

**T.C.**  
**BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI**  
**İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ**



**ORTAOKUL 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÜÇGENDE YÜKSEKLİK,  
KENARORTAY VE AÇIORTAY KAVRAMLARINA YÖNELİK  
KAVRAM İMAJLARININ BELİRLENMESİ**

**EBRU KILIÇ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Jüri Üyeleri :** Doç. Dr. Mehmet Ali KANDEMİR (Tez Danışmanı)  
Prof. Dr. Hülya GÜR  
Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ

**BALIKESİR, HAZİRAN - 2023**

## **ETİK BEYAN**

Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak tarafımda hazırlanan “**ORTAOKUL SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÜÇGENDE YÜKSEKLİK, KENARORTAY VE AÇIORTAY KAVRAMLARINA YÖNELİK KAVRAM İMAJLARININ BELİRLENMESİ**” başlıklı tezde;

- Tüm bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Kullanılan veriler ve sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Tüm bilgi ve sonuçları bilimsel araştırma ve etik ilkelere uygun şekilde sunduğumu,
- Yararlandığım eserlere atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,

beyan eder, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ederim.

**Ebru KILIÇ**

(imza)

## ÖZET

**ORTAOKUL SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÜÇGENDE YÜKSEKLİK  
KENARORTAY VE AÇIORTAY KAVRAMLARINA YÖNELİK KAVRAM  
İMAJLARININ BELİRLENMESİ  
YÜKSEK LİSANS TEZİ  
EBRU KILIÇ  
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI  
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ  
(TEZ DANIŞMANI: DOÇ. DR. MEHMET ALİ KANDEMİR)**

**BALIKESİR, TEMMUZ - 2023**

Araştırmanın amacı ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin yükseklik kenarortay ve açıortay kavramlarına yönelik kavram imajlarının belirlenmesidir. Bu çalışmanın katılımcılarını 2021-2022 eğitim öğretim yılında Balıkesir ili merkez ilçesinde öğrenim görmeye devam eden 6 farklı ortaokulun 8. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Nitel araştırma modellerinden çoklu durum araştırması kullanılan bu çalışmada öğrencilerden önce kavram imajı belirleme formunu yanıtlamaları istenmiş ardından formu yanıtlayanların içinden seçilen öğrenciler ile klinik mülakat yapılmıştır. Araştırmanın veri toplama araçları araştırmacı tarafından geliştirilen üçgen de yükseklik, kenarortay ve açıortay kavramlarına yönelik kavram imajlarının belirlenmesi formu, klinik mülakat formu ve bireysel görüşmelerdir. Öğrencilerin yükseklik olmayan imajında dik olmama, kenarortay olmayan imajında kenarın iki eşit parçaya bölünmediği, açıortay olmayan imajında ise açının iki eşit parçaya bölünmediği durumların baskın olduğu, öğrencilerin çoğunluğunun her 3 yardımcı elemanı da doğru çizdiği sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin üçgenin bu 3 yardımcı elemanına ait kavram imajlarının yetersiz olduğu görülmüştür. Öğrencilerin üçgen çizimleriyle alakalı sorunlar yaşadıkları ve kavram fark etmeksizin öğrencilerin çizimlerinin prototiplerden oluştuğu, yükseklik ve kenarortayın diğer yardımcı elemanların bileşimlerine göre daha çok birlikte anıldığı, araştırılan kavramların öğrencilerin zihninde en çok o kavramları tanımlamaya yönelik ifadeleri çağrıştırdığı, bazı öğrencilerin kenarortay için “dik ortalamak”, “dikme indirmek”, “dik çizmek” ifadelerini kullandığı, bazı öğrencilerin yükseklik yerine kenardan kenara dik doğru parçası çizdiği ve üçgenin dışında hiçbir kenarı veya uzantısını karşılamayacak şekilde diklik oluşturduğu, bazı öğrencilerin ikizkenar veya eşkenar üçgenlerde kenarortay, açıortay ve yüksekliğin aynı doğru parçası olduğunun farkında oldukları gözlenmiştir. Öğrencilerin üçgenin yardımcı elemanlarına yönelik kavram imajlarının Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri ve Skemp’in araçsal ve ilişkisel anlama teorisi perspektifinden incelenmesi gibi önerilerde bulunulmuştur.

**ANAHTAR KELİMELELER:** Üçgen, yükseklik, kenarortay, açıortay, kavram tanımı, kavram imajı

Bilim Kod / Kodları : 11404

Sayfa Sayısı : 164

## **ABSTRACT**

### **DETERMINING THE CONCEPTUAL IMAGES OF SECONDARY SCHOOL 8TH GRADE STUDENTS REGARDING THE CONCEPTIONS HEIGHT, MEDIAN AND BISECTOR IN TRIANGLE**

**MSC THESIS**

**EBRU KILIÇ**

**BALIKESİR UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE  
MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION  
ELEMENTARY MATHEMATICS EDUCATION  
(SUPERVISOR: DOÇ. DR. MEHMET ALİ KANDEMİR )**

**BALIKESİR, JULY - 2023**

The aim of the research is to determine the concept images of middle school eighth grade students regarding the concepts of height, median and bisector. The participants of this study are 8th grade students from 6 different secondary schools in the central district of Balıkesir in the 2021-2022 academic year. In this study, in which multi-case research, one of the qualitative research models, was used, the students were first asked to answer the concept image determination form, and then a clinical interview was conducted with the students selected from among those who answered the form. The data collection tools of the research are the form of determining the concept images for the concepts of height in triangle, median and bisector, clinical interview form and individual interviews developed by the researcher. It was concluded that in the non-height image of the students, it is not perpendicular, in the non-medium side image, the edge is not divided into two equal parts, and in the non-intermediate image, the situations where the angle is not divided into two equal parts are dominant, and the majority of the students drew all 3 auxiliary elements correctly. It was seen that the students' concept images of these 3 auxiliary elements of the triangle were insufficient. Students have problems with their triangle drawings, regardless of the concept, students' drawings are made of prototypes, height and median are mentioned more together than the combinations of other auxiliary elements, researched concepts evoke expressions in the minds of students to define those concepts most, some students use the expressions "right center" for the median, "lower the perpendicular", "draw perpendicularly", some students draw a triangle or an isosceles extension that does not form an opposite side to the side, except for the height, and some of the students draw an isosceles or right-angle extension other than the height. It has been observed that they are aware that the median, bisector and height are the same line segments in triangles. Suggestions were made, such as examining students' concept images of the auxiliary elements of the triangle from the perspective of Van Hiele's geometric thinking levels and Skemp's instrumental and relational understanding theory.

**KEYWORDS:** Triangle, height, median, bisector, concept definition, concept image

Science Code / Codes : 11404

Page Number : 164

# İÇİNDEKİLER

## Sayfa

<b>ÖZET</b> .....	<b>i</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>ii</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>iii</b>
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b> .....	<b>v</b>
<b>TABLO LİSTESİ</b> .....	<b>viii</b>
<b>ÖNSÖZ</b> .....	<b>ix</b>
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
1.1 Problem Durumu .....	1
1.2 Araştırmanın Amacı ve Önemi .....	4
1.3 Varsayımlar .....	6
1.4 Sınırlılıklar .....	7
1.5 Tanımlar .....	7
<b>2. LİTERATÜR TARAMASI</b> .....	<b>9</b>
2.1 Kavram .....	9
2.2 Matematiksel Kavramların Temsili .....	9
2.3 Matematik Eğitiminde Kavramlar ve Kavram İmajı .....	10
2.4 Kavram Tanımı ve Kavram İmajı .....	10
2.5 Geometri Öğrenme Alanında Kavram Tanımı ve Kavram İmajı İle İlgili Alan Yazın	16
2.5.1 Geometri Öğrenme Alanında Kavram Tanımı ve Kavram İmajı İle İlgili Yurt İçi	16
Çalışmalar .....	16
2.5.2 Geometri Öğrenme Alanında Kavram Tanımı ve Kavram İmajı İle İlgili Yurt Dışı	23
Çalışmalar .....	23
<b>3. YÖNTEM</b> .....	<b>30</b>
3.1 Araştırmanın Modeli .....	30
3.2 Çalışma Grubu .....	31
3.3 Veri Toplama Araçları .....	31
3.3.1 Kavram İmajı Belirleme Formu .....	31
3.3.2 Klinik Mülakat .....	35
3.4 Uygulama Süreci .....	37
3.4.1 Pilot Uygulama .....	38
3.4.2 Asıl Uygulama .....	39
3.4.3 Araştırmacının Rolü .....	40
3.5 Verilerin Analizi .....	40
3.5.1 İmaj Sorularının Analizi .....	41
3.5.2 Biçimsel Tanım Sorularının Analizi .....	43
3.5.3 Üçgende Yükseklik, Kenarortay ve Açortay Çizim Sorularının Analizi .....	46
3.5.4 Klinik Mülakatların Analizi .....	49
3.6 Geçerlilik ve Güvenirlilik .....	49
<b>4. BULGULAR</b> .....	<b>52</b>
4.1 Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular .....	52
4.2 İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular .....	52
4.3 Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular .....	58

4.4 Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular .....	66
4.5 Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular .....	78
4.6 Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular .....	79
4.7 Yedinci Alt Probleme İlişkin Bulgular .....	85
4.8 Sekizinci Alt probleme İlişkin Bulgular .....	99
4.9 Dokuzuncu Alt Probleme İlişkin Bulgular .....	110
4.10 Onuncu Alt Probleme İlişkin Bulgular .....	110
4.11 On Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular .....	115
4.12 On İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular .....	125
<b>5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER .....</b>	<b>138</b>
5.1 Çalışmanın Birinci, Beşinci ve Dokuzuncu Alt Problemiyle İlgili Sonuçlar ve Tartışma .....	138
5.2 Çalışmanın İkinci, Altıncı ve Onuncu Alt Problemiyle İlgili Sonuçlar ve Tartışma ..	140
5.3 Çalışmanın Üçüncü ve Dördüncü Alt Problemiyle İlgili Sonuçlar ve Tartışma .....	143
5.4 Çalışmanın Yedinci ve Sekizinci Alt Problemiyle İlgili Sonuçlar ve Tartışma .....	144
5.5 Çalışmanın On Birinci ve On İkinci Alt Problemleriyle İlgili Sonuçlar ve Tartışma	146
5.6 Çizim Sorularıyla Alakalı Genel Sonuç ve Tartışma .....	147
5.7 Öneriler .....	148
<b>6. KAYNAKLAR .....</b>	<b>150</b>
<b>EKLER .....</b>	<b>158</b>
EK A: Etik Kurul İzni ve Araştırma Belgesi .....	158
EK B: Veli Onay Formu .....	160
EK C: Kavram İmajı Belirleme Formu .....	161
EK D: Klinik Mülakat Soruları .....	163
<b>ÖZGEÇMİŞ .....</b>	<b>164</b>

## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

Şekil 2.1: Kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki çift yönlü ilişki (Vinner, 1983).....	12
Şekil 2.2: Kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki tek yönlü ilişki (Vinner, 1983).....	13
Şekil 2.3: Girdi, kavram tanımı, kavram imajı ve çıktı arasındaki ideal ilişki (Vinner,1983).....	13
Şekil 2.4: Girdinin yalnızca kavram tanımı ile etkileşime girip çıktıya dönüşmesi (Vinner, 1983).....	14
Şekil 2.5: Girdinin önce kavram imajı ardından kavram tanımı ile etkileşime girerek çıktıya dönüşmesi (Vinner, 1983).....	15
Şekil 2.6: Girdinin yalnızca kavram imajı ile etkileşime girerek çıktıya dönüşmesi (Vinner, 1983).....	15
Şekil 3.1: Araştırma uygulama diyagramı.....	38
Şekil 4.1: Biçimsel yükseklik tanımından alınan puanların yüzde-frekans grafiği.....	54
Şekil 4.2: Ö2'nin yükseklik tanımı.....	55
Şekil 4.3: Ö148'in yükseklik tanımı.....	56
Şekil 4.4: Ö148'in yükseklik çizimlerinden biri.....	56
Şekil 4.5: Ö142'nin biçimsel yükseklik tanımı.....	57
Şekil 4.6: Ö142'nin yükseklik çizimlerinden biri.....	58
Şekil 4.7: Ö38'in yükseklik çizimlerinden ikisi.....	61
Şekil 4.8: Ö111' in yükseklik çizimlerinden biri.....	62
Şekil 4.9: Ö117'nin yükseklik çizimlerinden biri.....	62
Şekil 4.10: Ö59'un yükseklik çizimlerinden biri.....	62
Şekil 4.11: Ö4'ün yükseklik çizimleri.....	63
Şekil 4.12: Ö141'in yükseklik çizimlerinden biri.....	64
Şekil 4.13: Ö141'in yükseklik çizimlerinden biri.....	64
Şekil 4.14: Ö141'in yükseklik çizimlerinden biri.....	65
Şekil 4.15: Ö24'ün yükseklik çizimlerinden biri.....	65
Şekil 4.16: Ö144'ün yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri.....	71
Şekil 4.17: Ö143'ün yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri.....	71
Şekil 4.18: Ö144'ün yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri.....	72
Şekil 4.19: Ö144'ün yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri.....	72
Şekil 4.20: Ö104'ün yükseklik olmayan çizim örnekleri.....	73
Şekil 4.21: Ö144'ün yükseklik olmayan çizim örnekleri.....	73
Şekil 4.22: Ö32, Ö49 ve Ö136'nın yükseklik olmayan çizim örnekleri.....	74
Şekil 4.23: Ö30'un yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri.....	75
Şekil 4.24: Ö147'nin yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri.....	75
Şekil 4.25: Ö142'nin yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri.....	76
Şekil 4.26: Ö139'un yükseklik olmayan çizim örnekleri.....	76
Şekil 4.27: Ö53'ün yükseklik olmayan çizim örnekleri.....	76
Şekil 4.28: Ö32'nin yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri.....	77
Şekil 4.29: Ö27'nin yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri.....	77
Şekil 4.30: Ö39'un yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri.....	77
Şekil 4.31: Kenarortay tanımından alınan puanların yüzde-frekans grafiği.....	80
Şekil 4.32: Ö142'nin biçimsel kenarortay tanımı.....	82
Şekil 4.33: Ö142'nin açıortay çizimlerinden biri.....	83
Şekil 4.34: Ö146'nın biçimsel kenarortay tanımı.....	83

Şekil 4.35: Ö145'in biçimsel kenarortay tanımı .....	84
Şekil 4.36: Ö144'ün kenarortay çizimlerinden biri .....	90
Şekil 4.37: Ö144'ün kenarortay çizimleri .....	90
Şekil 4.38: Ö61'in kenarortay çizimleri .....	91
Şekil 4.39: Ö16'nın kenarortay çizimleri .....	92
Şekil 4.40: Ö10'un kenarortay çizimleri .....	92
Şekil 4.41: Ö150'nin kenarortay çizimleri .....	93
Şekil 4.42: Ö136'nın kenarortay çizimlerinden biri .....	94
Şekil 4.43: Ö136'nın kenarortay çizimlerinden biri .....	94
Şekil 4.44: Ö136'nın kenarortay çizimlerinden biri .....	95
Şekil 4.45: Ö43'ün kenarortay çizimleri .....	95
Şekil 4.46: Ö114'ün kenarortay çizimleri .....	96
Şekil 4.47: Ö114'ün kenarortay çizimleri .....	96
Şekil 4.48: Ö143'ün kenarortay çizimleri .....	97
Şekil 4.49: Ö143'ün kenarortay çizimleri .....	98
Şekil 4.50: Ö136'nın kenarortay olmayan çizimlerinden biri .....	105
Şekil 4.51: Ö37'nin kenarortay olmayan çizimlerinden biri .....	106
Şekil 4.52: Ö103'ün kenarortay olmayan çizimlerinden biri .....	106
Şekil 4.53: Ö103'ün kenarortay olmayan çizimlerinden biri .....	107
Şekil 4.54: Ö139'un kenarortay olmayan çizimlerinden biri .....	107
Şekil 4.55: Ö142'nin kenarortay olmayan çizimlerinden biri .....	108
Şekil 4.56: Ö110'un kenarortay olmayan çizimleri .....	108
Şekil 4.57: Ö144'ün kenarortay olmayan çizimleri .....	109
Şekil 4.58: Ö144'ün kenarortay olmayan çizimleri .....	109
Şekil 4.59: Biçimsel açıortay tanımından alınan puanların yüzde-frekans grafiği .....	112
Şekil 4.60: Ö115'in biçimsel açıortay tanımı .....	113
Şekil 4.61: Ö148'in biçimsel açıortay tanımı .....	114
Şekil 4.62: Ö130'un biçimsel açıortay tanımı .....	114
Şekil 4.63: Ö25'in açıortay çizimleri .....	120
Şekil 4.64: Ö49'un açıortay çizimleri .....	120
Şekil 4.65: Ö49'un açıortay tanımı .....	121
Şekil 4.66: Ö49'un açıortay olmayan çizimlerinden biri .....	121
Şekil 4.67: Ö61'in açıortay çizimlerinden biri .....	121
Şekil 4.68: Ö61'in açıortay çizimleri .....	122
Şekil 4.69: Ö36'nın açıortay çizimlerinden biri .....	122
Şekil 4.70: Ö151'in açıortay çizimlerinden biri .....	123
Şekil 4.71: Ö151'in açıortay çizimlerinden biri .....	124
Şekil 4.72: Ö39'un açıortay çizimlerinden biri .....	124
Şekil 4.73: Ö16'nın açıortay çizimleri .....	125
Şekil 4.74: Ö148'in açıortay olmayan çizimleri .....	131
Şekil 4.75: Ö146'nın açıortay olmayan çizimlerinden biri .....	132
Şekil 4.76: Ö7'nin açıortay olmayan çizimleri .....	133
Şekil 4.77: Ö7'nin açıortay çizimleri .....	133
Şekil 4.78: Ö103'ün açıortay olmayan çizimlerinden biri .....	133
Şekil 4.79: Ö103'ün açıortay olmayan çizimlerinden biri .....	134
Şekil 4.80: Ö139'ün açıortay olmayan çizimleri .....	134
Şekil 4.81: Ö150'nin açıortay olmayan çizimleri .....	135
Şekil 4.82: Ö139'un açıortay olmayan çizimleri .....	135
Şekil 4.83: Ö49'un açıortay olmayan çizimleri .....	136
Şekil 4.84: Ö49'un kenarortay çizimleri .....	136



<b>Şekil 4.85:</b> Ö120'nin açıortay olmayan çizimleri.....	136
<b>Şekil 4.86:</b> Ö120'nin yükseklik çizimleri.....	137
<b>Şekil 5.1:</b> Üçgenin yardımcı elemanlarının biçimsel tanımlarından alınan ortalama puanlar.....	139

## TABLO LİSTESİ

### Sayfa

<b>Tablo 3.1:</b> Çalışma grubunun kişisel özelliklere göre dağılımı.....	31
<b>Tablo 3.2:</b> Veri toplama aracındaki soruların kazanımlarla ilişkisi.....	32
<b>Tablo 3.3:</b> Veri toplama aracındaki soruların boyutlara göre dağılımı.....	33
<b>Tablo 3.4:</b> Veri toplama aracındaki soruların kazanımlarla ilişkisi.....	34
<b>Tablo 3.5:</b> Klinik mülakatlar için seçilen öğrencilerin kişisel bilgileri.....	36
<b>Tablo 3.6:</b> Üçgenin yardımcı elemanlarının boyutlara göre dağılımı.....	41
<b>Tablo 3.7:</b> İmaj sorularının analizi için kullanılan çerçeve.....	42
<b>Tablo 3.8:</b> Öğrencilerin çizimlerde dikkat ettikleri noktalar.....	43
<b>Tablo 3.9:</b> Biçimsel tanımları puanlamak için kullanılan dereceli puanlama anahtarı.....	44
<b>Tablo 3.10:</b> Yardımcı elemanlar için belirlenen kritik özellikler.....	45
<b>Tablo 3.11:</b> Çizim sorularının analizinde kullanılan çerçeve.....	46
<b>Tablo 3.12:</b> Çizim sorularının analizi için kullanılan kodların çalışmalara göre dağılımı..	49
<b>Tablo 4. 1:</b> Üçgende yükseklik kavramının öğrencilerdeki zihinsel çağrışımının kategorilere göre dağılımı.....	52
<b>Tablo 4.2:</b> Tüm öğrencilerin üçgende yüksekliğin biçimsel tanımından aldıkları puanlar.....	53
<b>Tablo 4.3:</b> Biçimsel yükseklik tanımından alınan puanların frekans ve yüzde dağılımı.....	55
<b>Tablo 4.4:</b> Yükseklik örneği çizimlerinden elde edilen kodlar.....	59
<b>Tablo 4.5:</b> Yükseklik olmayan örnek çizimlerinden elde edilen kodlar.....	67
<b>Tablo 4.6:</b> Üçgende kenarortay kavramının öğrencilerdeki zihinsel çağrışımının kategorilere göre dağılımı.....	78
<b>Tablo 4.7:</b> Tüm öğrencilerin üçgende kenarortayın biçimsel tanımından aldıkları puanlar.....	79
<b>Tablo 4.8:</b> Biçimsel kenarortay tanımından alınan puanların frekans ve yüzde dağılımları.....	81
<b>Tablo 4.9:</b> Kenarortay örneği çizimlerinden elde edilen kodlar.....	86
<b>Tablo 4.10:</b> Kenarortay olmayan örnek çizimlerinden elde edilen kodlar.....	100
<b>Tablo 4.11:</b> Üçgende açortay kavramının öğrencilerdeki zihinsel çağrışımının kategorilere göre dağılımı.....	110
<b>Tablo 4.12:</b> Tüm öğrencilerin üçgende açortayın biçimsel tanımlarından aldıkları puanlar.....	111
<b>Tablo 4.13:</b> Biçimsel açortay tanımından alınan puanların frekans ve yüzde dağılımları.....	110
<b>Tablo 4.14:</b> Açortay örneği çizimlerinden elde edilen kodlar.....	116
<b>Tablo 4.15:</b> Açortay olmayan örnek çizimlerinden elde edilen kodlar.....	126
<b>Tablo 5.1:</b> Birden fazla yardımcı elemanı içeren kategoriler ve frekansları.....	139
<b>Tablo 5.2:</b> Biçimsel tanım puanlarının üçgenin yardımcı elemanlarına göre yüzde ve frekans dağılımı.....	140

## ÖNSÖZ

Araştırma süreci boyunca desteğini esirgemeyen ve motive eden danışmanım Sayın Doç. Dr. Mehmet Ali KANDEMİR'e çok teşekkür eder, hürmetlerimi iletirim. Süreç boyunca kattığı akademik bilgiler için de ayrıyeten teşekkürü borç bilirim.

Her daim motivasyonum olan ve süreç boyunca benim her anlamda destekçim olan sevgili dostum Hilal GÖNÜL'e kucak dolusu sevgilerimi iletirim.

Araştırma süreci boyunca maddi manevi hiçbir desteğini esirgemeyen saygıdeğer büyüğüm Ahmet KOT'a hürmetlerimi sunar, minnettar olduğumu belirtmek isterim.

Çalışma alanımı güzelleştiren ve güler yüzüyle her daim desteklerini hissettiren Hafize YAPICI, Selim YAPICI ve tüm Ahmet Kot Kitaplığı çalışanlarına içtenlikle teşekkür ederim.

Hayatımın zor zamanlarında yanımda olan sevgili arkadaşım Semanur Can'a, kütüphane arkadaşlarım olan Çağatay ERSİN, Seçil MANDIRACI, Enise AYVAZOĞLU ve Hilal ÇELİK'e de teşekkürlerimi ilettiğimi eklemek isterim.

**Balıkesir, 2023**

**EBRU KILIÇ**

# 1. GİRİŞ

Bu bölümde problem durumu, araştırmanın amacı ve önemi, varsayımlar ve sınırlılıklara ilişkin açıklamalar yapılmıştır.

## 1.1 Problem Durumu

Öğrenciler erken çocukluk dönemlerinde matematiksel kavramları sezgisel olarak kavrarlar (Piaget, 1953). Okul öncesinde daha çok biçimsel olmayan ve matematiksel bağlamın dışında çeşitli geometrik şekillerin görsel temsilleri ile karşılaşır ve onları deneyimlerler. Bu görsel temsiller ve deneyimler çocukların zihinlerinde kavramlara ait ilk imajı oluşturmaktadır (Duval, 1998; Fischbein, 1993; Wright, 2013) ve oluşan bu imajların daha sonra okul döneminde matematiksel bağlamda öğrenilen kavram tanımlarını desteklemeleri beklenmektedir (Duval, 1998; Fischbein, 1993). Bu öğretim programının genel amaçları arasında bulunan önceki öğrenmelerle ilişkilendirilmiş ve günlük hayatla bütünleşmiş bir öğrenme hedefi açısından değerlendirildiğinde anlamlıdır (Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2018).

Geometrik şekillerin özellikleri belirli bir aksiyomatik sistem içerisindeki tanımlar tarafından üretildiğinden geometrik şekiller de kavramsal bir yapıya sahiptir ve kâğıda çizilen herhangi bir geometrik şekil tanımı tarafından kontrol edilir. Geometrik şekil bir kavram olmanın yanı sıra bir imajdır (Fischbein, 1993; Fischbein ve Nachlieli, 1998). Geometrik muhakemede kavram ve şekil arasındaki uyum psikolojik kısıtlar sebebiyle tam anlamıyla gerçekleştirilemez çünkü şekli kavramsallaştırma sürecinin karmaşık dinamiklere sahip olması o kavramın şekilsel ve kavramsal olarak kavranması arasında potansiyel bilişsel çatışmalar yaratır (Fischbein, 1993). Şekilsel ve kavramsal anlama arasındaki bu çatışmayı Tall ve Vinner (1981) kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki uyumsuzluklar olarak tanımlamıştır. Bu uyumsuzluklar öğrencilerin şekillerin özelliklerini algılamalarına rağmen kritik olan ve olmayan özelliklerini ayırt etmelerine engel olabilir. (Tall ve Vinner, 1981; Vinner, 1991). Bu nedenle kavram tanımlarıyla olumlu veya olumsuz etkileşim içinde olan kavram imajlarının gelişimleri yakından takip edilmeli ve desteklenmelidir (Tsamir, Tirosh ve Levenson, 2008; Tsamir vd., 2015). Biçimsel kavram tanımlarının yanı sıra sezgilerin ve prototiplerin şekillendirdiği kısmi ve yanlış kavram imajlarının oluşmasını önlemek için öğrencilere uygun rehberlik sağlanmalıdır (Erdoğan, 2017; Ulusoy, 2021).

İlkokul düzeyinde geometri öğretiminin kazanımları kapsamında öğrencilerden 1. sınıf düzeyinde geometrik cisimleri matematiksel bir dil kullanmadan günlük hayatta karşılaştıkları örneklerle sınıflandırmaları, şekilleri köşe ve kenar sayılarına göre sınıflandırmaları, üçgen, kare, dikdörtgen ve çemberi adlandırmaları, sınıflandırmaları ve örnek oluşturmaları; 2. sınıf düzeyinde dairenin de eklendiği geometrik şekillerin köşe ve kenar sayısına göre sınıflandırmaları, noktalı kâğıt üzerine örnekler çizmeleri; 3. sınıf düzeyinde küp, kare ve dikdörtgenler prizmasının temel elemanlarını belirlemeleri, benzerlik ve farklılıklarına göre sınıflandırmalar yapmaları, dikdörtgen ve karenin köşegenlerini çizmeleri, cetvel kullanarak üçgen, kare ve dikdörtgen çizmeleri; 4. sınıf düzeyinde kare, dikdörtgen ve üçgenin kenar özelliklerini söylemeleri, kenarlarına ve köşelerine isim vermeleri, üçgenleri kenar uzunluklarına göre sınıflandırmaları beklenmektedir (MEB, 2018). İlkokul düzeyindeki kazanımları arasında sınıflandırma becerisinin baskın olması kavramların nesnelere ya da olayları benzer özelliklerini kullanarak tek bir çatı altında birleştiren soyut bir genel düşünce olduğu gerçeğini desteklemektedir (Özsoy ve Kemankaşlı,2004).

Ortaokul düzeyinde geometri kazanımları ele alınırsa 5. sınıf hedefleri arasında çokgenleri isimlendirme ve temel elemanlarını tanıma, dikdörtgen, paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuğun özelliklerini anlama, uzunluk ölçme birimlerini tanıma, birbirine dönüştürme, çokgenlerin çevre uzunluklarını ve dikdörtgenin alanını hesaplama, dikdörtgenler prizmasını tanıma, temel özelliklerini bilme, yüzey alanını hesaplamaları ve açınımı çizme; 6. sınıf hedefleri arasında yükseklik, açı, eş açı kavramlarını anlamlandırma, üçgen ve paralelkenarın alanını hesaplama, çemberi anlama, dikdörtgenler prizmasının hacmini hesaplama; 7. sınıf kazanımları arasında yöndeş, iç ters, dış ters, ters açı ve açıortayın özelliklerini anlama, düzgün çokgenlerin iç ve dış açılarını anlama, dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgene ait alan bağıntılarını oluşturma, çember ve çember parçasının uzunluğu, daire ve daire diliminin alanını hesaplama, cisimlerin farklı yönlerden görünümelerini çizmeleri beklenmektedir (MEB, 2018). Ortaokul kazanımları incelendiğinde ise şekillerin özelliklerinin ve birbirleriyle olan ilişkilerin tanımlanmasının ağırlıkta olduğu görülmektedir. Bu minvalde bir kavramın tam anlamıyla kazanılabilmesi için o kavramla ilgili olan ve olmayan diğer kavramların istenilen kavramla doğru ilişkiler ağına yerleştirilmesi gerektiğinin önemini vurgulamaktadır (Ergün, 2010).

8. sınıf kazanımları arasında Pisagor bağıntısını anlama ve kullanma, öteleme ve yansıma dönüşümleri yapma, eş ve benzer çokgenleri belirleyip çizme, dik prizma, dik silindir, dik piramit ve koniyi kavrama vardır. Ayrıca 8. sınıf düzeyinde üçgenler alt öğrenme alanı derinlemesine ele alınmakta olup öğrencilerden üçgende kenarortay, açıortay ve yüksekliği çeşitli şekillerde inşa etme ve özelliklerinden yararlanma, üçgenin iki kenar uzunluğunun toplamı veya farkı ile üçüncü kenarının uzunluğunu ilişkilendirme, üçgenin kenar uzunlukları ile bu kenarların karşısındaki açılarının ölçülerini ilişkilendirme, yeterli sayıda elemanın ölçüleri verilen bir üçgeni çizme gibi beceriler beklenmektedir. Bu kazanımlar dikkate alındığında geometriye ne kadar önem verildiği 8. Sınıf özelinde ise üçgenler alt öğrenme alanına ne kadar önem verildiği aşikârdır (MEB, 2018).

Ortaöğretim matematik öğretim programı değerlendirildiğinde 9. sınıf düzeyinde üçgenlerde temel kavramlar, eşlik ve benzerlik, üçgenlerin yardımcı elemanları, dik üçgen ve trigonometri, üçgenin alanı; 10. sınıf düzeyinde çokgenler, dörtgenler ve özellikleri, özel dörtgenler alt öğrenme alanlarına yer verildiği görülmektedir. Özellikle üçgenin kenarortaylarının, iç ve dış açıortaylarının, kenar orta dikmelerinin özelliklerinin ve üçgen çeşidinin yüksekliklerin kesiştiği konumu nasıl etkilediğinin bilinmesinin istenmesi üçgenin yardımcı elemanlarına verilen önemi (MEB, 2018) ve 8. Sınıf düzeyinde belirlenen kazanımların ortaöğretim geometri müfredatı için temel bir basamak olduğunu gözler önüne sermektedir (Türkdoğan vd., 2015). Hiyerarşik, soyut ve karmaşık yapıya sahip olan matematiksel kavramlar (Nesbit, 1996), yeni bir matematiksel kavramın veya bilginin öğrenilmesi için önceki kavramlarla aralarında anlamlı bir ilişki kurulmasına ihtiyaç duyulduğu bilindiğinden (Köğce, 2018) lise geometri müfredatında ele alınan çokgenlerin doğru şekilde öğrenilmesinin ortaokul müfredatında yer alan üçgenlerin ve üçgenin yardımcı elemanlarının doğru şekilde öğrenilmesiyle yakından ilişkili olduğu düşünülmektedir. Nitekim çokgenlerin temelini üçgenler oluşturmaktadır.

Ayrıca üçgenlerin kavranması matematik (birim çember ve trigonometri vb.) ve fen bilimlerinde (kuvvet ve Fourier yöntemi vb.) gibi kavramların anlaşılmasını kolaylaştıracaktır (Ubuz ve Aydın, 2018). Nitekim Koyunkaya (2016) lisansüstü öğrencilerle dik üçgende sinüs ve kosinüs açılarının kavram imajını araştırdığı çalışmada trigonometrik oran kavram imajlarının birim çember ve dik üçgenden oluştuğunu, sınırlı bir ilişkisel anlayışla birlikte daha çok araçsal anlayışa sahip olduklarını ve verilen görevleri yapmakta zorlandıklarını belirtmiştir. Ayrıca öğretim programları içerisinde diğer

disiplinlerle ve günlük hayatla değerler, beceriler ve yetkinlikler çerçevesinde bütünleşmiş bir öğrenme biçiminin hedeflendiği göz önünde bulundurulduğunda diğer disiplinler ve konular için de üçgen kavramının doğru bir şekilde anlaşılması önem kazanmaktadır (MEB 2018). Üçgenlerin kavranması öğrencilerin argümantasyon ve ispat becerilerini de destekleyeceği gibi dörtgenler ve diğer tüm çokgenler üçgenel parçalara ayrılabilirdiğinden bu konu diğer çokgenler ve geometrik cisimlerin anlaşılması açısından son derece önemlidir (Ulusoy, 2021). 8. sınıfların (Bayram ve Duatepe-Paksu, 2018) ve öğretmen adaylarının (Fujita ve Jones, 2006) dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkiyi anlamadıkları ve 8. sınıfların prototip dörtgen çizimleri yaptıkları (Yavuzsoy-Köse vd., 2019) görülmüştür. Ubuz (1999) geometrik şekiller ve özellikleri, çokgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilerin anlaşılması üzerine çalışmaların yapılması gerektiğini belirtmiştir.

Böylece matematik eğitimcilerinin odak noktalarından birinin geometri öğretimi olduğu anlaşılırken bunun doğal bir sonucu da geometrik kavramların farklı eğitim düzeylerindeki öğrenciler tarafından nasıl öğrenildiğini anlamayı amaç edinmek olmalıdır (Gutierrez ve Jaime, 1999). Öğrencilerin ortak kavram imajları ve bunlarla ilişkilendirdiği kavram tanımlarının farkında olmak öğrencilerin deneyimledikleri öğrenmeler ve kavramlar için ürettikleri fikirler hakkında bilgi sahibi olmanın yanı sıra bu bilgiyi sonraki kavramların anlamlı öğrenmesi ve öğrenci merkezli bir öğrenmenin temelini oluşturmak gibi faydalar da sağlar (Wawro, Sweeney ve Rabin, 2011).

## **1.2 Araştırmanın Amacı ve Önemi**

Biçimsel kavram tanımlarının yanı sıra sezgilerin ve prototiplerin şekillendirdiği yanlış ve dar kapsamlı kavram imajlarının oluşumunu engellemek için öğrencilerin sistematik bir yönlendirmeye ihtiyaçları vardır (Ulusoy, 2021). Yönlendirmenin yapılabilmesi için öncelikle vaziyetin izahı gerekmektedir. Öğrencilerin mevcut kavram imajlarının betimlenmesi bu amaca hizmet edecektir. Öğrencilerin bir kavram hakkındaki kavram imajlarını anlamak ele alınan kavramla ilişkilendirilen diğer kavramları ve süreçleri de ele aldığından hem bazı öğretimsel zorlukları kaldırarak yanlış, kısmi ya da eksik kavram imajlarının oluşmasını engeller (Köğçe, 2018) hem de öğretmenlere ve müfredat geliştiricilere bilgiyi nasıl kullanacakları konusunda psikolojik bağlamda yardımcı olur (Haiyue ve Yoong, 2010). Bir öğrencinin bir kavramla alakalı kavram imajının o kavramla alakalı problem çözme sürecinde akıl yürütme becerilerini etkilediği (Nurwahyu, Tinungki

ve Mustangin, 2020; Vinner ve Dreyfus, 1989;), öğrencilerin problemle ilgili doğru kavram, algı ve yeterli kavram imajlarına sahip olmaları durumunda muhakeme yapma ve problemi doğru çözüme becerilerinin olumlu yönde etkileneceğini de eklemek gerekir (Nurwahyu, Tinungki ve Mustangin, 2020).

Vinner ve Hershkowitz (1983) ise 6-8. sınıflarda yükseklik tanımının verilmesine rağmen çalışma yaptığı öğrenci grubunun yalnızca %30'unun, tanım verilmediğinde ise %20'sinin dik ve geniş açılı üçgende yüksekliği doğru bir şekilde çizebildiklerini, Hershkowitz (1989) 8. Sınıflarla yaptığı çalışmada öğrencilerin %30 dan daha azının üçgende yükseklik kavramını doğru tanımladığını söylemiştir. Fischbein ve Nachlieli (1998) 9-11. sınıflarla yaptığı çalışmada birçok öğrencinin üçgende yüksekliğin tanımını doğru yapamadığını, dar açılı veya ikizkenar üçgen hariç geniş açılı ve dik açılı üçgenlerde yüksekliği doğru çizemediklerini bulmuştur. Jaime ve Gutierrez (1999) öğretmen adaylarının üçgende yükseklik kavram imajının yüksekliğin üçgenin içinde çizildiği durumla sınırlı olduğu, geniş açılı ve dik üçgende yüksekliği doğru çizemedikleri, yüksekliğin yer yer üçgenin diğer yardımcı elemanlarıyla karıştırıldığı ve öğretmen adaylarının öğrencilerle benzer zayıf kavram imajlarına sahip olduğu bulgularını paylaşmıştır.

