabul etmiş ve çemberin çevre formülünden yola çıkarak birinci çemberin çevresini $2.\pi.r = 2.3.10 = 60\ cm,$ ikinci çemberin çevresini $2.\pi.r = 2.3.20 = 120\ cm$ ve üçüncü çemberin çevresini $2.\pi.r = 2.3.30 = 180\ cm$ uzunluğunda bulmuştur. İşlem olarak ifade edilmese de altı çizilen 360 cm ibaresinden yola çıkarak bu üç uzunluk değerinin toplandığı sonucuna varılmıştır.

Şekil 4.67’de verilen rapor görseline göre çözüm ile varsayımların çelişmesi, çember denkleminde hata olması ve açıklamaların yetersiz oluşu sebebiyle sunma yeterliği için 1 puan verilmiştir.


Öncelikle bu problemde ilk düşündüğüm halı rulo şeklinde katlandığında her bir turda yarısı kadar çapında azalma oluyor. Halının rulo yapılmış halini silindir gibi düşünelim ve tabanını ele alalım.

Bu uçlar halının uçları
Bunları birleştirirsek en büyük çapı elde ederiz.

Bir kere daha dolandırdığımızda baştaki çapın yarısını elde ederiz.

Bir kere daha dolandırdığımızda bir öncekinin yarısını elde ederiz. Bu şekilde oradaki oranı bulmuş olduk. (A4 kağıdını bükerek oranı elde ettim.)

Daha sonra, bu oranı elde ettikten sonra evde bulunan rulo şeklindeki bir halının tabanının çapını elde ettim ve 30 cm'dir. Normalde A4 kağıdı 4 defa döndürülebiliyor fakat halının kalınlığından dolayı 3 defa döndürülebileceğini düşündüm.

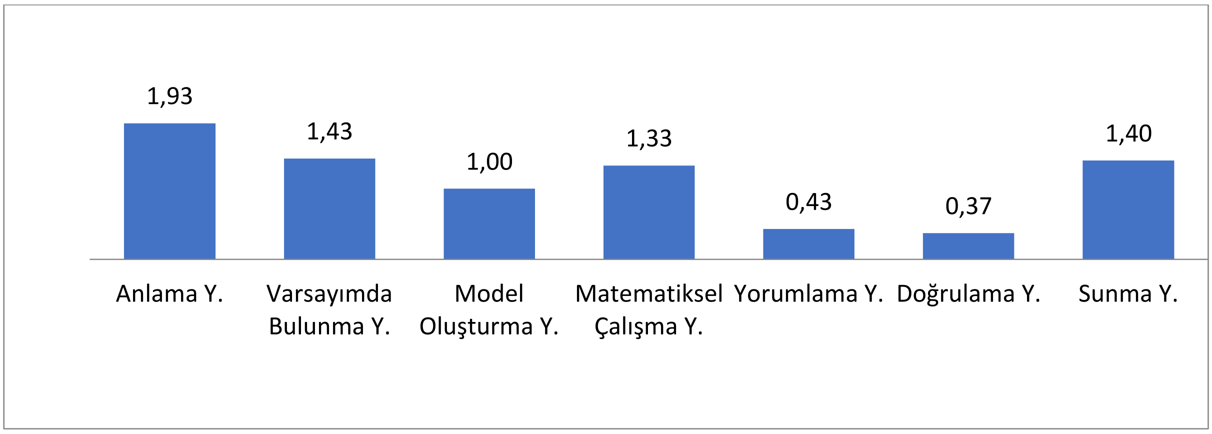
$\boxed{x^2+y^2=\sqrt{10}}$ $\quad x^2 + y^2 = 10^2$ olmalı

$y=\sqrt{\sqrt{10}-x^2}$

Gereden; $2.\pi.r = 2.3.10 = 60cm$
$2.\pi.r = 2.3.20 = 120cm$
$2.\pi.r = 2.3.30 = 180cm$
$= \underline{360 cm}$

Şekil 4.67: Yağmur'un problem 6'ya ait raporu.

Öğretmen adaylarının modelleme yeterliklerine ilişkin puan ortalamaları hesaplanarak Şekil 4.68'te sunulmuştur.



Şekil 4.68: Matematiksel modelleme yeterliklerine ilişkin puan ortalamaları.

Veriler incelendiğinde 1,93 ortalama puan ile 'Anlama' yeterliği en başarılı yeterlik olurken 0,37 ortalama puanı ile 'Doğrulama' ve 0,43 ortalama puanı ile 'Yorumlama' yeterlikleri en düşük değerlere sahip yeterlikler olmuştur. 'Varsayımda Bulunma' ve 'Sunma' yeterliklerine ilişkin ortalama puan değerleri sırasıyla 1,43 ve 1,4 olarak hesaplanmıştır. 'Matematiksel Çalışma' yeterlik ortalama puanı 1,33 ve 'Model Oluşturma' yeterlik ortalama puanı 1 bulunmuştur. Tüm yeterliklerden alınan puanların ortalama 1,13 olarak hesaplanmıştır.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Fermi problemlerinin çözümünde ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliliklerini inceleyen Peter-Koop(2004, 2009) ile Ärlebäck ve Bergsten (2013) ‘ın çalışmalarında olduğu gibi bu çalışmada da Fermi problemlerinin matematiksel modelleme basamakları paralelinde çözüldüğü görülmüştür. Matematiksel modelleme yeterlilikleri anlama, varsayımda bulunma, model oluşturma, matematiksel çalışma, yorumlama, doğrulama ve sunma yeterlilikleri kapsamında incelenmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda araştırma sorularına yanıt aranmıştır.

5.1 İlköğretim matematik öğretmen adaylarının Fermi problemlerinin çözümünde matematiksel modelleme yeterlikleri nasıldır?

Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının hem problemler bazında hem de genel anlamda matematiksel modelleme basamaklarında ilerledikçe yeterlik puan ortalamalarının düşüş gösterdiği belirlenmiştir. Benzer şekilde Hıdıroğlu vd. (2014) ve Bukova-Güzel ve Uğurel (2010) de matematiksel modelleme basamaklarında ilerledikçe basamağa ilişkin performanslarında azalma olduğu sonucuna ulaşmıştır. Anlama yeterlik ortalama puanın en yüksek ve 2 tam puanına oldukça yakın olması ile öğretmen adaylarının anlama yeterliklerinin yeterli düzeyde olduğu söylenebilir. Öte yandan birçok çalışmada (Berry and Houston, 1995; Blum ve Leiβ, 2007; Bukova-Güzel ve Uğurel, 2010; Çiltaş, 2011; Kaiser, 2007; Moscardini, 1989; Özer-Keskin, 2008) olduğu gibi yorumlama ve doğrulama yeterliklerinin yetersiz düzeyde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Diğer yeterliklere ait puan ortalamalarının 1 ile 1,5 puan aralığında değişmesi sonucunda öğretmen adaylarının varsayımda bulunma, model oluşturma, matematiksel çalışma ve sunma yeterliklerinin kısmi düzeyde olduğu söylenebilir.

5.2 İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının problemi anlamadaki durumları nasıldır?

Literatürdeki çalışmalarda bireylerin ya da grupların anlama yeterliğini gerçekleştirmede problem yaşamadıkları (Çiltaş, 2013; Derin ve Aydın, 2020; Ji, 2012; Kol, 2014; ; Mumcu ve Baki, 2017) belirlenmiştir. Sınıf öğretmeni adayları ile benzer bir çalışma yürüten Yanbıyık (2016) çalışmasında öğretmen adaylarının genel olarak problemi anlamladırmada zorluklar yaşadığını tespit etmiştir. Bu çalışmada ise en başarılı olunan yeterliğin anlama yeterliği olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç bireylerin problem çözme aşamalarından ilki olan problemi anlamaya yatkın olmaları ile açıklanabilir (Çiltaş, 2011).

Öğretmen adaylarının problemi okuduktan sonraki yaklaşımları genel olarak problem durumlarını yaşamdan alınan durumlar olarak görme, problemi okuduktan sonra gözlem ve deneyimleri ile ilişkilendirmeler yapma ve problem durumunun basit görsel çizimini gerçekleştirme şeklinde olmuştur. İlk beş problemde anlama yeterliğine ilişkin tam puan alınırken son problemde iki öğretmen adayının sarmal yapıyı anlamlandırmada yetersiz kalmaları sebebiyle anlama yeterlik puanı düşmüştür. Bu durumun öğretmen adaylarının sorunun özündeki sarmallığa ilişkin bilgi ve deneyimlerinin yeterli olmamasından kaynaklanıyor olabilir.

5.3 İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının değişkenleri belirleme ve varsayımları oluşturma durumları nasıldır?

Kertil (2008), Başkan (2011) ile Derin ve Aydın (2020) öğretmen adaylarının rutin olmayan matematiksel modelleme problemlerini çözerken hedefi belirginleştirmede zorlandıklarını tespit etmişlerdir. Bu çalışmada ise anlama yeterliğinden sonra en başarılı olunan yeterlik varsayımda bulunma yeterliği olmuştur. Bu yeterliğe ilişkin öğretmen adaylarından problem durumunu etkileyen değişkenleri belirlemesi, isimlendirmesi ve ilişkilendirmesi beklenmiştir. Ayrıca çözüm için belirlenen değişkenlere sayısal değerler vermeleri gerekmiştir. Çünkü Fermi problemlerinin doğası gereği çalışmada kullanılan Fermi problemlerinde hiçbir sayısal değer verilmemiştir. Öğretmen adaylarının değişkenler ve değişkenler arası ilişkileri bilgi, deneyim, gözlem ve tecrübelerinden yola çıkarak oluşturdukları ve değer verme sürecinde rastgele değer verme, araştırma ve karşılaştırma gibi farklı yöntemlerden yararlandıkları tespit edilmiştir.

Problemlerin varsayımda bulunma yeterlik ortalama puanları karşılaştırıldığında üçüncü problem olan ‘Kamu Personeli Seçme sınavına hazırlanan bir öğretmen adayı bir yılda ne kadar süre ders çalışır?’ sorusunda tüm öğretmen adaylarının varsayımlarını yeterli düzeyde oluşturduğu ve tam puan aldığı görülmektedir. Yapılan görüşmelerle biri haricinde dört öğretmen adayının da KPSS’ye çalıştığı ve sorudaki kişinin yerine kendilerini koyarak varsayımlarını oluşturdukları belirlenmiştir. Bu durum problem içeriğinin yaşamları ile ilişkili, dikkat çekici ve motive edici olması sebebiyle bireylerin daha başarılı olmaları ile açıklanabilir (Maaß, 2006). Dördüncü problem ve altıncı problemde varsayımda bulunma yeterliğine ait en düşük puan ortalamasına ulaşılmıştır. Öğretmen adaylarının değişkenleri belirleme ile değişkenlere değer vermede zorlandığı ve matematiksel hatalar yaptıkları tespit edilmiştir. Bu durum problemin temelindeki konuya yeterince hakim olmama ile açıklanabilir. Diğer problemlerde ise düşünülen değer ile verilen nicelik arasında tutarsızlıkların olduğu, matematiksel hataların olduğu ve değişkene ilişkin değer verilemediği görülmüştür. Öğretmen adaylarının varsayımda bulunma basamağındaki yetersizlikleri matematiksel modelleme problemlerine alışık olmamaları (Derin ve Aydın, 2020; Korkmaz, 2010), kavramların ve bunlar arasındaki ilişkiyi tam olarak kavrayamamaları (Başkan, 2011; Küçüközer, 2010) ve konu hakkında ayrıntılı bilgi ve deneyime sahip olmamaları (Aydın-Güç, 2015) ile açıklanabilir.

5.4 İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleri kurma durumları nasıldır?

Çalışmada dördüncü probleme yönelik bir öğretmen adayı problem yapısına uygun doğru bir matematiksel model oluştururken bir öğretmen adayının model oluşturma yaklaşımı matematiksel açıdan yanlış olmuştur. Çalışmadaki diğer model oluşturma yaklaşımlarında matematiksel konu ve kavramların belirlenmesine rağmen matematiksel model oluşturulmadığı belirlenmiştir. Literatürdeki birçok çalışmada matematiksel model oluşturma aşamasında sorunlar yaşandığı (Aydın-Güç, 2015; Blum ve Borromeo-Ferri, 2009; Blum ve Leiß, 2007; Borromeo-Ferri, 2010; Çakmak, 2018; Frejd ve Ärlebäck, 2011; Kertil 2008; Lingefjärd, 2006; Türker vd, 2010) ve matematikselleştirme yeterliğinde başarılı olunamadığı (Biccard ve Wessels, 2011; Çakmak, 2018; Gatabi ve Abdolahpour, 2013; Stillman, 2006) bulgusu çalışmanın bu sonucunu desteklemektedir. Öğretmen adaylarının model oluşturmaya yönelik yaklaşımları ve çalışmaları incelendiğinde genel olarak bir model oluşturma yerine probleme cevap bulma gayretinde oldukları, problemi ilişkilendirdikleri matematiksel kavramları soru çözümüne model olarak taşıyamadıkları ve dört işlem kullanarak problemleri çözme eğiliminde oldukları belirlenmiştir. Elde edilen bulguar doğrultusunda matematikselleştirme aşamasında başarılı olamamaları sonuç odaklı problem çözme eğiliminde olma (Kenan, 2022), matematik ders başarılarının düşük olması (Tekin-Dede, 2017) ve matematiksel temsilleri kullanma ile ilişkilendirmede yetersiz olmaları ile açıklanabilir.

Matematiksel modelleme bir süreç olduğundan bir aşamada yaşanan sorunlar sonraki aşamaları etkilemektedir. Model oluşturma yeterliğinde beklenen ilk davranış, problem durumunda yer alan nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkileri matematiğe aktarabilmektir. Bu bağlamda model oluşturma yeterliği, problemi anlama ve varsayımda bulunma yeterliği üzerinde kuruludur (Biccard, 2010). Anlama yeterlik puanlarının yüksek olmasına bağlı olarak öğretmen adaylarının varsayımda bulunma yeterlik puanları ile model oluşturma yeterlik puanları karşılaştırılmıştır. Değişkenleri ve bu değişkenler arasındaki ilişkileri yeterince ortaya koyamayan katılımcıların matematiksel model oluşturmada da başarısız oldukları belirlenmiştir. Bu sonuç benzer çalışmalarla örtüşmektedir (Başkan, 2011; Çakmak, 2018; Deniz ve Yıldırım, 2018; Derin ve Aydın, 2020). Matematiksel model oluşturma yeterlik puanlarının süreç içerisindeki değişimine bakıldığında ise deneyim arttıkça öğretmen adaylarının model oluşturma yeterlik puanlarında bir değişim görülmemiştir. Bu durum başlangıçta matematikselleştirme yeterliğini gerçekleştiremeyen öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreç tecrübeleri arttıkça bu yeterlikte başarılı olduklarını ortaya koyan çalışmalardan (Aydın-Güç, 2015; Biccard ve Wessels, 2011; Çiltaş, 2011; Kertil, 2008; Ji, 2012) farklılık gösterir.

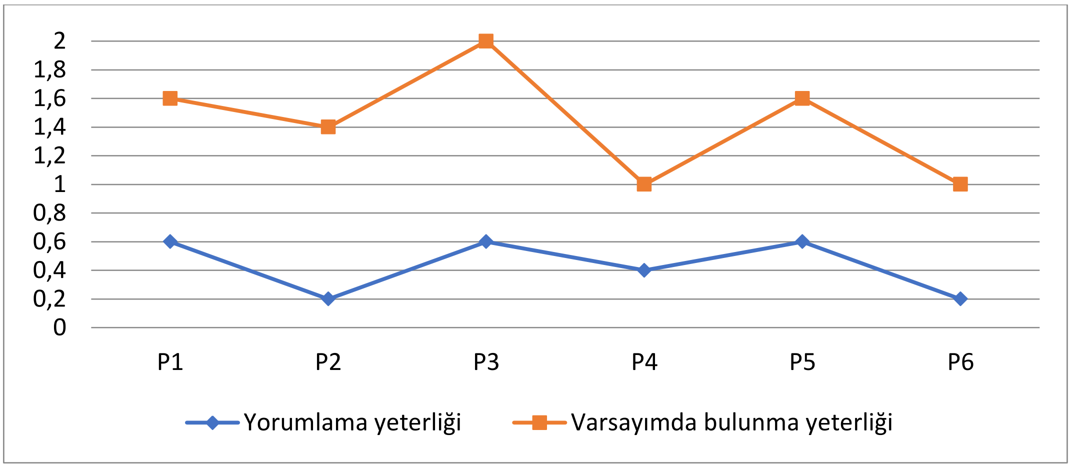
5.5 İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel çalışma durumları nasıldır?