Yüksekliğin üçgenin içinde çizilmesi gerektiğine dair prototip inanç üçgende yükseklik çizimlerindeki başarısızlığın temel sebebi olarak görülmektedir (Fischbein ve Nachlieli, 1998; Hershkowitz, 1989; Jaime ve Gutierrez, 1999; Vinner ve Hershkowitz, 1983). Öğrencilerin üçgende yüksekliği doğru çizemediklerini ve yükseklik yerine kenarortay, açıortay, kenar orta dikme gibi diğer elemanları çizdiklerini göstermiş (Fischbein ve Nachlieli, 1998; Jaime ve Gutierrez, 1999) bu da üçgenin yardımcı elemanlarının beraber incelendiği bir araştırmayı zorunlu kılmıştır. Bu çalışma ele aldığı bağlam ve seçtiği katılımcı grubu itibariyle literatüre özgün bir katkı sunacaktır. Vinner ve Hershkowitz (1983) ve Hershkowitz (1989)'in 8. sınıflarla yaptığı üçgende yükseklik kavramına dair araştırmanın yanı sıra üçgenin yardımcı elemanlarını birbiri ile ilişkilendirerek inceleyen bir çalışma bulunmamaktadır. Ayrıca mevcut yanlış anlama biçimlerini yeniden inşa etmek ya da düzeltmek zor olduğu için kavram imajına yönelik çalışmaların ilkökulda yapılması önem kazanmaktadır (Ardiansari, Süryadi ve Dasari, 2020). Bu gerekçeler doğrultusunda çalışmanın problem cümlesini “8. sınıf öğrencilerinin üçgende yükseklik, kenarortay ve açıortay kavramına yönelik kavram imajları nasıldır?” sorusu oluşturmaktadır ve alt problemlerde aşağıda listelenmiştir



Araştırmada şu alt problemlere cevap aranacaktır.

1. Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgende yükseklik kavramı imajı nelerden oluşur?
2. Ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri üçgende yükseklik kavramının biçimsel tanımını yapma konusundaki başarıları ne düzeydedir?
3. Ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri üçgende yüksekliği nasıl çizerler?
4. Ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri üçgende yükseklik olmayan çizim örneklerini nasıl gösterirler?
5. Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgende kenarortay kavram imajı nelerden oluşur?
6. Ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri üçgende kenarortay kavramının biçimsel tanımını yapma konusundaki başarıları ne düzeydedir?
7. Ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri üçgende kenarortayı nasıl çizerler?
8. Ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri üçgende kenarortay olmayan çizim örneklerini nasıl gösterirler?
9. Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgende açıortay kavramı imajı nelerden oluşur?
10. Ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri üçgende açıortay kavramının biçimsel tanımını yapma konusundaki başarıları ne düzeydedir?
11. Ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri üçgende açıortayı nasıl çizerler?
12. Ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri üçgende açıortay olmayan çizim örneklerini nasıl gösterirler?

### **1.3 Varsayımlar**

- i. Araştırmanın çalışma grubunu oluşturan ortaokul öğrencilerinin bu çalışma için uygun olduğu varsayılmıştır.
- ii. Ortaokul öğrencilerinin veri toplama aracındaki soruları samimiyetle cevaplandıkları varsayılmıştır.
- iii. Ortaokul öğrencilerinin çalışmaya gönüllülük esasına uygun ve akranlarıyla etkileşim kurmadan dahil oldukları varsayılmıştır.
- iv. Ortaokul öğrencilerinin çalışma esnasında maruz kaldıkları dış etkenlerin tüm öğrenciler üzerindeki etkisinin minimum ve aynı düzeyde olduğu varsayılmıştır.

#### 1.4 Sınırlılıklar

Çalışmada elde edilen bulgular aşağıdaki sınırlılıklar çerçevesinde değerlendirilmiştir:

- i. 2021-2022 eğitim öğretim yılı bahar dönemi güney marmara bölgesinde yer alan bir ilin merkez ilçesinde yer alan 6 ayrı devlet okulunun 8. Sınıf düzeyinde öğrenim görmekte olan 151 öğrenci ile
- ii. Bir ay süren veri toplama süreciyle
- iii. Hazırlanan veri toplama aracıyla
- iv. Öğrencilerin üçgenler ünitesiyle alakalı bilgileriyle sınırlıdır.

#### 1.5 Tanımlar

**Kavram:** Bir nesnenin ya da düşüncenin zihindeki soyut ve genel tasarımı, mefhum, fetva, konsept, nosyon (TDK,2023). Benzer özellikleri taşıyan olay duygu düşünce ve varlıklara verilen bu ad kişilerin sistematik bir duygu düşünce ve hareket bütünlüğü içerisinde kazandıkları deneyimlerle elde edilir. Kavram insanların onun aracılığıyla dünyayı anladığı ve birbirleriyle etkileşim kurduğu bir bilgidir (Hansen, Drews, Dudgeon, Lawton ve Surtees, 2020).

**Kavram tanımı:** “Herhangi bir kavramı açıklamak için kullanılan kelimelerin bütününe denir” Tall ve Vinner, 1981:152). “Herhangi bir kavramı dolambaçsız ve doğru bir şekilde açıklayan sözel tanımlamaya denir” (Vinner, 1983:293).

**Kavram imajı:** “Herhangi bir kavramla alakalı zihinsel resimleri özellikleri çeşitli süreçleri içeren bütün bilişsel yapıdır” (Vinner, 1983:293).

**Yükseklik:** “Üçgenin bir köşesinden karşı kenara veya uzantısına dik olarak çizilen doğru parçasına o kenara ait yükseklik denir. Dar açılı üçgende yükseklikler üçgenin iç bölgesinde geniş açılı üçgende üçgenin dış bölgesinde dik üçgende istedik açının köşesinde kesişir yükseklikler her durumda bir noktada kesiştiğini den noktadaştırılar” (Yelli ve Kişi, 2014:119).

**Kenaortay:** “Bir üçgende bir köşeyi karşısındaki kenarın orta noktasıyla birleştiren doğru parçasına üçgenin o kenarına ait kenarı ortağı adı verilir. Kenarortaylar üçgenin içinde bir noktada kesişirler yani noktadaştırılar” (Aydın ve Beşer, 2008:77).

**Açıortay:** Bir üçgenin herhangi bir iç açısını 2 eş parçaya ayıran ışının köşe ile karşı kenarı arasında kalan parçası üçgenin o kenarına ait açıortaydır. Üçgenin açıortayları üçgenin içinde bir noktada kesişirler yani noktadaşırlar” (Yelli ve Kişi, 2014:117).

**Kenar orta dikme:** “Bir üçgende, bir kenarın orta noktasına inilen dikmeye üçgenin o kenarına ait kenar orta dikmesi adı verilir. Dar açılı üçgende kenar orta dikmeler üçgenin iç bölgesinde geniş açılı üçgende üçgenin dış bölgesinde dik üçgende ise hipotenüs üzerinden kesişir kenar orta dikmeler her durumda bir noktada kesiştiğinden noktadaşırlar” (Aydın ve Beşer, 2008:79).

## **2. LİTERATÜR TARAMASI**

### **2.1 Kavram**

1970'lere kadar bir tanım kategorisi oluşturmanın gerekli ve yeterli bazı koşullara ihtiyaç duyulduğu düşünülüyordu (Margolis ve Lawrence, 2006). Yani bir öge sadece gerekli ya da temel özelliklere sahipse bir kategoriye aitti. 1970'li yıllarda ise her kategori için kişinin tek bir temsil örneğine ya da prototipine sahip olduğu düşüncesi ortaya atıldı (Harel, Selden ve Selden, 2006). Bir prototip o kategori içinde en fazla tanımlayıcı özellik taşıyan örnek olmakla birlikte tanımlayıcı olmayan özellikler de taşıyabileceğinden o kategorinin biçimsel tanımına uymak zorunda değildir (Rosch ve Mervis, 1975). Bir kavramı temsil etmek ve tanımlamak için her birey zihninde bir şemaya ve bir dizi örneğe sahiptir. Bu da kavramların içselleştirilmesinin kişisel bir süreç olduğunu gösterir (Murphy, 2004). Kavramlar şeyler arasındaki farkları dışlayarak onları benzerlikleri vasıtasıyla tek bir şemaya altına toplarlar. Bu yüzden de bir kavram soyut bir fikir veya varlık olmakla birlikte varlıklar, olaylar ve ilişkilerin sınıflanmasını ifade eder (Kant ve Young 2004; Locke, 1690). Kavram kelimelerle açıklanan zihinsel bir temsildir ve onu ifade etmek için kullanılan kelimelerden bağımsız zihinde var olan soyut bir varlıktır (Margolis ve Lawrence, 2006).

### **2.2 Matematiksel Kavramların Temsili**

Temsil, bir şekilde ya da başka bir tarzda bir şeyi temsil eden yapıdır (Goldin, 2002). Bir isim fiziksel bir nesneyi, bir rakam bir miktar şeyi ve bir sembol bir değişkeni temsil edebilir (Balimuttajjo, 2010). Matematiksel kavramların temsili içsel ve dışsal temsiller olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. İçsel temsiller sözel yapılar, görsel imajlar, kurallar, bireysel şemalar gibi bireyin zihninde depolanan bireysel temsilleri kapsar (Goldin, 2002, s.207). Dışsal temsiller sözlü veya yazılı kelimeler, gerçek hayattaki nesnelere ve olaylar, formüller, denklemler, geometrik şekiller, grafikler gibi (Goldin ve Kaput, 1996) bireyin dışında olan ve çevresinden gözlemlenebilen temsilleri kapsar (Goldin, 2002, s.207). Matematik dili dış temsiller sayesinde paylaşılır ve problemlerin çözümü için bu dış temsillerin anlaşılmasına ve yorumlanmasına ihtiyaç vardır. Dışsal temsiller de bireylerin zihin dünyasında anlam kazanarak içsel temsile dönüşür. Öğretmenler öğrencilerin kavramları içselleştirme süreçleri hakkında bilgiyi ve kavram yanılgılarını dışsal temsilleri kullanma biçimlerinden ya da kendi oluşturdukları dışsal temsillerden anlarlar (Goldin ve Kaput, 1996).

### **2.3 Matematik Eğitiminde Kavramlar ve Kavram İmajı**

Kavramların öğretimi ve öğrenimi söz konusu olduğunda matematik eğitimi kavram tanımı ve kavram imajıyla ilgilenmek zorunda kalır. Amaç öğrenenin kavramı öğrenirken geçirdiği bilişsel süreçler hakkında bilgi sahibi olmaktır. Bu da matematiksel kavramların dışsal temsillerinin karşılık geldiği içsel temsilleri yani kavram imajlarını anlamakla mümkündür (Umland, 2008).

Bir kavram imajının unsurları olan bilişsel temsiller, zihinsel resimler, süreçler ve özelliklerin birbiriyle bağlantılı olması gerekir. Bir temsildeki değişikliği diğer temsil biçimiyle açıklayabilmek temsiller arasındaki güçlü bir bağlantıya işaretler (Goldin ve Kaput, 1996; Hahkioniemi 2006).

Matematiğin biçimsel aksiyomatik sistemiyle çelişmeyen bir kavram imajı tutarlıdır (Balimuttajjo, 2010). Tutarlı bir kavram imajı ait olduğu kavramın iyi anlaşıldığını gösterir. Bir kavramın anlamını aktarmada ciddi rol alan temsiller öğrencilerin öğrenme biçimlerine ve öğrenilen bilginin türüne göre çeşitlenebilir (Mendieta, 2006; Willingham, 2005). Öğrencilerin matematiksel kavramları anlayışlarının neyi içerdiğini açıklamak yani kavram imajını anlamak için öğrencinin oluşturduğu uygun olan ya da olmayan içsel temsillerin çeşitliliğini dikkate almak, bu temsil ilişkilerini tanımlamak ve analiz etmek gerekir (Goldin, 2002).

Kavram imajı anlam bakımından tutarlı olmakla kalmamalı aynı zamanda biçimsel kavram tanımı ile de uyumlu olmalıdır. Matematiksel tanımlar matematiksel içeriğin ana referans noktası olduğundan tutarlı bir kavram imajının biçimsel tanımla uyumlu olması gerekir (Balimuttajjo, 2010).

### **2.4 Kavram Tanımı ve Kavram İmajı**

İnsan beyninin yalnızca mantıksal olmayan matematik mantığıyla çelişen karmaşık bir çalışma prensibi vardır. Her hataya şans sebep olmadığı gibi her içgörüyü de saf mantık kazandırmamaktadır. Başarılı ve hatalı şekilde sonuçlanabilen mantıksal çıkarımlar biçimsel olarak ifade edilen matematiksel kavramlar ile bu kavramların içselleştirildiği bilişsel süreçlerin incelenmesini zorunlu kılmıştır (Tall ve Vinner,1981).

Bazı kavramlara sözel tanımlarına sahip olmadan da zihnimizde yer verebiliriz ve her kavramın sözel bir tanımı olmak zorunda değildir (Piaget, 1953; Vinner, 1983). Vinner (1983) kavramları incelemek için kavram tanımından ziyade kavram imajının daha etkili olduğu görüşündedir. Kavramın bir tanım vasıtasıyla nakledildiğinde, tanımın etkisinin minimize olacağını ve dahi unutulacağını, düşünme süreçlerinde aktif olanın her daim kavram imajı olacağını söylemektedir.

Karşılaşılan birçok kavram biçimsel olarak tanımlanmamıştır, kişi o kavramla çeşitli bağlamlarda karşılaşır, kavramın zihne konumlanmasına ve aktarımına yardım edecek bir sembol ya da isim atanır. Ancak kavram düşünüldüğünde zihinde çağrışan şeyler yalnızca bir sembol ve isimle sınırlı kalmaz, anlamı ve kullanımı etkileyen süreçler de devreye girer (Tall ve Vinner, 1981). Bu sebeple kavram imajı, o kavramla alakalı zihinsel resimleri, özellikleri, çeşitli süreçleri içeren bütün bilişsel yapı olarak tanımlanır. Bir başka şekilde de şöyle ifade edilir: “*C bir kavramı ve P belirli bir kişiyi gösterebilir. O halde P'nin C'ye ilişkin zihinsel resmi, P'nin zihninde şimdiye kadar C ile ilişkilendirilmiş tüm resimlerin kümesidir.*” (Vinner, 1983, s. 293).

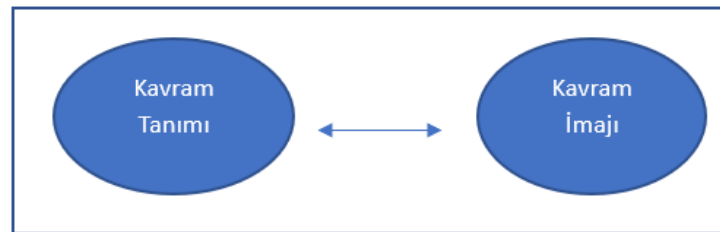
Kavram imajı kişinin deneyimleri, bilgi birikimi ve geçmiş yaşantıları yoluyla değişip gelişir ve gelişip değiştikçe tutarlılıktan uzaklaşabilir. Çeşitli duyuşal girdiler herkesin beyninde farklı mekanizmaları harekete geçirir. Bu sebeple de farklı kişilerin aldığı farklı girdiler kavram imajının farklı bir parçasını uyarabilir ve bütünlük arz etmeyen bir kavram imajı oluşabilir. Dolayısıyla öğrencilerin kavram imajları bilimsel kabulle örtüşmek durumunda değildir (Ardiansari, Süryadi ve Dasari, 2020; Harel, 2008; Tall ve Vinner, 1981; Wright, 2013) çünkü öğrenciler mevcut bilgileriyle uyuşmayan yeni bilgilerle karşılaştıklarında yeniden yapılandırma ile bilgi ağlarını genişletirler (Biza, Souyoul ve Zachariades, 2005). Mevcut kavram imajlarıyla yeni bilgileri sentezleyerek kişisel ve gerçeklikten uzak temsiller oluştururlar. Bu durum da sonraki öğrenmelerin ketlenmesine yol açabilir (Tirosh ve Tsamir, 2004).

Farklı bağlamların ve problem durumlarının etkisiyle belirli zamanlarda spesifik olarak uyarılan kavram imajına uyarılmış kavram imajı denir. Farklı zamanlarda birbiri ile çelişen kısımların uyandırılmasından ziyade bu kısımlar aynı anda uyandırıldığında bilişsel bir çatışma ya da kafa karışıklığına sebep olurlar (Tall ve Vinner, 1981).

Biçimsel tanımın karakteristik özellikleriyle şeklin sezgisel kısıtları arasındaki uyumsuzluk bilişsel bir çatışma yaratır. Bu sezgisel kısıtlar genelde örnek çeşitliliğinin az olması, prototip örnekler verilmesi ve şekillerin özelliklerinin ezberlenmesi ile oluşan kısmi, sınırlı ya da yanlış kavram imajlarından beslenir (Erdoğan, 2017; Fischbein ve Nachlieli, 1998;).

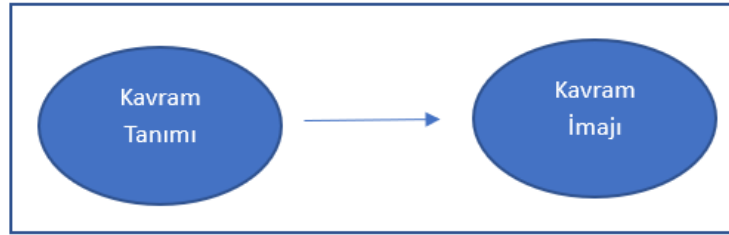
Kavram tanımı, “*o kavramı açıklamak için kullanılan kelimelerin bütünü*” (Tall ve Vinner, 1981, s.152) ya da “*o kavramı dolambaçsız ve doğru bir şekilde açıklayan sözel tanımlama*” (Vinner, 1983, s.293) şeklinde ifade edilir. Kavram tanımı kişi tarafından ezbere öğrenilebilir veya kavramla ilişkilendirilerek bütünsel bir şekilde öğrenilebilir. Kişinin öğrendiği kavram tanımını kendi zihninde yeniden yapılandırmasından kaynaklı kişisel kavram tanımı ile biçimsel kavram tanımı birbirinden farklı olabilir (Tall ve Vinner, 1981). Her bireyin kavram tanımı ona ait olan bir kavram imajı inşa eder ve bu kavram imajının diğer bölümleriyle tutarlı bir bütünün parçasını oluşturabileceği gibi oluşturmaması da mümkündür (Tall ve Vinner, 1981).

Fakat öğrencilerin zihinlerinde herhangi bir kavramı oluşturmaları örnek olanlar ile olmayanların rol aldığı karmaşık bir süreçtir (Klausmeier ve Feldman, 1975; Tsamir, Tirosh ve Levenson, 2008) ve öğrenciler bir kavrama ait örnekleri ve örnek olmayanları belirlerken her zaman kavram tanımına başvuramazlar, deneyimleri sonucu oluşturdukları kavram imajına başvururlar (Valtoribio, Gurat ve Batista, 2018). Öğrencilere gösterilen örnekler onların kavram imajlarını sınırlandırabilir, öğrendiğinin dışında farklı bir bağlam ile karşılaştığında mevcut kavram imajı onu bilişsel bir çatışmaya yönlendirebilir (Tall ve Vinner, 1981). Şekil 2.1’de kavram tanımı ve kavram imajı hücreleriyle aralarındaki çift yönlü ilişki gösterilmiştir.



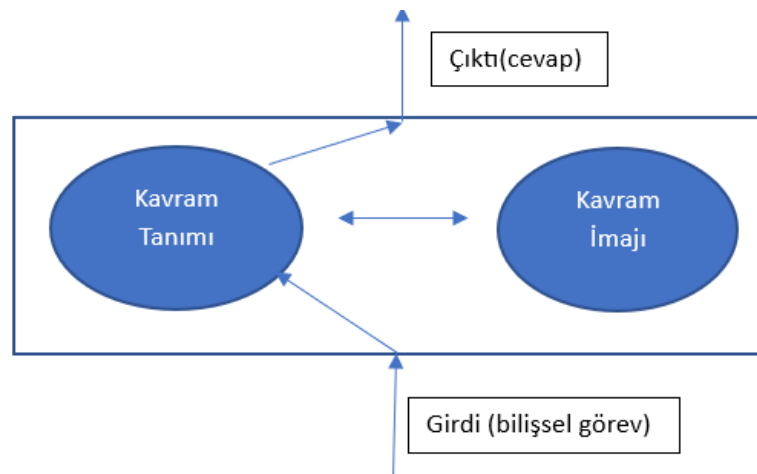
**Şekil 2.7:** Kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki çift yönlü ilişki (Vinner, 1983)

Şekil 2.1’ de görüldüğü üzere her bir kavram için iki ayrı bilişsel hücre olduğunu varsayarsak bunlardan biri kavram tanımı diğeri de kavram imajı içindir. Bir kavram ilk kez tanımı ile aktarıldığında kavram imajı hücresi boştur ve zamanla açıklamalar yapıp örnekler verildikçe dolmaya başlar. İmaj hücresi kavram tanımını tüm yönleriyle yansıtmak zorunda değildir. Bir hücre ya da ikisi birden geçersiz olabilir. Tanım ve imaj hücreleri birbiriyle etkileşim içerisinde yapılandırılabilirdiği gibi iki hücre arasında bağlantı kurmadan bağımsız da yapılandırılabilir. (Vinner, 1983). Şekil 2.2 kavram tanımı ile kavram imajı arasında tek yönlü irtibatın kurulduğu süreci göstermektedir.



**Şekil 2.8:** Kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki tek yönlü ilişki (Vinner, 1983)

Bazen ise öğrencilere şekil 2.2’ deki gibi kavram tanımı ve kavram imajı arasındaki etkileşimin tek yönlü olduğu süreçler yansıtılmaktadır. Burada kavram imajını kavram tanımının inşa ettiği ve iki hücre arasında karşılıklı bir ilişkinin olmadığı söylenebilir (Vinner, 1983). Şekil 2.3’ te girdi, kavram tanımı, kavram imajı ve çıktı arasındaki ideal ilişki resmedilmiştir.

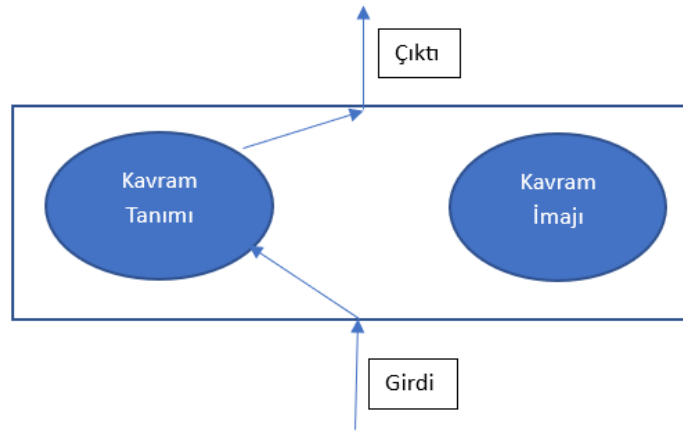


**Şekil 2.9:** Girdi, kavram tanımı, kavram imajı ve çıktı arasındaki ideal ilişki (Vinner, 1983)



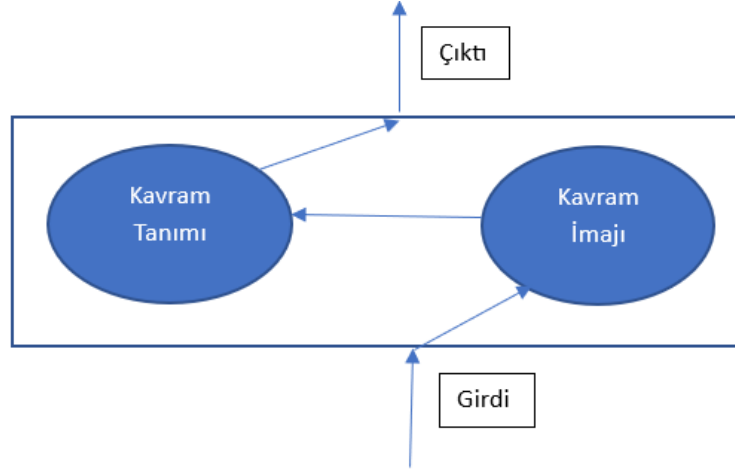
Kavram tanımı ve kavram imajı kavramın zihinde formülasyona uğramasının yanı sıra bir de problem çözme süreçlerindeki işlevleri vardır. İdeal olanın şekil 2.3'te gösterildiği üzere uyarının kavram tanımı üzerinden sürece dahil olarak süreçten ayrılışının yine kavram tanımı üzerinden olması gerektiği anlatılmaktadır. Burada asıl çözüm üreten mercinin kavram tanımı olduğu kavram imajının ise yardımcı görevi gördüğüne vurgu yapılmaktadır. Çünkü süreci başlatan ve sonlandıranın kavram tanımı olduğu bunu da açıkça kavram imajından yardım alarak yaptığı görülmektedir.

(Vinner, 1983) birçok öğretmenin şekil 2.3, şekil 2.4 ve şekil 2.5'teki diyagramlardan birini benimsediği kanısında olmasına rağmen yine de bu diyagramların gerçek uygulamayı yansıtmadığını savunmaktadır. Şekil 2.4 girdinin yalnızca kavram tanımı ile etkileşime geçerek çıktıya dönüştüğü süreç gösterilmiştir.



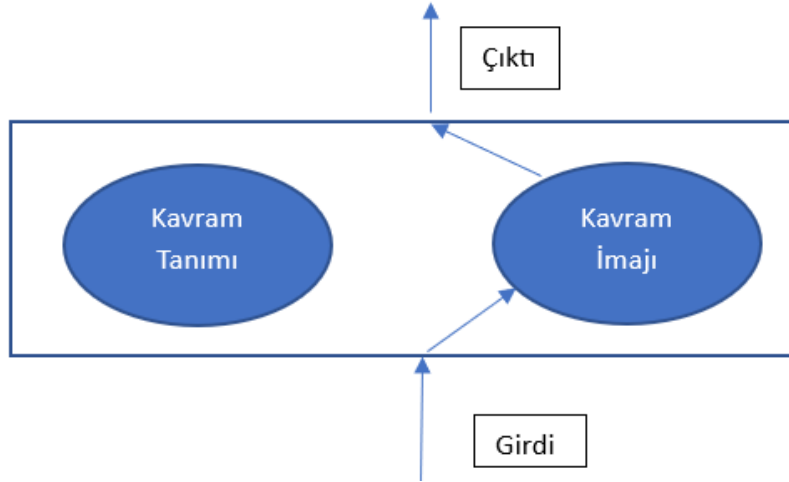
**Şekil 2.10:** Girdinin yalnızca kavram tanımı ile etkileşime girip çıktıya dönüşmesi (Vinner, 1983)

Şekil 2.4'te gösterildiği üzere bazen de bilişsel görev sürecindeki bir girdinin yalnızca kavram tanımı ile etkileşime girerek ve yine onun üzerinden bir çıktıya dönüşür. Böylelikle kavram imajı süreci dışına itilmiş olur. Süreci yalnızca kavram tanımının yönettiğini söylemek mümkündür. Şekil 2.5 girdinin kavram imajı üzerinden bilişsel göreve dahil olarak kavram tanımı üzerinden çıktıya dönüşmesini anlatmaktadır.



**Şekil 2.11:** Girdinin önce kavram imajı ardından kavram tanımı ile etkileşime girerek çıktıya dönüşmesi (Vinner, 1983)

Şekil 2.5'te görüldüğü üzere girdi bilişsel görev sürecine kavram imajı üzerinden dahil olur ve kavram tanımı ile diyalog kurarak yine onun üzerinden bir çıktıya dönüşmüştür. Şekil 2.6 girdinin yalnızca kavram tanımı ile etkileşime girerek tamamladığı süreci göstermektedir.



**Şekil 2.12:** Girdinin yalnızca kavram imajı ile etkileşime girerek çıktıya dönüşmesi (Vinner, 1983)

Şekil 2.6'da görüldüğü üzere girdi bilişsel göreve kavram imajı üzerinden dahil olmakta ve yine görevini kavram imajı üzerinden sonlandırmaktadır. Kavram tanımı ise sürecin dışında kalmıştır. Vinner (1983) gerçekte olanı şekil 6'nın yansıttığını söylemektedir. Bazı tanımların karmaşıklığı sebebiyle kullanmaya elverişli olmaması ve kavram imajı oluşumunda yardımcı olmaması, bazen de öğretmenler kavram tanımı kullandığında öğrencinin zihnindeki tanım ile imajın uyumsuz olmasından kaynaklı imajın yenisi ile değiştirilmesi ya da olduğu gibi kalması durumlarını da gerekçe olarak göstermektedir.

## **2.5 Geometri Öğrenme Alanında Kavram Tanımı ve Kavram İmajı İle İlgili Alan Yazın**

Bu bölümde kavram tanımı ve kavram amacıyla alakalı yurt içi ve yurt dışı literatüre yer verilmiştir.

### **2.5.1 Geometri Öğrenme Alanında Kavram Tanımı ve Kavram İmajı İle İlgili Yurt İçi Çalışmalar**

Geometri öğrenme alanında kavramsal anlamaya yönelik araştırmaların çalışma grubunun ağırlık olarak öğretmen adayları ve lisans üstü öğrencilerden oluştuğu görülmektedir (Gülek, 2008; Ertekin, Yazici ve Delici, 2014; Ubuz ve Gökbulut, 2015; Koyunkaya, 2016; Erdoğan, 2017; Keşan, Erkuş ve Coşar, 2017; Ulusoy, 2021). Bunun sebebi olarak da yaş itibarıyla soyut düşünme becerisinin geliştiği göz önüne alınarak özellikle yetişkinlerin seçildiği düşünülmektedir. Çalışılan konu ağırlığını ise temel geometrik kavramlar, cisimler ve çokgenlerin oluşturduğu görülmektedir (Ay ve Başbay, 2017; Bayram ve Duatepe-Paksu, 2018; Ertekin, Yazici ve Delici, 2014; Gülek, 2008; Koyunkaya, 2016; Özsoy ve Kemankaşlı, 2002; Ubuz, 1999; Ubuz ve Gökbulut, 2015; Yavuzsoy-Köse vd., 2019; Yenilmez ve Yaşa, 2008;). Üçgen konusunu çalışanların ise yükseklik kavramını araştırmayı tercih ettiği ve üçgenin diğer yardımcı elemanlarının başlı başına bir araştırma konusu olarak seçilmediği görülmektedir.

Bayram ve Duatepe-Paksu (2018) 65 sekizinci sınıf öğrencisiyle paralelkenar çizimleri, paralel kenarın kritik özellikleri ve farklı tanımlarından yola çıkarak kavram tanımı ve kavramı imajı üzerine çalışmıştır. Akıllara ilk gelen örneğin prototip ve genelde çizilen örneklerin de prototip olduğu, tanım yaparken gerekli ve yeterli koşulları bilmedikleri, kritik olan ve olmayan özellikleri ayırt edemedikleri görülmüş, çizim yapma konusunda tanım yapma ve kritik özellikleri açıklama konusuna göre daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Ayrıca dörtgen sınıfları arasındaki ilişkilerin fark edilmediği bilgisi de eklenmiştir.

Erdoğan (2017) 60 öğretmen adayının geometri kelimesiyle alakalı kavramsal yapılarını incelemiştir. Yanıtlar analiz edildiğinde üçgen, dörtgen/çokgen, geometrinin temel kavramları, ölçme, açı, daire/disk, geometrinin genel yapısı, geometri türleri, katı geometri, uygulama alanı, yetenek, konikler, dönüşümler gibi 13 farklı kategori oluştuğu gözlemlenmiştir. İlköğretimden üniversite düzeyine kadar geometri müfredatında ağırlıklı

olarak işlenen konuların üçgen, dörtgen/çokgen, temel geometri kavramları ve ölçme kategorilerinin baskın kategoriler olmasında payının büyük olduğu düşünülmektedir. Programa sonradan eklenen veya programın sonunda yer alan konularla geometri kelimesinin ilişkilendirilmediği görülmüştür. Öğretmen adaylarının geometriyi temel kavramlarla ilişkilendirdikleri ve geometri kelimesine ilişkin kavramsal yapılarının akademik olarak yetersiz olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Ertekin, Yazici ve Delici (2014) verilen biçimsel tanımların 238 ilköğretim matematik öğretmen adayının koni ve silindire ait kavram imajlarını oluşturmalarına etkisini araştırmıştır. Öğretmen adayları önce tanımların kendilerinin yapmasını istendiği sonra da biçimsel tanımın verilerek örneklerin ve örnek olmayanların seçilmesinin istendiği bir teste tabi tutulmuştur. Öğretmen adaylarının genel anlamda silindir ve koni kavram tanımlarını yeterli düzeyde bilmedikleri, yaptıkları çizimlerin matematik ders kitaplarında ve problemlerinde karşılaştıkları standart şekillerden ibaret olduğu, teste kavramların biçimsel tanımlarının eklenmesinin belirli örnek grupları içerisinden silindir ve koni örneklerini seçme başarılarını arttırdığı, yeni bir silindir çizme başarılarını düşürdüğü, silindir ve koni olmayan örneklerin belirlenmesinde ve bir koni çizilmesinde herhangi bir değişiklik oluşturmadığı gözlenmiştir. Teste kavramın biçimsel tanımının eklenmesinin kavram imajlarında da herhangi bir değişiklik oluşturmadığı eklenmiştir. Sonuç olarak öğretmen adaylarının silindir ve koni kavram imajları yetersiz bulunmuştur.

Koyunkaya (2016) 9 matematik eğitimi lisansüstü öğrencisinin dik üçgende sinüs ve kosinüs açıları arasındaki ilişkiyi nasıl anladıklarını araştırmıştır. Verilen görevleri yaparken öğretmenlerin zorlandıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin trigonometriye özellikle de trigonometrik oranlara ilişkin kavram imajlarının birim daire ve dik üçgenden oluştuğu, trigonometrik oranlara ilişkin anlayışın araçsal olduğu, trigonometrik oran görevlerinde esnek düşünmedikleri ve sınırlı ilişkisel anlayışa sahip oldukları gözlemlenmiştir. Öğrencilerin mevcut kavram imajlarının işlem yaparken herhangi bir zorluk çıkarmadığı tespit edilmiştir. Ayrıca açı kavramının anlaşılmasının trigonometrik oranları anlamada aracılık ettiği de gözlemlenmiştir.

Yavuzsoy-Köse vd. (2019) 16 sekizinci sınıf öğrencisinin paralelkenar ailesinde dörtgenler için verilen sözel tanımları nasıl yorumladıklarını ve bu yorumlama sürecindeki akıl yürütmelerini incelemiştir. Bu çalışmanın en önemli sonucu olarak paralelkenar için

verilen kenar özelliklerine göre dışlayıcı ve kapsayıcı tanımları, dikdörtgen ve eşkenar dörtgen için dışlayıcı tanımları ve kare için köşegen özelliklerine göre tanımları daha doğru yorumladıkları fark edilmiştir. Paralelkenar için kapsayıcı tanımları kenar ve açı özelliklerine göre doğru yorumlayan öğrencilerin büyük çoğunluğunun bu tanımların dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgen için de geçerli olduğunu düşündükleri görülmüş olup buradan öğrencilerin paralelkenarın kapsadığı dörtgenleri bildikleri yorumu yapılmıştır. Simetri özelliğine dayalı paralelkenar tanımının ve köşegenleri birbirini ortaltayan dörtgen tanımının paralelkenar olarak yorumlanmadığı görülmüştür. Dikdörtgen ve eşkenar dörtgen tanımları için öğrencilerin öncelikle kenar ve açı özelliklerine dayalı tanımları doğru olarak yorumlamaları ancak çok az sayıda öğrencinin köşegen ve simetri özelliklerine dayalı tanımları yorumlayabilmeleri dikdörtgen ve kare arasında ters bir hiyerarşik ilişki kurduklarını göstermiştir. Bazı öğrencilerin verilen tanımları dışlayıcı tanım dışında kenar, açı, köşegen ve simetri özelliklerine dayalı tüm kapsayıcı eşkenar dörtgen tanımları için kare olarak tanımlamaları, bu öğrencilerin bir eşkenar dörtgen ve bir kare arasındaki ters hiyerarşik ilişki tarafından yanlış yönlendirildiklerini düşündürmekle beraber aynı zamanda ters hiyerarşik ilişki kuran öğrencilerin bir kısmının kareyi özel bir eşkenar dörtgen ve özel bir dikdörtgen türü olarak görmediklerini göstermiştir. Diğer dörtgenlerden farklı olarak, köşegen özelliklerine dayalı “köşegenleri birbirine dik ve birbirine dik açıortay olan dörtgen” kare tanımları öğrenciler tarafından daha doğru yorumlanmış olup bu da öğrencilerin ilkokuldan itibaren en sık karşılaştıkları bir dörtgen şeklinin kare olmasıyla ilişkilendirilmiştir. Öğrencilerden verilen tanıma yönelik bir çizim yapmaları beklenmemişken yorumlarında genel olarak hepsi prototip çizimler yapmışlardır. Öğrencilerin kapsayıcı tanımları özellikle köşegen ve simetri özelliklerine göre yorumlamada yaşadıkları güçlük, “dik açıortay”, “açıortay” ve “dönme simetrisi” gibi tanımlardaki kritik ifadelerin özelliklerini anlamlandıramamalarından kaynaklandığı düşünülmektedir.

Ulusoy (2020) 134 erken çocukluk ve ilköğretim matematik öğretmen adayı ile üçgenleri kavram tanımları ve kavram imajı bağlamında incelemiştir. Öğretmen adaylarından üçgenin tanımını yapmaları, örnek ve örnek olmayan çizimler yapmaları ve çizimlerinin sebeplerini açıklamaları istenmiştir. Birçok öğretmen adayının gerekli ama yeterli olmayan veya ne gerekli ne de yeterli olan ifadeleri yetersiz matematiksel terminoloji aracılığıyla uygun üçgen tanımları yaptıkları, gerekli ve yeterli koşulları sağlayan uygun üçgen tanımlarının ise minimal olmadıkları ve/veya matematiksel terminoloji açısından uygun olmadıkları

gözlenmiştir. Örnek çizimlerin çok büyük bir kısmını dik ve geniş açılı üçgenden ziyade prototip kavram imajı olarak değerlendirilen tipik pozisyondaki dar açılı üçgenin oluşturduğu, örnek olmayan çizimleri ise kritik özelliklerin eksikliklerinden dolayı üçgen olmayan örneklerin oluşturduğu gözlenmiştir. Öğretmen adaylarının üçgen olmayanlara ait kavram imajlarının da prototip üçgen olmayan şekiller olduğu tespit edilmiştir.

Gürefe ve Gültekin (2016) 8. sınıf öğrencileriyle yüksekliğin tanımını ne kadar yapabildiklerine ve farklı geometrik şekillere ait yükseklikleri ne kadar belirleyebildiklerine yönelik bir çalışma yapmıştır. Öğrencilerin yükseklik için kavramsal, sembolik ve görsel tanımlamalar yaptıkları, kavramsal tanımlamaların çoğunun yanlış olduğu, yanlış tanımlamaların ilgisiz ve yetersiz olmak üzere ikiye ayrıldığı, doğru yapılan tanımlamaların ise az seviyede doğru olduğu ve öğrencilerin hiçbirinin yükseklik için dik doğru parçası ifadesini kullanmadıkları görülmüştür. Yanlış kategorisine dahil edilen tanımlamalar içerisinde yükseklik için dikey yer, kenar, doğru, ölçü, çizgi, dikme, uzunluk, uzaklık ifadelerinin bulunduğu görülmüştür. Yükseklik çizmek için en sık kullandıkları geometrik cisim sınıfının dörtgenler, ikinci en sık kullandıkları geometrik cisim sınıfının ise üçgenler olduğu, en az kullanılan şekillerin ise sekizgen, beşgen olduğu görülmüştür. Öğrencilerin yüksekliği genelde dikey doğrultuda çizdikleri ancak yüksekliğin istenen tabana dik doğru parçası olduğundan yönünün değişebileceğini göz ardı ettikleri fark edilmiştir. Ayrıca bazı öğrencilerin şekil üzerinde yüksekliği doğru göstermelerine rağmen yanlış tanım yapmaları da dikkat çekici bulunmuştur. Öğrencilerin eşkenar dörtgenin yüksekliğinin de paralelkenarınkine benzer şekilde bulunacağını atladıklarını ve eşkenar dörtgenin köşegenlerini yükseklik olarak gösterdiklerini belirtmiştir.

Yenilmez ve Yaşa (2008) 6. sınıf öğrencileriyle yürüttüğü çalışmada ışın, doğru, doğru parçası kavramlarına yönelik kavram yanılgılarına sahip olma bakımından cinsiyet faktörünün istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık oluşturmadığını, matematik başarıları ile kavram yanılgılarına sahip olma arasında, kavram yanılgılarının oluşumu ile geometriye duyulan ilgi arasında ve Türkçe ders başarıları ile kavram yanılgılarına sahip olma arasında ters bir ilişki olduğunu görmüştür. Öğrencilerin okudukları kitap sayısı ile kavram yanılgılarının oluşumu arasında istatistiksel açıdan önemli bir ilişki bulunamamıştır. Ders dışında öğrencilerin farklı kaynaklardan konu ile alakalı bilgi alması kavram yanılgılarının oluşumunu da azaltmıştır. Matematik kaygısı yüksek olan öğrencilerin daha çok kavram yanılgısına sahip oldukları görülmüştür.

Kaya (2018) 8. Sınıf öğrencilerinin üçgen konusu ile alakalı kavram yanlışları olup olmadığını araştırmıştır. Öğrencilerin en kısa yüksekliğin her zaman dar açılı üçgenlere ait olduğunu düşündüklerini ve şeklin görüntüsünden yararlanarak üçgenin elemanları hakkında karar vermeye yatkın olduklarını örneğin büyük bir üçgenin uzun bir yüksekliğe sahip olacağını düşündüklerini, yüksekliği çizerken tabanın uzantısına da çizilebileceğini yok sayarak yalnızca tabanın kendisine çizilmesi gerektiğini düşündükleri, yüksekliğin her daim üçgenin içinde çizileceğini, üçgenin üzerinde veya dışına çizilemeyeceğini düşündüklerini, kenarortayın yalnızca dik açıdan çizilebileceğine inandıklarını, her tip üçgende yardımcı elemanların birbirinden farklı doğru parçaları olması gerektiğini düşündüklerini, dik üçgende bir kenarortayın çizilemeyeceğine inandıklarını, açıortay ile kenarortayı karıştırdıklarını, kenarortayın ait olduğu kenar ile  $90^\circ$ 'lik bir açı yapması gerektiğine inandıklarını belirtmiştir. Cinsiyet değişkeninin öğrencilerin kavram yanlışlarına sahip olup olmamaları üzerindeki etkisi incelendiğinde kız öğrenciler lehine anlamlı bir farklılık bulunmuştur. Ebeveynlerin eğitim düzeyinin artması öğrencilerin kavram yanlışlarının azalması üzerine bir etki yarattığı bulunmuştur. Öğrencilerin farklı düzeylerdeki kitap okuma alışkanlıkları kavram yanlışlığına sahip olma üzerinde herhangi bir etkide bulunmamıştır. Matematik başarıları ile kavram yanlışlığına sahip olma arasında ters ilişki olduğu gözlenmiştir.

Özsoy ve Kemankaşlı (2002) 70 kişilik lise 3. sınıf grubuyla çember konusundaki temel hataları ve kavram yanlışlarını belirlemek amacıyla yürüttüğü çalışmada çember üzerindeki çevre açısı ile çember içindeki merkez açısının özelliklerini birbirine karıştırdıklarını, çember içerisine yerleştirilen dörtgen ve üçgen bölgelere ait bazı özellikleri ilişkilendiremediklerini, soruların çözümünde işlem hatası yaptıklarını bulmuştur. Belirlenen hata ve kavram yanlışlarının 4. Van Hiele geometrik seviyesinde yer alan mantıksal çıkarımları yaparken aksiyomatik yapıyı ve şekillerin geometrik özelliklerini doğru kullanmamalarından kaynaklandığını belirtmiştir.

Ay ve Başbay (2017) 7. Sınıf öğrencileriyle çokgenler ile alakalı kavram yanlışlarını ve bunların sebeplerini belirlemek amacıyla bir çalışma yürütmüştür. Çokgenler kavram yanlışlarını belirleme testinden elde edilen verileri yapılan birebir görüşmelerle desteklemiştir. Öğrencilerin ikizkenar üçgenlerin eşit açılarının her zaman tabanlarda olması gerektiği, dikdörtgenin  $90^\circ$ 'den büyük iç açısının olabileceği, üçgenin iki kenarının çarpımıyla çevresinin bulunabileceği, paralelkenar için karşılıklı iki kenar çarpıldığında

alanının bulunabileceği, dik üçgendeki hipotenüsün diğer iki kenar uzunluğundan daha kısa olabileceği, yükseklik ve taban uzunlukları eşit olan üçgenlerin alanlarının eşit olmayabileceği, her dikdörtgenin düzgün çokgen olabileceği, düzgün çokgen olmak için eşit açılardan değil eşit kenarların önemli olduğu gibi kavram yanlışlarına sahip oldukları tespit edilmiştir. Yanlış benzetmeler ve uygun olmayan örneklerin kullanımının, geometrik kavramların öğretiminde prototip örneklerin ağırlıklı olarak kullanılmasının ve somut materyal kullanımına önem verilmemesinin kavram yanlışlarına sebep olduğu belirlenmiştir. Ayrıca günlük dilin matematiksel anlamda kullanılmasının da örneğin yamuğun düzgün olmayan bir şekil olarak tanımlanmasının da kavram yanlışlarına sebep olduğu belirtilmiştir. Dil bağlamındaki kavram yanlışlarına yalnızca öğretimin değil aile ve çevrenin de sebep olabileceği eklenmiştir. Öğrencilerin şekillerin farklı görüntüleriyle karşılaştıklarında onları tanıyamadıkları görülmüştür. Öğrencilerin aşırı genelleme den kaynaklanan kavram yanlışlarını sahip oldukları görülmüştür. Bu durumun da öğrencilerin şekillerin özelliklerini anlamlandırma maktan ziyade her duruma bir kural atamaya çalıştıklarından doğduğu düşünülmektedir. Genel anlamda öğrencilerin geometrik kavramların tanınması, sınıflandırılması ve aralarındaki ilişkilerin belirlenmesi konularında, özel olarak ise üçgen ve dörtgenlerin açısı, kenar ve köşegen gibi temel kavramlarına ait kavram yanlışlarına sahip oldukları gözlemlenmiştir.

Gülkılık (2008) öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının açısı kavramına ait bir tanım oluşturamadıklarını, açısı kavramına ait kavram imajlarındaki ilk sırada derste bu kavram için kullanılan sembollerin olduğunu, açısı kavramına ait çizimlerinde başlangıç noktaları bir olan iki ışının kesişimleriyle arasında kalan alanı gösterdikleri ve baskın olan açısı çeşidinin dar açısı olduğunu gözlemlemiştir. Açısı, açısının büyüklüğü ve iç bölgesi gibi kavramları birbirinden ayıran net çizgilere sahip olmadıklarını da eklemiştir. Öğretmen adaylarının çember kavramına ait kavram imajlarını yuvarlak bir şekil olarak oluşturdukları daha sonra ise kavram tanımı ile uyumlu hale gelen kavram imajlarının geometrik yer denkleminden oluştuğu görülmüştür. Geometrik yer kavramını başlangıçta örneklerle açıklamaya çalışan öğretmen adaylarının bu konuyla alakalı farklı deneyimler kazanmalarıyla beraber cebirsel düşündükten sonra geometrik şekle dökmeye başladıkları görülmüştür. Ölçü kelimesinin oluşturduğu metrik kavramına ait kavram imajının ise farklı öğrenim tecrübeleri sonrasında uzaklık fonksiyonuna dönüştüğü gözlemlenmiştir.



Ubuz ve Gökbulut (2015) sınıf öğretmeni adaylarıyla yaptığı çalışmada adayların piramit tanımını yaparken alan bilgilerinin eksikliği sebebiyle bir takım güçlükler yaşadığını ve yaptıkları çizimlerin fazlasıyla prototip içerikli olduğunu, piramite ait gündelik kullanım örneklerinin çok sınırlı olduğunu, matematiksel terminolojinin kullanımı konusunda pek başarılı olamadıklarını, piramitin tabanının üçgen ya da kare olması gerektiğine dair yanlış ve sınırlayıcı bir algılarının olduğunu, lisans başarılarının piramite ait bir tanım oluşturma ve piramit örnekleri inşa etme konusunda pozitif ya da negatif yönde bir tesirinin olmadığını gözlemlemiştir.

Keşan, Erkuş ve Coşar (2017) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının üçgen kavramına yönelik kavram imajlarını belirlemek amacıyla yürüttüğü çalışmada üçgen kavramı ile ilişkilendirilen tanım-teorem, günlük hayat, üçgenin elemanları-özellikleri ve çeşitleri, konu alanları ve diğer şekiller olmak üzere 5 farklı tema başlığı elde etmiştir. Öğretmen adaylarının üçgen kavram imajını sırasıyla en çoktan en aza doğru etkileyen temaların üçgenin elemanları, günlük hayat, tanım-teorem, diğer şekiller, konu alanları şeklinde sıralandığı görülmüştür.

Ubuz (1999) 10 ve 11. sınıf düzeyinde yaptığı çalışmada öğrencilerin geometrik şekilleri özelliklerinden ziyade bütünsel görünüşleriyle tanıdıklarını ve doğru, yondeş açılar, üçgen, paralelkenar ve çokgenler konularında çeşitli kavram yanılgılarına sahip olduklarını gözlemlemiştir.

Ortaokul öğrencilerinden lisansüstü öğrencilerine varana kadar geniş bir kitlede temel geometrik kavramlar, geometrik cisimler ve çokgenler konularında öğrencilerin zorluklar yaşadıkları görülmektedir (Ubuz, 1999; Özsoy ve Kemankaşlı, 2002; Gülkılık, 2008; Yenilmez ve Yaşa, 2008; Ertekin, Yazici ve Delici, 2014; Ubuz ve Gökbulut, 2015; Gürefe ve Gültekin, 2016; Ay ve Başbay, 2017; Bayram ve Duatepe-Paksu, 2018; Kaya, 2018; Yavuzsoy-Köse vd., 2019; Ulusoy, 2021). Verilerin çoğunlukla katılımcıların tanım ve çizimlerinin analiziyle elde edildiği ve çerçeve olarak da kavram tanımı ve kavram imajı teorisinin kullanıldığı görülmüştür. Tanımların eksik kritik özellikler içerdiği, çizimlerinse prototip örneklerden oluştuğu görülmüştür.

## 2.5.2 Geometri Öğrenme Alanında Kavram Tanımı ve Kavram İmajı İle İlgili Yurt Dışı Çalışmalar

Bu başlık altında geometri öğrenme alanında kavram imajı ile alakalı yurt dışında yapılmış çalışmalara yer verilecektir. Yurt dışı çalışmalarda yurt içi çalışmalara göre üçgen konusuyla alakalı daha fazla çalışmaya rastlanmıştır (Fischbein ve Nachlieli, 1998; Gutierrez ve Jaime, 1999; Ward, 2004; Haiyue ve Yoong, 2010; Guo ve Pang, 2011; Tsamir vd., 2015; Maier ve Benz, 2014). Geometri öğrenme alanında kavram imajı ile alakalı yurt içi çalışmalarda olduğu gibi yurt dışı çalışmalarda da çalışma grubunun ağırlıklı olarak öğretmen, öğretmen adayı ya da lisansüstü öğrencilerden oluştuğu görülmüştür (Tsamir vd., 2015; Vincent vd., 2015; Nagle ve Russo, 2013; Ward, 2004; Wright, 2013; Gutierrez ve Jaime, 1999; Cunningham ve Roberts, 2010; Fujita ve Jones, 2006).

Guo ve Pang (2011) örnek çeşitliliğinin ve ön bilginin öğrencilerin üçgende yükseklik kavramı ile alakalı nasıl kavramsal anlayış oluşturdıklarına dair 4 ve 6. Sınıflarla deneysel bir araştırma yapmışlardır. Öncelikle yüksekliğin tam olarak anlaşılması için (1) yüksekliğin köşeden geçip geçmediği, (2) bir kenara dik olup olmadığı, (3) köşenin karşısındaki kenarın seçilip seçilmediği, (4) çizilen yüksekliğin doğrultusu (dikey-yatay ya da diğer doğrultular), (5) yüksekliğin konumu (üçgenin içinde dışında ya da üçgenin kenarıyla bitişik olması durumlar), (6) yüksekliği bir tabanın karşılayıp karşılamadığı (dikliğin köşede oluşturulduğu durumlar, tabanın uzantısının doğru çizilmediği durumlar vb.) gibi 6 adet kritik özellik belirlemişlerdir. 2 ayrı deney için 3 farklı koşul uygulamışlardır. SSS adıyla kodladıkları üçgenin 6 kritik yönünü önce ayrı ayrı daha sonra birlikte deneyimleyebilecekleri örneklerin sunulduğu bir öğretim ortamı, TSS adıyla kodladıkları önce üçgenin ilk 3 kritik yönünü ayrı ayrı ve sonra 6 kritik yönünü birlikte deneyimleyebilecekleri örneklerin sunulduğu bir öğretim ortamı, NSS adıyla kodladıkları ayrı ayrı deneyimleme olmaksızın üçgenin 6 kritik yönünü aynı anda deneyimleyebilecekleri örneklerin sunulduğu bir öğretim ortamı tasarlanmıştır. Bu öğretim ortamları önce sadece dördüncü sınıf öğrencileri için daha sonra ön bilginin anlama üzerindeki etkisini araştırmak amacıyla 4 ve 6. sınıf öğrencilerine birlikte uygulanmıştır. Öğretim esnasında kullanılan örnekler kontrastlık ilkesi kullanılarak hazırlanmıştır. Örneğin köşeden geçme kritik özelliği ele alındığında köşeden geçtiği için yükseklik olan ve köşeden geçmediği için yükseklik olamayan olumlu ve olumsuz örnekler birlikte gösterilmiştir. En etkili olan öğrenme ortamı kritik özelliklerin olumlu ve olumsuz

örneklerinin önce ayrı ayrı daha sonra birlikte deneyimleyebilecekleri örnekler sunulduğu ortam olmuştur. Farklı ön bilgi düzeylerine sahip öğrencilerde kritik yönlerin farklı olabileceği sonucuna ulaşılmıştır. Öğrenme nesnesinin kritik yönlerine ve özelliklerine odaklanılması, birden fazla kritik yönün değiştirildiği örneklerden ziyade önce kritik özelliklerin olumlu ve olumsuz biçimlerinin ayrı ayrı sunulduğu örneklerin kullanılması tavsiye edilmiş ve etkili bir öğretim için öğretimin öğrencilerin bireysel kritik yönlerine göre planlanması gerektiği üzerinde durulmuştur.

Fischbein ve Nachlieli (1998) geometrik şekillerin şekilsel ve kavramsal özellikleri arasındaki ilişkiyi araştırmayı amaçladığı çalışmasında 218 dokuz, on ve on birinci sınıf öğrencisiyle çalışmıştır. Şekilsel ve kavramsal özellikler arasındaki etkileşimleri yaş ve matematik becerileri gibi bireysel faktörler, şekillerin benzerlikleri ve farklılıkları gibi görsel etkiler, pozisyon ve gestalt kısıtlamalar açısından incelemiştir. Öğrenciler yaptıkları tanımlara göre şekilleri sınıflandırma konusunda tanım yapmaktan daha başarısız olmuşlar ve bu öğrencilerin örneklerin tanımlar tarafından kontrol edildiği konusunda tereddüt yaşadığını göstermektedir. Öğrencilerin çoğu üçgende yüksekliği doğru tanımlayamamışlar ve yükseklik tanımında tabanın uzantısından bahsetmiş ama uzantının tabanın devamı olan doğrusal çizgi olduğunu göz ardı ettikleri için bu doğru ve eksiksiz bir tanım olarak kabul edilmemiştir. Öğrencilerden farklı üçgenlere ait verilen tabanlara yükseklikler çizmeleri istendiğinde yüksekliğin üçgenin dışına çizilmesi gereken durumlarda başarısız olmuşlardır. Neredeyse öğrencilerin tamamı yüksekliğin üçgenin içine çizilmesi gerektiği durumlarda başarılı olmuşlardır. Yaygın hatalardan biri verilen tabanın karşı köşesinden kenarortay çizmek diğeri ise üçgenin içinde kalacak şekilde farklı bir tabana ait yükseklik çizmek olmuştur. Bazı öğrenciler ise verilen tabana ait kenar orta dikme çizmişlerdir. İkizkenar üçgendeki yükseklik veya dar açılı üçgendeki yükseklik prototip olarak sunulurken yüksekliğin üçgenin dışına çizildiği durumlar ise prototip olmayan olarak sunulmuştur. Yüksekliği doğru bir şekilde tanımlayanlar doğru bir şekilde çizenlerden bariz ölçüde daha fazladır. Prototiplerin oluşmasında en çok kullanılan örneklerin üçgenlerin içine çizilen yükseklikler olması, kenarortay ve açıortay gibi diğer yardımcı elemanların da üçgenin içinde olması gerektiği düşüncesini doğurmuştur. Gestalt açıdan üçgenin dışına çizilen bir yüksekliğin şeklin dengesini bozduğu da düşünülebilecek bir faktör olarak görülmüştür. Üçgenlerin konumunun dik üçgenin doğru tanımlanmasında tüm gruplarda neredeyse etkisi olmadığı görülmüştür. Ayrıca birkaç öğrenci şeklin üçgen olmamasına rağmen dik açılı üçgen olarak tanımlamıştır.

Tsamir vd. (2015) 4-6 yaş arası çocuklara matematik eğitimi veren matematik öğretmenlerinin üçgen, çember ve silindir özelinde kavram tanımı ve kavram imajlarını incelemiştir. Çalışma sonucu öğretmenlerin üçgenin örnek olmayanlarını ve örneklerini belirleyebildiklerini ve üçgenin tanımını yapabildiklerini, çemberin örnek olmayanlarını ve örnekleri belirlerken zorlanmalarına rağmen tanımını yaparken zorlandıklarını, silindirin ise hem örneklerini hem de örnek olmayanlarını belirlerken zorlanmalarının yanı sıra tanımını yaparken de zorlandıklarını göstermiştir. Her şekil için öğretmenler örnek olmayanlara göre örnekleri belirleme konusunda daha başarılı olmuşlardır. Üçgen için kritik özellikler doğru belirtilmiş ve doğru bir matematiksel terminoloji kullanılmış, çember için bazı kritik özellikler eksik bırakılmış ve matematiksel terminoloji kullanımı konusunda zorlanılmış, silindir içinse bazı kritik özellikler yine eksik bırakılmış fakat matematiksel terminolojiden ziyade daha çok günlük dil kullanılmıştır.

Vincent vd. (2015) analiz dersi alan lisans öğrencileriyle teğet çizgilerinin kavram imajını araştırmıştır. Öğrencilerin genel teğet imajının yatay teğet çizgisi olduğu ve tam olarak teğetin kavramsal yapısına hakim olmadıkları görülmüştür. Herhangi bir grafiğin türevinin sıfır olduğu nokta o noktaya yatay bir teğet çizmek demek olduğundan katılımcıların teğet çizgilerini önce yatay düşünmelerine sebep olduğu düşünülmektedir fakat görüşmeler esnasında mevcut kavram imajlarını değiştirmeye istekli oldukları görülmüştür.

Nagle ve Erie (2013) 19 yüksek lisans matematik öğrencisiyle çalışarak öğretmenlerin eğimi kavramsallaştırmalarının gelişimini ve aralarındaki bağlantıları teşvik edecek şekilde öğretmeye ne kadar hazır olduklarını, hangi kavramsallaştırmaların üzerinde durduklarını incelemeyi amaçlamıştır. Çalışma sonucunda öğretmenlerin öğretim materyali seçiminde alan bilgilerine başvurduğu göz önüne alınırsa etkili bir öğretimin güçlü bir alan bilgisine ihtiyaç duyduğu ve öğretmenlerin kavram imajlarıyla öğrettikleri içerik ve bunu nasıl öğrettikleri arasında güçlü bir ilişki olduğu söylenmiştir.

Haiyue ve Yoong (2010) 48 sekizinci sınıf öğrencisinin zihinlerindeki üçgen kavramına dair kavramsal anlayışlarını ortaya çıkarmak için onlara üçgen, dar açılı üçgen, dik açılı üçgen, geniş açılı üçgen, çeşitkenar üçgen, ikizkenar üçgen, eşkenar üçgen, açı, simetri eksenini, medyan ve orta çizgi kavramlarını vererek kavram haritası oluşturmalarını istemişlerdir. Üçgen kavramından çıkan bağlantıların sayısı en fazla olmakla birlikte

üçgene gelen bağlantıların sayısının en az olduğu yani üçgenin diğer kavramlara daha az bağımlı olduğu görülmüştür. Dar açılı üçgen, dik açılı üçgen ve geniş açılı üçgen kavramları 2 farklı derece merkezilikleri dikkate alındığında gelen bağlantı sayısı bakımından nispeten popüler ve orta düzeyde de etkili olduğu eklenmiştir. Bu 3 kavrama gelen bağlantıların çoğu üçgenden, giden bağlantıların çoğu ise simetri eksenine, açı, medyan gibi kavramlardandır ve en fazla çıkan bağlantıya sahip olan üçgen ise dik üçgendir. Bunun sebebi olarak ise diğer üçgenlerde bulunmayan bazı özelliklerin dik üçgen için geçerli olması düşünülmüştür. Çeşitkenar, ikizkenar ve eşkenar üçgenler arasında çıkan bağlantıların en az olduğu üçgen çeşidi çeşitkenar, gelen bağlantı sayısının en fazla olduğu üçgen çeşidi ise ikizkenardır. Bu da ikizkenar ve eşkenar üçgen hakkında çeşitkenar üçgenden daha fazla bilgiye sahip olduğunu gösterir.

Ward (2004) 8 öğretmen adayına üçgen ve altıgen özelinde çeşitli görevler eşliğinde birebir görüşmeler yaparak kavram tanımı ve kavram imajlarını incelemek üzere bir araştırma yürütmüştür. Araştırma sonuçları öğretmen adaylarının çokgen kavram imajlarının oldukça sınırlı olduğunu göstermiş, özellikle 3 öğretmen adayı için çeşitkenar üçgen örnekleri bakımından kavram imajlarının geniş bir yelpazesinin olmadığı görülmüş ve yine tüm öğretmen adayları için dik üçgenin kavram görüntüsünün sağa dönük ve yer çekimi temelli dik üçgenden oluştuğu görülmüştür. Altıgen özelinde ise kavram imajlarının düzgün, dışbükey ve yer çekimi temelli altıgenlerle sınırlı olduğu görülmüştür. Her 3 görev içinde öğretmen adaylarının çokgenlerin doğru bir matematiksel tanımını yaptıkları fakat yaptıkları tanımı sözlü olarak uygulamada sıkıntılar yaşadıkları gözlemlenmiştir. Bunun sebebinin de herhangi bir çokgenin belirli örneklerle sınırladıkları kavram imajları olduğu düşünülmektedir.

Maier ve Benz (2014) 4-6 yaş grubuna üçgen çizme ve üçgen açıklama görevleri vererek üçgen hakkındaki kavramsal anlayışlarını ortaya çıkarmayı amaçladıkları çalışmada her seferinde çizdikleri üçgenleri çeşitlendirmeleri istenmiştir. Baskın olarak çizilen üçgenin ikizkenar üçgen olduğu, farklı üçgen çizme anlayışlarının üçgenin büyüklüğünü değiştirmek olduğu, eğitim almış gruptaki çocukların üçgenin tanımını ve açıklamasını yapabiliyor olmalarına rağmen açıklamaların çizimlerle uyumlu olmadığı ve tanımı bilseler de çeşitli temsillerle ilişkilendiremedikleri sonuçlarına ulaşılmıştır.

Wright (2013) 119 lisans öğrencisiyle daire ve elipsin kavram imajlarını araştırmıştır. Çoğu öğrenci hem daire hem elips içinde biçimsel matematiksel tanımları anlamakta güçlük çekmemişler fakat bu tanımların içindeki öğeler ve ilişkileri daha çok elips için şekil üzerine aktarma konusunda güçlük yaşamışlardır. Elipsin iki tane odağının olmasına ipin sabit uzunluğunun olmasından daha çok dikkat edildiği, Van Hiele'nin 2 ve 3. Geometrik düzeylerinde olan şekiller için akıl yürütürken zorlandıkları, matematiksel dilin kullanımında da sıkıntılar yaşadıkları görülmüştür.

Gutierrez ve Jaime (1999) öğretmenlerin matematiği anlama biçimlerinin öğrencilerin de matematiği anlama biçimlerini şekillendireceğini düşündüklerinden 190 öğretmen adayının üçgende yükseklik kavramına ait kavram imajını araştırmışlardır. Veri toplama aracı olarak çeşitli üçgenlerde verilen tabana ait yüksekliğin çizilmesinin istendiği bir test kullanılmıştır. Öğrenciler 4 gruba ayrıldıktan sonra A grubundaki öğrencilerin yarısı yükseklik tanımını içeren testi uygularken diğer yarısı tanımlı içermeyen testi uygulamışlar ve bu da tanımın bulunduğu testlerdeki doğru cevap oranlarının tanımın bulunmadığı testlere göre daha fazla olduğunu görmeyi sağlamıştır. B ve C grubu içerisindeki öğrenciler önce yükseklik tanımlı olmayan testi ardından tanımlı içeren testi yapmışlar ve D grubundaki öğrenciler ise dinamik geometri yazılımı kullanarak gerçekleştirilen öğretimin öncesinde ve sonrasında olmak üzere 2 kez tanımsız testi uygulamışlardır. Ön test ve son test sonuçları ise yapılan öğretimin öğrencilerin doğru cevap oranlarını son test lehine etkilediğini göstermiştir. Tanımsız testi uygulayan 159 öğrencinin cevapları incelenmiş ve hatalar analiz edilmiştir. En sık yapılan hatanın yükseklik ve kenarortay kavramını karıştırmak olduğu görülmüştür. Yükseklik tanımının olmadığı testlerin %26,9'unda ve tanımın olduğu testlerin %22,4'ünde kenarortay ve yükseklik birbirine karıştırılmıştır. Verilen üçgende yükseklik içeride ise doğru çizdikleri fakat dışarıda veya dik üçgende olduğu gibi üçgenin kenarı üzerinde belirtilmesi gerektiğinde yüksekliği doğru çizemedikleri tespit edilmiştir. Yükseklik için genelde üçgenin içinde çizildiği kısmi bir kavram imajına sahip oldukları gözlemlenmiştir. Bazı öğrencilerin yüksekliği kenar orta dikme ile karıştırdıkları görülmüştür. Bazı öğrenciler ise verilen taban için çizilecek yükseklik üçgenin dışında veya bir kenarıyla çakışık olacağı durumda farklı bir kenar seçerek ona ait yükseklik çizmeyi tercih etmiştir. Bu da öğrencinin yükseklik imajının prototip ve geniş ya da dik açılı üçgenleri kapsamayan kısmi bir kavram imajından ibaret olduğunu göstermiştir. En sık yapılan ikinci hata ise yüksekliğin bir ışın veya uzunluğu belirsiz bir doğru şeklinde çizilmesi olduğu ve burada yüksekliğin kritik özellikleriyle

alakalı herhangi başka bir hata yapılmadığı gözlenmiştir. Bir öğrencinin ise yalnızca ikiz kenar üçgene ait yüksekliği çizemediği diğer üçgenler için üçgenin ya bir kenarına ya da yüksekliğin çizilmesinin istenildiği tabanı belirttiği gözlemlenmiş olup bu da öğrencinin çok sınırlı bir kavram imajına sahip olduğunu göstermiştir. Yine bir öğrencinin oldukça kafa karıştırıcı bir kavram imajına sahip olduğu ve yükseklik imajı olarak yalnızca bir iç yükseklik tahayyül ettiği ulaşılan sonuçlar arasındadır. Birçok öğretmen adayının ilk ve ortaöğretim öğrencileriyle benzer zayıf kavram imajına sahip olduğu kaydedilmiştir.

Cunningham ve Roberts (2010) 23 kadın ilköğretim öğretmeni ile yaptığı araştırmada öğretmenlerin ders kitaplarındaki yeterli tanım ve prototipik olmayan örnekleri destekleyebilecek düzeyde olup olmadıklarını anlamayı amaçlamıştır. Paralel ve dik doğruların çizilmesi, çokgenlerde köşegen çizilmesi ve belirlenmesi, üçgende verilen doğru parçasının yükseklik olup olmadığının belirlenmesi ile alakalı soruların bulunduğu veri toplama aracı kullanılmış olup bir aylık öğretimde ise grafik düzenleyiciler ile kavram kazanma stratejileri tercih edilmiştir. Öğretim esnasında yeterli kavram tanımları ile karşılaşmalarına rağmen birçoğunun sınırlı bir anlayışa sahip olduğu ve prototipik örnekleri içeren uygulamalar dışında kavramsal anlayış açısından yetersiz kaldıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Fujita ve Jones (2006) 158 ilköğretim öğretmen adayının dörtgenleri tanımlama ve sınıflandırma becerilerine odaklanan bir çalışma yürütmüşlerdir. Katılımcıların %8,9'unun karenin aynı zamanda bir yamuk olduğunu bildiğini, %12,7'sinin karenin aynı zamanda bir dikdörtgen olduğunu bildiğini, %18,4 'ünün paralelkenarın bir yamuk olduğunu bildiğini, öğretmen adaylarının çoğunluğunun yamuk hariç diğer dörtgenlerin doğru bir örneğini çizemediğini, çok daha azının ise tanımları yapabildiğini, öğrencilerin dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri iyi anlamadıklarını gözlemişlerdir. Katılımcıların şekillere ait imajlarının şekilleri tanımlamalarını ve sınıflandırmalarını etkilediklerini öne sürmüşlerdir.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde yurt içi çalışmalara nazaran yurt dışı çalışmalarda üçgenin kavramsal anlayışına daha çok önem verildiği ve üçgenin yardımcı elemanları üzerine daha çok araştırma yapıldığı görülmektedir. Verilerin daha çok çizim ve tanım yapma yoluyla toplandığı, öğrencilerin matematiksel terminolojinin kullanımını konusunda sıkıntılar yaşadığı, çizimlerinin prototip örneklerden oluştuğu, yaptıkları tanımları

izimleriyle iliŐkilendirmekte sorun yaşadıkları, zayıf kavramsal anlayıŐlara sahip oldukları ve özellikle de üçgende yükseklik çiziminde çeşitli hatalar yaptıkları görülmüştür.



### 3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, uygulama süreci, verilerin analizi, geçerlik ve güvenilirlik başlıklarıyla alakalı detaylı bilgi verilecektir.

#### 3.1 Araştırmanın Modeli

Nicel araştırmalarda tümdengelim tümevarım ve hipotetik dedüktif akıl yürütme yöntemleri kullanılır. Akıl yürütmelerin kullanılmasının sebebi bilimsel bilgiyi genelleme isteğidir. Nicel araştırmalarda deney ve gözlem, belgeleme ve akılla kanıtlanma oldukça önemlidir. Fakat nitel araştırmalarda bilginin genellenmesi ya da kesin bir yargıya ulaştırılması gibi bir kaygı yoktur. Bu sebeple nicel araştırmadaki akıl yürütmelerin yerine sezgi, derinden kavrayış, çok yönlü düşünme önem kazanır. Nitel araştırma insan bilgisinin her defasında yeniden yapılandırıldığını yaşam, kişi, nesne daima değiştiğinden elde edilen bilginin de görel olduğunu savunur. Bu doğrultuda olgular arasında değişmez ve evrensel ilişkiler olmadığından çalışmanın amacı da doğrulama ya da yanlışlama değildir. Aksine var olanı derinden kavramaktır (Sönmez ve Alacapınar, 2019).

Nicel araştırmalarda kullanılan verileri sayısallaştırma yöntemi nitel araştırmalarda pek kullanılmaz. Nitel yöntemlerle toplanan veriler üzerinde de birtakım sayısal analizler yapılabilir fakat asıl amaç sayıları kullanarak bir sonuç çıkarmak değil, okuyucuya vermek üzere konunun betimsel ve realist bir resmini oluşturmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2021).

Bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden çoklu durum çalışması kullanılmıştır. Bir çoklu durum çalışmasında (veya birden fazla durum çalışması) bir konu veya durum seçen araştırmacı konuyu örneklemek için sınırlı bir durum seçer. Araştırmacı çeşitli araştırma yerlerinden veya tek bir yer içinde birden fazla programdan incelemek için çeşitli programlar seçebilir. Konuya ilişkin farklı bakış açıları ortaya koymak için araştırmacı genellikle çoklu durumları amaçlı bir şekilde belirler (Creswell, 2013). Önce öğrenciler kavram imajı belirleme formunu yanıtlamışlar ardından formu yanıtlayan öğrenciler içerisinden klinik mülakatlar için seçim yapılmıştır. Çalışmada yapılan klinik mülakatlara öğrenciler kavram imajı belirleme formuna verdikleri yanıtlara göre başarılı ve başarısız tanım, doğru ve yanlış çizimler, tipik ve atipik çizimler olarak gruplara ayrılanlar içerisinden rastgele seçilmiştir.

### 3.2 Çalışma Grubu

Bu çalışmanın katılımcıları 2021-2022 eğitim ve öğretim yılı bahar dönemi Güney Marmara bölgesinde yer alan bir ilin merkez ilçesindeki LGS başarılarına göre seçilmiş 3 iyi seviyede, 1 orta seviyede, 2 orta altı seviyede olan 6 ayrı devlet okulunun 8. Sınıf düzeyinde öğrenim gören 151 öğrenciden oluşmaktadır. Çalışmaya katılacak öğrenciler zamanın ve iş gücünün ekonomik kullanılması amacıyla araştırmacının kolay ulaşabileceği okullardan uygun örnekleme yöntemi ile seçilmiştir. Uygun örnekleme yöntemi zaman, para ve iş gücü kısıtları dikkate alındığından kolay ulaşılabilir ve uygulama yapılabilir grupların seçilmesini öngörür (Büyüköztürk, 2012; Kılıç, 2013). Aşağıdaki tablo 3.1’de çalışma grubunun kişisel özelliklere göre dağılımı verilmiştir.

**Tablo 3.1:** Çalışma grubunun kişisel özelliklere göre dağılımı

Kız	Erkek
94	57

Çalışmanın başlatılması için Balıkesir Üniversitesi Rektörlüğü İnsan Araştırmaları Etik Kurul Başkanlığının onay izni (ek A) vermesi beklenmiştir. Katılımcılardan veri toplamaya başlamadan önce çalışmanın amacıyla alakalı gerekli bilgilendirmeler yapılmış, elde edilen verilerin öğrencileri herhangi bir sınava tabi tutmaktan uzak olduğu verilerin bilimsel sonuçlar elde etmek amacıyla toplandığı, verilerin üçüncü kişilerle paylaşılmayacağı, çalışmaya katılımın gönüllülük esasına dayalı olduğu ve öğrenci isimlerinin deşifre edilmeyeceği konusunda açıklamalar yapılmıştır.

### 3.3 Veri Toplama Araçları

Bu çalışmadaki veri toplama araçları açık uçlu sorulardan oluşan kavram imajı belirleme formu (Ek C) ve klinik mülakattan (Ek D) oluşmaktadır.