Literatürdeki çalışmalarda (Biccard ve Wessels, 2011; Çakmak, 2018; Kaiser ve Brand, 2015) bireylerin matematiksel çalışma yeterliklerini başarılı bir şekilde sergiledikleri belirlenmiştir. Bu çalışmada ise problemlerin içeriğine bağlı olarak öğretmen adaylarının matematiksel çalışma yeterlik ortalama puanlarının farklılık gösterdiği ve genel olarak bu yeterlik adına kısmen başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Elde edilen veriler incelendiğinde bu sonucun farklı nedenlerden kaynakladığı belirlenmiştir. Birinci ve dördüncü problemde birimleri belirleme ve birimleri dönüştürmede hata yapıldığı görülmüştür. Bu durum Obaidat ve Malkawi (2009)' nin çalışmasında da görülmüştür. İkinci, üçüncü, dördüncü ve beşinci problemlerde bir an önce cevaba ulaşma isteği ile aceleci olmaları ve işlemleri zihinden yapmaları sonucunda işlem hatalarının yapıldığı tespit edilmiştir. Benzer şekilde Maaß (2006) ve Tekin-Dede (2017) çalışmalarında öğrencilerin aceleci davranarak işlem hataları yaptıklarını ve matematiksel modellerin çözümünde zorlandıklarını belirlemiştir. Matematiksel çalışmanın en az sergilendiği son problemde ise üç öğretmen adayı problem durumuna uygun herhangi bir çözme yaklaşımı sergilemezken, bir öğretmen adayı kısmi ve bir öğretmen adayı yeterli düzeyde matematiksel çalışma yapmıştır. Başkan (2011), Şahin ve Eraslan (2016) ve Tekin-Dede (2017)'nin çalışmalarıyla paralel olarak katılımcıların son üç problemde ön öğrenmelerindeki bilgi eksiklikleri nedeniyle hata yaptıkları ya da matematiksel bir çalışma sergileyemedikleri belirlenmiştir.

5.6 İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının çözümü yorumlama durumları nasıldır?

Alanyazında bireylerin matematiksel sonuçları gerçek dünyaya yorumlamakta zorlandıklarını vurgulayan çalışmalar (Biccard, 2010; Biccard ve Wessels, 2011; Çiltaş ve Işık, 2013; Galbraith ve Stillman, 2006; Hıdıroğlu, Tekin-Dede, Kula ve Bukova Güzel, 2014; Ji, 2012; Kaiser, 2007; Maaß, 2006; Özer-Keskin, 2008; Tekin-Dede ve Yılmaz, 2013; Türker vd., 2010) çoğunlukta olsa da elde edilen sonuçların gerçek yaşamda ne anlama geldiğinin sorgulandığı sonucuna ulaşan çalışmalar da (Aydın-Güç, 2015; Blum, 2011; Çakmak, 2018; Tekin-Dede ve Yılmaz, 2013) mevcuttur. Bu çalışmada ise tüm problemlerde yorumlama yeterlik puan ortalamalarının düşük olduğu ve öğretmen adaylarının çözümü ve sonucu yorumlamada zorlandıkları sonucuna varılmıştır. Elde edilen verilerin yarıdan fazlasında yorumlama yaklaşımı sergilenmemiştir. Tespit edilen yorumlama yaklaşımlarının da yeterli düzeyde olmadığı belirlenmiştir. Bu yorumlamalarda ulaşılan sonucun *'yaklaşık', 'ortalama olarak', 'en az'* veya *'olabilir'* şeklinde yorumlandığı görülmüştür.

Benzer şekilde Fermi problemleri üzerinde çalışan Yanbıyık (2016) çalışmasında son problemlere doğru yorumlama yaklaşımlarının doğruluk sayısının arttığına ulaşmıştır. Bu çalışmada ise süreç ilerledikçe yorumlama yeterlik puanlarında artma gözlenmemiştir. Yorumlama yeterlik ortalama puan grafiğinin diğer yeterliklere ilişkin grafiklerle karşılaştırılması sonucunda iki grafik arasında benzerlik olduğu tespit edilmiş ve iki yeterliğin problemlere ilişkin puan karşılaştırılması Şekil 5.1'de verilmiştir.



Şekil 5.1: Yorumlama ve varsayımda bulunma yeterliklerine ait puan ortalamaları.

Problemlere ilişkin yorumlama yeterlik ortalama puanları ile varsayımda bulunma yeterlik ortalama puanlarının değişiminin benzerlik gösterdiği belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının varsayımda bulunma ve yorumlama yeterlik puanları karşılaştırıldığında genel olarak varsayımda bulunma yeterliğinde başarılı olan öğretmen adaylarının daha az başarı gösterenlere göre yorumlama yeterliğinde de daha iyi bir performans gösterdikleri sonucuna ulaşılmıştır. Bu durum matematiksel modellemenin bütünsel bir süreç olduğunu ve her aşamanın sonraki aşamaları etkilediği sonucunu güçlendirmektedir.

5.7 İlköğretim matematik öğretmen adaylarının elde edilen çözümü doğrulama durumları nasıldır?

Araştırmada en başarısız olunan yeterlik doğrulama yeterliği olmuştur. Birçok çalışmada da matematiksel modelleme sürecinde en zorlanılan basamağın doğrulama basamağı olduğu belirlenmiştir (Başkan, 2011; Biccard ve Wessels, 2011; Bukova-Güzel ve Uğurel, 2010; Çakmak, 2018; Ji, 2012; Gatabi ve Abdolahpour, 2013; Özer-Keskin, 2008). Alanyazında bu çalışmada olduğu gibi doğrulama basamağının es geçildiği ya da yetersiz doğrulandığı tespit edilmiştir (Duran, Doruk ve Kaplan, 2016; Hıdıroğlu, Tekin Dede, Kula ve Bukova Güzel, 2014). İlk problemde öğretmen adaylarının herhangi bir doğrulama yaklaşımı sergilemedikleri tespit edilmiştir. Diğer problemlere ilişkin doğrulama yeterlik puanları kıyaslandığında iki problemin eşit en düşük puana sahip olduğu üç problemin bir miktar daha yüksek olduğu ama yeterli düzeyde olmadığı belirlenmiştir. On dokuz çalışmada herhangi bir doğrulama çalışması yapılmazken kısmi doğrulamanın sergilendiği on bir yaklaşım analiz edildiğinde büyük bölümünde varsayımda bulunma basamağına döndüğü, birinde hatanın fark edilerek düzeltildiği ve ikisinde doğrulama için benzer başka bir durumla kıyaslama yapıldığı belirlenmiştir. Bu sonuç Blum (2011), Maaß (2006) ve Tekin-Dede'nin (2016) çalışmalarında ulaşılan doğrulamanın yalnızca yapılan işlem hatalarının kontrol edilmesi amacıyla yapıldığı sonucuyla farklılık göstermektedir.

5.8 İlköğretim matematik öğretmen adaylarının modelleme sürecini açıklayabilme durumları nasıldır?

Matematiksel modelleme sürecini açıklayan birçok çalışmada bir bileşen olarak rapor oluşturma vardır (Berry ve Houston, 1995; Berry ve Davies, 1996; Hıdıroğlu, 2012; Stillman, Galbraith, Brown ve Edward, 2007). Matematiksel modelleme sürecinde gerçekleşen bilişsel etkinlikleri açıklayan Biccard ve Wessels (2011) bilişsel aktiviteler arasında 'sunma'ya yer verir ve çözüm sürecindeki düşünceleri ve yapılanları ifade etme şeklinde özetler. Bu aşamanın gerçekleşmesi ile bireyler yapılan hataları fark etme olanağını elde eder (Blum ve Leiβ, 2007).

Bu çalışmada öğretmen adayları her problem için çözüm süreçlerini açıklayan rapor oluşturmuşlardır. Bu raporlar 'çözüm aşamalarını açıkça ortaya koyma', 'okuyucu için karmaşıklıktan uzak, açık ve anlaşılır olması' ve 'matematiksel dilin doğru kullanılması' kriterleri bakımından incelenerek puanlandırılmıştır. Problemlere ilişkin sunma yeterlik puan ortalamalarının 1 ile 1,8 arasında değiştiği görülmüştür. Anlama yeterliğinden sonra en başarılı olunan bir diğer yeterliğin sunma yeterliği olduğu belirlenmiştir.

Çözüm sürecinin en başarılı yansıtıldığı problem üç olurken en başarısız yansıtılan problem dört olmuştur. Bu iki probleme ait raporlar karşılaştırıldığında Problem 3'te sadece bir raporda işlem hatası ve yetersiz açıklama nedeniyle sunma yeterliğinin kısmen sergilendiği sonucuna ulaşılmıştır. Öte yandan Problem 4'te bir rapor sunma yeterliği bakımından yeterli bulunmuş diğer raporlarda matematiksel hataların yapıldığı ve açıklamaların okuyucu açısından yetersiz olduğu belirlenmiştir. Genel olarak yeterlik puanları arasındaki farklılığının işlem hatası, birim hatası, yetersiz açıklama, matematiksel açıdan yanlışlık içerme gibi nedenlerden kaynaklandığı tespit edilmiştir.