#### 3.3.1 Kavram İmajı Belirleme Formu

Kavram imajı belirleme formu kavram imajıyla alakalı literatür (Türnüklü vd., 2013; Horzum, 2018; Erşen ve Karakuş, 2013; Güzel, Bozkurt ve Koç, 2014; Keşan, Erkuş ve Coşar, 2017; Ulusoy, 2021; Ulusoy, 2019; Nagle ve Russo, 2013; Karakuş, 2016; Nordlander ve Nordlander, 2012; Ünlü, 2022; Yanık, 2014; Yanık, 2011) tarandıktan sonra üçgenler konusuna uyarlanarak araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Pilot uygulama

yapılmadan önce kapsam ve konu geçerliğinin sağlanması için 3 matematik eğitimi alan uzmanı, 1 türkçe alan uzmanı, 1 ölçme ve değerlendirme alan uzmanı veri toplama aracını kontrol etmiştir. Ardından pilot uygulama yapılmış ve araştırmacının pilot uygulama esnasındaki gözlemleri doğrultusunda bazı soruların anlaşılabilirlik noktasında problemler, soru ifadesinde eksiklikler vb. olduğu görülmüştür. 3 matematik eğitimi alan uzmanı ve 1 türkçe alan uzmanının ve 1 ölçme değerlendirme alan uzmanının da görüşleri alınarak aşağıdaki düzenlemeler yapılmıştır. Aşağıdaki tablo 3.2’de veri toplama aracında pilot uygulama sonrası yapılan bazı değişiklikler gösterilmektedir.

**Tablo 3.2:** Veri toplama aracında pilot uygulama sonrası yapılan bazı değişiklikler

Pilot uygulamadan önce	Pilot uygulamadan sonra
Farklı şekillerdeki üçgenlere ait yüksekliği çizerken nelere odaklandın?	Farklı şekillerde üçgenler çizin ve yüksekliklerini belirtin.
En az 4 farklı üçgende yüksekliğe aykırı örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.	En az 4 farklı üçgende yükseklik olmayan örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın
Farklı şekillerdeki üçgenlere ait kenarortayı çizerken nelere odaklandın?	Farklı şekillerde üçgenler çizin ve kenarortaylarını belirtin.
En az 4 farklı üçgende kenarortaya aykırı örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.	En az 4 farklı üçgende kenarortay olmayan örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.
Farklı şekillerdeki üçgenlere ait açıortayı çizerken nelere odaklandın?	Farklı şekillerde üçgenler çizin ve açıortaylarını belirtin.
En az 4 farklı üçgende açıortaya aykırı örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.	En az 4 farklı üçgende açıortay olmayan örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.

Tablo 3.2’de görüldüğü üzere “Farklı şekillerdeki üçgenlere ait yüksekliği çizerken nelere odaklandın?” sorusu “ Farklı şekillerde üçgenler çizin ve yüksekliklerini belirtin.” şekline dönüştürülmüştür. “En az 4 farklı üçgende yüksekliğe aykırı örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.” sorusu “En az 4 farklı üçgende yükseklik olmayan örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın” şekline dönüştürülmüştür. “Farklı şekillerdeki üçgenlere ait kenarortayı çizerken nelere odaklandın?” sorusu “Farklı şekillerde üçgenler çizin ve kenarortaylarını belirtin.” şekline dönüştürülmüştür. “En az 4 farklı üçgende kenarortaya aykırı örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.” sorusu “En az 4 farklı üçgende

kenarortay olmayan örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.” şekline dönüştürülmüştür. “Farklı şekillerdeki üçgenlere ait açıortayı çizerken nelere odaklandın?” sorusu “Farklı şekillerde üçgenler çizin ve açıortaylarını belirtin.” şekline dönüştürülmüştür. “En az 4 farklı üçgende açıortaya aykırı örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.” sorusu “En az 4 farklı üçgende açıortay olmayan örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.” şekline dönüştürülmüştür.

Kavram imajı belirleme formu üçgenin yardımcı elemanları olan yükseklik, kenarortay ve açıortay olmak üzere 3 boyuta ait 18 açık uçlu sorudan oluşarak son halini almıştır. Aşağıdaki tablo 3.3’te veri toplama aracındaki soruların boyutlara göre dağılımını göstermektedir.

**Tablo 3.3:** Veri toplama aracındaki soruların boyutlara göre dağılımı

Sorular	Boyutlar
1-6 arasındaki sorular	Üçgende yükseklik
7-12 arasındaki sorular	Üçgende kenarortay
13-18 arasındaki sorular	Üçgende açıortay

Tablo 3.3’te görüldüğü üzere 1-6 arasındaki sorular üçgende yüksekliğe, 7-12 arasındaki sorular üçgende kenarortaya, 13-18 arasındaki sorular üçgende açıortaya ait sorulardır. Aşağıda tablo 3.4’te veri toplama aracındaki soruların (MEB, 2018) kazanımları ile ilişkisi verilmiştir.

**Tablo 3.4:** Veri toplama aracındaki soruların kazanımlarla ilişkisi

Veri toplama aracı soruları	İlgili kazanım
1) Üçgende yükseklik kavramı size neler çağrıştırıyor?	M.6.3.2.1. üçgenin alan bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.
2) Üçgende yükseklik kavramını matematiksel olarak tanımlayınız.	a) Noktalı veya kareli kâğıtta üçgenlerde yükseklik çizme çalışmalarına yer verilir.
3) Bir üçgende yükseklik çizerken nelere dikkat edersiniz?	Geniş açılı üçgenlerdeki yükseklikler de ele alınır.
4)En az 4 farklı üçgende yükseklik çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın	M.8.3.1.1. Üçgende kenarortay, açıortay ve yüksekliği inşa eder.
5) Farklı şekillerde üçgenler çizin ve yüksekliklerini belirtin.	b) Eşkenar, ikizkenar ve dik üçgen gibi özel üçgenlerde kenarortay, açıortay ve yüksekliğin özelliklerini belirlemeye yönelik çalışmalara da yer verilir.
6) En az 4 farklı üçgende yükseklik olmayan örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.	
7) Üçgende kenarortay kavramı size neler çağrıştırıyor?	M.6.3.2.1. üçgenin alan bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.
8) Üçgende kenarortay kavramını matematiksel olarak tanımlayınız.	a) Noktalı veya kareli kâğıtta üçgenlerde yükseklik çizme çalışmalarına yer verilir.
9) Bir üçgende kenarortay çizerken nelere dikkat edersiniz?	Geniş açılı üçgenlerdeki yükseklikler de ele alınır.
10) En az 4 farklı üçgende kenarortay çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.	M.8.3.1.1. Üçgende kenarortay, açıortay ve yüksekliği inşa eder.
11) Farklı şekillerde üçgenler çiziniz ve kenarortaylarını belirtiniz.	b) Eşkenar, ikizkenar ve dik üçgen gibi özel üçgenlerde kenarortay, açıortay ve yüksekliğin özelliklerini belirlemeye yönelik çalışmalara da yer verilir.
12) En az 4 farklı üçgende kenarortay olmayan örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.	

**Tablo 3.4** (devam)

Veri toplama aracı soruları	İlgili kazanım
13) Üçgende açıortay kavramı size neler çağrıştırıyor?	<b>M.6.3.2.1. Üçgenin alan bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.</b> <b>a) Noktalı veya kareli kâğıtta üçgenlerde yükseklik çizme çalışmalarına yer verilir. Geniş açılı üçgenlerdeki yükseklikler de ele alınır.</b>
14) Üçgende açıortay kavramını matematiksel olarak tanımlayınız.	
15) Bir üçgende açıortay çizerken nelere dikkat edersiniz?	<b>M.8.3.1.1. Üçgende kenarortay, açıortay ve yüksekliği inşa eder.</b> <b>b) Eşkenar, ikizkenar ve dik üçgen gibi özel üçgenlerde kenarortay, açıortay ve yüksekliğin özelliklerini belirlemeye yönelik çalışmalara da yer verilir.</b>
16) En az 4 farklı üçgende açıortay çiziniz ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazınız.	
17) Farklı şekillerde üçgenler çiziniz ve açıortayını belirtiniz.	
18) En az 4 farklı üçgende açıortay olmayan örnekler çiziniz ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazınız.	

### 3.3.2 Klinik Mülakat

Mülakatlar diğer bir deyişle görüşmeler bilgi toplamak için popüler ( Zazkis ve Hazzan, 1999) yaygın, başarılı ve uyarlanabilir bir strateji olmakla beraber insanların kendi bakış açılarına ve deneyimlerine erişmek için sözlü iletişim kurmayı içerir. (Hunt, Chan ve Mehta, 2011). Bir klinik mülakat öğrencilerin sözlerini ve eylemlerini bir araya getirerek analiz etmeyi kolaylaştırır ve çoğunlukla bireyseldir (Zazkis ve Hazzan, 1999). Mülakatlar yapılandırılmamış, yarı yapılandırılmış ve yapılandırılmış olmak üzere üçe ayrılır (Merriam, 2009). Yarı yapılandırılmış formatı ise görüşmelerin önceden planlandığı ancak görüşülen kişinin yanıtına bağlı olduğu planlanmamış takip sorularına, planlanmış sorular da varyasyonları ve açıklayıcı sorulara izin verir (Bogdan ve Biklen, 1998; Zazkis ve Hazzan, 1999). Mülakat süreci etkileşimli doğası itibariyle öğrencinin verdiği ilk cevaptan itibaren farklı olasılıklara evrilebilir.

Klinik mülakat soruları veri toplama aracındaki açık uçlu sorularla aynıdır fakat gerek duyulduğunda öğrenciyle kavram üzerinde derinlemesine konuşabilmek, görüşmenin gidişatına göre öğrencinin zihnindeki bilgiyi detaylı bir şekilde meydana çıkarabilmek yeni sorular eklenmiş ya da bazı sorular çıkarılmıştır. “Bu çizimlerin neden yükseklik olduğunu düşünüyorsun?, Bu çizimlerin neden yükseklik olmadığını düşünüyorsun?, Bu çizimlerin neden kenarortay olduğunu düşünüyorsun?, Bu çizimlerin neden kenarortay olmadığını

düşünüyorsun?, Bu çizimlerin neden açıortay olduğunu düşünüyorsun?, Bu çizimlerin neden açıortay olmadığını düşünüyorsun?, Çizdiğin doğru parçasının yükseklik olduğunu sen söylemeden nasıl anlayabilirim?, Çizdiğin doğru parçasının kenarortay olduğunu sen söylemeden nasıl anlayabilirim?, Çizdiğin doğru parçasının açıortay olduğunu sen söylemeden nasıl anlayabilirim?, Çizdiğin doğru parçasının yükseklik olduğunu hiçbir dil bilmeyen birisine yalnızca matematiksel sembolleri kullanarak nasıl anlattırın?, Çizdiğin doğru parçasının kenarortay olduğunu hiçbir dil bilmeyen birisine yalnızca matematiksel sembolleri kullanarak nasıl anlattırın?, Çizdiğin doğru parçasının açıortay olduğunu hiçbir dil bilmeyen birisine yalnızca matematiksel sembolleri kullanarak nasıl anlattırın?” gibi öğrencinin açıklama yapmasını kolaylaştıracak bazı sorular eklenmiştir. Bazen de öğrencinin verdiği cevaplar tekrar edilerek “Şunu mu söylemek istedin?, Ben doğru mu anladım?” şeklinde sorular sorulmuştur. Bazen de katılımcının söylediklerine göre araştırmanın amacına uygunluk taşıyan o an içerisinde gelişen ve öğrencinin çizimlerini detaylandırmasına yönelik sorular sorulmuştur.

Bu çalışmayı yürüten araştırmacının literatür besinleri ve saha deneyimi neticesinde oluşturduğu orijinal inancı öğrencilerin yükseklik, kenarortay ve açıortay kavram imajlarının eksik olduğuna ve bu yardımcı elemanların karıştırıldığına yönelikti. Bu sebeple öğrenciler klinik mülakatlara kavram imajı belirleme formuna verdikleri yanıtlara göre başarılı ve başarısız tanım, doğru ve yanlış çizimler, tipik ve atipik çizimler olarak gruplara ayrılanlar içerisinde gönüllülük esasına dayalı olarak seçilmiştir. Tipik olmayan bireylerin öncelikli katılımcılar olarak seçilmesi önemlidir (Miles ve Huberman, 2019, s.264) çünkü problemi olgunlaştırmak için, bilgiyi işleyen ya da arayan kişiler; orijinal inanış ya da algıları onaylamayan örneklerdense onaylayan örnekleri göstermeye daha yatkındır (Miles ve Huberman, 2019, s.263). Aşağıda tablo 3.5’te klinik mülakat için seçilen öğrencilerin kişisel bilgilerine yer verilmiştir.

**Tablo 3.5:** Klinik mülakatlar için seçilen öğrencilerin kişisel bilgileri

Öğrenci kodu	Okul	Cinsiyet
Ö134	A	Kız
Ö135	A	Erkek
Ö136	A	Kız
Ö137	A	Kız
Ö138	A	Kız
Ö139	B	Erkek
Ö140	B	Erkek

**Tablo 3.5** (devam)

Öğrenci kodu	Okul	Cinsiyet
Ö141	B	Kız
Ö142	B	Erkek
Ö143	C	Kız
Ö144	C	Kız
Ö145	C	Kız
Ö146	C	Kız
Ö147	C	Erkek
Ö148	C	Erkek
Ö149	A	Kız
Ö150	C	Kız
Ö151	C	Kız

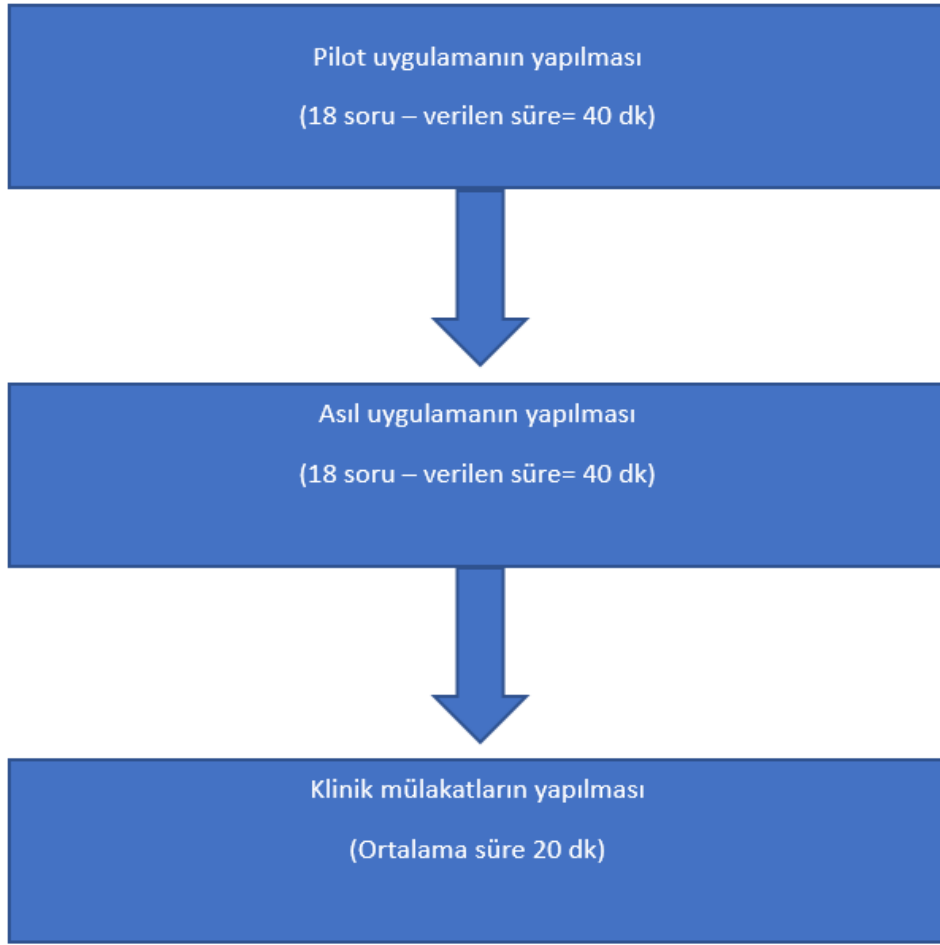
Tablo 3.5'te 3 farklı devlet okulundan seçilerek klinik mülakat yapılan toplam 18 öğrencinin 12'sinin kız, 6'sının erkek olduğu görülmektedir. Çalışmaya katılan öğrencilerin kağıtları elektronik ortama aktarılırken Ö1-Ö2... şeklinde rastgele kodlanmıştır. Klinik mülakatlara seçilen öğrencilerin kağıtları diğerlerinden ayrı muhafaza edildiği için en son elektronik ortama aktarılmıştır ve kodların ardışık olması öğrenci seçim yöntemiyle alakalı başka bir sebebe dayanmamaktadır.

Ses ya da görüntülerin kaydedilerek saklanması nitel çalışmalar için önemli bir geçerlilik ve güvenilirlik kaynağıdır (Uzuner, 1999). Çalışmaya gönüllü olarak katılan öğrenciler arasından seçilen 18 öğrenciyle gerekli açıklamalar yapılarak ve onların onayları alınarak yapılan klinik mülakat görüşmeleri ses kaydına alınmıştır. Her bir görüşme ortalama 20 dk sürmüştür. Çizimlerinde nereyi gösterdiklerini anlamak amacıyla öğrencilerin kalem kullanmasına ve bazen de çizimler yapmasına izin verilmiştir. Öğrencinin görüşme esnasında çizimlerini açıklamak kaydıyla yaptığı yeni değişiklikler araştırmacı tarafından not edilmiştir.

### **3.4 Uygulama Süreci**

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgende yükseklik, kenarortay ve açıortay kavramlarına yönelik kavram imajlarının belirlenmesi amacıyla yapılan bu çalışmada uygulama aşaması pilot ve asıl olmak üzere 2 kısımdan oluşmaktadır. Bir sonraki bölümde pilot ve asıl uygulama hakkında bilgi verilecektir. Şekil 3.1 uygulama sürecini yansıtmaktadır.





**Şekil 3.2:** Araştırma uygulama diyagramı

Yukarıda şekil 3.1’ de görüldüğü üzere araştırma pilot uygulama, asıl uygulama ve klinik mülakatların gerçekleşmesi sırasıyla gitmektedir.

### **3.4.1 Pilot Uygulama**

Hazırlanan veri toplama aracı içerisindeki açık uçlu soruların geçerlik, güvenilirlik ve anlaşılabilirliğinin test edilmesi ve soruları cevaplandırmak için ideal sürenin tespit edilebilmesi için pilot çalışmaya ihtiyaç duyulmuştur. Asıl çalışmanın öncesinde yapılacak bir pilot çalışma ile süreç içerisinde ortaya çıkabilecek çeşitli problemler için önlem almak amaçlanmıştır. Açık uçlu sorular 2021-2022 bahar dönemi Nisan ayında Güney Marmara bölgesinde yer alan bir ilin merkez ilçesindeki devlet okulunda eğitim hayatına devam etmekte olan 20 kişilik sekizinci sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Pilot uygulama yapılan tüm öğrenciler aynı okulun aynı sınıfında öğrenim görmekteydiler. Bu öğrencilerin 8’i kız, 12’si erkektir. 20 kişilik gruptaki her öğrencinin soruları yanıtlamayı bitirmesi

beklenmiştir. Birkaç öğrenci dışında bir ders saatini aşan olmamıştır. Bu sebeple ortalama 40 dakika soruları cevaplandırmak için yeterli süre olarak belirlenmiştir. Araştırmacı öğrenciler soruları yanıtlarken gözlem yapmış ve öğrencilerin nasıl sorunlar yaşadıklarını not etmiştir. Veri toplama aracındaki bazı maddeler değiştirilmeden önceki ilk halinde yer alan “En az 4 farklı üçgende yüksekliğe aykırı örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın, en az 4 farklı üçgende kenarortaya aykırı örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın, en az 4 farklı üçgende açıortaya aykırı örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.” Sorularında öğrencilerin ‘aykırı’ kelimesini anlamakta zorlandıkları ve bu kelimeyle üçgende yükseklik olamayan, üçgende kenarortay olamayan ve üçgende açıortay olamayan örneklerin kastedildiğini anlamadıkları tespit edildiğinden ‘aykırı’ kelimesi kaldırılmış ve onun yerine olmayan kelimesi yazılarak soru cümlelerindeki ifadeler ‘üçgende yükseklik olmayan’, ‘üçgende kenarortay olmayan’ ve ‘üçgende açıortay olmayan’ şeklinde yenilenmiştir.

### **3.4.2 Asıl Uygulama**

Çalışmanın asıl uygulama kısmı 2022 yılının Mayıs ayında gerçekleştirilmiştir. Her bir öğrenciye 1 ders saati (40 dk) süre verilmiştir. Veri toplama süreci 6 ayrı devlet okulunun sekizinci sınıf öğrencileriyle yürütülmüştür. Seçilen konunun eğitim öğretim yılının son aylarında işlenmesi sebebiyle ve öğrencilerin LGS sınavına girecek olmaları sebebiyle ve toplama süreci yaklaşık 6 haftalık bir süreye yayılmıştır. Öğrenciler veri toplama aracında yer alan kavramları ve özelliklerini MEB (2018) ilköğretim öğretim programında yer alan 8. sınıf matematik dersi “M.8.3.1.1. Üçgende kenarortay, açıortay ve yüksekliği inşa eder. b) Eşkenar, ikizkenar ve dik üçgen gibi özel üçgenlerde kenarortay, açıortay ve yüksekliğin özelliklerini belirlemeye yönelik çalışmalara da yer verilir.” ve ortaokul 6. Sınıf matematik dersi “M.6.3.2.1. üçgenin alan bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer. a) Noktalı veya kareli kâğıtta üçgenlerde yükseklik çizme çalışmalarına yer verilir. Geniş açılı üçgenlerdeki yükseklikler de ele alınır.” kazanımları doğrultusunda öğrenmiş bulunmaktaydılar. Uygulama esnasında öğretmenlerinden ya da diğer arkadaşlarından yardım alan öğrencilerin kağıtları araştırmacı tarafından analize tabi tutulmak üzere not alınmıştır. Öğrenciler uygulama esnasında verdikleri yanıtlar bilimsel bir çalışmaya hizmet edeceği ve üçüncü kişilerle paylaşılmayacağı konusunda bilgilendirilerek yalnızca bildiklerini kağıda aktarmaları yardım almamaları konusunda teşvik edilmiştir. Asıl uygulama esnasında toplamda 300 öğrenciye ulaşılmış fakat kâğıtlar incelendiğinde

birçoğu yeterli cevap içermemelerinden kaynaklı elenerek 151 öğrencinin kâğıtları seçilmiştir.

### **3.4.3 Araştırmacının Rolü**

Araştırmacının rolü bir öğrenen olarak araştırmacıdır. Glesne (2020) öğrenenin bakış açısının sürece ve bulgulara tamamıyla hakim olmayı getireceğini ve bir öğrenen olarak sürece katılmanın bir otorite ya da öğretmen olarak sürece katılmaktan daha fazla etkileşim getireceğini bunun da katılımcıları daha dürüst davranmaya teşvik edeceğini belirtmiştir. Araştırmacı katılımcılarla olan ilişkisini otoritenin dışında tutmuş ve bu konuyla alakalı yaptığı çalışmanın akademik kaygılardan uzak bir öğrenmeye yönelik olduğunu belirtmiştir.

### **3.5 Verilerin Analizi**

Nitel verilerin analizinde metinleri anlamlandırmak esastır (Creswell, 2019). Her nitel çalışmanın kendine has taşıdığı bazı özellikler gereği veri analizinde orijinal yaklaşımlara ihtiyaç duyulabilir bu da nitel çalışmalardaki veri analizinin çeşitlilik yaratıcılık ve esneklik konularında araştırmacılara zenginlik sunduğunun bir göstergesidir. Araştırmacı elde ettiği verilerin niteliklerini ve mevcut veri analizi yaklaşımlarını gözden geçirerek kendi çalışmasına özgü bir veri analiz planı geliştirmelidir (Yıldırım ve Şimşek, 2021).

Strauss ve Corbin (1990) daha önce bahsedilenlere benzer şekilde içerik analizi ve betimsel analiz şeklinde ikiye ayırmıştır. Betimsel analiz tümünden gelince analiz yöntemine içerik analizi ise tüme varımı analiz yöntemine yakındır. Betimsel analiz araştırmanın öncesinde belirlenmiş olan kavramsal çerçeveye uygun olarak yürütüldüğünden daha sığ bir analiz yöntemidir içerik analizi ise verilerden hareketle yeni tema ve kodlar ortaya çıkarıldığı için daha derinlikli bir analiz yöntemidir. Ayrıca bu iki analiz yöntemi için üç farklı türde kodlama geliştirilmiştir. Birincisi öncesinde belirlenen kavramların yönlendirmesiyle yapılan kodlama türüdür. İkincisi verilerden elde edilen kavramlara göre yapılan, üçüncüsü ise bu iki türün de birleştirildiği kodlamaların genel bir çerçeve hattında yapıldığı kodlama türüdür. Bu çalışmada içerik analizi yapılmış ve iki türün de birleştirildiği üçüncü tür kodlama kullanılmıştır. Tablo 3.6 üçgenin yardımcı elemanlarının boyutlara göre dağılımını göstermektedir.

**Tablo 3.6:** Üçgenin yardımcı elemanlarının boyutlara göre dağılımı

Boyutlar	Alt boyutlar	Soru numaraları
Yükseklik	İmaj	1. soru
	Tanım	2. ve 3. soru
	Örneğe uygun çizimler	4. ve 5. soru
	Örneğe uygun olmayan çizimler	6. soru
Kenarortay	İmaj	7. soru
	Tanım	8. ve 9. soru
	Örneğe uygun çizimler	10. ve 11. soru
	Örneğe uygun olmayan çizimler	12. soru
Açıortay	İmaj	13. soru
	Tanım	14. ve 15. soru
	Örneğe uygun çizimler	16. ve 17. soru
	Örneğe uygun olmayan çizimler	18. soru

Tablo 3.6’da görüldüğü üzere veri toplama aracı üçgenin yükseklik, kenarortay ve açıortayına ait olan üç farklı boyuttan oluşmaktadır. Her bir boyutta kendi içerisinde 4 farklı alt boyuta ayrılmaktadır. Tablo 3.4’ de görüldüğü üzere yüksekliğin imaj, tanım, örneğe uygun çizimler ve örneğe uygun olmayan çizimler olmak üzere 4 ayrı alt boyutu vardır. 1. soru imaj boyutuna 2 ve 3. soru tanım boyutuna 4 ve 5. soru örneğe uygun çizimler boyutuna 6. soru örneğe uygun olmayan çizimler boyutuna dahildir. Kenarortayın imaj, tanım, örneğe uygun çizimler ve örneğe uygun olmayan çizimler olmak üzere 4 ayrı alt boyutu vardır. Yedinci soru imaj boyutuna 8 ve 9. soru tanım boyutuna 10 ve 11.soru örneğe uygun çizimler boyutuna 12. soru örneğe uygun olmayan çizimler boyutuna dahildir. Açıortayın imaj, tanım, örneğe uygun çizimler ve örneğe uygun olmayan çizimler olmak üzere 4 ayrı alt boyutu vardır. 13. soru imaj boyutuna 14 ve 15. soru tanım boyutuna 16 ve 17. soru örneğe uygun çizimler boyutuna 18. soru örneğe uygun olmayan çizimler boyutuna dahildir.

### 3.5.1 İmaj Sorularının Analizi

“Üçgende yükseklik kavramı size neler çağrıştırıyor?, Üçgende kenarortay kavramı size neler çağrıştırıyor?, Üçgende açıortay kavramı size neler çağrıştırıyor?” sorularının amacı öğrencilerin zihninde yükseklik, kenarortay ve açıortay kavramlarını nelerle

ilişkilendirdiklerini anlamayı amaçlamıştır. Verilen öğrenci cevapları tekrar tekrar okunarak üçgenin özellikleri-elemanları-çeşitleri, günlük hayat, yüksekliği tanımlamaya yönelik ifadeler, kenarortayı tanımlamaya yönelik ifadeler, açıortayı tanımlamaya yönelik ifadeler, teorem, konu alanları, diğer, diğer şekiller, yükseklik çizimi (görsel tanım), kenarortay çizimi (görsel tanım), açıortay çizimi (görsel tanım), hem yükseklik hem kenarortayı tanımlamaya yönelik ifadeler, hem kenarortay hem açıortayı tanımlamaya yönelik ifadeler, hem açıortay hem yüksekliği tanımlamaya yönelik ifadeler, hem yükseklik hem kenarortay çizimi (görsel tanım) olmak üzere 16 farklı kategori oluşturulmuştur. Tablo 3.5 imaj sorularının cevaplarını analiz etmek için kullanılan çerçeveyi göstermektedir.

**Tablo 3.7:** İmaj sorularının analizi için kullanılan çerçeve

Temalar	Kodlar
Üçgenin özellikleri, elemanları, çeşitleri *	1
Günlük hayat *	2
Yüksekliği tanımlamaya yönelik ifadeler *	3
Açıortayı tanımlamaya yönelik ifadeler	4
Kenarortayı tanımlamaya yönelik ifadeler	5
Teorem *	6
Diğer şekiller *	7
Konu alanları *	8
Diğer	9
Yükseklik çizimi (görsel tanım)	10
Açıortay çizimi (görsel tanım)	11
Kenarortay çizimi (görsel tanım)	12
Hem yükseklik hem kenarortayı tanımlamaya yönelik ifadeler	13
Hem kenarortay hem açıortayı tanımlamaya yönelik ifadeler	14
Hem açıortay hem yüksekliği tanımlamaya yönelik ifadeler	15
Hem yükseklik hem kenarortay çizimi (görsel tanım)	16

Tablo 3.7’de görüldüğü üzere yanında (\*) işareti olan temalar Keşan, Erkuş ve Coşar (2017)’nin çalışmasında mevcut olanlar diğerleri ise bu çalışmanın verilerinden elde edilen

özgün temalardır. Bazı öğrenciler tek bir cevapla sınırlı kalmayıp birden fazla kategori içeren cevaplar vermişlerdir. Bu yüzden verilen öğrenci cevaplarının kategorilere dağılımının toplamı toplam öğrenci sayısından fazladır. Bu da bazı öğrencilerin üçgende yükseklik, kenarortay ve açıortay kavramını birden fazla farklı alanla bağdaştırdığını göstermektedir.

### 3.5.2 Biçimsel Tanım Sorularının Analizi

Yükseklik tanımı 2 ve 3. soruların, kenarortay tanımı 8 ve 9. soruların, açıortay tanımı ise 14 ve 15. soruların birleştirilerek analiz edilmiştir. Yükseklik, kenarortay ya da açıortay çizerken dikkat edilecek noktaların tanım içerisindeki anahtar kelimeler olduğu düşünüldüğünden soruların birleştirilerek analiz edilmesi uygun görülmüştür. Çünkü Tablo 3.8’de olduğu gibi öğrencilerin çizimlerde dikkat ettikleri noktaların yardımcı elamanın kritik özellikleri olduğu görülmektedir.

**Tablo 3.8:** Öğrencilerin çizimlerde dikkat ettikleri noktalar

Yükseklik çizerken nelere dikkat edersiniz?	Kenarortay çizerken nelere dikkat edersiniz?	Açıortay çizerken nelere dikkat edersiniz?
Seçtiğim kenardan dik gelmesi	Kenarı ortadan ikiye bölmesine	Açıyı iki eş parçaya bölmesine
Dik olmasına	Köşeden başlamasına	Bir açıyı ikiye doğru şekilde bölmeye
Dikliğine	Kenarı ortadan ikiye bölmesine	Açıyı ikiye bölmesine
Tepe noktasından inmesine	Kenarda bitmesine	İki eş açıya ayırıp ayırmadığına
90°'lik açığa	Bir kenarı eşit şekilde bölmüş olmaya	
	Kenarı ikiye eşit bölmesi gerekir	

Tablo 3.8’de görüldüğü üzere öğrencilerin “Yükseklik çizerken nelere dikkat edersiniz?” sorusuna verdikleri cevaplar “seçtiğim kenardan dik gelmesi”, “dik olmasına”, “dikliğine”, “tepe noktasından inmesine, 90°'lik açığa” gibi ifadeler içerdiğinden yüksekliğin kritik özelliklerine atıfta bulunmaktadır. “Kenarortay çizerken nelere dikkat edersiniz?” sorusuna verdikleri cevaplar “kenarı ortadan ikiye bölmesine”, “köşeden başlamasına, kenarı ortadan ikiye bölmesine, kenarda bitmesine”, “bir kenarı eşit şekilde bölmüş olmaya”, “kenarı ikiye eşit bölmesi gerekir” gibi öğrenci cevaplarında olduğu gibi kenarortayın kritik özelliklerine atıfta bulunmaktadır ve “Açıortay çizerken nelere dikkat edersiniz?” sorusuna verdikleri cevaplar “açıyı iki eş parçaya bölmesine”, “bir açıyı ikiye doğru

şekilde bölmeye”, “açıyı ikiye bölmesine”, “iki eş açığa ayırıp ayırmadığına” gibi öğrenci cevaplarında olduğu gibi açıortayın kritik özelliklerine atıfta bulunmaktadır. Biçimsel tanımlar Ertekin, Yazıcı ve Delice'nin (2014) çalışmasından uyarlanarak hazırlanan tablo 3.9'daki dereceli puanlama anahtarı kullanılarak puanlanmıştır.

**Tablo 3.9:** Biçimsel tanımları puanlamak için kullanılan dereceli puanlama anahtarı

Puan	Açıklama	Kategori	Örnek
3 puan	Birçok anahtar kelime kullanılarak doğru cevap verilmiş	Anlama	Yükseklik için; Bir köşeden karşısındaki kenara çizilen dik doğru parçası, 90°'lik açı ile inmesine Kenarortay için; Üçgenin bir kenarının tam ortasından o kenarın karşısındaki köşeye çizilen doğru parçası Açıortay için; Bir köşeden başlayıp karşısındaki kenara indirilen ve başlanılan köşedeki açığı iki eş ölçüye ayıran doğru parçası
2puan	Birçok anahtar kelime kullanılmış fakat verilen cevap ne doğru ne de yanlış	Parçalı anlama	Yükseklik için; Bir üçgenin bir köşesinden bir kenarına ulaşan dik en kısa uzunluk Kenarortay için; Üçgenin bir köşesini karşısındaki orta nokta ile birleştiren doğrudur Açıortay için; Üçgende bir açığı ikiye bölmesi
1 puan	Yanlış cevap verilmiş	Yanlış anlama	Yükseklik için; Üçgenin tepe noktasından tabanın orta noktasına çizilen çizgi olmasına Kenarortay için; Matematiksel üçgenin kenarı, kenarı dik orta olması Açıortay için; Açının ortasından çizilir, dik çizilir
0 puan	Cevap yok	Cevap yok	

Tablo 3.9'da görüldüğü üzere herhangi bir elemanın tanımına ait tüm kritik özelliklerin sağlandığı cevaplar 3 puan, bazı kritik özelliklerin sağlandığı fakat ne tamamen doğru ne de tamamen yanlış denilebilecek cevaplar 2 puan, hiçbir kritik özellik kullanılmayan ya da yanlış bir elemana ait kritik özelliklerin kullanıldığı cevaplar 1 puan, boş bırakılan ya da konuyla alakası olmayan cevaplar 0 puan olarak değerlendirilmiştir.

Tanımların puanlanması her bir elemanın kendi kritik özelliklerine göre olacağından öncelikle kritik özellikler belirlenmiştir. Bunun için Guo ve Pang (2011)'in yükseklik için belirlediği kritik özelliklerden ve 8. sınıf matematik ders kitabında (koza yayın) verilen tanımlardan yararlanılmıştır. Ders kitabında yer alan tanımlar aşağıdaki gibidir.

Üçgende yükseklik: bir üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara veya uzantısına dik olarak çizilen doğru parçasına o kenara ait yükseklik denir. (s.183)

Üçgende açıortay: bir üçgenin bir iç açısını 2 eş parçaya ayıran ışının köşe ile karşı kenarı arasında kalan parçasına üçgenin o açıya ait açıortayı denir. (s.184)

Üçgende kenarortay: bir üçgende bir kenarın orta noktasını bu kenarın karşısındaki köşe ile birleştiren doğru parçasına o kenara ait kenarortay denir. (s. 185)

Tablo 3.10'da Guo ve Pang (2011)'in çalışmasından yararlanarak üçgenin yardımcı elemanları için belirlenen kritik özellikler gösterilmektedir.

**Tablo 3.10:** Yardımcı elemanlar için belirlenen kritik özellikler

Yükseklik için kritik özellikler (Guo ve Pang, 2011)	Kenarortay için kritik özellikler	Açıortay için kritik özellikler
a) Köşeden geçmesi b) Seçilen köşenin karşısındaki kenara veya kenarın uzantısına gitmesi c) Dik olması d) Doğru parçası olması	a) Köşeden geçmesi b) Seçilen köşenin karşısındaki kenara gitmesi c) Kenarı iki eşit parçaya bölmesi d) Doğru parçası olması	a) Köşeden geçmesi b) Seçilen köşenin karşısındaki kenara gitmesi c) Açığı iki eşit parçaya bölmesi d) Doğru parçası olması
Kelime havuzuna dahil edilenler	Kelime havuzuna dahil edilenler	Kelime havuzuna dahil edilenler
90° Dikme Dik açı Diklik Dik kenar Dik bir çizgi 90°'lik açı	Kenarı ortalamak Kenarı bölmek Kenarı eşit parçalara ayırmak İki eşit parça Kenarı ikiye bölmek	Açıyı bölmek Açıyı ortalamak Açıyı iki eş açığa bölmek Bölmek İkiye bölmek Eş parçalara bölmek İki eş açı

Tablo 3.10'da görüldüğü gibi yükseklik için a) köşeden geçmesi b) seçilen köşenin karşısındaki kenara veya kenarın uzantısına gitmesi c) dik olması d) doğru parçası olması kritik özellikler olarak belirlenmiştir. Bu minvalde 90°, dikme, dik açı, diklik, dik kenar, dik bir çizgi, 90°'lik açı gibi kelimeler yükseklik için kritik özellikler olan kelime havuzuna dahil edilmiştir. Kenarortay için a) köşeden geçmesi b) seçilen köşenin karşısındaki kenara



gitmesi c) kenarı iki eşit parçaya bölmesi d) doğru parçası olması kritik özellikler olarak belirlenmiştir. Bu minvalde kenarı ortalamak, kenarı bölmek, kenarı eşit parçalara ayırmak, iki eşit parça, kenarı ikiye bölmek gibi kelime ve kelime öbekleri kenarortay için kritik özellikler olan kelime havuzuna dahil edilmiştir. Açığı için a) köşeden geçmesi b) seçilen köşenin karşısındaki kenara gitmesi c) açığı iki eşit parçaya bölmesi d) doğru parçası olması kritik özellikler olarak belirlenmiştir. Bu minvalde açığı bölmek, açığı ortalamak, açığı iki eş açığa bölmek, bölmek, ikiye bölmek, eş parçalara bölmek, iki eş açığı gibi kelime öbekleri açığı için kritik özellikler olan kelime havuzuna dahil edilmiştir. Tüm kritik özelliklerin sağlandığı cevaplar doğru kabul edilip anlama kategorisine dahil edilmiştir. Her üç eleman içinde doğru parçası olduğu belirtilmediği ya da tanım içinde “doğru, çizgi” gibi kelimeler kullanıldığı takdirde yapılan tanımın kritik özelliklerinden birisi eksik olduğu için parçalı anlama kategorisine dahil edilmiştir. Eğer verilen cevaplar içerisinde yardımcı elemanlara ait kritik özellikler karıştırılmışsa (örneğin yüksekliğe ait olan diklik özelliği kenarortay ya da açığı için kullanılmışsa) ya da verilen cevap hiçbir anlam ifade etmiyorsa bu da yanlış anlama kategorisine dahil edilmiştir.

### 3.5.3 Üçgende Yükseklik, Kenarortay ve Açığı Çizim Sorularının Analizi

Üçgende yüksekliğe ait olan çizim soruları (4, 5 ve 6. sorular), üçgende kenarortaya ait olan çizim soruları (10, 11 ve 12. sorular) ve üçgende açığına ait olan çizim soruları (16, 17 ve 18. sorular) Gutierrez ve Jaime (1999) un çalışmasına yeni kategoriler eklenerek ve üç elemana da ayrı ayrı uyarlanarak analiz çerçevesi hazırlanmıştır. Çizim soruları için kullanılan çerçeve tablo 3.11’de gösterilmiştir.

**Tablo 3.11:** Çizim sorularının analizinde kullanılan çerçeve

Kodlar	Açıklamalar	Temalar
2	Yükseklik doğru çizilmiş fakat çizim araçları kullanılmadığından diklikte küçük bir hata kabul edilir.	
5	Üçgenin dışında hiçbir kenarı veya uzantısını karşılamayacak şekilde diklik oluşturmak	
7	Yükseklik çizilmiş fakat yanlış olan bir uzunluk	Yükseklik
8	Üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenar veya uzantısına bir segment çizilmiş fakat dik olduğu belirtilmemiş ya da dik olmadığı belirtilmiş	
9	Kenardan kenara doğru parçası dik açığıyla çizilmiş.	
11	Üçgen olmayan açık şekillerde diklik gösterilmiş	

**Tablo 3.11** (devam)

Kodlar	Açıklamalar	Temalar
12	Köşeden kenara doğru parçası çizilmiş fakat dik açı köşede gösterilmiş	
13	Mantık hatası sebebiyle yanlış yükseklik	
3	Kenarortay doğru çizilmiş fakat çizim araçları kullanılmadığından küçük bir hata kabul edilir.	
14	Üçgenin bir kenarı ile karşısındaki köşe birleştirilmiş fakat kenarı iki eşit parçaya böldüğü belirtilmemiş ya da kenarı iki eşit parçaya bölmediği belirtilmiş.	
15	Üçgenin bir kenarından diğer kenarına doğru parçası çizilmiş ve kenar iki eşit parçaya ayrılmış.	
16	Kenarortay çizilmiş fakat yanlış olan bir uzunluk	
17	Kenarın orta noktası işaretlenmiş fakat bu nokta karşı köşe ile birleştirilecek şekilde doğru parçası çizilmemiş.	Kenarortay
18	Üçgenin bir kenarından karşısındaki kenarı ortalayacak şekilde dikme çizilmiş. (Kenar orta dikme çizilmiş.)	
19	Köşeden kenarı dik ortalayacak şekilde doğru parçası çizilmiş. (Kenar orta dikme çizilmiş.)	
20	Üçgenin dışından kenarı ortalayacak şekilde doğru parçası çizilmiş.	
21	Üçgen olmayan açık şekillerde kenar iki eşit parçaya ayrılmış.	
4	Açıortay doğru çizilmiş fakat çizim araçları kullanılmadığından küçük bir hata kabul edilir.	
24	Üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara doğru parçası çizilmiş fakat açığı iki eşit parçaya böldüğü belirtilmemiş ya da iki eşit parçaya bölmediği belirtilmiş	
25	Kenardan kenara çizilen doğru parçası üçgenin bir iç açısını değil kenar üzerindeki 180°'yi mantıksal hata içerecek şekilde eşit olmayan iki parçaya bölmüş.	
26	Üçgenin bir iç açısına ait açıortay çizilmiş fakat yanlış uzunlukta	Açıortay
28	Üçgen olmayan açık şekillerde açığı ortalayan doğru parçası çizilmiş	
29	Üçgenin bir kenarından diğer kenarına çizilen doğru parçası açının iki eşit parçaya bölünmediğini belirtmiş.	
35	Üçgen içindeki bir kenardan diğer kenara doğru parçası çizilmiş ve bir kenar üzerindeki 180°lik açı iki eşit parçaya bölünmüş.	
1	Cevap yok	Yükseklik,
6	Üçgenin dışına segmentler çizilmiş.	kenarortay ve
10	Kenardan kenara doğru parçası çizilmiş.	açıortay için
22	Üçgenin kenarı üzerinde bir nokta belirlenmiş	ortak
23	Hem kenarortay hem açıortay olan bir doğru parçası çizilmiş	kullanılabilen kodlar

**Tablo 3.11** (devam)

Kodlar	Açıklamalar	Temalar
27	Üçgen içinde köşeden başlanıp kenara ulaşmayan ya da kenardan başlanıp köşeye ulaşmayan doğru parçası çizilmiştir.	Yükseklik, kenarortay ve açortay için ortak kullanılabilen kodlar
30	Üçgen içinde ya da dışında doğrusallık belirtmeyen segmentler çizilmiştir.	
31	Sadece üçgen çizilmiş herhangi bir eleman belirtilmemiş.	
32	Üçgenin kenarı gösterilmiştir.	
33	Piramit çizilmiştir.	
34	Üçgenin bir kenarı üzerinde bir nokta belirlenmiştir.	
36	Bir üçgen içerisinde birden fazla kod içeren çizimler	

Tablo 3.11’de görüldüğü üzere öğrenci cevapları tekrar tekrar okunarak analiz edilen her bir yanlış cevap için ayrı bir kod belirlenmiştir. Araştırmanın ele aldığı konu itibarıyla başlangıçta üçgende yükseklik, kenarortay ve açortay olmak üzere mevcut olan 3 tema çalışmadan elde edilen verilerle yükseklik, kenarortay ve açortay için ortak kullanılan kodlar ismiyle toplamda 4 tema olmuştur. 2, 5, 7, 8, 9, 11, 12 ve 13 numaralı kodlar yükseklik, 3, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 ve 21 numaralı kodlar kenarortay, 4, 24, 25, 26, 28, 29 ve 35 numaralı kodlar açortay, 1, 6, 10, 22, 23, 27, 30, 31, 32, 33, 34 ve 36 numaralı kodlar yükseklik, kenarortay ve açortay için ortak kullanılabilen kodlar teması içerisinde yer almaktadır. Burada kodlar temalara yardımcı elemanların kritik özelliklerine göre yerleştirilmiştir. Örneğin yükseklik için diklik kritik bir özellik olduğundan bu tip çizimler yükseklik kategorisine yerleştirilmiştir. Birden fazla yardımcı elemanın kritik özelliğini taşıyanlar ya da hiçbir kritik özellik taşımayan çizimler yükseklik, kenarortay ve açortay için ortak kullanılabilen kodlar temasına yerleştirilmiştir. Temaların içerisindeki kodlar yalnızca o temaya ait değildir. Örneğin bir öğrencinin yükseklik teması için kullandığı bir kodu başka bir öğrenci kenarortay ya da açortay için kullanabilmektedir. Aşağıdaki tablo 3.12 çizim sorularının analizi için kullanılan kodların çalışmalara göre dağılımını göstermektedir.

**Tablo 3.12:** Çizim sorularının analizi için kullanılan kodların çalışmalara göre dağılımı

Gutierrez ve Jaime (1999)'un çalışmasıyla ortak olan kodlar	Yapılan tarama sonucu ortaya çıkan özgün kodlar	
1, 2, 3, 7, 8, 18	Yükseklik	5, 9, 11, 12, 13
	Kenarortay	3, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21
	Açıortay	4, 24, 25, 26, 28, 29, 35
	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	6, 10, 22, 23, 27, 30, 31, 32, 33, 34, 36

Tablo 3.12’de görüldüğü üzere kod 1, 2, 3, 7, 8 ve 18 Gutierrez ve Jaime (1999)’un üçgende yükseklik ile yaptığı çalışma sonucu ortaya çıkan kodlardır. Diğer kodlar ise yükseklik (5, 9, 11, 12, 13), kenarortay (3, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21), açıortay (4, 24, 25, 26, 28, 29, 35), yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar (6, 10, 22, 23, 27, 30, 31, 32, 33, 34, 36) hem Gutierrez ve Jaime (1999)’un yükseklik ile ilgili yaptığı çalışmada bulunmayıp yükseklik ile alakalı bu çalışmada ortaya çıkan yeni kodları hem de bu durumların kenarortay ve açıortay için uyarlanmış halini içermektedir.

### 3.5.4 Klinik Mülakatların Analizi

Araştırma sonuçlarının sunumunu zenginleştiren niteliklerden birisi de elde edilen verinin orijinal şekli fazla değiştirilmeden verilerden doğrudan alıntı yapılmasıdır (Wolcott, 1994). Ses kayıtları dijital ortama aktarılmış ve deşifre edilmiştir, ses kayıtları öğrencilerin verdikleri cevaplar tekrar tekrar dinlenerek ve kağıtlarında verdiği cevaplar karşılaştırılarak verilerin derinlemesine anlaşılması ve teyit edilmesi amacıyla kullanılmıştır. Toplamda 18 öğrenci ile klinik mülakat yapılmıştır. Her bir öğrenci ile yapılan klinik mülakatın transkript edilmesi ortalama 3 saat sürmüştür. Klinik mülakatların toplam deşifre süresi ise 8 hafta sürmüştür.

### 3.6 Geçerlilik ve Güvenirlik

Nitel araştırmalarda gözlem ve dokümanlar yoluyla ayrıntılı ve derinlemesine bilgi edinildiği için çalışmanın geçerlilik ve güvenilirliği konusunda da oldukça önemli bir aşamadır (Yıldırım ve Şimşek, 2021).

İç geçerlik bir diğer ifadeyle inanılabilirlik ya da özgünlük araştırma ve araştırma sürecinin doğruluk değeriyle, çalışılan insanlar ve okuyucular arasında inanılır olup olmadığıyla ve araştırmanın çalışılan konu için özgün bir perspektif geliştirip geliştirmediği ile ilgilidir. (Miles ve Huberman, 2019). Veri toplama aracının hazırlanması esnasında 3 ayrı matematik eğitimi alan uzmanının görüşleri alınmış ve görüşler doğrultusunda düzeltmeler yapılmıştır. Klinik mülakatlar esnasında öğrencilerin daha önce cevaplandıkları veri toplama aracı üzerinde çeşitli çizimler ve tanımlar için ‘Bunu mu demek istiyorsun?, Ben doğru mu anladım?, O halde şöyle diyebilir miyiz?, Yeniden tekrarlar mısınız?’ gibi ifadeler kullanılarak katılımcının zihnindeki bilgileri daha net açıklaması sağlanmıştır. Görüşmeler, geçerliliği sağlamak ve anket yanıtlarının daha zengin detaylandırılmasını sağlamak için kullanılmıştır. Çalışma içerisinde kullanılan bütün kavramların tanımlarına yer verilmiştir. Kavramlara ait kritik özelliklerin nasıl belirlendiği açıklanmış ve tanımların hangi durumlarda hangi puan kategorisine girdiğine ilişkin rubrik kategorileri temsil eden örneklerle beraber verilmiştir. Bulgular başlığı altında analizler sonucu ortaya çıkan kodlar açıklamalarıyla beraber sunulmuş ve ilgili açıklamaya ait öğrenci çizimleriyle desteklenmiştir. Öğrencilerin çizimleri konusunda yorum yapılırken birden fazla kavramın birbiriyle ilişkilendirilerek sunulduğu durumlara da yer verilmiştir. Örneğin kenarortay yerine dikliği belirtilmeyen doğru parçası çizen bir öğrencinin yükseklik örnek çizimini de dikliğini belirtmeden çizip çizmediğini yani öğrencinin zihnindeki yükseklik tasavvurunu anlamak için yükseklik çizimini nasıl yaptığına ilişkin bilgiye de yer verilmiştir.

Dış geçerlik bir diğer ifadeyle aktarılabilirlik araştırma esnasında geliştirilen stratejilerin benzer başka durumlarda da kullanılıp kullanılmayacağı ile ilgilidir (Miles ve Huberman, 2019). Veri toplama aracının geliştirilmesi, araştırmanın modelinin belirlenmesi, verilerin nasıl analiz edileceği anlaşılır ve detaylı bir şekilde izah edilmiştir. Yapılan alıntılar ve esin kaynakları ilgili bölümlerde sunulmuştur. Asıl araştırma öncesinde daha küçük bir grupla pilot çalışma yapılarak da araştırmanın aktarılabilirliği denenmiştir. Çalışmadan elde edilen sonuçların farklı bağlamlarda karşılaştırmalar yapılabilmesi için çalışma grubuyla alakalı detay bilgilere yer verilmiş, varsayımlar ve sınırlılıklar tanımlanmıştır. Bulgular okuyucuların kendi bağlamlarına aktarabilecekleri kapsamlı açıklamalar içermektedir. Ayrıca daha önce yapılan üçgende yükseklik araştırmalarıyla farklı sonuçların yanı sıra ortak sonuçlar da taşımaktadır. Sonuçların farklı konular üzerinde çalışılarak, farklı veri toplama araçları ve farklı analiz çerçeveleri kullanılarak benzerlik gösterip göstermeyeceğini test etmek için yeni araştırmalar önerilmektedir.

Güvenirlik araştırma sürecinin araştırmacı ve zaman bakımından ne kadar tutarlı olduğu ile ilgilenir (Miles ve Huberman, 2019). Araştırmacı zamana karşı tutarlılığı artırmak için aşırı yoğunlaşmanın verdiği körlüğü engellemek adına 1 aylık bir sürecin ardından yaptığı kodlamaları kontrol etmiştir. Öğrencilerin üçgende yükseklik, kenarortay ve açıortaya yönelik verdikleri cevaplar tablo 3.7, tablo 3.9 ve tablo 3.11’de verilen çerçeveler kullanılarak analiz edilirken araştırmacı dışında kavram tanımı ve kavram imajı konusunda bilgili matematik eğitimi alan uzmanı tarafından da analiz edilmiştir. Birbirinden bağımsız yapılan bu kodlamanın ardından Miles ve Huberman (1994)’ın geliştirdiği formül kullanılarak uyum yüzdesi hesaplanmıştır. Uyum yüzdesi,

$$\text{Uyum yüzdesi} = \frac{\text{görüş birliği olan gözlem sayısı}}{\text{görüş birliği olan gözlem sayısı} + \text{görüş ayrılığı olan gözlem sayısı}} \times 100$$

formülü kullanılarak hesaplanacaktır. Kodlamayı yapan iki matematik eğitimcisinin ortak mutabık olduğu 156 kod, farklı düşündükleri 36 kod olduğu görülmüştür.

$$\text{Uyum yüzdesi} = \frac{156}{156+36} \times 100 = 81,25$$

Bağımsız yapılan kodlamalardan sonra iki kodlayıcı fikir ayrılığına düştükleri kodları tartışmak üzere görüşmüştür. Tartışmanın ardından örtüşen kod sayısı 184, hala farklı düşünülen kod sayısı 8 olarak değiştirilmiştir.

$$\text{Uyum yüzdesi} = \frac{184}{184+8} \times 100 = 95,8$$

Uyum yüzdesi yeniden hesaplanarak 95,8 bulunmuştur. Bulunan değer araştırmanın güvenilir kabul edilmesi için gereken %70’in üzerindedir (Yıldırım, Şimşek, 2016; 242).

Nesnellik bir başka adıyla doğrulanabilirlik göreceli tarafsızlık ve onaylanmayan araştırmacı yanlılıklarından en az etkilenmeyle ilgilenir (Miles ve Huberman, 2019). Araştırmanın yöntemi ve süreci tafsilatlı açıklanmıştır. Verilerin nasıl toplandığına ilişkin süreç diyagramına yer verilmiş, verilerin nasıl işlendiği ve dönüştürüldüğü de açıklanmıştır. Teyit edilebilirliği sağlamak amacıyla da süreçte izlenen tüm adımlar bir alan uzmanı ile paylaşılmış ve hazırlanan dokümanlar bulut depolama alanında senkron olacak şekilde alan uzmanının erişimine açılmıştır. Bu durum ayrıca başkaları tarafından istendiği takdirde verilerin yeniden analiz edilmesine de olanak sağlayacaktır.

## 4. BULGULAR

### 4.1 Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bu başlıkta “Ortaokul 8. Sınıf öğrencilerinin üçgende yükseklik kavram imajı nelerden oluşur?” alt problemine ilişkin bulgulara yer verilecektir. Amaç öğrencilerin üçgende yükseklik kavramını zihinlerinde nelerle ilişkilendirdiklerini ortaya çıkarmaktır. Tablo 4.1’ de öğrencilerin üçgende yükseklik kavramına dair zihinsel çağrışımlarının kategorilere göre dağılımı gösterilmiştir.

**Tablo 4. 2:** Üçgende yükseklik kavramının öğrencilerdeki zihinsel çağrışımının kategorilere göre dağılımı

Temalar	Frekans	Yüzde
<b>Yüksekliği tanımlamaya yönelik ifadeler</b>	<b>61</b>	<b>40,40</b>
Üçgenin elemanları, özellikleri ve çeşitleri	48	31,79
Günlük hayat	19	12,58
Yükseklik görsel tanımı	18	11,92
Diğer şekiller	15	9,93
Konu alanları	6	3,97
Teorem	3	1,99
Diğer şekiller	3	1,99
Kenarortayı tanımlamaya yönelik ifadeler	1	0,66

Öğrenciler tarafından en çok tekrarlanan kategorinin yüksekliği tanımlamaya yönelik ifadelerden, en çok tekrarlanan ikinci kategorinin de üçgenin elemanları-özellikleri ve çeşitlerinden oluştuğu görülmüştür. Bir öğrenci için ise yükseklik kavramının kenarortayı tanımlamaya yönelik ifadeleri çağrıştırdığı görülmektedir.

### 4.2 İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bu başlıkta “Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgende yükseklik kavramının biçimsel tanımını yapma konusundaki başarıları ne düzeydedir?” alt problemine ilişkin bulgulara yer verilecektir. Amaç öğrencilerin istenilen kavramlara ait kritik özellikleri ne kadar belirleyebildiklerini ve matematiksel terminolojinin kullanımı konusundaki durumlarını ortaya çıkarmaktır. Aşağıdaki tablo 4.2’de tüm öğrencilerin üçgende yüksekliğin biçimsel tanımından aldıkları puanlar görülmektedir.

**Tablo 4.2:** Tüm öğrencilerin üçgende yüksekliğin biçimsel tanımından aldıkları puanlar

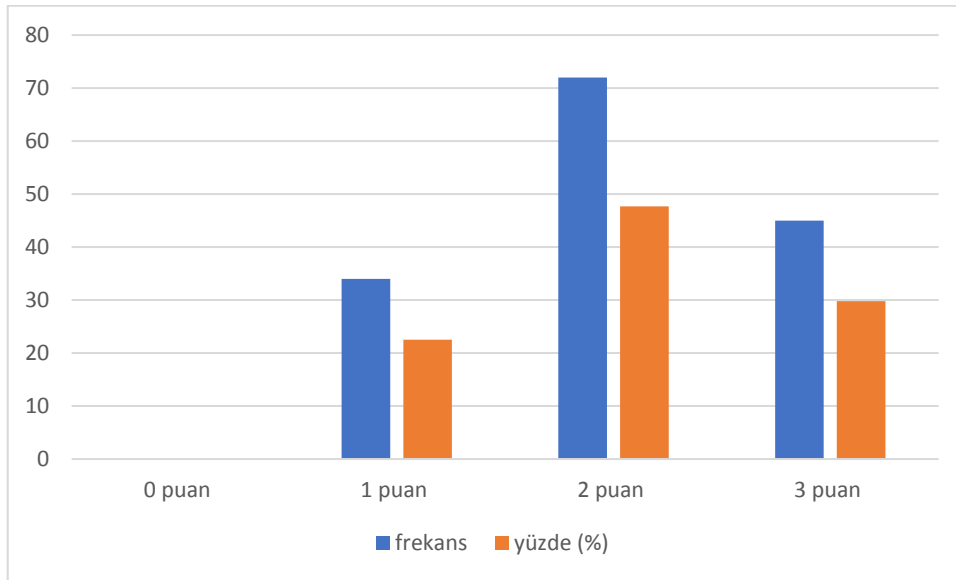
Öğrenci kodu	Aldığı puan	Öğrenci kodu	Aldığı puan	Öğrenci kodu	Aldığı puan
Ö1	1	Ö51	3	Ö101	2
Ö2	1	Ö52	3	Ö102	2
Ö3	2	Ö53	2	Ö103	3
Ö4	1	Ö54	2	Ö104	2
Ö5	3	Ö55	3	Ö105	1
Ö6	2	Ö56	2	Ö106	1
Ö7	2	Ö57	2	Ö107	1
Ö8	2	Ö58	1	Ö108	2
Ö9	1	Ö59	1	Ö109	2
Ö10	1	Ö60	2	Ö110	2
Ö11	3	Ö61	2	Ö111	2
Ö12	1	Ö62	2	Ö112	2
Ö13	1	Ö63	3	Ö113	2
Ö14	3	Ö64	3	Ö114	2
Ö15	3	Ö65	3	Ö115	3
Ö16	1	Ö66	2	Ö116	2
Ö17	2	Ö67	2	Ö117	3
Ö18	2	Ö68	2	Ö118	3
Ö19	3	Ö69	2	Ö119	2
Ö20	3	Ö70	2	Ö120	1
Ö21	3	Ö71	2	Ö121	1
Ö22	1	Ö72	2	Ö122	3
Ö23	2	Ö73	2	Ö123	1
Ö24	2	Ö74	2	Ö124	2
Ö25	1	Ö75	1	Ö125	2
Ö26	2	Ö76	2	Ö126	2
Ö27	2	Ö77	3	Ö127	2
Ö28	1	Ö78	2	Ö128	2
Ö29	1	Ö79	2	Ö129	2
Ö30	2	Ö80	2	Ö130	1
Ö31	2	Ö81	2	Ö131	1
Ö32	2	Ö82	2	Ö132	2
Ö33	1	Ö83	2	Ö133	3
Ö34	2	Ö84	2	Ö134	2
Ö35	2	Ö85	2	Ö135	3
Ö36	3	Ö86	2	Ö136	2
Ö37	2	Ö87	2	Ö137	3
Ö38	2	Ö88	2	Ö138	2
Ö39	3	Ö89	2	Ö139	1
Ö40	1	Ö90	1	Ö140	1
Ö41	1	Ö91	2	Ö141	2
Ö42	3	Ö92	2	Ö142	2
Ö43	2	Ö93	2	Ö143	2
Ö44	1	Ö94	2	Ö144	3
Ö45	1	Ö95	2	Ö145	1



**Tablo 4.2** (devam)

Öğrenci kodu	Aldığı puan	Öğrenci kodu	Aldığı puan	Öğrenci kodu	Aldığı puan
Ö46	1	Ö96	2	Ö146	2
Ö47	2	Ö97	2	Ö147	2
Ö48	2	Ö98	3	Ö148	2
Ö49	2	Ö99	2	Ö149	2
Ö50	2	Ö100	1	Ö150	3
				Ö151	2

Şekil 4.1 öğrencilerin üçgende yüksekliğe ait biçimsel tanımlardan aldıkları puanlara göre yüzde ve frekans dağılımını göstermektedir.



**Şekil 4.70:** Biçimsel yükseklik tanımından alınan puanların yüzde-frekans grafiği

Şekil 4.1 incelendiğinde 2 puan alan öğrencilerin çoğunlukta (N=71), 1 puan alan öğrencilerin azınlıkta (N=34) olduğu görülmektedir. Çoktan aza doğru tekrarlanan puan sıralamasının ise 2 puan, 3 puan ve 1 puan olduğu görülmektedir. Aşağıdaki tablo 4.2 öğrencilerin biçimsel yükseklik tanımından aldığı puanların frekans ve yüzde dağılımını göstermektedir.

**Tablo 4.3:** Biçimsel yükseklik tanımından alınan puanların frekans ve yüzde dağılımı

Puan	Frekans	Yüzde
0 puan	0	0
1 puan	34	22,52
<b>2 puan</b>	<b>71</b>	<b>47,02</b>
3 puan	46	30,46

Tablo 4.3 incelendiğinde biçimsel yükseklik tanımından 0 puan alanın olmadığı, 34 kişinin 1 puan, 72 kişinin 2 puan, 45 kişinin 3 puan aldığı görülmektedir. Yükseklik tanımından tüm öğrencilerin % 22,52’si 1 puan, %47,02’si 2 puan, %30,46’sı 3 puan almıştır. Öğrencilerin neredeyse yarısının (N=71) yükseklik kavramını parçalı anladığı, tanım yaparken tüm kritik özellikleri saymadığı, yaklaşık %30’unun (N=46) yükseklik kavramını anladığı, yaklaşık %22’sinin (N=34) ise yükseklik kavramını anlamadığı ya da yanlış anladığı görülmektedir. Aşağıda Şekil 4.2’de yanlış anlama kategorisini temsil eden üçgende yükseklik için yaptığı tanım 1 puan olarak değerlendirilen Ö2 kodlu öğrencinin cevabı görülmektedir.

2. Üçgende yükseklik kavramını matematiksel olarak tanımlayınız.

Üçgenin en dik noktasından aşağı doğru çekilen doğru parçası.

3. Bir üçgende yükseklik çizerken nelere dikkat edersiniz?

Yüksek olmasına, dik olmasına, kenarı ortalamasına

**Şekil 4.71:** Ö2’nin yükseklik tanımı

Ö2 kodlu öğrenci yükseklik tanımı yaparken yüksekliğin kritik özelliklerini iyi tanımlamamış ve “kenarı ortalamasına” yazarak kenarortaya ait bir kritik özelliği tarif etmiştir. Bu öğrenci yaptığı yükseklik tanımından 1 puan almıştır ve öğrencinin yükseklik kavramını yanlış anladığı söylenebilir. Aşağıdaki şekil 4.3’te biçimsel yükseklik tanımından 2 puan alan ve parçalı anlama kategorisini temsil eden Ö148 kodlu bir öğrencinin cevabı görülmektedir.

2. Üçgende yükseklik kavramını matematiksel olarak tanımlayınız.

Üst kenar dik olarak indirilen açı

3. Bir üçgende yükseklik çizerken nelere dikkat edersiniz?

90°'lik olmasına

#### Şekil 4.72: Ö148'in yükseklik tanımı

Şekil 4.3'teki Ö148 kodlu öğrenci cevabında doğru ya da yanlış olarak nitelendirilebilecek bir cevaptan ziyade “dik olarak indirilen açı” ve “90°'lik olmasına” yazdığından yükseklik tanımı için belirlenen kritik özelliklerden birini karşılamıştır. Ancak öğrencinin yüksekliğin nereden nereye doğru çizildiği konusunda bir açıklama yapamadığı görülmektedir. Aşağıda Ö148'in klinik mülakat esnasında biçimsel yükseklik tanımı ile alakalı verdiği cevaplar paylaşılmıştır.

A: Üst kenar dik olarak indirilen açı, ne demek istedin burada?

Ö148: Üst kenara dik indirilen açı, üst kenardan dik olarak indirilen açı.

A: Üst kenar dediğimiz şey ne peki, çizerek gösterir misin bana?

Ö148: Şu üçgenin şurası (Şekil 4.4'teki ABC üçgeninin A köşesini gösteriyor)

A: Hmm. Kenar, üst kenar?

Ö148: Üst kenardan dik olarak indirilen...

A: Kenar neresi peki?

Ö148: Şuralar kenarlar. (Şekil 4.4'teki üçgenin A, B ve C köşelerini gösteriyor.)



#### Şekil 4.73: Ö148'in yükseklik çizimlerinden biri

A: A, B, C. Buralar kenarlar mı? (Şekil 4.4'teki üçgenin A, B ve C köşelerini işaret ediyor.)

Köşeleri neresi peki?

Ö148: Kenarları şuraları:  $AB, BC, AC$  (Şekil 4.4'teki üçgenin  $AB$  kenarını,  $BC$  kenarını ve  $AC$  kenarını gösteriyor.) Buralar da köşeleri oluyor. (Şekil 4.4'teki üçgenin köşelerini gösteriyor.)

A: Hmm, tamam. O zaman üst kenardan dik olarak indirilen açı demişsin ya... Üst kenar deyince ne düşünmem gerekiyor peki benim o halde?

Ö148: Üst köşeden dik olarak indirilen...

Ö148 kodlu öğrenciyle yapılan görüşmeden görüldüğü üzere öğrenci tanım yaparken üçgenin kenarı ile köşesini birbirine karıştırmıştır. Araştırmacı yönlendirici soruları sayesinde zihnindekini açığa çıkarmıştır. Dolayısıyla öğrencilerin düşündüklerini anlatmakta zorlandıkları ve matematiksel terminolojinin kullanımı konusunda da güçlük yaşadıkları söylenebilir. Ayrıca bu öğrenci için üçgenin temel elemanları konusunda sıkıntı yaşadığı da söylenebilir. Aşağıdaki şekil 4.5'te biçimsel yükseklik tanımından 3 puan alan ve anlama kategorisini temsil eden bir öğrencinin verdiği cevaplar görülmektedir.

## 2. Üçgende yükseklik kavramını matematiksel olarak tanımlayınız.

Bir üçgenin herhangi bir kenarının gördüğü köşeye çizilen dik doğru parçasıdır.

## 3. Bir üçgende yükseklik çizerken nelere dikkat edersiniz?

+ Kenardan başlamasına

\* Köşede bitmesine

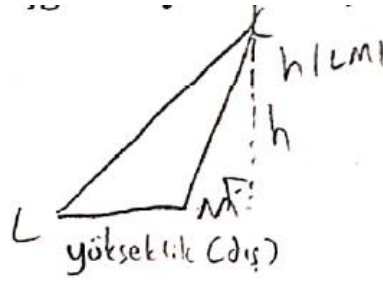
\* Kenara dik inmesine

## Şekil 4.74: Ö142'nin biçimsel yükseklik tanımı

Şekil 4.5'te görülen Ö142 kodlu öğrencinin cevabı yükseklik için belirlenen tüm kritik özellikleri sağlamıştır. Aşağıda Ö142'nin klinik mülakat esnasında biçimsel yükseklik tanımını ile alakalı verdiği cevaplar paylaşılmıştır.

Ö142: Ben burada kenardan köşeye derken illa kenardan başlamasına gerek olduğunu düşünmüyorum ben şu an.

A: Hmm... kenardan köşeye demişsin. Peki bunu gösterebilir misin? Merak ettim şu an nasıl çizeceksin. Aaa... bir dakika, zaten burada çizilmiş örnekler var. Tamam. Kenardan köşeye nasıl başlayacak onu anlamaya çalışıyorum şu anda. Burada nasıl başlar kenardan köşeye? (Şekil 4.6'daki üçgenin yüksekliğini gösteriyor.) Mesela 4. Sorudaki örneklerden bir tanesinde gösterebilir misin kenardan köşeye nasıl başlamış?



**Şekil 4.75:** Ö142'nin yükseklik çizimlerinden biri

Ö142: *Bu ikinci örnekte (Şekil 4.6'daki çizim üzerinden anlatıyor.) kenarın doğrultusundan köşeye dik çizmişim. Yani kenarın doğrultusundan köşenin doğrultusuna geçmesi lazım. (LM kenarının uzantısından K köşesine doğru dik çizdiği doğru parçasını gösteriyor.)*

Ö142 kodlu öğrencinin yazılı tanım yapma konusunda başarılı olmasına rağmen düşündüklerini sözlü ifade etme ve matematiksel terminolojinin kullanımı konusunda başarısız olduğu görülmüştür. Ayrıca bu öğrencinin verdiği örnek yüksekliğin çeşitlendirilmesi bakımından da geniş açılı üçgende çizildiği için enderdir.

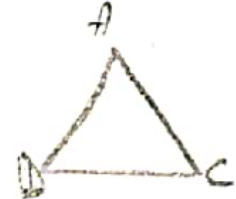
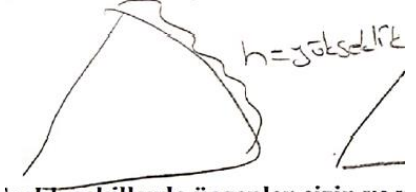


### 4.3 Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bu başlıkta “Ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri üçgende yüksekliği nasıl çizerler?” alt problemine yönelik bulgulara yer verilecektir. Amaç öğrencilerin yükseklik çizimlerinde kritik özellikleri dikkate alıp almadıklarını ve yüksekliği farklı üçgenler kullanarak çeşitlendirip çeşitlendirmediklerini ortaya çıkarmaktır. Tablo 4.4'te öğrencilerin yapmış olduğu üçgende yüksekliğe ait örnek çizimlerinden elde edilen kodlar görülmektedir.

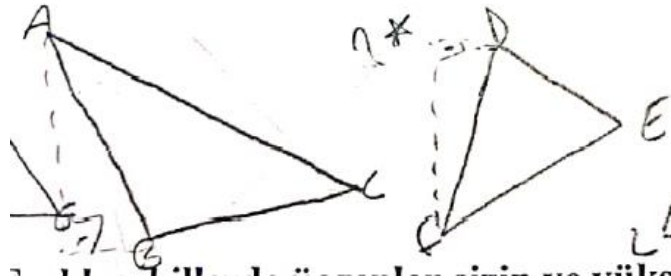
**Tablo 4.4:** Yükseklik örneği çizimlerinden elde edilen kodlar

Kodlar	Frekans	Yüzde	Açıklama	Temalar	Örnekler
Kod 2	113	74,83	Yükseklik doğru çizilmiş fakat çizim araçları kullanılmadığından diklikte küçük bir hata kabul edilir.	Yükseklik	
Kod 5	8	5,30	Üçgenin dışında hiçbir kenarı veya uzantısını karşılamayacak şekilde diklik oluşturmak	Yükseklik	
Kod 6	1	0,66	Üçgenin dışına segmentler çizilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 8	59	39,07	Üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenar veya uzantısına bir segment çizilmiş fakat dik olduğu belirtilmemiş ya da dik olmadığı belirtilmiş	Yükseklik	
Kod 9	2	1,32	Kenardan kenara doğru parçası dik açıyla çizilmiş.	Yükseklik	

**Tablo 4.4** (devam)

Kodlar	Frekans	Yüzde	Açıklama	Temalar	Örnekler
Kod 31	13	9,27	Sadece üçgen çizilmiş herhangi bir eleman belirtilmemiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 32	12	7,94	Üçgenin kenarı gösterilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 33	2	1,32	Piramit çizilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 36	1	0,66	Bir üçgen içerisinde birden fazla kod içeren çizimler	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	

Yukarıdaki tablo 4.4'te sunulduğu üzere öğrencilerin çoğunluğunun yüksekliği doğru çizdiği tespit edilmiştir (N=113). Yarıya yakın bir öğrenci kitlesinin ise üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara veya uzantısına bir doğru parçası çizdiği fakat bu doğru parçasının dikliğini göstermediği tespit edilmiştir ( N=60). Azınlık bir öğrenci grubunun ise yalnızca üçgen çizdiği görülmektedir (N=14). 1 öğrencinin bir üçgen içinde birden fazla kod içeren çizimler yaptığı, 2 öğrencinin piramit çizdiği, 2 öğrencinin ise kenardan kenara dik açıyla doğru parçası çizdiği tespit edilmiştir. Aşağıdaki şekil 4.7'de üçgenin dışında hiçbir kenarı veya uzantısını karşılamayacak şekilde diklik oluşturan (kod 5) azınlık (N=7) bir öğrenci grubunun temsilcilerinden biri olan Ö38 kodlu öğrencinin çizimleri verilmiştir.