Rapor içerikleri incelendiğinde üç yaklaşımın olduğu belirlenmiştir: a)Çözüm kağıdını direkt rapor olarak sunma, b)Mevcut çözümde herhangi bir değişiklik olmadan yeni bir rapor oluşturma, c)Farklı matematiksel modelleme basamaklarına geri dönülerek rapor oluşturma. Birinci durum iki raporda görülmüş olup aynı kişiye aittir. Diğer durumların sıklığı yarı yarıyadır. Modelleme basamaklarındaki geri dönüşler çoğunlukla varsayımda bulunma ile matematiksel çalışma basamaklarına olmuştur. Öğretmen adaylarının çözüm sürecini rapor haline getirirken bir basamak önceki doğrulama basamağından daha çok doğrulama yaklaşımı sergilediği belirlenmiştir. Bu bağlamda rapor oluşturma, matematiksel modelleme sürecinin bir bileşinidir.

5.9 İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programı ve Gelecek Araştırmalar İçin Öneriler

Bu çalışma ile Fermi problemlerinin matematiksel modelleme döngüsü izlenerek çözüldüğü, farklı matematik konularına ilişkin Fermi problemlerinin oluşturulabileceği ve çözüm sürecinin sanılanın aksine kısa sürdüğü gözlenmiştir. Alan yazında öğretim programının yoğun olması sebebiyle K-12 sınıflarında matematiksel modellemeye derslerde yer verilmediği sonucuna ulaşılmıştır (Akgün ve diğerleri, 2013; Ören-Vural vd., 2013). Bu durumu tersine çevirmek ve matematiksel modellemeye derslerde daha çok yer vermek adına konu içeriğine uygun Fermi problemleri kullanılabilir ve sonuçlar incelenebilir.

Matematiksel modelleme yeterliklerini kazandırmak ve geliştirmek adına öğretmen adaylarının lisans eğitimleri süresince ilgili bilgi ve deneyimi edinmeleri oldukça önemlidir. Bu çalışmada öğretmen adaylarının matematiksel modelleme dersi almalarına ve çalışmadaki problemleri anlamalarına rağmen model oluşturma, yorumlama ve doğrulama yeterliklerinden düşük puan almıştır. Bu durum hem sonuç odaklı problem çözmeye alışkın olmaları hem matematiksel modellemeye ilişkin bilgi ve deneyimlerinin yetersiz oluşu ile açıklanmıştır. Ayrıca ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programında yer alan matematiksel modelleme ders içeriğinin özet niteliğinde olduğu ve Fermi problemlerine yer verilmediği görülmektedir. Bu hususta lisans eğitiminde yer verilen matematiksel modelleme ders içeriğinin Fermi problemleri ile zenginleştirilmesi ve matematiksel modellemeye ilişkin bilgi ve deneyimin ilgili modelleme dersi ile sınırlandırılmaması, programda yer alan tüm ders içeriklerine Fermi problemleri uygulamalarının dahil edilmesi ya da Fermi problemleri uygulama sıklığının arttırılması önerilmektedir. Bu doğrultuda yapılacak olan araştırmaların lisans eğitim programının revize edilmesinde olumlu katkılar sağlayacağı açıktır.

Matematiksel modelleme dersi bağlamında bilgi ve deneyim olanağı sunulmasına rağmen öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerinde yeterli düzeyde performans gösteremedikleri tespit edilmiştir. Matematiksel modelleme sürecindeki yaklaşımları incelendiğinde öğretmen adaylarının yatkın oldukları dört işlem ile çözüm yaklaşımını sergiledikleri görülmüştür. Sonraki çalışmalarda matematiksel modelleme basamaklarının bir veya birkaçını incelemeye yönelik çalışmalar yapılabilir.

Tekin-Dede ve Bukova-Güzel (2013) matematiksel modelleme etkinliklerinin matematik derslerinde kullanımıyla ilgili ortaokul matematik öğretmenlerinin görüşlerini aldıkları çalışmada öğretmenlerin modellemeyi nasıl kullanacaklarını bilmedikleri için derslerinde kullanmadıkları sonucu ortaya çıkmıştır. Bu sonuç doğrultusunda Eğitim Fakültesi lisans programlarının ayrılmaz bir parçası olan öğretmenlik uygulamalarında öğretmen adaylarına Fermi problemlerini ve matematiksel modellemeyi sınıf ortamına taşımaya yönelik tecrübeler kazandırılması önerilebilir.

Alan yazınımızda matematiksel modellemeye ilişkin çalışmalar gün geçtikçe artmakta fakat Fermi problemlerinin matematiksel modelleme perspektifinden incelendiği bir çalışmalar oldukça sınırlıdır. Bu çalışma beş ilköğretim matematik öğretmen adayı ve altı Fermi problemi ile sınırlı kalmıştır. İlave olarak bu çalışma Covid-19 salgını nedeniyle online ortamda yürütülmüştür. Benzeri bir araştırmadan elde edilen sonuçlar buradaki araştırma bulguları ile karşılaştırılabilir. Aynı şekilde benzer çalışmalar çalışmalar hizmet içi eğitimde yer alan öğretmenler ve K-12 öğrencileri ile yapılabilir. Böylelikle Fermi problemlerinin matematiksel modelleme sürecindeki işlerliği daha iyi anlaşılıp görülebilir.

6. KAYNAKLAR

Ağır, F. (2007). *Özel Okullarda ve Devlet Okullarında Çalışan İlköğretim Öğretmenlerinin Uzaktan Eğitime Karşı Tutumlarının Belirlenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Akgün, L., Çiltaş, A., Deniz, D., Çiftçi, Z. ve Işık, A. (2013). İlköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme ile ilgili farkındalıkları. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 12*, 1-34.

Akyürek, M. İ. (2020). Uzaktan Eğitim: Bir Alanyazın Taraması. *Medeniyet Eğitim Araştırmaları Dergisi*, *4(1),* 1–9.

Albarracín, L. and Gorgorió, N. (2014). Devising a plan to solve Fermi problems involving large numbers. *Educational studies in mathematics, 86(1)*, 79-96. doi:10.1007/s10649-013-9528-9

Albayrak, E. ve Çiltaş, A. (2017). Türkiye'de matematik eğitimi alanında yayınlanan matematiksel model ve modelleme araştırmalarının betimsel içerik analizi. *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 2017(9)*, 258-283.

Altun, M. (2015). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi* (11. Baskı). Bursa: Aktüel Alfa Akademi Bas. Yay. Dağ.

Ang, K. C. (2010). Teaching and learning mathematical modelling with technology.

Ärlebäck, J. B. (2009). On the use of realistic fermi problems for introducing mathematical modelling in school. *The Montana Mathematics Ethusiast, 6*(3), 331-364.

Ärlebäck, J. B. and Bergsten, C. (2013). On the Use of Realistic Fermi Problems in Introducing Mathematical Modelling in Upper Secondary Mathematics. *Modeling Students' Mathematical Modeling Competiencies*, 597-609. doi:10.1007/978-94-007-6271-8_52

Arslan, Ç. ve Altun, M. (2007). Learning to solve non-routine mathematical problems. *İlköğretim Online, 6(1)*, 50-61.

Avcu, S. and Avcu, R. (2010). Pre-Service Elementary Mathematics Teachers' Use of Strategies in Mathematical Problem Solving. *Procedia Social and Behavioral*

Sciences, 9, 1282–86. doi: 10.1016/J.SBSPRO.2010.12.321.

Aydın-Güç, F. (2015) *Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Geliştirilmesine Yönelik Tasarlanan Öğrenme Ortamlarında Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Değerlendirilmesi.* Doktora tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Bal, A. P. ve Doğanay, A. (2014). Sınıf öğretmenliği adaylarının matematiksel modelleme sürecini anlamalarını geliştirmeye yönelik bir eylem araştırması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 14(4)*, 1363-1384.

Balaban, M., E. (2012). *Dünyada ve Türkiye'de Uzaktan Eğitim ve Bir Proje Önerisi.* İstanbul Işık Üniversitesi.

Baltacı, A. (2018). Nitel araştırmalarda örnekleme yöntemleri ve örnek hacmi sorunsalı üzerine kavramsal bir inceleme. *Bitlis Eren Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 7(1)*, 231-274.

Başkale, H. (2016). Nitel Araştırmalarda Geçerlik, Güvenirlik ve Örneklem Büyüklüğünün Belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Hemşirelik Fakültesi Elektronik Dergisi, 9(1)*, 23–28.