**Şekil 4.76:** Ö38'in yükseklik çizimlerinden ikisi

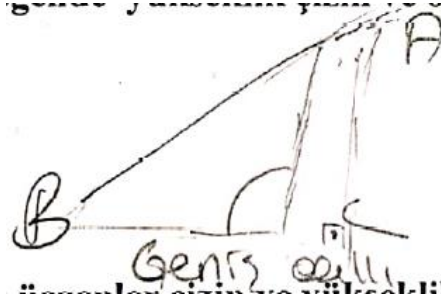
Şekil 4.7'de görülen Ö38'in yaptığı çizimler öğrencinin üçgenin dışında yükseklik çizilmesi gereken durumlarda kenarın uzantısını kenar ile aynı doğrultuda devam ettiremediğinden başarısız olduğunu göstermektedir. Buradaki çizimlerinde öğrencinin hangi üçgen tiplerinde yüksekliğin nerede çizilmesi gerektiğini bilmediği yorumu yapılabilir. Ayrıca öğrencinin sağ taraftaki çizim için DEF üçgeninin F köşesinden çizilmek istenen yüksekliğin DE kenarına çizilmesi gerektiğini kestiremediğinden üçgen tiplerini iyi tanımadığı eklenebilir. Fakat öğrencinin yüksekliğin üçgenin dışında olması gereken bazı özel durumlar olduğunu bildiği de söylenebilir. Şekil 4.8 üçgenin dışında hiçbir kenarı veya uzantısını karşılamayacak şekilde diklik oluşturan (kod 5) öğrencilerden başka biri olan Ö111'in üçgende yükseklik çizimini göstermektedir.





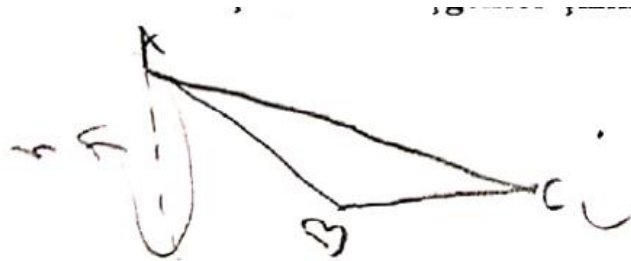
**Şekil 4.77:** Ö111' in yükseklik çizimlerinden biri

Şekil 4.8'de verilen Ö111 kodlu öğrenci üçgenin dışında diklik oluşturarak yükseklik çizdiğini iddia etmektedir fakat çizdiği diklik üçgenin herhangi bir kenarını karşılamamakla beraber çizimin daha çok dik üçgen oluşturduğu düşünülmektedir. Kenarın uzantısını kenar doğrultusunda devam ettiremediği görülmektedir. Şekil 4.9 üçgenin dışında hiçbir kenarı veya kenarın uzantısını karşılamayacak şekilde diklik oluşturan (kod 5) öğrencilerden biri olan Ö117'nin ilginç çizimi görülmektedir.



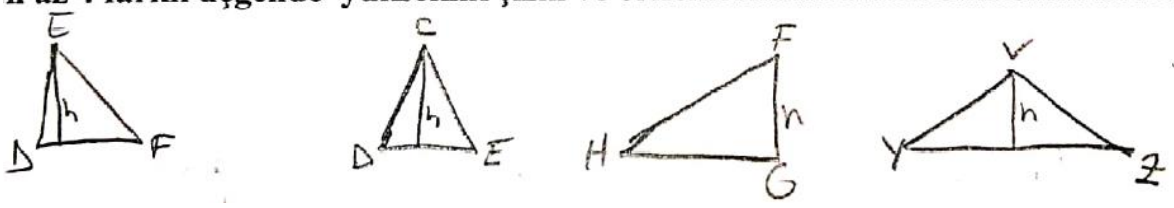
**Şekil 4.78:** Ö117'nin yükseklik çizimlerinden biri

Şekil 4.9'da görülen Ö117'nin yaptığı çizim hangi kenara nereden yükseklik çizmesi gerektiğini ve hangi tip üçgenlerde yüksekliğin nasıl çizilmesi gerektiğini bilmemektedir. Şekil 4.10 yükseklik yerine üçgenin dışında segmentler çizen (kod 6) öğrenci grubunun (N=3) iyi bir temsilcisi olan Ö59'un çizimini göstermektedir.



**Şekil 4.79:** Ö59'un yükseklik çizimlerinden biri

Şekil 4.10'daki Ö59 kodlu öğrencinin ABC üçgeninde A köşesinden BC kenarının uzantısına yükseklik çizmek istediği fakat kenarın uzantısını çizmediği düşünülebilir. Şekil 4.11'de üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara veya kenarın uzantısına doğru parçası çizen fakat bu doğru parçasının dikliğini belirtmeyen çizimler (kod 8) yapan öğrenci grubunun (N=60) temsilcisi olan Ö4'ün yükseklik örnekleri verilmektedir.



**Şekil 4.80:** Ö4'ün yükseklik çizimleri

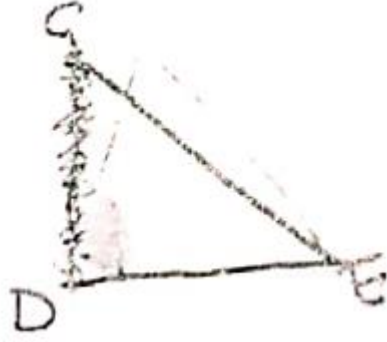
Şekil 4.11' de verilen Ö4'ün yaptığı hata yükseklik çizimlerinde en sık karşılaşılan hata biçimidir. Bu hatayı yapan öğrencilerin matematiksel sembollerin kullanımı konusunda sorun yaşadıkları düşünülmektedir. Aşağıda üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara veya kenarın uzantısına doğru parçası çizen ama bu doğru parçasının dikliğini belirtmeyen (kod 8) öğrenci grubunu (N=60) temsil eden Ö141 kodlu öğrencinin klinik mülakat esnasındaki görüşlerine yer verilmiştir.

*A: En az 4 farklı üçgende yükseklik çizin ve örneklerinizi neden farklı olduğunu açıklayın demiş. Burada sen yükseklik olarak neleri gösterdin?*

*Ö141: Dik üçgen sonra eşkenar üçgen...*

*A: Kalemle gösterir misin bana?*

*Ö141: Şurası dik üçgenin yüksekliği (şekil 4.12'deki üçgenin dikey konumdaki CD kenarını gösteriyor.)*



**Şekil 4.81:** Ö141'in yükseklik çizimlerinden biri

A: Peki ben bunun dik olduğunu nasıl anlayabilirim bu üçgenin?

Ö141: 90 derece açıyla... (Üçgenin D köşesinin  $90^\circ$  olacağını gösteriyor.)

A: ama orayı göstermemişsin değil mi?

Ö141: Evet.

A: 90 derece olması gerektiğini düşündün ama bunu kağıda dökmemişsin doğru mu?

Ö141: Evet anlamında başını sallıyor.

A: Tamam burada peki bunun yükseklik olduğunu nasıl anlamalıyım? (Şekil 4.13'teki örneği gösteriyor.)



**Şekil 4.82:** Ö141'in yükseklik çizimlerinden bir

Ö141: Burada da yine aynı şekilde 90 derece açı bunu da göstermemişim, evet. (Şekil 4.13'teki A köşesinden BC kenarına çizdiği doğru parçasının dik açıyla BC kenarına ulaştığını gösteriyor.)

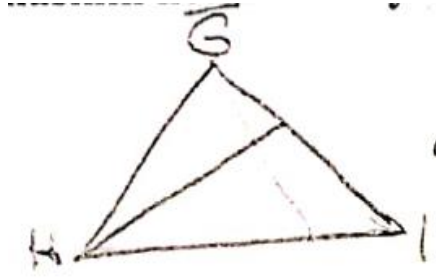
A: Normalde peki bunun gösterilmesi gerektiğini mi düşünüyorsun?

Ö141: Evet.

A: Eksik mi kalmış yani?

Ö141: Evet eksik kalmış.

A: Burada ?(Şekil 4.14'teki çizimi gösteriyor.)



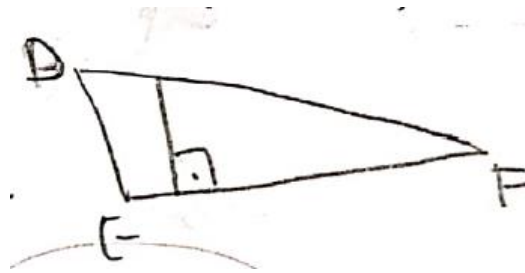
**Şekil 4.83:** Ö141'in yükseklik çizimlerinden biri

Ö141: Diğerleri de aynı şekilde ama burada göstermemişim.

A: 1, 2 ve 4. örnekte yüksekliğin ne olduğunu tam olarak anlayamıyoruz çünkü diklik işaretini koymadığını düşünüyorsun. Doğru mu anladım?

Ö141: evet.

Yukarıda Ö141 ile yapılan klinik mülakattan alıntılar bu öğrencinin üçgende yüksekliğin dik açıyla çizilmesi gerektiğini bildiğini ama bunu çiziminde ifade edemediğini göstermektedir bu da öğrencilerin matematiksel sembollerin kullanımı konusunda sorun yaşadıkları görüşünü desteklemektedir. Şekil 4.15 yükseklik yerine kenardan kenara dik açıyla doğru parçası çizen (kod 9) bir öğrenci grubunu (N=2) temsil eden Ö24'ün yükseklik çizimini göstermektedir.



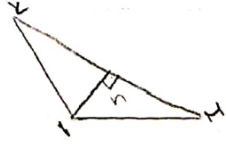



**Şekil 4.84:** Ö24'ün yükseklik çizimlerinden biri

Şekil 4.15'te görülen çizim örneği bu öğrencilerin yüksekliğin köşeden başlayarak karşısındaki kenara ulaşması gerektiğini dikkate almadıkları ve kenardan kenara dik bir doğru parçasını yükseklik olarak çizdikleri görülmektedir. Burada öğrencilerin en çok diklik şartına önem verdiği düşünülebilir.

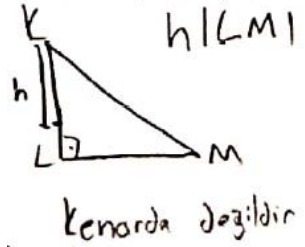
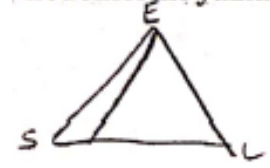
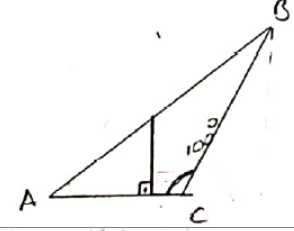

#### **4.4 Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular**

Bu başlıkta “Ortaokul 8. Sınıf öğrencileri üçgende yükseklik olmayan çizim örneklerini nasıl gösterirler?” alt problemine ilişkin bulgulara yer verilecektir. Amaç öğrencilerin üçgende yükseklik çizerken nelere dikkat ettiklerini ortaya çıkarmaktır. Tablo 4.5’te öğrencilerin yükseklik olmayan örnek çizimlerinden elde edilen kodlar gösterilmektedir.

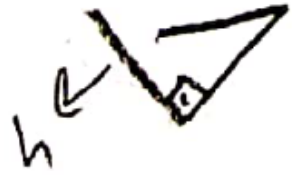
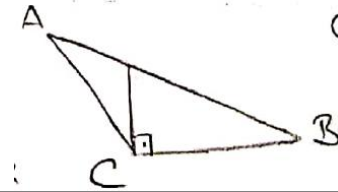

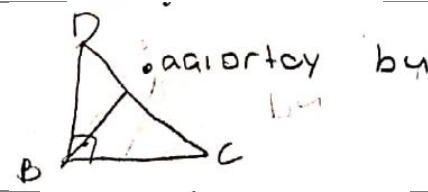
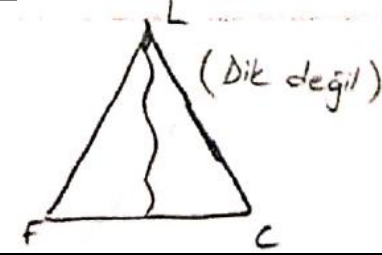
**Tablo 4.5:** Yükseklik olmayan örnek çizimlerinden elde edilen kodlar

Kodlar	Frekans	Yüzde	Açıklama	Temalar	Örnekler
Kod 1	2	1,32	Cevap yok	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 2	7	4,64	Yükseklik doğru çizilmiş fakat çizim araçları kullanılmadığından diklikte küçük bir hata kabul edilir.	Yükseklik	
Kod 3	2	1,32	Kenarortay doğru çizilmiş fakat çizim araçları kullanılmadığından küçük bir hata kabul edilir.	Kenarortay	
Kod 4	2	1,32	Açıortay doğru çizilmiş fakat çizim araçları kullanılmadığından küçük bir hata kabul edilir.	Açıortay	
Kod 5	15	9,93	Üçgenin dışında hiçbir kenarı veya uzantısını karşılamayacak şekilde diklik oluşturmak	Yükseklik	

**Tablo 4.5** (devam)

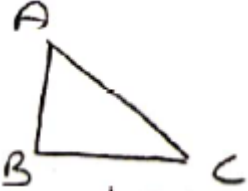


Kodlar	Frekans	Yüzde	Açıklama	Temalar	Örnekler
Kod 7	1	0,66	Yükseklik çizilmiş fakat yanlış olan bir uzunluk	Yükseklik	
Kod 8	82	54,30	Üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenar veya uzantısına bir segment çizilmiş fakat dik olduğu belirtilmemiş ya da dik olmadığı belirtilmiş	Yükseklik	
Kod 9	3	1,99	Kenardan kenara doğru parçası dik açıyla çizilmiş.	Yükseklik	
Kod 10	46	30,46	Kenardan kenara doğru parçası çizilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	

**Tablo 4.5** (devam)

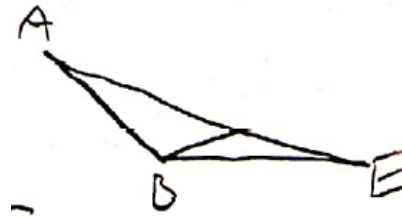
Kodlar	Frekans	Yüzde	Açıklama	Temalar	Örnekler
Kod 11	1	0,66	Üçgen olmayan açık şekillerde diklik gösterilmiş	Yükseklik	
Kod 12	1	0,66	Köşeden kenara doğru parçası çizilmiş fakat dik açı köşede gösterilmiş	Yükseklik	
Kod 13	1	0,66	Mantık hatası sebebiyle yanlış yükseklik	Yükseklik	
Kod 24	1	0,66	Üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara doğru parçası çizilmiş fakat açığı iki eşit parçaya böldüğü belirtilmemiş	Açıortay	
Kod 30	5	3,31	Üçgen içinde ya da dışında doğrusallık belirtmeyen segmentler çizilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	



**Tablo 4.5** (devam)

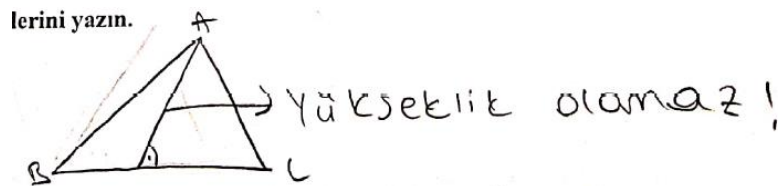
Kodlar	Frekans	Yüzde	Açıklama	Temalar	Örnekler
Kod 31	35	23,18	Sadece üçgen çizilmiş herhangi bir eleman belirtilmemiş.	Yükseklik, kenarortay ve açortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 32	6	3,97	Üçgenin kenarı gösterilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 33	2	1,32	Piramit çizilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açortay için ortak kullanılabilen kodlar	

Tablo 4.5'te olduğu üzere öğrencilerin çoğunluğunun (N=82) üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara veya kenarın uzantısına doğru parçası çizdiği fakat bu doğru parçasının dik açıyla çizildiğini belirtmediği veya dik açıyla çizildiğini belirttiği (kod 8), bir kısmının (N=46) ise yükseklik yerine kenardan kenara doğru parçası çizdiği (kod 10), bir kısmının (N=35) ise yalnızca üçgen çizildiği görülmektedir. Biri öğrencinin üçgeni olmayan açık şekillerde diklik belirttiği, bir öğrencinin yanlış uzunlukta bir yükseklik çizdiği, bir öğrencinin üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara doğru parçası çizdiği fakat bu doğru parçasının dikliğini köşede gösterdiği ve bir öğrencinin de üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara doğru parçası çizdiği ve köşedeki açıyı 2 eşit parçaya bölmediğini belirttiği tespit edilmiştir. Şekil 4.16'da üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara veya kenarın uzantısına doğru parçası çizen ve bu doğru parçasının dikliğini belirtmeyen ya da dik olmadığını belirten (kod 8) öğrenci grubunun (N=82) bir temsilcisinin çizimine yer verilmiştir.



**Şekil 4.85:** Ö144'ün yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri

Şekil 4.16'daki Ö144 kodlu öğrencinin çizimi incelendiğinde öğrencinin çizdiği doğru parçasının dik olduğunu belirtmediği ve böylece yükseklik için en önemli şartın onun nezdinde dik açıyla çizilme olduğu düşünülmektedir. Şekil 4.17'de üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara veya kenarın uzantısına doğru parçası çizen ve bu doğru parçasının dikliğini belirtmeyen ya da dik olmadığını belirten (kod 8) öğrenci grubunun (N=82) bir başka temsilcisinin çizimine yer verilmiştir.



**Şekil 4.86:** Ö143'ün yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri

Şekil 4.17'deki Ö144 kodlu öğrencinin çizimi incelendiğinde öğrencinin çizdiği doğru parçasının dik olmadığını belirttiği ve bu öğrenci için de yükseklik için en önemli şartın onun nezdinde dik açıyla çizilme olduğu düşünülmektedir. Aşağıda üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara veya kenarın uzantısına doğru parçası çizen ve bu doğru parçasının dikliğini belirtmeyen ya da dik olmadığını belirten (kod 8) öğrenci grubunun (N=82) bir temsilcisi olan Ö144 kodlu öğrencinin klinik mülakat esnasındaki yükseklik olmayan çizimleriyle alakalı düşüncelerine yer verilmiştir.

A: Peki bu çizdiğin (şekil 4.18'deki üçgenin L köşesinden CK kenarına doğru çizilen doğru parçasını ima ediyor.) neden yükseklik değil 3. örnekte? (Şekil 4.18'deki üçgeni gösteriyor.)



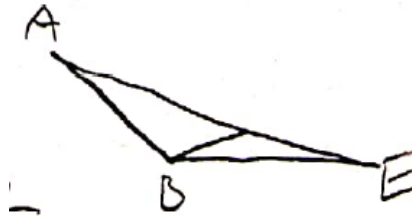
Şekil 4.87: Ö144'ün yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri

Ö144: Çünkü burada dik kesişmiyor yani...

A: Yükseklikte dik mi kesişmesi gerekiyor?

Ö144: Evet Ayrıca burada dik açı var yani yükseklik olsaydı bu olması lazımdı yüksekliğin. (Yüksekliğin LK kenarı olduğunu gösteriyor.)

A: Tamam peki burada? (Şekil 4.19'daki üçgeni gösteriyor.)



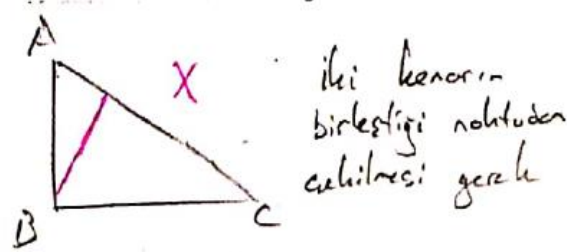
Şekil 4.88: Ö144'ün yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri

Ö144: Burada ise yine bunları aynı yapmaya çalıştım. 3. örnekle (şekil 4.18'deki üçgeni gösteriyor.) aynı yapmaya çalıştım

A: 4. örnekte neden yükseklik değil? (Şekil 4.19'daki üçgeni gösteriyor.)

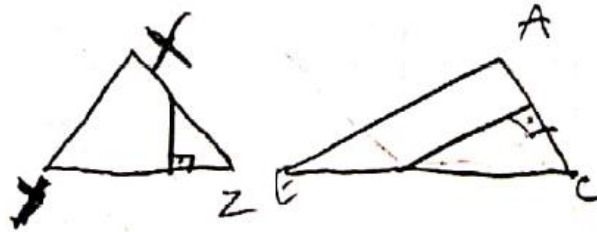
Ö144: Çünkü yine dik kesişmiyor, yüksekliği gösteremez. Çünkü açılarının değerleri farklı.

Şekil 4.20’de yükseklik yerine kenardan kenara doğru parçası çizimi (kod 10) yapan öğrenci grubunun (N=46) bir temsilcisi görülmektedir.



Şekil 4.89: Ö104’ün yükseklik olmayan çizim örnekleri

Şekil 4.20’deki Ö104 kodlu öğrenci için yükseklik olmayan denildiğinde kenardan kenara doğru parçası çizildiğinde bu grup tek öğrenciler için üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara veya kenarın uzantısına doğru parçası çizilmesinin ve dik açıyla çizilmesinin yüksekliğin kritik özellikleri olduğunu düşündükleri söylenebilir. Şekil 4.21’de kenardan kenara dik doğru parçası (kod 9) çizen öğrenci grubunun (N=3) bir temsilcisi olan Ö144’ün örnekleri görülmektedir.



Şekil 4.90: Ö144’ün yükseklik olmayan çizim örnekleri

Şekil 4.21’dekine benzer çizimler yapan öğrencilerin doğru parçası dik çizilse dahi üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenar veya kenarın uzantısına çizülmediği takdirde onun yükseklik olamayacağını düşündükleri söylenebilir. Aşağıda şekil 4.21’deki çizimleri yapan Ö144’ün klinik mülakat esnasında yükseklik olmayan çizimleri ile alakalı verdiği cevaplardan alıntılar paylaşılmıştır.

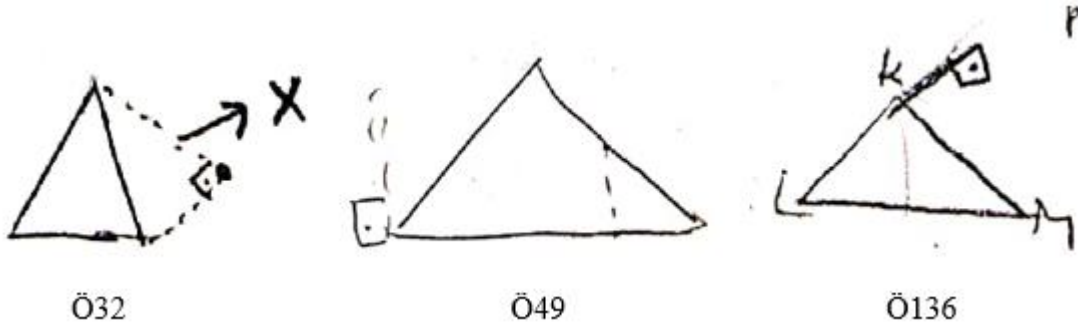
A: Burada neresi yükseklik olmamış, bunlar neden yükseklik olmamışlar?

Ö144: Mesela burada (Şekil 4.21'deki XYZ üçgenini gösteriyor.)  $x$  açısının yani yükseklik  $X$ 'in  $Y$  ve  $Z$ 'ye dik kesişmesini istedim ama bu  $X$  açısının yüksekliği olmadığı için tam olarak kesişmediği için bunlar ben bunu kabul etmedim.

A: Tamam, peki ikinci örnek? (Şekil 4.21'deki AEC üçgenini gösteriyor.)

Ö: Burada yine açılarından farklı bir... Cümlelerimi seçemedim. Bunlarla aynı yapmaya çalıştım aslında.

Burada Ö144 kodlu öğrenci  $X$  köşesinden  $YZ$  kenarına çizilecek dik doğru parçasının yükseklik olduğunu belirtmeye çalıştığı fakat matematiksel terminoloji kullanımı konusunda güçlükler yaşadığı için düşüncelerini tam olarak ifade edemediği ancak öğrencinin yüksekliğin üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara çizilmesi gerektiğini gerektiğini bildiği ve bu şartın sağlanmadığı durumda onun yükseklik olamayacağını ifade etmeye çalıştığı görülmektedir. Şekil 4.22'de üçgenin dışında hiçbir kenarı veya uzantısını karşılamayacak şekilde diklik oluşturan (kod 5) öğrenci grubunun ( $N=15$ ) temsilcilerinin çizimlerine yer verilmiştir.



Şekil 4.91: Ö32, Ö49 ve Ö136'nın yükseklik olmayan çizim örnekleri

Şekil 4.22'dekine benzer çizimler yapan öğrencilerin diklik olsa dahi bunun üçgenin dışında olduğu herhangi bir kenarı veya onun uzantısını karşılamadığı takdirde yükseklik olamayacağını düşündükleri söylenebilir. Aşağıda üçgenin dışında hiçbir kenarı veya uzantısını karşılamayacak şekilde diklik oluşturan (kod 5) öğrenci grubunun ( $N=15$ ) temsilcilerinden biri olan Ö136'nın klinik mülakat esnasında yükseklik olmayan çizimleriyle alakalı görüşlerine yer verilmiştir.

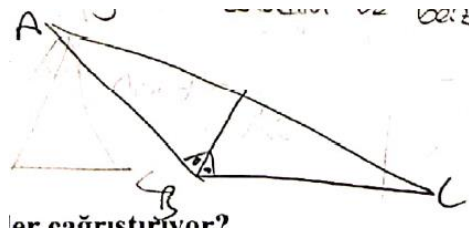
A: Tamam, dördüncü örneğin? (Şekil 4.22'deki sağ taraftaki örneği gösteriyor.)

Ö136: Hocam burada zaten  $K$ 'nin dışına doğru direk çizmişim. Direk yanlış şu şekil ( $K$  köşesinden  $LM$  kenarına doğru parçası çizer.) yani  $K$ 'nin altına doğru...

A: Yine üçgenin içinde olmadığı için yükseklik değil diyorsun?

Ö136: Evet anlamında başını sallar.

Ö136 kodlu öğrencinin şekil 4.22'deki sağ taraftaki üçgenin K köşesinden dışarıya bir doğru parçası çizerek diklik gösterdiği ve yükseklik olması için bu dikliğin üçgenin K köşesinden LM kenarına doğru çizilmesi gerektiğini ifade ettiği görülmektedir. Şekil 4. 23'te yükseklik yerine açıortay çizen (kod 4) grubu (N=2) temsil eden öğrencilerden birinin çizimi görülmektedir.



**Şekil 4.23:** Ö30'un yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri

Şekil 4. 23'teki gibi açıortay çizen öğrencilerin yükseklik olmayan denildiğinde üçgenin diğer yardımcı elemanlarını düşündükleri söylenebilir. Şekil 4.24'te yükseklik yerine kenarortay çizen (kod 3) grubu (N=2) temsil eden öğrencilerden birinin çizimi görülmektedir.



**Şekil 4.24:** Ö147'nin yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri

Şekil 4. 24'teki gibi kenarortay çizen öğrencilerin yükseklik olmayan denildiğinde üçgenin diğer yardımcı elemanlarını düşündükleri söylenebilir. Şekil 4. 25'te yanlış uzunlukta yükseklik çizen bir öğrencinin örneği görülmektedir.



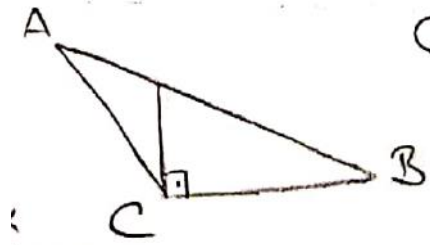
**Şekil 4.25:** Ö142'nin yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri

Şekil 4.25'teki çizimi yapan Ö142 kodlu öğrenci için D köşesiyle EF kenarının birleşmesinin yüksekliğin kritik bir özelliği olduğunu ve doğru parçası tamamlanmadığı yani köşe ile birleşmediği takdirde bunun yükseklik olarak kabul edilemeyeceğini bildiği düşünülmektedir. Şekil 4.26'de üçgen olmayan açık şekillerde diklik belirten grubu temsil eden bir öğrencinin çizimlerine yer verilmiştir.



**Şekil 4.26:** Ö139'un yükseklik olmayan çizim örnekleri

Şekil 4.26'daki çizimleri yapan bu öğrenci için üçgende yükseklik olmayan denildiğinde aklına üçgen olmayan açık şekillerde diklik belirtmek geldiği söylenebilir. Şekil 4.27'de olduğu üzere 1 öğrencinin üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara doğru parçası çizdiği ve dik açığı köşede gösterdiği görülmektedir.



**Şekil 4.27:** Ö53'ün yükseklik olmayan çizim örnekleri

Şekil 4.27'deki çizimi yapan bu öğrenci için dik açının köşenin karşısındaki kenar üzerinde belirtilmesi gerektiğini bildiği ve bunu da yüksekliğin bir kritik özelliği olarak kabul ettiği

söylenbilir. Şekil 4.28’de mantık hatası sebebiyle yanlış yükseklik çizen (kod 13) grubun (N=2) bir üyesinin örneğine yer verilmiştir.



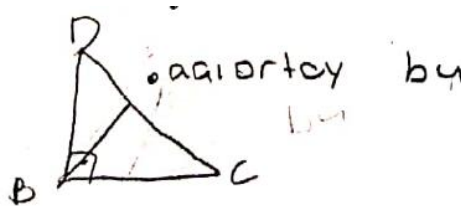
**Şekil 4.28:** Ö32’nin yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri

Şekil 4.28’deki çizimi yapan öğrencinin diklik belirttiği yerde mantıken geniş açı görüldüğünden yükseklik olamayacağını düşündüğü söylenebilir. Şekil 4.29’da mantık hatası sebebiyle yanlış yükseklik çizen (kod 13) grubun (N=2) diğer bir üyesinin örneğine yer verilmiştir.



**Şekil 4.29:** Ö27’nin yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri

Şekil 4.29’da olduğu gibi öğrencinin diklik belirttiği yerde mantıken geniş açı görüldüğünden yükseklik olamayacağını düşündükleri söylenebilir. Ayrıca bu öğrencinin diğer birçok öğrenci gibi çiziminde üçgeni isimlendirmede ve yine bazı öğrenciler gibi Ö27’nin üçgenin kenarlarını doğrusal çizemediği söylenebilir. Buradan hareketle öğrencilerin üçgen çizimlerinde problemler yaşadığı da çıkarılabilir. Şekil 4.30’da üçgenin bir köşesinden karşıdaki kenara doğru parçası çizen ve bu doğru parçasının açığı 2 eşit parçaya böldüğünü belirtmeyen (kod 24) bir öğrencinin çizimi görülmektedir.



**Şekil 4.30:** Ö39’un yükseklik olmayan çizim örneklerinden biri



Şekil 4.30’da olduğu gibi yükseklik olmayan çizimine örnek olarak açığırtay çizdiği fakat bunu matematiksel sembollerle desteklemek yerine yazarak ifade ettiği görülmüştür. Bu öğrencinin de diğer bazı öğrenciler gibi matematiksel sembollerin kullanımı konusunda sorun yaşadığı söylenebilir.

#### 4.5 Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bu başlıkta “Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgende kenarortay kavram imajı nelerden oluşur?” alt problemine yönelik bulgulara yer verilmiştir. Amaç öğrencilerin kenarortay kavramını zihinlerinde nelerle ilişkilendirdiklerini ortaya çıkarmaktır. Tablo 4.6’da öğrencilerin üçgende kenarortay kavramına dair zihinsel çağrışımlarının kategorilere göre dağılımı gösterilmiştir.

**Tablo 4.6:** Üçgende kenarortay kavramının öğrencilerdeki zihinsel çağrışımının kategorilere göre dağılımı

Temalar	Frekans	Yüzde
<b>Kenarortayı tanımlamaya yönelik ifadeler</b>	<b>107</b>	<b>70,86</b>
Diğer	21	13,90
Üçgenin elemanları, özellikleri ve çeşitleri	10	6,62
Kenarortay görsel tanımı	7	4,64
Günlük hayat	6	3,97
Hem yükseklik hem kenarortayı tanımlamaya yönelik ifadeler	5	3,31
Konu alanları	4	2,65
Diğer şekiller	3	1,99
Hem kenarortayı hem açığırtayı tanımlamaya yönelik ifadeler	2	1,32
Yüksekliği tanımlamaya yönelik ifadeler	1	0,66
Hem yükseklik hem kenarortay görsel tanım	1	0,66

Tablo 4.6’da olduğu gibi öğrenciler tarafından en çok tekrarlanan kategorinin kenarortayı tanımlamaya yönelik ifadelerden (N=107) oluştuğu görülmüş olup en çok tekrarlanan ikinci kategori ise diğer (N=21) olmuştur. En az tekrarlanan kategorinin ise yüksekliği tanımlamaya yönelik ifadeler (N=1) ve hem yükseklik hem kenarortay görsel tanım (N=1) olduğu görülmüştür.

#### 4.6 Altıncı Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bu başlıkta “Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgende kenarortay kavramının biçimsel tanımını yapma konusundaki başarıları ne düzeydedir?” alt problemine ilişkin bulgulara yer verilecektir. Amaç öğrencilerin istenilen kavramlara ait kritik özellikleri ne kadar belirleyebildiklerini ve matematiksel terminolojinin kullanımı konusundaki durumlarını ortaya çıkarmaktır. Aşağıdaki tablo 4.7’de tüm öğrencilerin üçgende kenarortayın biçimsel tanımından aldıkları puanlar verilmiştir.

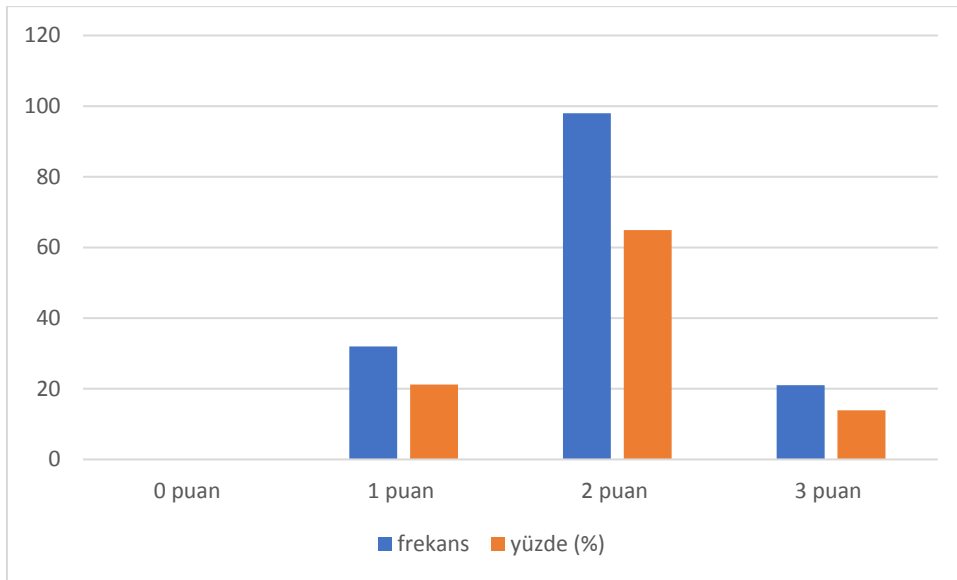
**Tablo 4.7:** Tüm öğrencilerin üçgende kenarortayın biçimsel tanımından aldıkları puanlar

Öğrenci kodu	Aldığı puan	Öğrenci kodu	Aldığı puan	Öğrenci kodu	Aldığı puan
Ö1	2	Ö51	2	Ö101	2
Ö2	2	Ö52	3	Ö102	2
Ö3	2	Ö53	2	Ö103	3
Ö4	2	Ö54	2	Ö104	2
Ö5	2	Ö55	3	Ö105	2
Ö6	2	Ö56	2	Ö106	1
Ö7	2	Ö57	3	Ö107	2
Ö8	2	Ö58	2	Ö108	1
Ö9	2	Ö59	2	Ö109	2
Ö10	1	Ö60	2	Ö110	2
Ö11	2	Ö61	2	Ö111	2
Ö12	1	Ö62	2	Ö112	1
Ö13	2	Ö63	3	Ö113	2
Ö14	3	Ö64	3	Ö114	1
Ö15	3	Ö65	3	Ö115	3
Ö16	2	Ö66	2	Ö116	2
Ö17	2	Ö67	2	Ö117	2
Ö18	2	Ö68	1	Ö118	2
Ö19	3	Ö69	2	Ö119	2
Ö20	2	Ö70	2	Ö120	2
Ö21	2	Ö71	1	Ö121	2
Ö22	2	Ö72	2	Ö122	1
Ö23	1	Ö73	1	Ö123	2
Ö24	2	Ö74	2	Ö124	2
Ö25	1	Ö75	2	Ö125	2
Ö26	2	Ö76	2	Ö126	2
Ö27	2	Ö77	2	Ö127	2
Ö28	2	Ö78	2	Ö128	2
Ö29	2	Ö79	2	Ö129	2
Ö30	2	Ö80	2	Ö130	1
Ö31	2	Ö81	2	Ö131	1
Ö32	2	Ö82	2	Ö132	1
Ö33	1	Ö83	2	Ö133	2

**Tablo 4.7** (devam)

Öğrenci kodu	Aldığı puan	Öğrenci kodu	Aldığı puan	Öğrenci kodu	Aldığı puan
Ö34	1	Ö84	2	Ö134	3
Ö35	2	Ö85	1	Ö135	2
Ö36	3	Ö86	1	Ö136	2
Ö37	2	Ö87	2	Ö137	2
Ö38	1	Ö88	2	Ö138	2
Ö39	2	Ö89	1	Ö139	2
Ö40	2	Ö90	1	Ö140	2
Ö41	1	Ö91	3	Ö141	2
Ö42	1	Ö92	1	Ö142	3
Ö43	2	Ö93	2	Ö143	2
Ö44	1	Ö94	2	Ö144	2
Ö45	2	Ö95	2	Ö145	1
Ö46	2	Ö96	2	Ö146	2
Ö47	2	Ö97	3	Ö147	2
Ö48	2	Ö98	2	Ö148	1
Ö49	2	Ö99	1	Ö149	2
Ö50	1	Ö100	1	Ö150	1
				Ö151	2

Şekil 4.31 öğrencilerin üçgende kenarortaya ait biçimsel tanımlardan aldıkları puanlara göre yüzde ve frekans dağılımını göstermektedir.



**Şekil 4.31:** Kenarortay tanımından alınan puanların yüzde-frekans grafiği

Şekil 4.31’de olduğu gibi 2 puan alan öğrencilerin çoğunlukta (N=98), 3 puan alan öğrencilerin azınlıkta (N=21) olduğu görülmektedir. Çoktan aza doğru tekrarlanan puan

sıralamasının ise 2 puan, 1 puan ve 3 puan olduğu görülmektedir. Tablo 4.6’da öğrencilerin yaptıkları biçimsel kenarortay tanımlarından aldıkları puanların frekans ve yüzde dağılımları verilmiştir.

**Tablo 4.8:** Biçimsel kenarortay tanımından alınan puanların frekans ve yüzde dağılımları

Puan	Frekans	Yüzde
0 puan	0	0
1 puan	32	21,19
<b>2 puan</b>	<b>98</b>	<b>64,90</b>
3 puan	21	13,91

Tablo 4.8’de kenarortay tanımından 0 puan alan olmadığı, 32 kişinin 1 puan, 98 kişinin 2 puan, 21 kişinin 3 puan aldığı görülmektedir. Kenarortay tanımından tüm öğrencilerin %21,19’u 1 puan, %64,9’u 2 puan, %13,91’i 3 puan almıştır. Öğrencilerin %65’inin kenarortay kavramını parçalı anladığı, tanım yaparken tüm kritik özellikleri saymadığı, %14’ünün kenarortay kavramını anladığı, %21’inin ise kenarortay kavramını anlamadığı ya da yanlış anladığı görülmektedir.

Şekil 4.32’de anlama kategorisini temsil eden üçgende kenarortay için yaptığı tanım 3 puan olarak değerlendirilen Ö142 kodlu öğrencinin cevabı görülmektedir. Bu öğrenci kenarortayın bütün kritik özelliklerini tanımı içerisine yerleştirmiş ve matematiksel terminolojinin kullanımı konusunda da başarılı olmuştur.

8. Üçgende kenarortay kavramını matematiksel olarak tanımlayınız.

Bir üçgenin bir köşesini, gördüğü karşı kenarın orta noktasıyla birleştiren doğru parçasıdır.

9. Bir üçgende kenarortay çizerken nelere dikkat edersiniz?

- \* Köşeden başlamasına
- \* Kenarı ortadan ikiye bölmesine
- \* Kenarda bitmesine

#### Şekil 4.32: Ö142'nin biçimsel kenarortay tanımı

Aşağıda şekil 4.32'de yaptığı biçimsel kenarortay tanımı sunulan Ö142 kodlu öğrencinin klinik mülakat esnasında kenarortay tanımıyla alakalı söylediklerine yer verilmektedir.

A: Kenarortay kavramını matematiksel olarak nasıl tanımlarsın?

Ö142: Bir üçgenin herhangi bir köşesinin gördüğü karşı kenarı ortadan ikiye bölen dik bir doğru parçası...

A: Tamam.

Ö142: Dik olmasına gerek yok aslında.

A: Kenarortayın mı?

Ö142: Evet, dik olmasına gerek yok.

A: Burada (şekil 4.32'de gösterilen sekizinci soruya verdiği yanıtı işaret ediyor.) yazmamışsın zaten dik diye.

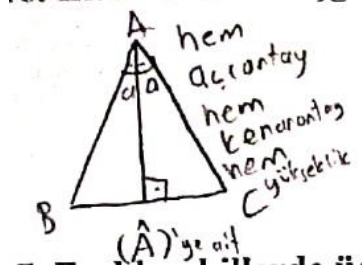
Ö142: Evet.

A: Peki dik ne zaman olur? Yani hem kenarortay hem dik olabilir mi? Yani ikisini aynı cümle içinde geçirdiğin için sordum.

Ö142: Hem yükseklik hem kenarortay olursa o zaman dik olabilir. Üçgenin hem... arkada örnek vermişimdir.

A: Hangi soruda?

Ö142: Burada...(şekil 4.33'teki çizimi gösteriyor).



Şekil 4.33: Ö142'nin açıortay çizimlerinden biri

A: 16.soruda. (Şekil 4.33'teki çizimi gösteriyor).

Ö142: Hem kenarortay hem yüksekliği vermişim mesela.

A: Hmm.. Böyle olan durumlar da var yani?

Ö142: Dik de olabiliyor ama o zaman o değil.

Ö142 kodlu öğrencinin klinik mülakat esnasında söylediklerinden yola çıkılarak hem kenarortay hem de yüksekliğin aynı doğru parçasının olabileceği bazı özel durumların olduğunu bildiği fakat bu durumların ismine ikiz kenar ya da eşkenar üçgen gibi belirtmediği söylenebilir. Şekil 4.34'te parçalı anlama kategorisini temsil eden ve yaptığı biçimsel kenarortay tanımından 2 puan alan bir öğrencinin cevabına yer verilmektedir.

8. Üçgende kenarortay kavramını matematiksel olarak tanımlayınız.

kenarı ortadan ikiye böler

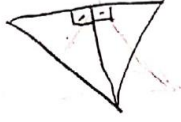
9. Bir üçgende kenarortay çizerken nelere dikkat edersiniz?

kenarı ortadan bölmeye

Şekil 4.34: Ö146'nın biçimsel kenarortay tanımı

Şekil 4.34'te yaptığı biçimsel kenarortay tanımı verilen bu öğrenci "kenarı ortadan ikiye böler" diyerek yalnızca kenarortayın bir kritik özelliğinden bahsetmiş köşeden kenara çizilmesi gerektiği ve doğru parçası olması gerektiği gibi kritik özellikleri eksik bırakmıştır. Şekil 4.35'te yanlış anlama kategorisini temsil eden ve yaptığı biçimsel kenarortay tanımı 1 puan olarak değerlendirilen bir öğrenci cevabı görülmektedir.

8. Üçgende kenarortay kavramını matematiksel olarak tanımlayınız.



bi açının eş bir şekilde  
diğer kenarına uzanmasına  
kenarortay denir.

9. Bir üçgende kenarortay çizerken nelere dikkat edersiniz?

açının üçgenle dik bir  
şekilde diğer kenarına uzanmasına  
dikkat ederim

Şekil 4.35: Ö145'in biçimsel kenarortay tanımı

Şekil 4.35' te görülen öğrenci cevabı yaptığı sözel tanım ifadesinin yanı sıra çizimi ile de yükseklik ve kenarortaya ait olan kritik özellikleri birbirine karıştırmıştır. Öğrencinin kenarortay kavramını yanlış anladığı düşünüldüğü 1 puan verilmiştir. Ayrıca öğrencinin sözel tanımı ifadesi incelendiğinde matematiksel terminolojinin kullanımı konusunda da oldukça başarısız olduğu görülmektedir. Aşağıda ise aynı öğrencinin klinik mülakat esnasında biçimsel kenarortay tanımına yönelik verdiği cevaplar ele alınmıştır.

A: Kenarortay kavramının matematiksel tanımı nedir?

Ö145: Bir açının eş bir şekilde diğer kenarına uzanmasına kenarortay deniyordu

A: Bir açının eş bir şekilde diğer kenarına uzanmasına kenarortay... Eş bir şekilde diğer kenarına uzanmasını ben tam olarak hayal edemedim. Çizerek gösterir misin bana? Eş bir şekilde diğer kenarına uzanması...

...

A: Tamam ya da onun üzerinde de gösterebilirsin burada kenarortay neresi? (Şekil 4.35'teki üçgeni işaret ediyor.)

Ö145: Bunların ikisi değil mi kenarortay?

A: Bunların ikisi bu alan ve bu alanı kenarortay olarak mı gösteriyorsun?

Ö145: Evet anlamında başını sallar

A: Peki, burada (Şekil 4.35'teki üçgeni işaret ediyor.) çizdiğin diklik işaretleri ne anlama geliyor?

Ö145: Buradan yine eş bir şekilde indiğini belirtmek için... (Şekil 4.35'teki üçgende çizdiği birbirine eşit 2 dik açıdan bahsediyor.)

A: Eş bir şekilde indiğini belirtmek için... Kenarortay açılarla alakalı yani öyle mi?

Ö145: Evet.

...

*A: Kenarortay çizerken nelere dikkat edersiniz demişiz. “Açının üçgene dik bir şekilde diğer kenarına uzanmasına dikkat ederim” Dik olması gerekiyor... Doğru mu anladım?*

*Ö145: Evet*

*A: Yani 8. soruda çizdiğin dik örnek gibi kenarortay olması için dik olması gerekiyor öyle mi?*

*Ö145: Evet*

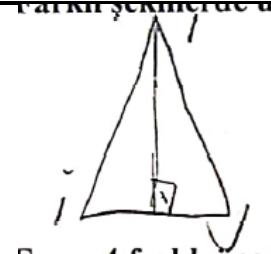



Ö145 kodlu öğrencinin klinik mülakat esnasında söylediklerinden yola çıkılarak kenarortayı diklik şartıyla bağdaştırdığı açıkça görülmektedir.

#### **4.7 Yedinci Alt Probleme İlişkin Bulgular**

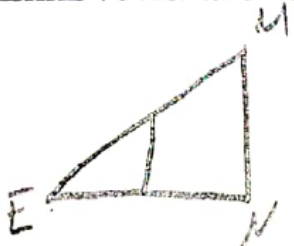
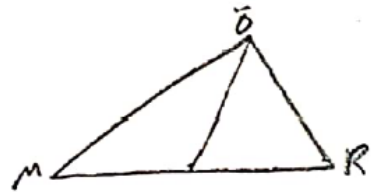


Bu başlıkta “Ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri üçgende kenarortayı nasıl çizerler?” alt problemine yönelik bulgulara yer verilecektir. Amaç öğrencilerin kenarortay çizimlerinde kritik özellikleri dikkate alıp almadıklarını ve kenarortayı farklı üçgenler kullanarak çeşitlendirip çeşitlendirmediklerini ortaya çıkarmaktır. Tablo 4.9’da öğrencilerin yapmış olduğu üçgende kenarortaya ait çizim örneklerinden elde edilen kodlar görülmektedir.




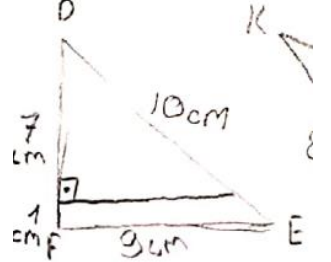

**Tablo 4.9:** Kenarortay örneği çizimlerinden elde edilen kodlar

Kodlar	Frekans	Yüzde	Açıklamalar	Temalar	Örnekler
Kod 2	7	4,64	Yükseklik doğru çizilmiş fakat çizim araçları kullanılmadığından diklikte küçük bir hata kabul edilir.	Yükseklik	
Kod 3	91	60,26	Kenarortay doğru çizilmiş fakat çizim araçları kullanılmadığından küçük bir hata kabul edilir.	Kenarortay	
Kod 4	1	0,66	Açıortay doğru çizilmiş fakat çizim araçları kullanılmadığından küçük bir hata kabul edilir.	Açıortay	
Kod 9	4	2,65	Kenardan kenara doğru parçası dik açıyla çizilmiş.	Yükseklik	


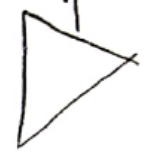

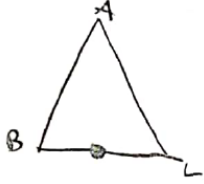

**Tablo 4.9** (devam)

Kodlar	Frekans	Yüzde	Açıklamalar	Temalar	Örnekler
Kod 10	6	3,97	Kenardan kenara doğru parçası çizilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 14	55	36,42	Üçgenin bir kenarı ile karşısındaki köşe birleştirilmiş fakat kenarı iki eşit parçaya böldüğü belirtilmemiş ya da kenarı iki eşit parçaya bölmediği belirtilmiş.	Kenarortay	
Kod 15	3	1,99	Üçgenin bir kenarından diğer kenarına doğru parçası çizilmiş ve kenar iki eşit parçaya ayrılmış.	Kenarortay	
Kod 17	2	1,32	Kenarın orta noktası işaretlenmiş fakat bu nokta karşı köşe ile birleştirilecek şekilde doğru parçası çizilmemiş.	Kenarortay	

**Tablo 4.9** (devam)

Kodlar	Frekans	Yüzde	Açıklamalar	Temalar	Örnekler
Kod 18	2	1,32	Üçgenin bir kenarından karşısındaki kenarı ortalayacak şekilde dikme çizilmiş. (Kenar orta dikme çizilmiş.)	Kenarortay	
Kod 19	1	0,66	Köşeden kenarı dik ortalayacak şekilde doğru parçası çizilmiş. (Kenar orta dikme çizilmiş.)	Kenarortay	
Kod 23	1	0,66	Hem kenarortay hem açıortay olan bir doğru parçası çizilmiş	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	

**Tablo 4.9** (devam)

Kodlar	Frekans	Yüzde	Açıklamalar	Temalar	Örnekler
Kod 31	4	2,65	Sadece üçgen çizilmiş herhangi bir eleman belirtilmemiş.	Yükseklik, kenarortay ve açortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 32	2	1,32	Üçgenin kenarı gösterilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 33	1	0,66	Piramit çizilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 34	2	1,32	Üçgenin bir kenarı üzerinde bir nokta belirlenmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 36	2	1,32	Bir üçgen içerisinde birden fazla kod içeren çizimler	Yükseklik, kenarortay ve açortay için ortak kullanılabilen kodlar	

Tablo 4.9’da olduğu gibi öğrencilerin yaklaşık %60’ının kenarortayı doğru çizdiği, yaklaşık %36’sının üçgenin bir kenarı ile karşısındaki köşeyi birleştirdiği fakat kenarı iki eşit parçaya böldüğünü belirtmediği ya da kenarı iki eşit parçaya bölmediğini belirttiği, bir öğrencinin açıortay çizdiği, bir öğrencinin piramit çizdiği, bir öğrencinin üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenarı dik ortalayacak şekilde doğru parçası çizdiği, bir öğrencinin ise hem kenarortay hem de açıortay olan bir doğru parçası çizdiği görülmektedir. Şekil 4.36’da üçgende kenar ortayı doğru çizen grubu temsil eden bir öğrencinin örneğine yer verilmiştir.



**Şekil 4.36:** Ö144’ün kenarortay çizimlerinden biri

Aşağıda şekil 4.36’daki gibi kenarortayı doğru çizen Ö144 kodlu öğrencinin klinik mülakat esnasındaki görüşlerine yer verilmiştir.

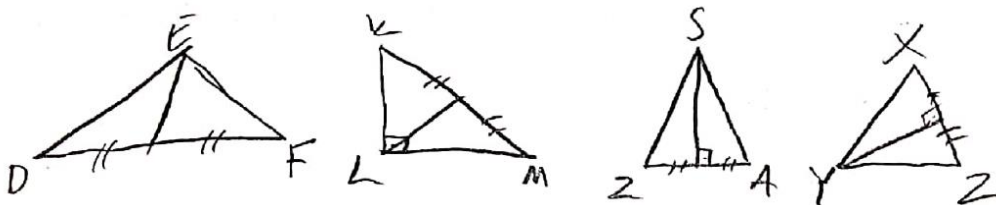
*Ö144: Burada S köşesini ZA kenarı ile birleştirdim. Burada da X köşesine... Pardon. Y köşesini XZ kenarı ile birleştirdim. (Şekil 4.37’deki SZA üçgenini gösteriyor.)*

*A: Peki burada örneklerinin neden farklı olduğunu düşünüyorsun? (Şekil 4.37’deki tüm üçgenleri kastediyor.)*

*Ö144: Örneklerim farklı çünkü hiçbirinin açısını aynı tutmamaya çalıştım mesela burada göstermemişim ama bunu (Şekil 4.37’deki SZA üçgenini gösteriyor.) ikizkenar... Bunu daha farklı... Yani şunu (Şekil 4.37’deki XYZ üçgenini gösteriyor.)*

*A: Hangisini ikizkenar düşündün?*

*Ö144: 3 örneği. (Şekil 4.37’deki SZA üçgenini gösteriyor.)*



**Şekil 4.37:** Ö144’ün kenarortay çizimleri

A: İkizkenar düşündün?

Ö144: Evet

A: Peki ben bunu sen söylemeden ikizkenar olduğunu anlayabilir miyim?

Ö144: Hayır.

A: Tamam başka ne düşündün?

Ö144: Başka iç açıları farklı tuttum mesela burada (Şekil 4.37'deki DEF üçgenini gösteriyor.) geniş açı varken burada (Şekil 4.37'deki KLM üçgenini gösteriyor.) dik açı var 1 örnekte geniş açı varken ikincisinde dik açı var açıların farklı tutmaya çalıştım

A: Tamam 1.örnekle 2. örneği kıyasladın tamam. 3. örnekle (Şekil 4.37'deki SZA üçgenini gösteriyor.) ilgili şunu sormak istiyorum. Sen söylemeden ikizkenar olduğunu anlayamam ama sen söylemeden ikizkenar olduğunu anlayabilmem için ne eklemen gerekir?

Ö144: SA kenarı ile SZ kenarına eş sembolleri ekleyebilirdim. (Şekil 4.37'deki SZA üçgenini gösteriyor.)

A: Hmm. Anladım

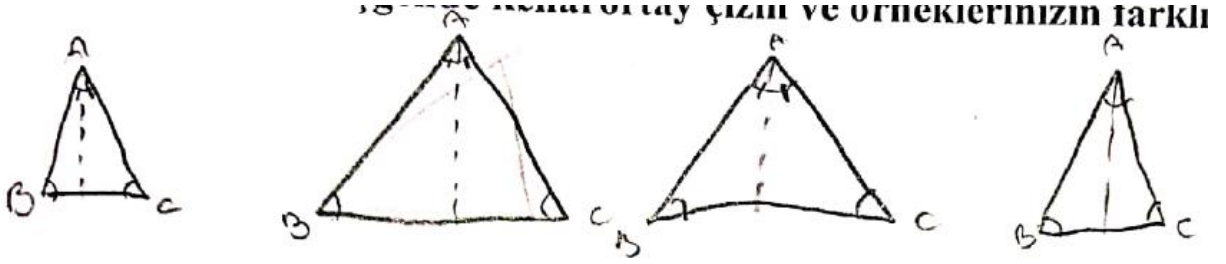
Ö144: Ya da Z açısını ve A açısını eşit tutabilirdim. (Şekil 4.37'deki SZA üçgenini gösteriyor.)

Ö144 kodlu öğrencinin klinik mülakat esnasında şekil 4.37'deki çizimleri üzerine konuşmalarından yola çıkılarak öğrencinin ikizkenar ve eşkenar gibi özel üçgenlerde yükseklik ve kenarortayın aynı doğru parçası olabileceğinin farkında olduğu fakat bunun matematiksel sembollerle gösterimi konusunda sıkıntı yaşadığı söylenebilir. Şekil 4.40'ta kenarortay yerine yükseklik çizen grubu temsil eden öğrencilerden birinin örneklerine yer verilmiştir.



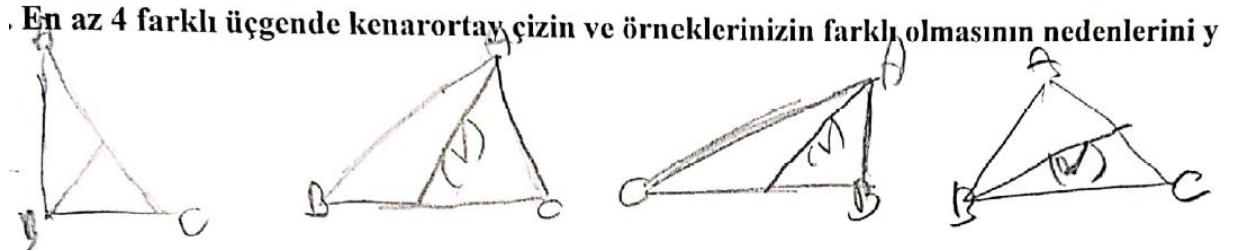
Şekil 4.38: Ö61'in kenarortay çizimleri

Şekil 4.38’de örnekleri görülen Ö61 kod öğrencinin kenarortay ile yüksekliği birbirine karıştırdığı düşünülebilir. Şekil 4.39’da kenarortay yerine açıortay çizen bir öğrencinin örneklerine yer verilmiştir.



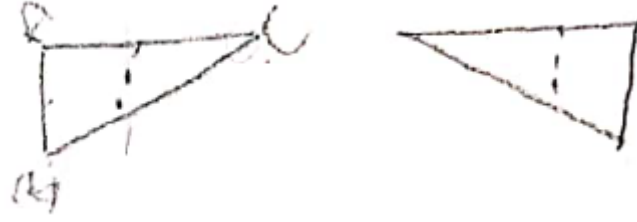
Şekil 4.39: Ö16'nın kenarortay çizimleri

Şekil 4.39’daki çizimleri yapan öğrencinin kenarortay ile açıortayı birbirine karıştırdığı düşünülebilir ve Ö16 kodlu öğrencinin bütün üçgen çizimlerinin ikizkenar ya da dar açılı üçgen denilebilecek prototip üçgenlerden oluştuğu ve hatta üçgen çizimlerinde doğrusallığa dikkat etmediğinden başarısız olduğu da söylenebilir. Şekil 4.40’daki üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara doğru parçası çizen fakat bu doğru parçasının ulaştığı kenarı 2 eşit parçaya böldüğünü belirtmeyen (kod 14) grubun (N=55) bir temsilcisi olan Ö10’un çizimleri görülmektedir.



Şekil 4.40: Ö10'un kenarortay çizimleri

Şekil 4.40’taki gibi benzer çizimler yapan öğrencilerin kenar ortayın kenara 2 eşit parçaya bölmesi gerektiği kritik önemini dikkate almadığı ve matematiksel sembollerin kullanımı konusunda sorun yaşadığı düşünülebilir. Ayrıca şekil 4.40’ta olduğu üzere Ö10 kodlu öğrencinin üçgen çiziminde sorunlar yaşadığı görülmektedir. Şekil 4.41’de kenardan kenara doğru parçası çizen (kod 10) grubun (N=6) bir temsilcisi olan öğrencinin örneklerine yer verilmiştir.



**Şekil 4.41:** Ö150'nin kenarortay çizimleri

Şekil 4.41'deki çizimleri yapan öğrencinin klinik mülakat esnasında kenarortay çizimleriyle alakalı görüşlerine aşağıda yer verilmiştir.

*A: Kenarortay örneklerini açıklar mısın bize? Bunları nasıl düşündün, nasıl çizdin?*

*Ö150: Demin dediğim gibi buradan katladığımda... ortasından falan...*

...

*Ö150: Mesela burası A, burası B, burası da C üçgeni oluşsa ... C köşesini mesela B köşesine deydirmem gerektiğini düşünüyorum. (Şekil 4.41'deki sol taraftaki üçgeni işaret ediyor.)*

*A: C köşesini B köşesine katladın, getirdin, deydirdin. Tamam. Sonrasında...*

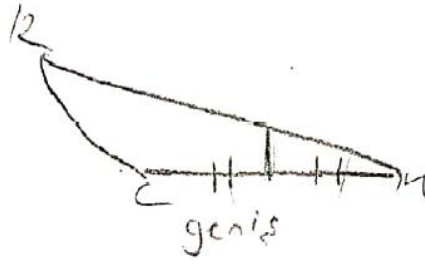
*Ö150: Kenarortay oluştu.*

*A: Kenarortay oluştu? Nasıl bir çizgi, nereden nereye gitti bu? Nasıl tayin ettin bunu, yönünü nasıl belirledin?*

*Ö150: Yani kağıtta katladığım zaman iz çıkar.*

Burada Ö150 kodlu öğrencinin katlama etkinliklerinden yola çıkarak kenarortayı tanımlamaya çalıştığı fakat istenilen kenarın orta noktasını katlayarak bulduktan sonra kenarın karşısındaki köşeye birleştirecek bir doğru parçası çizmediğini ve katlandığında ortaya çıkan izin kenarortay olduğunu düşündüğünü söylemek mümkündür. Şekil 4.42'de kenardan kenara doğru parçası çizip bir kenarı iki eşit parçaya ayıran (kod 15) grubun (N=3) temsilcisi olan bir öğrencinin örneğine yer verilmiştir.

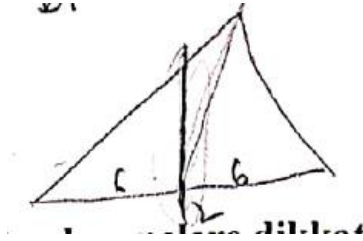




**Şekil 4.42:** Ö136'nın kenarortay çizimlerinden biri

Şekil 4.42'de çizimleri görülen Ö136 kodlu öğrencinin aşağıda klinik mülakat esnasında kenarortay çizimleriyle alakalı anlattıklarına yer verilmiştir.

*Ö136: Hocam şimdi bir üçgenimiz olacak. Ondan sonra kenarlarına ortadaki eşit bir şekilde... Mesela burası hocam 12 olsun diyelim. Hocam ortadan ikiye bölünce 6'ya 6 eşit bir şekilde tam ortadan ikiye bölündü. Şu çizgi bizim kenar ortayımız oluyor.*



**Şekil 4.43:** Ö136'nın kenarortay çizimlerinden biri

*A: Şu an bu çizgi? (Şekil 4.43 'teki üçgenin içinde kenardan kenara çizilmiş doğru parçasını kastediyor.)*

*Ö136: Kenarortay.*

*A: Nereden nereye çiziliyor peki?*

*Ö136: Şu belirlediğimiz yani kenarortayı alacağımız çizgiden... Yani kenardan üstüne doğru.*

*A: Üstüne doğru? Bu ikisinin arasındaki farklılık nedir peki burada yaptığın çizimle 8. soruda (Şekil 4.43'teki üçgeni kastediyor.) çizdiğin çizimle 9. sorudaki (Şekil 4.44'teki üçgeni kastediyor.) çizdiğin çizim arasında?*



**Şekil 4.44:** Ö136'nın kenarortay çizimlerinden biri

Ö136: Buradan (Şekil 4.44'teki üçgeni kastediyor.) köşeye doğru birleştirmişim buradaysa (Şekil 4.43'teki üçgeni kastediyor.) büyük ihtimalle hatalı yaptım üst kenarına doğru birleştirdim.

A: Hatalı olduğunu düşünüyorsun? Neden?

Ö136: Köşeye doğru çizilebilirdi.

A: Köşe ile mi birleştirilmesi gerekiyor?

Ö136: Bilmiyorum hocam.

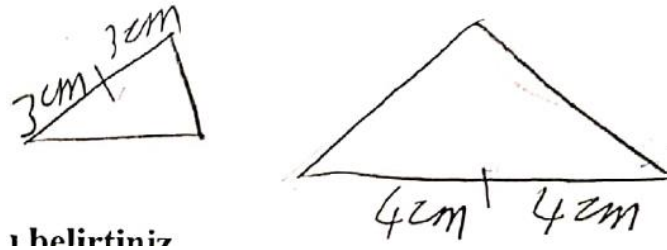
A: Hangisi? İkisini de kenarortay olarak kabul ediyor musun peki? Yani kenarortay olduğunu düşünüyor musun?

Ö136: Evet

A: Tamam. Yani kenarla da birleştirsek köşeye de birleştirsek kenarortay olduğunu düşünüyorsun?

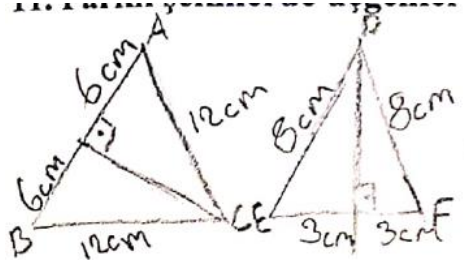
Ö136: Evet

Ö136 öğrencinin söylediklerinden kenarortayın üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara çizilmesi gerektiğini kritik özelliği olarak alıp almamak konusunda kararsız olduğu ve kenarortayın köşeden kenara çizildiği durumu ve kenardan kenara çizildiği durumu da doğru olarak kabul ettiği anlaşılmaktadır. Şekil 4.45'te olduğu gibi kenarın orta noktasını işaretleyen fakat bu orta noktayla karşısındaki köşeyi birleştiren doğru parçasını çizmeyen (kod 17) grubun (N=3) temsilcilerinden biri olan Ö143'ün örneklerine yer verilmiştir.



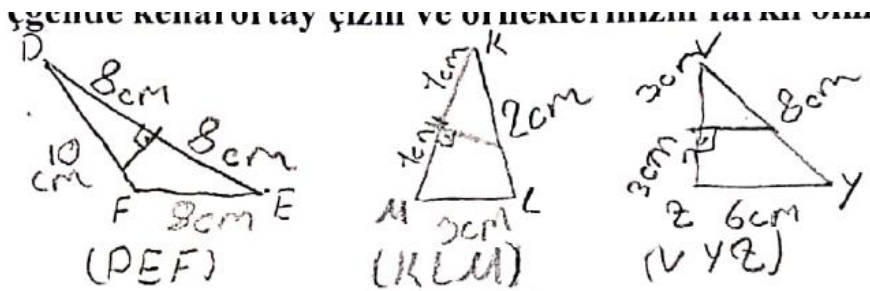
**Şekil 4.45:** Ö143'ün kenarortay çizimleri

Şekil 4.45'tekine benzer çizimler yapan öğrencilerin kenarortayın kenarın orta noktasıyla ilişkili olduğunu bildikleri fakat kenarın orta noktasının karşısındaki köşe ile birleştirilmesini sağlayan doğru parçasını çizmeyi önemsemediklerini düşünülebilir. Şekil 4.46'da üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenarı ortalamayan ve aynı zamanda ona dik olan bir doğru parçası yani kenar orta dikme çizen (kod 19) 1 öğrencinin örneklerine yer verilmiştir.



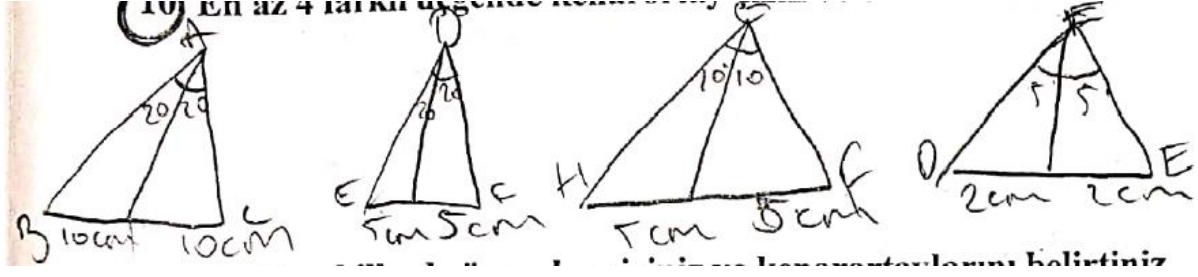
Şekil 4.46: Ö114'ün kenarortay çizimleri

Şekil 4.46'da çizimleri görülen öğrencinin kenarortayla diklik şartını bağdaştırdığı düşünülebilir. Şekil 4.47'de üçgenin bir kenarından diğer kenarını ortalamayan dik doğru parçası yani kenar orta dikme çizen (kod 18) grubun (N=2) temsilcilerinden birinin örneklerine yer verilmiştir.



Şekil 4.47: Ö114'ün kenarortay çizimleri

Şekil 4.47'dekine benzer çizimler yapan bu 2 öğrencinin kenarortayın kenarı 2 eşit parçaya bölmesi gerektiğini bildiği ancak üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara çizilen bir doğru parçası olma şartı taşımadığını düşündükleri söylenebilir. Şekil 4.48'de hem açıortay hem de kenarortay olan bir doğru parçası çizen 1 öğrencinin örneklerine yer verilmiştir.



**Şekil 4.48:** Ö143'ün kenarortay çizimleri

Aşağıda şekil 4.48'de çizimleri görülen Ö143 kodlu öğrencinin klinik mülakat esnasındaki bu çizimlerine ilişkin görüşlerine yer verilmiştir.

A: *En az 4 farklı üçgende kenarortay çizin ve üçgenlerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın demişiz. 10. Soruda... Şimdi burada acaba ne anlatmak istedin bize?*

...

Ö143: *Burada açıları ilk önce baz aldım ve 20 derece 20 derece ayırdım. (Şekil 4.48'deki ABC üçgeninden bahsediyor.)*

A: *Kalemle çizmemek suretiyle gösterebilirsin.*

Ö143: *(Şekil 4.48'deki ABC üçgenindeki A köşesinden BC kenarına çizdiği doğru parçasını gösteriyor.) Burada 20 derece 20 derece diye ayırdım.*

A: *1. örnekte?*

Ö143: *Evet ve kenarortay olduğunu düşündüm. Aaaa...*

A: *Kenarortayı neye göre aldın yani farklılık olarak?*

Ö143: *Pardon ben açıortayı düşünmüşüm orada.*

A: *Ne düşündüysen onu anlat. Önemli değil.*

Ö143: *Burada ben çizerken açıortayı da düşünmüşüm. O yüzden açıları da aynı şey yapmışım.*

A: *Yani kenarortay demiş ama sen açıortay mı çizmişsin?*

Ö143: *Yani hem açıortay hem kenarortay çizmişim çünkü kenarortay bir kenarın tam ortasına olan... Bir açılarından tam ortasına olan uzaklık... Yani tam ortasında derken bir açılarından diğer kenarının tam ortasına olan uzaklık kenarortay*

A: *İkisini birden çizmişsin yani değil mi?*

Ö143: *Evet.*

...

A: *Burada kenarortay nerede var? (Şekil 4.49'daki MLN üçgenini gösteriyor.)*



**Şekil 4.49:** Ö143'ün kenarortay çizimleri

Ö143: Kenarortay... Ben burada yine açıortay diye düşünerek yazmışım, çizmişim.

A: Peki bunu bilinçli olarak mı yaptın yoksa o an heyecandan dolayı karıştırdın aklına öyle mi geldi?

Ö143: Karıştırdım büyük ihtimalle çünkü kenarortay böyle bir şey değil. Ben açıortay olarak çizmişim 45 derece 45 derece ayırmışım üçgenin açısını... (Şekil 4.49'daki MLN üçgeninin L köşesinden MN kenarına çizdiği doğru parçasını gösteriyor.)

A: Anladım, burada peki ne söylemek istiyorsun?

Ö143: yine burada hem kenarortay hem açıortay çizmişim

A: Evet. Bir de buralara da  $90^\circ$ ,  $90^\circ$  yazmışsın. 2. örnekte 11. Soruda. (Şekil 4.49'daki KLM üçgenini gösteriyor.)

Ö143: Dik gelmiş hem de yükseklik yazmışım.

A: Açıortay tam olarak neresi peki? (Şekil 4.49'daki KLM üçgenini gösteriyor.)

Ö143: Açıortay şurası 5,5 diye ayırdığım... kenarını ayırdığım yer (Şekil 4.49'daki KLM üçgeninin LM kenarını gösteriyor.)

A: Açıortay?

Ö143: Ay pardon açıortay şurası 10 derece 10 derece ayırdığım yer. (Şekil 4.49'daki KLM üçgeninin K açısını gösteriyor.)

A: Tamam burası  $90^\circ$ ,  $90^\circ$  olmuş.

Ö143: Yükseklik...

A: Hmm yükseklik. Burası (Şekil 4.49'daki KLM üçgeninin LM kenarını gösteriyor.) açıortay değil yani doğru mu anladım? Burası (Şekil 4.49'daki KLM üçgeninin K açısını gösteriyor.) açıortay?

Ö143: Yani açıortay aynı zamanda dik de gelebilir hem açıortay aynı zamanda yükseklik de olabilir. O yüzden...

A: Ne zaman oluyor o?

Ö143: Buradaki gibi... (Şekil 4.49'daki KLM üçgenini gösteriyor.)

*A: Peki bu üçgenin özel bir ismi var mı ya da özel bir durumu var mı? Her zaman olur mu böyle?*

*Ö143: Hayır her zaman olmaz, her üçgende olmaz.*

*A: Hangi durumlarda olur? Hangi üçgenlerde olur peki?*

*Ö143: İkizkenarda olur, eşkenarda olur.*

*A: Onların dışında?*


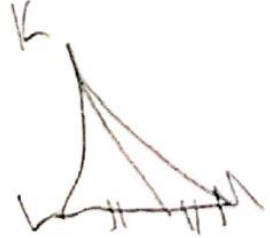

*Ö143: Onların dışında olacağını sanmıyorum.*

Ö143 kodlu öğrencinin soruları yanıtlarken hem kenarortay hem de açıortayı aynı doğru parçası üzerinde gösterdiği ve bunu heyecandan karıştırdığı için yaptığı klinik mülakat esnasında verdiği yanıtlardan anlaşılmaktadır. Öğrencinin açıortayın ve kenarortayın kritik özelliklerini bildiği ve bu iki yardımcı elemanı birbirinden ayırt edebildiği söylenebilir. Aynı zamanda bu öğrencinin eşkenar ve ikizkenar gibi özel üçgenlerde açıortay, kenarortay ve yüksekliğin aynı doğru parçası olabileceğini bildiği de görülmektedir.