Başkan, Z. (2011). *Doğrusal ve düzlemde hareket ünitelerinin matematiksel modelleme kullanılarak öğretiminin öğretmen adaylarının öğrenmelerine etkileri.* Yayımlanmamış doktora tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Bender, A. E. (1978). *An Introduction to Mathematical Modeling*. New York: Willey.

Berry, J. S. and Davies, A. (1996). Written Reports. In C.R. Haines and S. Dunthorne (eds). *Mathematics Learning and Assessment: Sharing Innovative Practices*. London: Arnold.

Berry, J. S. and Houston, S. K. (1995). *Mathematical Modelling*. Edward Arnold, London.

Biccard, P. (2010). *An investigation into the development of mathematical modelling competencies of grade 7 learners.* Published masters dissertation. University of Stellenbosch, South Africa.

Biccard, P. and Wessels, D. C. J. (2011). Documenting the development of modelling competencies of grade 7 mathematics students. In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri and G. Stillman (Eds.). *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling, Springer,*375–83. doi: 10.1007/978-94-007-0910-2_37.

Blomhøj, M. (2007). Developing mathematical modelling competency through problem based project work - experiences from Roskilde University. *Paper presented at Philosophy and Science Teaching Conferance.* Retrieved from http://www. ucalgary. ca/ihpst07/proceedings/ıhpst07% 20papers/125% 20blomhoj. pdf.

Blomhøj, M. and Jensen, T. H. (2007). What's all the fuss about competencies?: experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn, and M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education,* 45–56. doi: 10.1007/978-0-387-29822-1_3

Blum, W. (1993). Mathematical modelling in mathematics education and instruction. *Teaching and Learning Mathematics in Context*, Edited by Breiteig (etc.), 3–14.

Blum, W. (2011). *Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research.* In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri and G. Stillman (Eds.), Trends in teaching and learning of mathematical modelling, Springer, New York, 15-30.

Blum, W. and Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. *Journal of Mathematical Modeling and Aplications*, *1(1)*, 45–58.

Blum, W. and Leiß, D. (2007). How Do Students and Teachers Deal with Modelling Problems? The example "Filling up". In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, ve S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics.* Chichester: Horwood Publishing.

Blum, W. and Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, application, and links to other subjects-state, trends, and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematic*s, *22(1)*, 37-68.

Bogdan, R. C. and Biklen, S. K. (2007). *Qualitative research for education*. Boston: Pearson.

Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM, 38(2),* 86-95.

Borromeo Ferri, R. (2010). On the influence of mathematical thinking styles on learners' modeling behavior, *Journal für Mathematik-Didaktik, 31*, 99-118.

Borromeo Ferri, R. (2014.) Mathematical modeling – the teacher'sresponsibility. In B. Dickman & A. Sanfratello (Eds.), *Proceedings from the Teachers College Mathematical Modeling Oktoberfest 26-31*. New York: Teachers College Columbia University.

Bukova-Güzel, E. ve Uğurel, I. (2010). Matematik öğretmen adaylarının analiz dersi akademik başarıları ile matematiksel modelleme yaklaşımları arasındaki ilişki. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 29(1)*, 69 - 89

Bukova-Güzel, E. (Ed) (2016). *Matematik Eğitiminde Matematiksel Modelleme* (1. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. and Demirel, F. (2009). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (4. Basım). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Carlson, M., Larsen, S. and Lesh, R. (2003). *Integrating a model and modeling perspectives with existing research and practice.* Beyond Constructivism: Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Problem Teaching, Lesh., R. A. and Doerr, H, (Eds.), (1st edition), Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, NJ, 465-478.

Carmona, G. (2003). *Three interacting dimensions in the development of mathematical knowledge*. In S. J. Lamon, W. A. Parker, ve K. Houston (Eds.), Mathematical modelling: A way of Life. ICTMA 11. Chichester: Horwood Publishing Limited.

Cheng, K. A. (2001). Teaching mathematical modelling in Singapore schools Teaching Mathematical Modelling in Singapore Schools. *The Mathematics Educator, 6(1),* 63–75.

Czocher, J. A. (2016). Introducing Modeling Transition Diagrams as a Tool to Connect Mathematical Modeling to Mathematical Thinking, *Mathematical Thinking and Learning, 18(2),* 77-106. DOI: 10.1080/10986065.2016.1148530

Crabtree, B. F. and Miller, W. L. (1999). *Doing qualitative research.* Sage publications

Cresswell, J. W. (2019). *Eğitim Araştırmaları: Nicel ve Nitel Araştırmanın Planlanması, Yürütülmesi ve Değerlendirilmesi*. EDAM Yayıncılık.

Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches*. USA: SAGE Publications.

Çakmak, Z. (2018). *Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinin bilişsel açıdan incelenmesi.* Yayınlanmamış Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Çavuş-Erdem, Z. (2018) *Matematiksel Modelleme Etkinliklerine Dayalı Öğrenim Sürecinin Alan Ölçme Konusu Bağlamında İncelenmesi.* Doktora tezi. Adıyaman Üniversitesi, Adıyaman.

Çelebioğlu, B. (2009). *İlköğretim birinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri*. Yayınlanmış yüksek lisans tezi. Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Çiltaş, A. (2011). *Dizi ve seriler konusunun matematiksel modelleme yoluyla öğretiminin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğrenme ve modelleme becerileri üzerine etkisi.* Doktora tezi. Atatürk Üniversitesi**,** Erzurum.

Çiltaş, A., Demirci, G. ve Güler, G. (2018). *7.Sınıf Öğrencilerinin Zekâ Türlerine Göre Matematiksel Modelleme Problemi Çözebilme Becerilerinin İncelenmesi*. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 22(2),* 889-903.

Çiltaş, A. ve Işık, A. (2013). The effect of instruction through mathematical modelling on modelling skills of prospective elementary mathematics teachers, *Educational Sciences: Theory and Practice, 13(2*), 1187-1192.

Çora, A. (2018)**.** *Ortaokul Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Otantik Matematiksel Modelleme Etkinlikleri İle Problem Çözme Becerilerinin İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.

Çoksöyler, A. (2020). *Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Modelleme Problemlerini çözüm Süreçlerinin İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osman Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Eskişehir.

Dan, Q. and Xie, J. (2011). Mathematical modelling skills and creative thinking levels: An experimental study. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri, and G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling,* 457-466. New York: Springer

Darling-Hammond, L. (2006). Constructing 21st-century teacher education. *Journey of teacher education, 57(3),* 300-314.

Delice, A. ve Taşova, H. İ. (2011). Bireysel ve grup çalışmasının modelleme etkinliklerindeki sürece ve performansa etkisi. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi, 34(34),* 71-97.

Dede, Y., Akçakın, V. ve Kaya, G. (2018). Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Cinsiyete Göre İncelenmesi: Çok Boyutlu Madde Tepki Kuramı. *Adıyaman University Journal of Educational Sciences, 8(2),* 150-169.

Deniz, D. ve Akgün, L. (2018). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi, *Akdeniz Eğitim Araştırmaları Dergisi,12(24),* 294-312.

Deniz, D. ve Yıldırım, B. (2018). Fen bilgisi öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *6*(STEMES’18), 87-93.

Derin, G. ve Aydın, E. (2020). Matematik öğretmeni eğitiminde STEM-matematiksel modelleme birlikteliğinin problem çözme ve modelleme becerilerine etkisi, *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, *37,* 93-121.

Didiş-Kabar, M. G. ve İnan, M. (2018). Ortaokul Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Matematikselleştirme Süreçlerinin ve Matematiksel Modellerinin İncelenmesi: Çim Biçme Problemi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 9(2),* 339-366.

Dorin, H., Demin, P. E. ve Gabel, D. (1990). *Chemistry, the study of matter* (3 Edition). Englewood cliffs, NJ: Prentice Hall, Inc.

Duran, M., Doruk, M. ve Kaplan, A. (2016). Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme süreçleri: kaplumbağa paradoksu örneği. *Cumhuriyet International Journal of Education, 5(4),* 55-71

English, L. D. and Lesh, R. A. (2003). Ends-in-view problems. *In Beyond constructivism: models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching,* 297-316. Lawrence Erlbaum Associates.

English, L. D. and Watters, J. J. (2005, July). Mathematical modelling with 9-year-olds. *In Proc. 29 th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education, 2*, 297-304.

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakıroğlu, E., Yenmez, A. A., Zeytun, A. Ş., vd. (2016). Lise Matematik Konuları İçin Günlük Hayattan Modelleme Soruları. *Türkiye Bilimler Akademisi*, 182-196. Ankara.

Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C. ve Baş, S. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 14(4),* 1607-1627.

Ferrando, I. and Albarracín, L. (2019). Students from grade 2 to grade 10 solving a Fermi problem: analysis of emerging models. *Mathematics Education Research Journal, 33(1)*,61-78. doi:10.1007/s13394-019-00292-z.

Fox, L. J. (2006). A justification for mathematical modelling experiences in the preparatory classroom. *Paper presented at the 9th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, Canberra, Australia.

Frejd, P. and Ärlebäck, J. B. (2011). First results from a study investigating Swedish upper secondary students' mathematical modelling competencies, *Trends in teaching and learning of mathematical modelling,* 407-416

Galbraith, P. (2012). Models of Modelling: Genres, Purposes or Perspectives. *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1(5),* 3-16.

Gatabi, A. R. and Abdolahpour, K. (2013). Investigating students'modeling competency through grade, gender, and location, P*roceedings of the 8th congress of the european society for research in mathematics education CERME 8* (pp.). Ankara. 1070-1077.

Gelbal, S. (1991). Problem çözme. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 6,* 167- 173.

Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and instruction, 7(4),* 293-307.

Grünewald, S. (2012). Acquirement of modelling competencies – First results of an empırical comparison of the effectıveness of o holistic respectıvely an atomistic approach to the development of (metacognition) modelling competencies of students. *12th International Congress on Mathematical Education Program.* COEX, Seoul, Korea.

Güçlü, N. (2003). Lise Müdürlerinin Problem Çözme Becerileri, *Milli Eğitim Dergisi*, *160*, Ankara.

Haines, C., and Crouch, R. (2001a). Recognizing constructs within mathematical modelling. *Teaching Mathematics and Its Applications, 20(3),* 129-138.

Haines, C. And Crouch, R. (2001b). Matematical modelling and applications: Ability and competence frameworks. Modelling and applications in mathematics education. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn and M. Niss (Eds.), NY:Springer, New York 417-424.

Harrison, G. A. (2001). How Do Teachers and Textbook Writers Model ScientificIdeas for Students? *Research in Science Education*, 31, 401-435.

Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K. C., Wearne, D., Murray, H., etc. (1997) *Making Sense: Teaching and Learning Mathematics with Understanding. Portsmouth,* NH: Heinemann.

Henning, H. and Keune, M. (2007). Levels of modelling competencies. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, and M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education*, 225-232. US: Springer.

Hıdıroğlu, Ç. N. (2012). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi: Yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama.* Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Hıdıroğlu, Ç. , Tekin-Dede, A. , Kula, S. ve Bukova-Güzel, E. (2014). Matematiksel Modelleme Süreci Çerçevesinde Öğrencilerin Kuyruklu Yıldız Problemine İlişkin Çözümleri . *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,1 (31)* , 1-17.

Huang, C. H. (2011). Assessing the modelling competencies of engineering students. *World Transactions on Engineering and Technology Education, 9(3),* 172-177.

Houston, K., and Neill, N. (2003). Assessing modelling skills. In Lamon, S., Parker, W. & Houston K. (Eds.). *Mathematical modelling: A way of life–ICTMA 11*, 155-164. Chichester: Horwood Publishing.

Izard, J., Haines, C., Crouch, R., Houston, K., and Neil, N. (2003). *Assessing the impact of teachings mathematical modeling: Some implications*. In S. J. Lamon, W. A. Parker & K. Houston (Eds.), Mathematical modelling: A way of life, 165-177. Chichester, UK: Horwood Publishing.

İnan, M. (2018**).** *7.Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Modelleme Süreçlerinin İncelenmesi.* Yüksek Lisans Tezi, Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Tokat.

Jensen, T. H. (2007). Assessing mathematical modelling competency. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, and S. Khan (Eds.), Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics, 141-148. Chichester: Horwood Publishing.

Ji, X. (2012). A. quasi- experimental study of high school students‟ mathematics modelling competence. *12th International Congress on Mathematical Education,* 8 July - 15 July 2012. COEX, Seoul, Korea.

Johnston, P. R., (2013). How long is my toilet roll? – a simple exercise in mathematical modelling, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 44(6)*, 938-950.

Julie, C., and Mudaly, V. (2007). Mathematical modelling of social issues in school mathematics in south africa. In W. Blum, P. Galbraith, M. Niss, and H.-W. Henn (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education*, 503-510. New York, NY: Springer.

Justi, S. R. ve Gilbert, K. J. (2002). Modelling teachers' views on the nature of modelling and implications for the education of modellers. *International Journal of Science Education*, 24(4), 369-387.

Kaiser, G. (2007). *Modelling and modelling competencies in school*. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, and S. Khan (Eds.), Mathematical Modelling Education, Engineering and Economics, 110-119. Chichester: Horwood Publishing.

Kaiser, G. and Brand, S. (2015). Modelling competencies: Past development and further perspectives, In G. A. Stillman, W. Blum and M. S. Biembengut (Eds.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice*, Springer, Cham, 129–149.

Kaiser, G. and Schwarz, B. (2006). Mathematical modelling as bridge between school and university. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM, 38*, 196-208.

Kaiser, G. ve Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education*, 38 (3), 302-310.

Kant, S. (2011). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin model oluşturma süreçleri ve karşılaşılan güçlükler*, Yüksek Lisans Tezi. Ondokuz Mayıs Üniversitesi**,** Samsun.

Kapur, J. N. (1982). The Art of Teaching the Art of Mathematical Modeling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 13(2),* 185-192.

Karataş, Z. (2015). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. *Manevi Temelli Sosyal Hizmet Araştırmaları Dergisi, 1(1),* 62-80.

Kaya, G. (2018). *Bütün-Parça -Bütün Öğrenme Modelinin Farklı Matematiksel İnançlara Sahip İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Yeterliklerine Etkisi*. Doktora tezi. Gazi Üniversitesi, Ankara.

Kaya, Z. (2002). *Uzaktan Eğitim.* Ankara: Pegem A Yayınları.

Kaur, B. and Har, Y. B. (2009). *Mathematical problem solving in Singapore schools*. In Mathematical Problem Solving: Yearbook 2009, Association of Mathematics Educators, 3-13s.

Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Kilpatrick, J., Swafford, J. and Findell, B. (Eds.) (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics.* Washington, DC: National Academy Press.

Kittel, A., and Marxer, M. (2005). Wie viele Menschen passen auf ein Fussballfeld? Mit Fermiaufgaben individuell fördern. *Mathematik Lehren*, 14-18.

Kol, M. (2014). *An Investigation of pre-service mathematics teachers' mathematizing during a mathematical modeling task.* Master's thesis. Middle East Technical University, Ankara.

Korkmaz, E. (2010). *İlköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri ve matematiksel modelleme yeterlikleri,* Doktora Tezi. Balıkesir Üniversitesi**,** Balıkesir.

Krulik, S. and Posamentier, A. (1998). *Problem Solving Strategies for Effcient and Elegant Solutions.* Corwin Press Inc.

Küçüközer, A. (2010). Fen bilgisi öğretmeni Adaylarının Dalgalar Konusunda Kavram Yanılgıları, *Türk Fen Eğitimi Dergisi, 7(2)*, 66- 75.

Lesh, R. A. and Doerr, H. M. (2003). Foundations of models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh and H. M. Doerr (Eds.), Beyond constructivism: *Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*, 3-33. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R. ve Fennewald, T. (2010). *Introduction top part I Modeling: what is it? Why do it?*, In R., Lesh, , P. L. Galbraith, C. R. Haines and A. Hurford (Eds.), Modeling students' mathematical modeling competencies (ICTMA 13), 5-10, New York: Springer.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., and Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In R. Lesh, and A. Kelly (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education*, 591-645. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lingefjärd, T. (2004). *Assessing engineering student's modeling skills*.

Lingefjärd, T. (2006). Faces of mathematical modeling. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38 (2),* 96-112.

Lingefjärd, T. (2007). Mathematical modelling in teacher education-necessity or unnecessity. *Modelling and applications in mathematic educations: 14th ICMI Study*. New York: Springer. 333-340.

Marshall, M. N. (1996). Sampling for qualitative research. *Family practice, 13(6),* 522-526.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies, *Zentralblatt Für Didactik Der Mathematic, 38(2),* 113-142.doi: 10.1007/BF02655885

Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation*. Revised and expanded from qualitative research and case study applications in education. San Franscisco, USA: Jossey-Bass.

Maaß, K. and Mischo, C. (2011). Implementing modelling into day-to-day teaching practice - the project stratum and its framework. *Journal for Didactics of Mathematics, 32(1),*103-131.

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018a). Matematik dersi ilköğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. sınıflar). 21.01.2020 tarihinde http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329 adresinden erişilmiştir.

Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018b). Matematik dersi ortaöğretim programı (Lise 9, 10, 11, 12. sınıflar). 21.01.2020 tarihinde http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=343 adresinden erişilmiştir.

Mischo, C. and Maaß, K. (2012). Which personal factors affect mathematical modelling? The effect of abilities, domain specific and cross domain-competences and beliefs on performance in mathematical modelling, *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1(7),* ss.3-19.

Morgan, C.T. (1999). *Psikolojiye Giriş,* (İngilizceden Çeviren. H. Arıcı ve Ark.), Ankara: Meteksan Yayınları.

Mumcu, H. Y. and Baki, A. (2017). Matematiği kullanma aktivitelerinde matematiksel modellemenin yorumlanması, *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 36 (1), 7-33.

Niss, M. (1988). Theme Group 3: Problem solving, modeling, and applications. In A. Hirst, and K. Hirst (Eds.), *Proceedings of The Sixth International Congress on Mathematical Education* (pp. 237-252). Budapest, Hungary: János Bolyai Mathematical Society.

Niss, M., Blum, W. ve Galbraith, P. (2007). Introduction. In W Blum, P L Galbraith, H W Henn and M Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: 14th ICMI Study,* 1-32. New York: Springer.

Niss, M. and Højgaard, T. H. (2011). *Competencies and mathematical learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark* (English edition). Roskilde, Denmark: IMFUFA.

Noss, R. and Baki, A. (1996). Liberating school mathematics from procedural view. *Journal of Education Hacettepe University, 12(1),* 179-182.

Obaidat, I. ve Malkawi, E. (2009). The grasp of physics concepts of motion: identifying particular patterns in students' thinking, *International Journal for the Scholarship of Teaching and Learning, 3(1),* 1-16.

Ören-Vural, D., Çetinkaya, B., Erbaş, A. K., Alacacı, C. ve Çakıroğlu, E. (2013). Lise matematik öğretmenlerinin modelleme ve modellemenin matematik öğretiminde kullanılmasına yönelik düşünceleri: Bir hizmet içi eğitim programının etkisi. I. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu'*nda sunulmuştur, Trabzon.

Özer-Keskin, Ö. (2008). *Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yapabilme becerilerinin geliştirilmesi üzerine bir araştırma*. Yayınlanmamış doktora tezi. Gazi Üniversitesi, Ankara.

Sağırlı-Özturan, M. (2010). *Türev Konusunda Matematiksel Modelleme Yönteminin Ortaöğretim Öğrencilerinin Akademik Başarıları ve Öz-Düzenleme Becerilerine Etkisi*. Yayınlanmamış doktora tezi. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Patton, M. Q. (2014). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri*. (3. Baskıdan Çeviri). (Çev. Ed. M. Bütün ve S. B. Demir).Ankara: Pegem.

Peter-Koop, A. (2004). Fermi problems in primary mathematics classrooms: Pupils' interactive modelling processes. In I. Putt, R. Faragher ve M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (Proceedings of the 27th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Townsville, pp. 454-461). Sydney: MERGA.

Peter-Koop, A. (2009). Teaching and understanding mathematical modelling through Fermi-problem. In B. Clarke, B. Grevholm, and R. Millman (Eds.), *Tasks in Primary Mathematics Teacher Education*, 131– 146. New York: Springer

Polya, G. (1957). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. 2nd ed. Princeton, N.J. Princeton University Press.

Rivkin, S. G., Hanushek, E. A. and Kain, J. F. (2005). Teachers, schools, and academiz achievement. *Econometrica, 73(2),* 417-458.

Ross, J. and Ross, M. (1986). Fermi problems or how to make the most of what you already know. In H. L. Schoen ve M. J. Zweng (Eds.), *Estimation and mental computation*, 175–181. Reston, VA: NCTM.

Sekerak, J. (2010). Phases of mathematical modelling and competence of high school students. *The Teaching of* Mathematics, 13(2), 105-112.

Schoenfeld, A. H. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics*. Handbook of research on mathematics teaching and learning, 334-370.

Souviney, R. J. (1989). *Learning to Teach Mathematichs*, Meril Publishing Company.

Sriraman, B. and Lesh, R. (2006). Modeling conceptions revisited. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 38, 247-253.

Stacey, K. (1991). Teaching mathematical modelling. In J. O'Reilly and Wettenhall (Eds.), Mathematics: IDEAS, 221-227. Melbourne: Mathematical Association of Victoria

Stake, R. E. (1997). *The art of case study research*. Thousand Oaks, CA: Sage.

Stillman, G. A. and Galbraith, P. L. (1998). Applying mathematics with real world connections: Metacognitive characteristics of secondary students. *Educational studies in mathematics, 36(2),* 157-194.

Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J. and Edwards, I. (2007). A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. *Mathematics: Essential research, essential practice, 2*, 688-697.

Stillman, G. (2012). Applications and modelling research in secondary classrooms: What have we learnt? *12th International Congress On Mathematical Education Program*. COEX, Seoul, Korea.

Swan, M., Turner, R., Yoon, C. ve Muller, E. (2007). The roles of modelling in learning mathematics. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn ve M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI Study* (pp. 275-284). New York: Springer.

Şahin, N. ve Eraslan, A. (2016). İlkokul öğrencilerinin modelleme süreçleri: Suç problemi, *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 41(183), 47-67Kaiser, G. and Schwarz, B. (2006). Mathematical modelling as bridge between school and university. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM, 38,* 196-208.

Şahin, N. ve Eraslan, A. (2018). İlkokulda model oluşturma etkinlikleri nasıl uygulanmalı?, *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi, 4(1),* 99-117

Şen-Zeytun, A. (2013). *Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme süreçlerinin ve bu sürece etki eden faktörlere ilişkin görüşlerinin incelenmesi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Tanju, B. (2020). *Matematik öğretmen adaylarının temsil ve ilişkilendirme becerilerinin matematiksel modelleme sürecinde incelenmesi*, Yüksek LİsansTezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Tashakkori, A. and Teddlie, C. (2010). *Sage handbook of mixed methods in social and behavioral research (2nd ed.).* Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Taplin, M. (2007). *Teaching Values Through A Problem Solving Approach to Mathematics*

Teddlie, C. and Yu, F. (2007). Mixed methods sampling: A typology with examples. *Journal of mixed methods research, 1(1),* 77-100.

Tekin-Dede, A. ve Bukova-Güzel, E. (2013). Matematik öğretmenlerinin model oluşturma etkinliği tasarlama süreçleri ve etkinliklere yönelik görüşleri. *Journal of Education, 2(1),* 300-322.

Tekin-Dede, A. ve Yılmaz, S. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliklerinin incelenmesi, *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 4(3),* 185-206.

Tekin-Dede, A. (2015). *Matematik derslerinde öğrencilerin modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi: Bir eylem araştırması.* Yayımlanmış doktora tezi. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Tekin-Dede, A . (2017). Modelleme Yeterlikleri ile Sınıf Düzeyi ve Matematik Başarısı Arasındaki İlişkilerin İncelenmesi. *İlköğretim Online*, *16 (3)* , 1201-1219.

Türker, B., Sağlam, Y. ve Umay, A. (2010)'Preservice teachers'performances at mathematical modeling process and views on mathematical modeling, *Procedia Social and Behavioral Sciences, 2,* 4622–4628.

Ural, A. (2014). Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Becerilerinin İncelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 23,* 110-141.

Uşun, S. (2006). *Uzaktan Eğitim*. Nobel Yayınları. Ankara

Uzuner, Y. (1999). Niteliksel araştırma yaklaşımı, Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri, A. A. Bir (Ed.), *Anadolu Üniversitesi Yayınları***,** Eskişehir, 175-190.

Van Driel, J. H. and Verloop, N. (1999). .Teachers' knowledge of models and modelling in science. International Journal of Science Education, 21(1), 1141-1153.

Van de Walle, J. A. (1989). *Elementary School Mathematics*. New York: Longman.

Weinstein, L. (Ed.). (2018). *Solutions for Fermi Questions, October 2018: Question 1: Automobile air conditioning; Question 2: Falling leaves. The Physics Teacher, 56(7), A489–A489*Niss, M. (1988). Theme Group 3: Problem solving, modeling, and applications. *Proceedings of The Sixth International Congress on Mathematical Education*, (s. 237-252). Budapest.

Yanbıyık, S. (2016). *Sınıf Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Modelleme Becerileri: Fermi Problemleri Uygulamaları*. Yüksek Lisans Tezi, Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Tokat.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. (9. Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yin, R. (1984). *Case study research: design and methods*. (3. Basım). California: Sage Publications.

Yurtsever, A. (2018). *6. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Modelleme Yeterlikleri, Matematik Başarışları ve Tutumları Arasındaki İlişki*. Yüksek lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Zbiek, R., M. and Conner, A. (2006). Beyond motivation: Exploring mathematical modeling as a context for deepening students' understandings of curricular mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *69*, 89-112.

EKLER

EKLER

Ek A: Etik Kurul Onayı

T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KOMİSYONU
ONAY BELGESİ

Balıkesir Üniversitesi Necatibey Eğitim Fakültesi Dekanlığının, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Dr. Öğr. Üyesi Mehmet Ali KANDEMİR'in danışmanlığını yaptığı Yüksek Lisans Öğrencisi Ebru KİRLİ'nin **"İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Yeterlilikleri: Fermi Problemleri Uygulamaları"** başlıklı tez çalışması için **2020-2021 Eğitim öğretim Yılının Güz Yarıyılında İlköğretim Matematik Öğretmenliği Dördüncü Sınıfta Seçmeli Ders Olarak Okutulan MTA4104 Kodlu Matematiksel Modelleme Dersinde (3+0) Tez Çalışması kapsamındaki uygulamalarını** yapmak için bilimsel etik kurul onay belgesi talebi komisyonumuzca değerlendirilmiş ve etik açıdan uygun bulunmuştur. 11.02.2021

Komisyon Başkanı
Prof. Dr. Mehmet NARLI

Prof. Dr. Elif ÇİMEN
Üye

Prof. Dr. Cevdet AVCIKURT
Üye

Prof. Dr. Salim ÇONOĞLU
Üye

Prof. Dr. Uğur GÜRGAN
Üye

Ek B: Gönüllü Katılım Formu

GÖNÜLLÜ KATILIM FORMU

Sayın katılımcı,

Balıkesir Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi bölümünde yüksek lisans öğrencisiyim. Fermi problemleri uygulamalarında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliklerini belirlemek amacıyla bir araştırma gerçekleştiriyorum. Bu araştırma için Balıkesir Üniversitesi Etik Komisyonu'ndan gerekli izinler alınmıştır.

Araştırma Fermi problemlerinin çözümü ve çözüm süreci hakkında bireysel görüşme olmak üzere iki aşamalı olarak yapılacaktır. İlk aşama sınıf ortamında yürütülecek olup sizlerden verilen Fermi problemlerini bireysel çözmeniz, çözümlerinizi sunmanız ve grup tartışması ile çözümleri değerlendirmeniz istenecektir. İkinci aşama sizin uygun olduğunuz zaman diliminde gerçekleştirilecek olup görüşme formunda yer alan sorulara vereceğiniz cevaplar yaklaşık 20-25 dakikanızı alacaktır. Sorularda cevaplamak istemeyeceğiniz, özel olduğunu düşündüğünüz sorular olursa cevap vermeyebilirsiniz.

Araştırmaya katılım gönüllülük esasına dayanmaktadır. Araştırmadan istediğiniz zaman çekilebilirsiniz. Bu durum size hiçbir sorumluluk getirmeyecektir. Görüşmede sorulan sorulara vereceğiniz cevaplar araştırmacı dışında kimseyle paylaşılmayacaktır. Araştırma sonuçları eğitim ve bilimsel amaçlar için kullanılacaktır. Araştırmanın tüm süreçlerinde kişisel bilgileriniz ihtimamla korunacaktır. Bu Gönüllü Katılım Formuna adınızı ve soyadınızı yazmanıza gerek yoktur. Bu gönüllü katılım formunu imzalamadan önce veya daha sonra aklınıza gelebilecek olan soruları istediğiniz zaman bana sorabilirsiniz. Telefon numaram ve iş adresim bu kâğıtta yazıyor. Bu görüşme ya da araştırma bittikten sonra da bana ulaşabilir ve araştırma ile ilgili soru sorabilirsiniz. Araştırmaya katılmayı tercih ediyorsanız, lütfen aşağıdaki bölümü doldurunuz.

Katılımcının adı, soyadı:

İmzası:

Tarih:

Araştırmanın yürütücüsü Adı Soyadı: Ebru KIRLI

Adres: Gönen Öğretmenim Ortaokulu / Kurtuluş Mah. 184 Sk. No.5 Gönen / BALIKESİR

Tel: 0 5531461656 E-posta: ebrucan10@gmail.com

Ek C: Fermi Problemleri

Fermi Problemleri

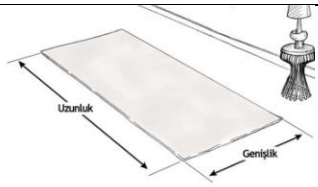
Problem 1: Aşağıdaki fotoğrafta Necatibey Eğitim Fakültesi binası verilmiştir. Sizce binanın yüksekliği ne kadardır?

Problem 2: Balıkesir ili sınırları içerisinde kaç tane trafik lambası vardır?

Problem 3: Kamu Personeli Seçme Sınavına hazırlanan bir öğretmen adayı bir yılda ne kadar süre ders çalışıyordur?

Problem 4: İçi boş bir su bardağına kaç tane küp şeker sığar?
(Küp şekerler parçalanmayacaktır.)

Problem 5: Bu sonbaharda Türkiye'de kaç yaprak yere düşmüştür?



Problem 6: Halılar rulo halinde depolanır. Şekilde verilen hiç kullanılmamış bir halı rulosunun uzunluğu kaç metredir? Çözümünüzü detaylandırınız.

Ek D: Klinik Mülakat Formu

Görüşme Formu

Bu görüşme, Fermi problemlerinin çözümünde nasıl ilerlediğini ve varsa karşılaştığın güçlükleri belirlemek amacıyla yapılmaktadır. Lütfen aşağıdaki sorulara yönelik görüşlerini çekinmeden ve açık bir şekilde ifade etmeye çalış. Görüşlerin sadece bilimsel amaçlarla kullanılacak olup senin ismin, okumakta olduğun okulun adı ve diğer özel kişisel bilgiler hiçbir şekilde açıkça ifade edilmeyecek ve herhangi bir başka kurum ya da kuruluşa verilmeyecektir. Katıldığın ve zaman ayırdığın için teşekkür ederim.

Görüşme Soruları:

1) Problemlerle ilgili düşüncelerin nelerdir?
    a) Problemi ilk okuduğunda neler hissettin?
    b) Etkinlik sürecinde problemi istekli olarak mı çözdün? Sebepleri nelerdir?
2) Problemin çözümüne nereden başladın?
    a) İlk okuduğunda ne anladın? Ne düşündün?
    b) Aklına gelen ilk çözüm yolu neydi?
    c) Nereden başlaman gerektiğine nasıl karar verdin?
3) Çözümde nelere dikkat ettiniz?
    a) Problemi çözmek için ilave bilgilere ihtiyaç duydun mu?
    b) Varsayımlar oluşturdun mu? Bu varsayımlara nasıl karar verdin?
4) Sayısal değerler verirken nelere dikkat ettin? Hangi sayısal değeri verdikten sonra değiştirdin mi?
5) Matematiksel işlemleri nasıl yaptın? Nelere dikkat ettin? Herhangi bir yardım aldın mı?
6) Çözümün doğruluğunu kontrol ettin mi? Elde ettiğin sonucun doğruluğundan nasıl emin olabilirsin?
7) Çözümünü yazarken veya sunarken çözümün ile ilgili aklına yeni bir şey geldi mi?
8) Arkadaşlarınızın çözümlerini gördükten sonra ve tartışmadan sonra çözümünüzü nasıl değerlendiriyorsunuz?

Eklemek istediğin bir şeyler var mı? Genel olarak anlatmak istediğin bir şeyler var mı?

Ek E: Yansıtısı Rapor Formu

Yansıtıcı Rapor

Değerli öğretmen adayı

Her problem için aşağıdaki soruların cevabını verecek şekilde ayrıntılı bir rapor oluşturunuz.

- Problemi nasıl çözdünüz?
- Modeli nasıl oluşturdunuz?
- Hangi matematiksel bilgilerden yararlandınız?
- Bulduğunuz sonucu gerçek hayat durumuna nasıl yorumladınız?

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı : Ebru KIRLI

Doğum tarihi ve yeri : 18/03/1991 GÖNEN

e-posta : ebrucan10@gmail.com

Öğrenim Bilgileri

Derece	**Okul/Program**	**Yıl**
Lisans	BOĞAZİÇİ ÜNİVERSİTESİ / İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ	2014
Lise	AHMET HAMDİ GÖKBAYRAK ANADOLU ÖĞRETMEN LİSESİ	2009

İş Bilgileri

Yıl	**Çalıştığı Kurum**
2014 – 2015	Özel Beykent Ortaokulu
2015 – 2019	Sultangazi Piri Reis Ortaokulu
2019 –	Öğretmenim Ortaokulu