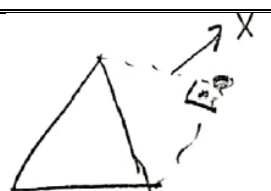
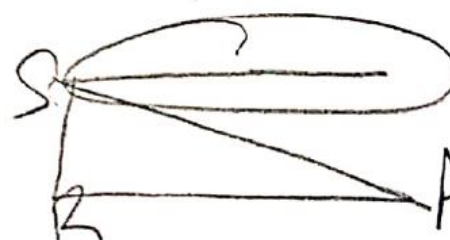
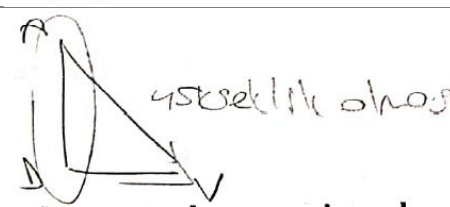

#### **4.8 Sekizinci Alt probleme İlişkin Bulgular**

Bu başlıkta “Ortaokul 8. Sınıf öğrencileri üçgende kenarortay olmayan çizim örneklerini nasıl gösterirler?” alt problemine ilişkin bulgulara yer verilecektir. Amaç öğrencilerin üçgende kenarortay çizerken nelere dikkat ettiklerini ortaya çıkarmaktır. Tablo 4.10’da öğrencilerin yapmış olduğu üçgende kenarortay olmayan örnek çizimlerinden elde edilen kodlar görülmektedir.

**Tablo 4.10:** Kenarortay olmayan örnek çizimlerinden elde edilen kodlar

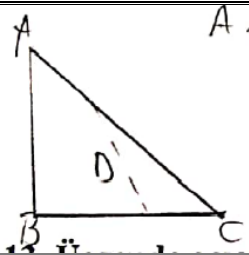

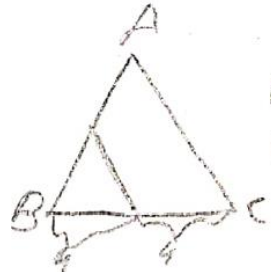
Çizim kodları	Frekans	Yüzde	Açıklamalar	Temalar	Örnekler
Kod 1	2	1,32	Cevap yok	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 2	8	5,30	Yükseklik doğru çizilmiş fakat çizim araçları kullanılmadığından diklikte küçük bir hata kabul edilir.	Yükseklik	
Kod 3	4	2,65	Kenarortay doğru çizilmiş fakat çizim araçları kullanılmadığından küçük bir hata kabul edilir.	Kenarortay	
Kod 4	3	1,99	Açıortay doğru çizilmiş fakat çizim araçları kullanılmadığından küçük bir hata kabul edilir.	Açıortay	

**Tablo 4.10** (devam)


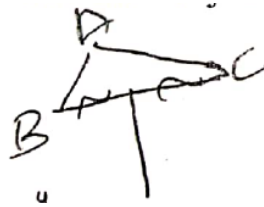

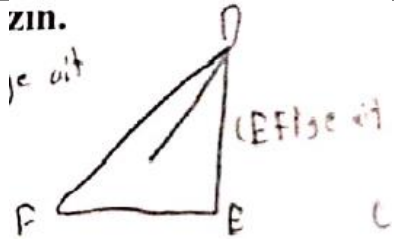
Çizim kodları	Frekans	Yüzde	Açıklamalar	Temalar	Örnekler
Kod 5	2	1,32	Üçgenin dışında hiçbir kenarı veya uzantısını karşılamayacak şekilde diklik oluşturmak	Yükseklik	
Kod 6	4	2,65	Üçgenin dışına segmentler çizilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 8	2	1,32	Üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenar veya uzantısına bir segment çizilmiş fakat dik olduğu belirtilmemiş ya da dik olmadığı belirtilmiş	Yükseklik	
Kod 9	2	1,32	Kenardan kenara doğru parçası dik açıyla çizilmiş.	Yükseklik	



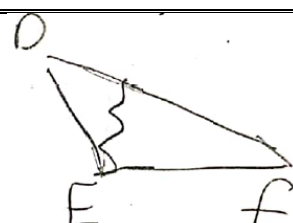
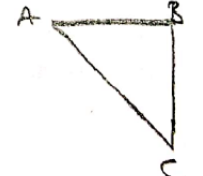
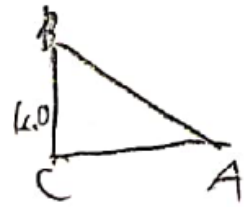
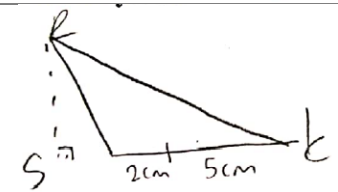

**Tablo 4.10** (devam)

Çizim kodları	Frekans	Yüzde	Açıklamalar	Temalar	Örnekler
Kod 10	25	16,56	Kenardan kenara doğru parçası çizilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 14	99	65,56	<b>Üçgenin bir kenarı ile karşısındaki köşe birleştirilmiş fakat kenarı iki eşit parçaya böldüğü belirtilmemiş ya da kenarı iki eşit parçaya bölmediği belirtilmiş.</b>	<b>Kenarortay</b>	
Kod 15	1	0,66	Üçgenin bir kenarından diğer kenarına doğru parçası çizilmiş ve kenar iki eşit parçaya ayrılmış.	Kenarortay	

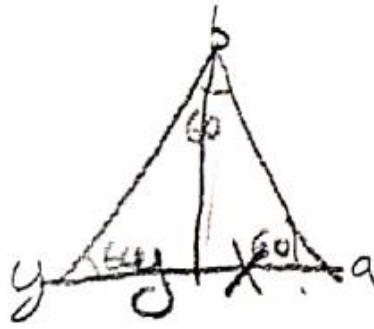
**Tablo 4.10** (devam)

Çizim kodları	Frekans	Yüzde	Açıklamalar	Temalar	Örnekler
Kod 16	2	1,32	Kenarortay çizilmiş fakat yanlış olan bir uzunluk	Kenarortay	
Kod 20	1	0,66	Üçgenin dışından kenarı ortalayacak şekilde doğru parçası çizilmiş.	Kenarortay	
Kod 21	1	0,66	Üçgen olmayan açık şekillerde kenar iki eşit parçaya ayrılmış.	Kenarortay	
Kod 27	1	0,66	Üçgen içinde köşeden başlanıp kenara ulaşmayan ya da kenardan başlanıp köşeye ulaşmayan doğru parçası çizilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	<p>zin. je ait</p> 

**Tablo 4.10** (devam)

Çizim kodları	Frekans	Yüzde	Açıklamalar	Temalar	Örnekler
Kod 30	4	2,65	Üçgen içinde ya da dışında doğrusallık belirtmeyen segmentler çizilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 31	25	16,56	Sadece üçgen çizilmiş herhangi bir eleman belirtilmemiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 32	3	1,99	Üçgenin kenarı gösterilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 34	1	0,66	Üçgenin bir kenarı üzerinde bir nokta belirlenmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 36	6	3,97	Bir üçgen içerisinde birden fazla kod içeren çizimler	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	

Tablo 4.10'da öğrencilerin yaklaşık %66'sının üçgenin bir kenarı ile karşısındaki köşe birleştirdiği fakat kenarı iki eşit parçaya böldüğünü belirtmediği ya da kenarı iki eşit parçaya bölmediğini belirttiği (kod 14), yaklaşık %17'sinin kenardan kenara doğru parçası çizdiği (kod 10), yine yaklaşık %17'sinin sadece üçgen çizdiği (kod 31), 1 öğrencinin üçgenin dışından kenara ortalayarak bir doğru parçası çizdiği, 1 öğrencinin üçgenin bir kenarından diğer kenarına doğru parçası çizdiği ve kenarlardan birini 2 eşit parçaya ayırdığı, 1 öğrencinin üçgen olmayan açık şekillerde kenarı 2 eşit parçaya ayırdığı, 1 öğrencinin üçgenin içinde köşeye kenarı birleştiren yani tamamlanmayan doğru parçaları çizdiği, 1 öğrencinin üçgenin bir kenarı üzerinde bir nokta belirlediği görülmektedir. Şekil 4.50'de üçgenin bir kenarı ile karşısındaki köşe birleştiren fakat kenarı iki eşit parçaya böldüğünü belirtmeyen ya da kenarı iki eşit parçaya bölmediğini belirten (kod 14) grubun (N=99) temsilcisine ait çizim görülmektedir.



**Şekil 4.50:** Ö136'nın kenarortay olmayan çizimlerinden biri

Ö136 kodlu öğrencinin klinik mülakat esnasında şekil 4.50'deki örnek hakkında söylediklerine aşağıda yer verilmiştir.

*A: Birinci örneğini açıkla mesela... (Şekil 4.50'deki çizimi gösteriyor.)*

*Ö: YVA da (Şekil 4.50'deki çizimi gösteriyor.) şimdi ayırmışım ama ayırdığımız yerde Y ve X olmuş yani eşit olmamış hepsinde eşit olmadığını gösteriyor.*

Klinik mülakat esnasındaki konuşmalardan da anlaşılacağı üzere öğrenci şekil 4.50'deki YVA üçgeninde V köşesinden YA kenarına bir doğru parçası çizmiş ve YA kenarını birbirine eşit olmayan 2 parçaya bölmüştür, eşit olmadığını da x ve y harflerini kullanarak göstermiştir. Şekil 4.51'de üçgenin bir kenarından diğer kenarına bir doğru parçası çizen

ve kenarlardan birini 2 eşit parçaya böldüğünü belirten (kod 15) 1 öğrencinin çizimi verilmiştir.



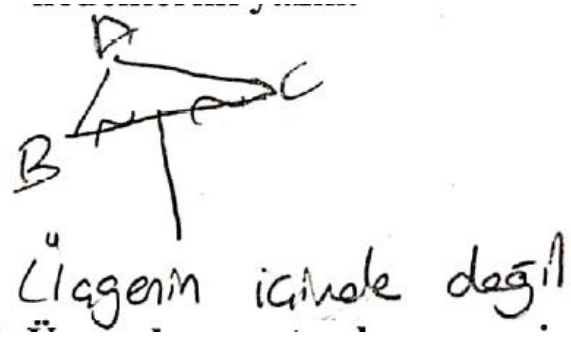
**Şekil 4.51:** Ö37'nin kenarortay olmayan çizimlerinden biri

Buradaki öğrenci şekil 4.51'de görüldüğü gibi açıklama olarak da “kenarortayın köşeden BC kenarına inmemesi” yazmıştır. Bundan dolayı öğrencinin kenarortay çizimlerinde köşeden kenara çizilmesi durumunu kritik özellik olarak aldığı köşeden çizilmediği durumda ise bunun kenarortay olmadığını bildiği söylenebilir. Şekil 4.52'de yanlış uzunlukta kenarortay çizen grubu (N=2) temsil eden öğrencilerden birinin çizimine yer verilmiştir.



**Şekil 4.52:** Ö103'ün kenarortay olmayan çizimlerinden biri

2 öğrencinin şekil 4.52'dekine benzer şekilde kenarortay çizdiği fakat bunun yanlış bir uzunluğa sahip olduğu, kenarın orta noktasını karşısındaki köşe ile birleştiren doğru parçasını tamamlamadığı görülmüştür. Şekil 4.53'te üçgenin dışından bir doğru parçası çizerek kenarı ortalayan bir öğrencinin çizimi verilmiştir.



**Şekil 4.53:** Ö103'ün kenarortay olmayan çizimlerinden biri

Şekil 4.53'teki gibi kenarortay olmayan örneklerinden birinin de üçgenin dışından çizilen ve kenarı ortalayan bir doğru parçası olduğu görülmüştür. Açıklama olarak da öğrenci doğru parçasının üçgenin içinde olmadığını söylemiştir. Şekil 4.54'te üçgen olmayan açık şekillerde kenarı ortalayan bir doğru parçası çizen bir öğrencinin örneklerine yer verilmiştir.



**Şekil 4.54:** Ö139'un kenarortay olmayan çizimlerinden biri

Aşağıda da şekil 4.54'teki örnekleri çizen öğrencinin klinik mülakat esnasındaki görüşlerine yer verilmiştir.

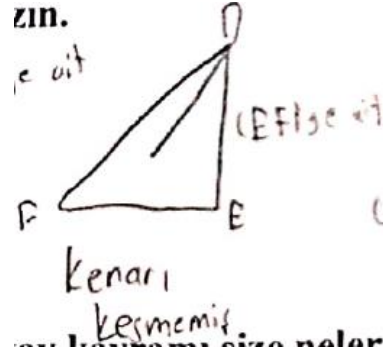
*A: En az 4 farklı üçgende kenarortay olmayan örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın denilmiş. Buradaki örneklerin...*

*Ö139: Buradaki örnekler yine 6. soruya benzer oldu. Üç kenarlı şekillerin herhangi bir kenarını ikiye bölüp doğru parçası şeklinde aldım.*

*A: Öncelikle şunu sormalıydım. Bu soruda ne anlatılmak istenmiş? Sen ne anladın?*

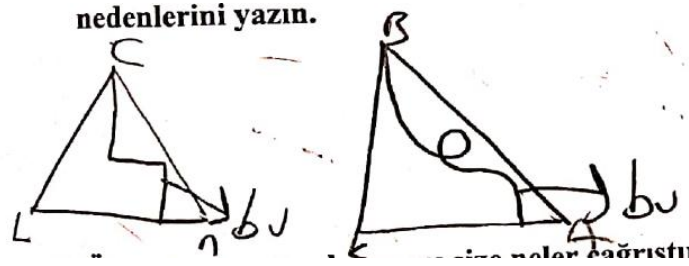
*Ö139: Burada yine farklı üçgenlerde kenarortay çizilemeyecek üçgen örnekleri istemiş diye anladım ama öyle bir şey de ben kendim bulamadığım için 3 kenarlı şekiller koydum üçgen sayılabilmeleri için... Ama kapalı olmadıkları için üçgen olmadılar.*

Yukarıda Ö139 kodlu öğrencinin klinik mülakat esnasında şekil 4.54’te görülen çizimleri ile alakalı söylediklerine bakılırsa üçgende kenarortay olmayan örnekler denildiğinde üçgen olmayan örneklerde kenarortay çizmeye çalıştığını söylemiştir. Şekil 4.55’te köşeyle kenarı birleştirmeyen yani üçgenin içinde tamamlanmamış doğru parçaları çizen (kod 27) bir öğrencinin örneğine yer verilmiştir.



**Şekil 4.55:** Ö142’nin kenarortay olmayan çizimlerinden biri

Şekil 4.55’teki çizimi yapan öğrencinin doğru parçasının kenarı kesmediği için kenarortay olmadığını düşündüğü söylenebilir. Şekil 4.56’da üçgenin içinde veya dışında doğrusallık belirtmeyen çizgiler çizen (kod 30) öğrenci grubunun (N=4) bir temsilcisi olan Ö110’un kenarortay olmayan çizimlerine yer verilmiştir.



**Şekil 4.56:** Ö110’un kenarortay olmayan çizimleri

Şekil 4.56’daki gibi benzer çizimleri yapan öğrenciler için doğrusallık yığın önemli şartlardan biri olduğu söylenebilir. Ayrıca bu öğrenciler kenarortayın hiçbir kritik özelliğini çizimlerine dahil etmemişlerdir. Şekil 4.57’de yükseklik çizen (kod 2) grubun (N=8) temsilcilerinden biri olan Ö144’ün örneklerine yer verilmiştir.



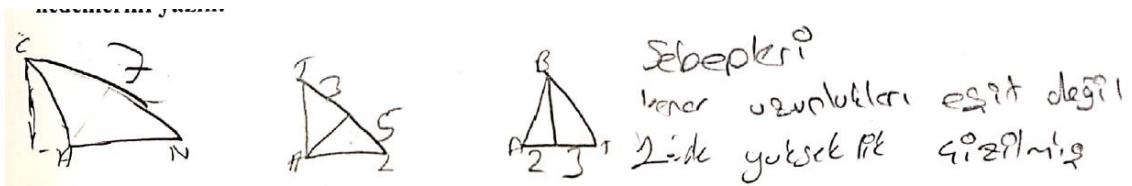
**Şekil 4.57:** Ö144'ün kenarortay olmayan çizimleri

Aşağıda Şekil 4.57'deki çizimleri yapan öğrencinin aynı çizimle alakalı klinik mülakat esnasındaki görüşlerine yer verilmiştir

A: Peki bu çizdiğin ne senin? (Şekil 4.57'deki KLM üçgenini gösteriyor.)

Ö144: Yükseklik... LM kenarına ait yükseklik... (Şekil 4.57'deki KLM üçgeninin K köşesinden LM kenarına çizilen doğru parçasını gösteriyor.)

Yukarıda Ö144 kodlu öğrencinin klinik mülakat esnasında şekil 4.57'de görülen çizimleriyle alakalı görüşlerine yer verilmiştir. Öğrencinin kenarortay olmayan denildiğinde üçgenin diğer yardımcı elemanı olan yüksekliğin aklına geldiği söylenebilir. Aynı zamanda öğrenci şekil 4.58'deki soldan birinci çizim olan CAN üçgeninde görüldüğü gibi yükseklik çizmeye çalışmış fakat bunu matematiksel semboller kullanarak göstermemiş yani diklik işareti kullanmamıştır. Öğrencinin yükseklik çizdiği hem soruya yazdığı "1.de yükseklik çizilmiş" açıklamasından hem de üçgenin dışına çizmeye çalıştığından anlaşılmıştır.



**Şekil 4.58:** Ö144'ün kenarortay olmayan çizimleri

Ayrıca Ö144 kodlu öğrencinin şekil 4.58'de birinci örnekte CAN üçgeninde görüldüğü gibi üçgen çizimlerinde sıkıntı yaşadığı söylenebilir.



#### 4.9 Dokuzuncu Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bu başlıkta “Ortaokul 8. Sınıf öğrencilerinin üçgende açığortay kavram imajı nelerden oluşur?” alt problemine ilişkin bulgulara yer verilecektir. Amaç öğrencilerin üçgende açığortay kavramını zihinlerinde nelerle ilişkilendirdiklerini ortaya çıkarmaktır. Tablo 4.11’de öğrencilerin üçgende açığortay kavramına dair zihinsel çağrışımlarının kategorilere göre dağılımı gösterilmiştir.

**Tablo 4.11:** Üçgende açığortay kavramının öğrencilerdeki zihinsel çağrışımının kategorilere göre dağılımı

Temalar	Frekans	Yüzde
<b>Açığortayı tanımlamaya yönelik ifadeler</b>	<b>115</b>	<b>76,16</b>
Diğer	14	9,27
Üçgenin elemanları, özellikleri ve çeşitleri	11	7,28
Açığortay görsel tanım	9	5,96
Günlük hayat	7	4,64
Hem kenarortayı hem yüksekliği tanımlamaya yönelik ifadeler	4	2,65
Konu alanları	4	2,65
Yükseklik görsel tanımı	2	1,32
Yüksekliği tanımlamaya yönelik ifadeler	1	0,66

Öğrenciler tarafından en çok tekrarlanan kategorinin açığortayı tanımlamaya yönelik ifadelerden (N=115) oluştuğu görülmüş olup en çok tekrarlanan ikinci kategori ise diğer (N=14) olmuştur. En az tekrarlanan kategorinin ise yüksekliği tanımlamaya yönelik ifadeler (N=1) olduğu görülmüştür.

#### 4.10 Onuncu Alt Probleme İlişkin Bulgular

Bu başlıkta “Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgende açığortay kavramının biçimsel tanımını yapma konusundaki başarıları ne düzeydedir?” alt problemine ilişkin bulgulara yer verilecektir. Amaç öğrencilerin istenilen kavramlara ait kritik özellikleri ne kadar

belirleyebildiklerini ve matematiksel terminolojinin kullanımı konusundaki durumlarını ortaya çıkarmaktır. Aşağıdaki tablo 4.12’de tüm öğrencilerin üçgende açığortayın biçimsel tanımlarından aldıkları puanlar verilmiştir.

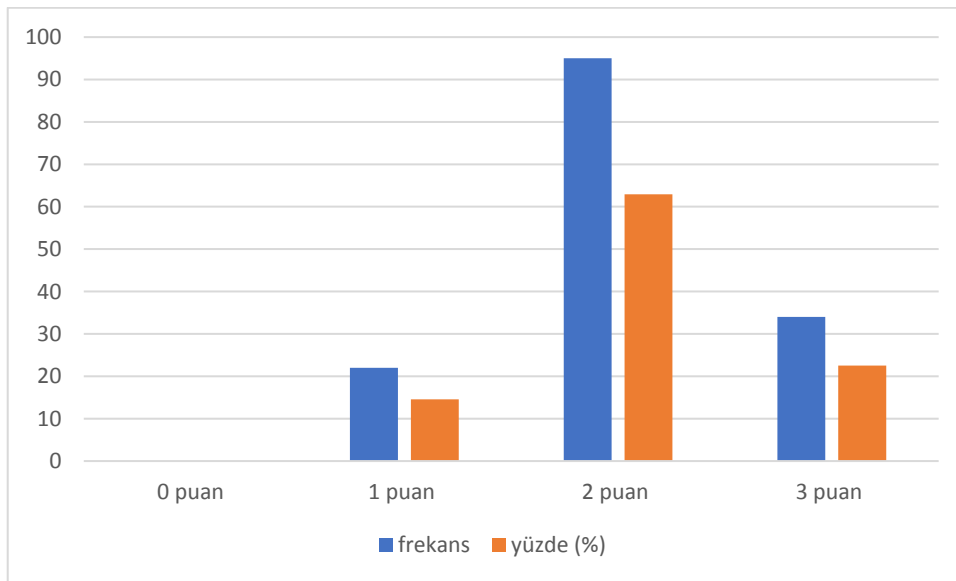
**Tablo 4.12:** Tüm öğrencilerin üçgende açığortayın biçimsel tanımlarından aldıkları puanlar

Öğrenci kodu	Aldığı puan	Öğrenci kodu	Aldığı puan	Öğrenci kodu	Aldığı puan
Ö1	2	Ö51	2	Ö101	3
Ö2	2	Ö52	3	Ö102	2
Ö3	2	Ö53	2	Ö103	2
Ö4	1	Ö54	2	Ö104	2
Ö5	2	Ö55	2	Ö105	2
Ö6	2	Ö56	2	Ö106	1
Ö7	2	Ö57	2	Ö107	2
Ö8	2	Ö58	1	Ö108	2
Ö9	2	Ö59	2	Ö109	2
Ö10	1	Ö60	1	Ö110	2
Ö11	2	Ö61	2	Ö111	2
Ö12	1	Ö62	2	Ö112	2
Ö13	2	Ö63	3	Ö113	3
Ö14	3	Ö64	2	Ö114	2
Ö15	3	Ö65	2	Ö115	3
Ö16	1	Ö66	2	Ö116	3
Ö17	2	Ö67	2	Ö117	2
Ö18	2	Ö68	2	Ö118	2
Ö19	3	Ö69	2	Ö119	1
Ö20	2	Ö70	2	Ö120	2
Ö21	2	Ö71	2	Ö121	2
Ö22	3	Ö72	2	Ö122	1
Ö23	1	Ö73	2	Ö123	2
Ö24	2	Ö74	2	Ö124	2
Ö25	1	Ö75	2	Ö125	2
Ö26	2	Ö76	2	Ö126	2
Ö27	2	Ö77	2	Ö127	2
Ö28	2	Ö78	2	Ö128	2
Ö29	2	Ö79	2	Ö129	2
Ö30	1	Ö80	2	Ö130	1
Ö31	2	Ö81	2	Ö131	1
Ö32	2	Ö82	2	Ö132	2
Ö33	1	Ö83	2	Ö133	2
Ö34	2	Ö84	2	Ö134	2
Ö35	2	Ö85	2	Ö135	2
Ö36	2	Ö86	2	Ö136	3
Ö37	2	Ö87	2	Ö137	3
Ö38	2	Ö88	2	Ö138	2
Ö39	3	Ö89	1	Ö139	2

**Tablo 4.12** (devam)

Öğrenci kodu	Aldığı puan	Öğrenci kodu	Aldığı puan	Öğrenci kodu	Aldığı puan
Ö40	1	Ö90	2	Ö140	2
Ö41	1	Ö91	1	Ö141	3
Ö42	2	Ö92	2	Ö142	2
Ö43	2	Ö93	2	Ö143	2
Ö44	1	Ö94	2	Ö144	3
Ö45	2	Ö95	2	Ö145	3
Ö46	2	Ö96	3	Ö146	2
Ö47	2	Ö97	3	Ö147	2
Ö48	2	Ö98	2	Ö148	2
Ö49	2	Ö99	1	Ö149	3
Ö50	2	Ö100	1	Ö150	3
				Ö151	2

Aşağıdaki şekil 4.59 öğrencilerin üçgende açığortaya ait biçimsel tanımlardan aldıkları puanlara göre yüzde ve frekans dağılımını göstermektedir.



**Şekil 4.59:** Biçimsel açığortay tanımından alınan puanların yüzde-frekans grafiği

Şekil 4.59 incelendiğinde 2 puan alan öğrencilerin çoğunlukta (N=95), 1 puan alan öğrencilerin azınlıkta (N=22) olduğu görülmektedir. Çoktan aza doğru tekrarlanan puan sıralamasının ise 2 puan, 3 puan ve 1 puan olduğu görülmektedir. Tablo 4.13'te biçimsel açığortay tanımından alınan puanların frekans ve yüzde dağılımları görülmektedir.

**Tablo 4.13:** Biçimsel açıortay tanımından alınan puanların frekans ve yüzde dağılımları

Puan	Frekans	Yüzde
0 puan	0	0
1 puan	22	14,57
<b>2 puan</b>	<b>95</b>	<b>62,91</b>
3 puan	34	22,52

Tablo 4.13 incelendiğinde biçimsel açıortay tanımından 0 puan alanın olmadığı, 95 kişinin 2 puan, 34 kişinin 3 puan, 22 kişinin 1 puan aldığı görülmektedir. Açıortay tanımından 0 puan alan olmamış, 22 kişi 1 puan, 95 kişi 2 puan, 34 kişi 3 puan almıştır. Açıortay tanımından tüm öğrencilerin %62,91'i 2 puan, %22,52'si 3 puan, %14,57'si 1 puan almıştır. Öğrencilerin yaklaşık %63'ünün açıortay kavramını parçalı anladığı, tanım yaparken tüm kritik özellikleri saymadığı, yaklaşık %23'ünün açıortay kavramını anladığı, yaklaşık %15'inin ise açıortay kavramını anlamadığı ya da yanlış anladığı görülmektedir.

Aşağıda şekil 4.60'ta anlama kategorisini temsil eden ve yaptığı biçimsel açıortay tanımı 3 puan alan Ö115 kodlu bir öğrencinin cevabı görülmektedir. Bu öğrencinin açıortayın bütün kritik özelliklerini saydığı hatta katlama metodu ile açıyı oluşturan 2 kenarın üst üste katlanmasıyla açıortayın belirlenebileceğini bildiği söylenebilir.

**14. Üçgende açıortay kavramını matematiksel olarak tanımlayınız.**

Bir köşeden başlayıp karşısındaki kenara indirilen ve bölünmüş köşedeki açıyı iki eş ölçüye ayıran doğru parçası

**15. Bir üçgende açıortay çizerken nelere dikkat edersiniz?**

- 1- Kattığımız kenarın üstüne kattığımız kenara eş olması
- 2- Açıyı iki eş parçeye bölmesi
- 3- Köşeden karşısındaki kenara indirilmesi

**Şekil 4.60:** Ö115'in biçimsel açıortay tanımı

Şekil 4.60'ta verilen öğrenci cevabına bakıldığında “bir köşeden başlayıp karşısındaki kenara indirilen...” şeklinde devam eden bir açıklama görülmektedir. Burada kullanılan indirilen kelimesi oldukça dikkat çekicidir. Bu kelime genelde matematik öğretmenleri tarafından yükseklik çizimi için kullanılır. Ö115'in yaptığı tanım öğretmenlerin kullandığı matematiksel terminolojinin öğrenci cevaplarına yansımaları gösteren bir örnek olduğu söylenebilir. Ayrıca Ö115 in genel öğrenci kitlesinin haricinde matematiksel terminolojinin kullanımı konusunda başarılı olduğu da söylenebilir. Şekil 4.61'de parçalı anlama kategorisini temsil eden ve biçimsel açıortay tanımından 2 puan alan bir öğrenci cevabı görülmektedir.

14. Üçgende açıortay kavramını matematiksel olarak tanımlayınız.

Bir açıyı ortadan ekiye bölüp iki eş açılı oluşturur

15. Bir üçgende açıortay çizerken nelere dikkat edersiniz?

Açıyı ortadan ve eşit şekilde bölmesine.

Şekil 4.61: Ö148'in biçimsel açıortay tanımı

Şekil 4.61'de biçimsel açıortay tanımı verilen Ö148 kodlu bu öğrencinin açıyı 2 eş parçaya bölmeyi açıortayın kritik özelliği olarak almakla birlikte köşeden karşısındaki kenara çizilmesi ve doğru parçası olması gerektiğini belirtmediğinden dolayı eksik bir tanım yapmış olduğu görülmektedir. Şekil 4.62'de yanlış anlama kategorisini temsil eden ve biçimsel açıortay tanımından 1 puan alan bir öğrenci cevabı görülmektedir.

14. Üçgende açıortay kavramını matematiksel olarak tanımlayınız.

Açının ortada Bulunup Üçgenin içi bölünür Hacmini Hesaplanır

15. Bir üçgende açıortay çizerken nelere dikkat edersiniz?

Doğru gerde oluşu dikilmesi vs


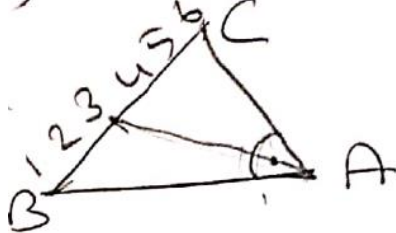
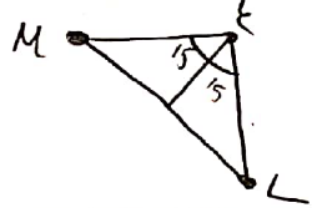

Şekil 4.62: Ö130'un biçimsel açıortay tanımı

Şekil 4.62’de tanımı verilen Ö130 kodlu bu öğrenci açıortay tanımıyla alakasız ifadeler kullandığı ve “dik olması” ifadesini kullandığı için açıortayı yanlış anladığı düşünülmektedir.

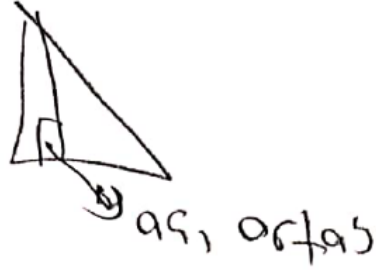

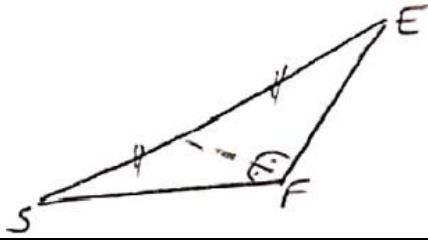
#### **4.11 On Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular**

Bu başlıkta “Ortaokul sekizinci sınıf öğrencileri üçgende açıortayı nasıl çizerler?” alt problemine yönelik bulgulara yer verilecektir. Amaç öğrencilerin açıortay çizimlerinde kritik özellikleri dikkate alıp almadıklarını ve açıortayı farklı üçgenler kullanarak çeşitlendirip çeşitlendirmediklerini ortaya çıkarmaktır. Tablo 4.14’te öğrencilerin yapmış olduğu üçgende açıortaya ait örnek çizimlerinden elde edilen kodlar görülmektedir.

**Tablo 4.14:** Açıortay örneği çizimlerinden elde edilen kodlar

Çizim kodları	Frekans	Yüzde	Açıklamalar	Temalar	Örnekler
Kod 2	8	5,30	Yükseklik doğru çizilmiş fakat çizim araçları kullanılmadığından diklikte küçük bir hata kabul edilir.	Yükseklik	
Kod 3	3	1,99	Kenarortay doğru çizilmiş fakat çizim araçları kullanılmadığından küçük bir hata kabul edilir.	Kenarortay	
Kod 4	100	66,22	Açıortay doğru çizilmiş fakat çizim araçları kullanılmadığından küçük bir hata kabul edilir.	Açıortay	
Kod 6	1	0,66	Üçgenin dışına segmentler çizilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	

**Tablo 4.14** (devam)

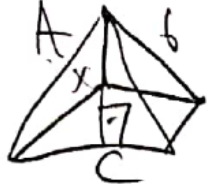


Çizim kodları	Frekans	Yüzde	Açıklamalar	Temalar	Örnekler
Kod 9	1	0,66	Kenardan kenara doğru parçası dik açıyla çizilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 13	1	0,66	Mantık hatası sebebiyle yanlış yükseklik	Yükseklik	
Kod 23	2	1,32	Hem kenarortay hem açıortay olan bir doğru parçası çizilmiş	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	



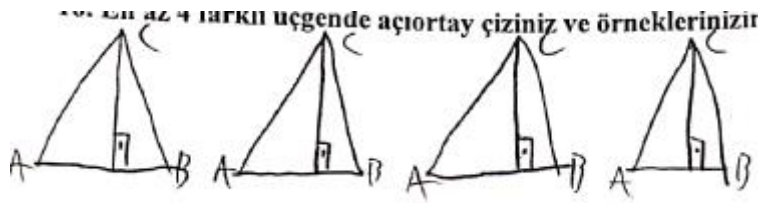
**Tablo 4.14** (devam)

Çizim kodları	Frekans	Yüzde	Açıklamalar	Temalar	Örnekler
Kod 24	62	41,06	Üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara doğru parçası çizilmiş fakat açığı iki eşit parçaya böldüğü belirtilmemiş ya da iki eşit parçaya bölmediği belirtilmiş	Açıortay	
Kod 25	1	0,66	Kenardan kenara çizilen doğru parçası üçgenin bir iç açısını değil kenar üzerindeki 180°'yi mantıksal hata içerecek şekilde eşit olmayan iki parçaya bölmüş.	Açıortay	
Kod 27	1	0,66	Üçgen içinde köşeden başlanıp kenara ulaşmayan ya da kenardan başlanıp köşeye ulaşmayan doğru parçası çizilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 31	7	4,64	Sadece üçgen çizilmiş herhangi bir eleman belirtilmemiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	

**Tablo 4.14** (devam)

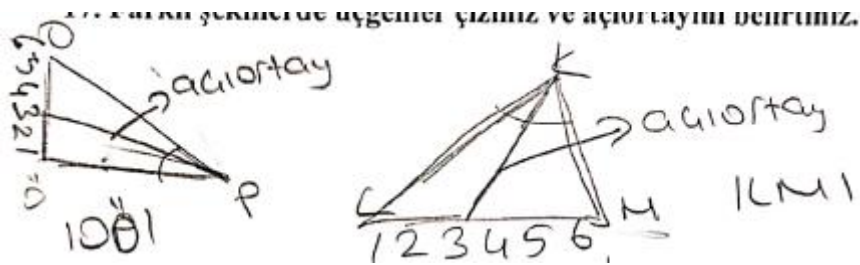
Çizim kodları	Frekans	Yüzde	Açıklamalar	Temalar	Örnekler
Kod 33	1	0,66	Piramit çizilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 34	1	0,66	Üçgenin bir kenarı üzerinde bir nokta belirlenmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 36	2	1,32	Bir üçgen içerisinde birden fazla kod içeren çizimler	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	

Tablo 4.14'te öğrencilerin yaklaşık %66'sının açıortayı doğru çizdiği (kod 4), yaklaşık %41'inin üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara doğru parçası çizdiği fakat açığı iki eşit parçaya böldüğünü belirtilmediği ya da iki eşit parçaya bölmediğini belirttiği (kod 24), 1 öğrencinin mantık hatası sebebiyle yanlış yükseklik çizdiği (kod 13), 1 öğrencinin üçgenin bir iç açısını değil kenar üzerindeki 180°'yi mantıksal hata içerecek şekilde eşit olmayan iki parçaya bölen kenardan kenara bir doğru parçası çizdiği (kod 25), bir öğrencinin üçgenin içinde köşeyle kenarı birleştirmeyen yani tamamlanmayan doğru parçaları çizdiği (kod 27), 1 öğrencinin kenardan kenara doğru parçası çizdiği (kod 10), 1 öğrencinin piramit çizdiği (kod 33), bir öğrencinin üçgenin bir kenarı üzerinde bir nokta belirlediği (kod 34), bir öğrencinin üçgenin dışına segmentler çizdiği görülmektedir. Şekil 4.63'te açıortay yerine yükseklik çizen (kod 2) grubun (N=8) bir temsilcisinin örnekleri görülmektedir.



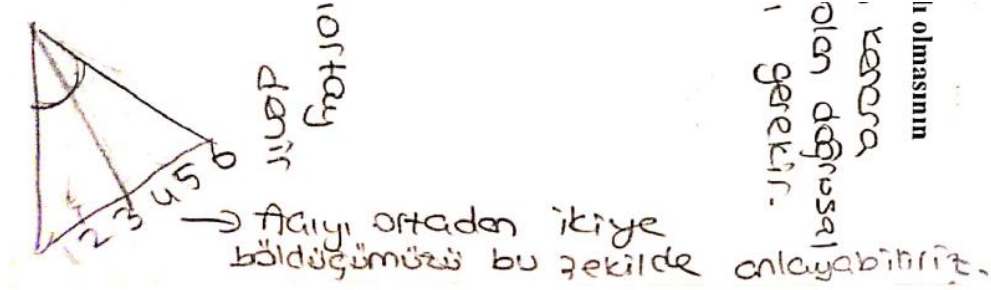
Şekil 4.63: Ö25'in açıortay çizimleri

Şekil 4.63'tekine benzer örnekler çizen öğrencilerin yükseklik ile aç ortayı birbirine karıştırdığı düşünülebilir. Ayrıca Ö25'in kavram imajı belirleme formundaki bütün çizim sorularına ikizkenar veya dar açılı üçgen olarak adlandırılan prototip üçgen çizimleri yaptığı görülmüştür. Şekil 4.64'te açıortay yerine kenarortay çizen (kod 3) öğrenci grubunun (N=3) bir temsilcisi olan Ö49'un örnekleri verilmiştir.



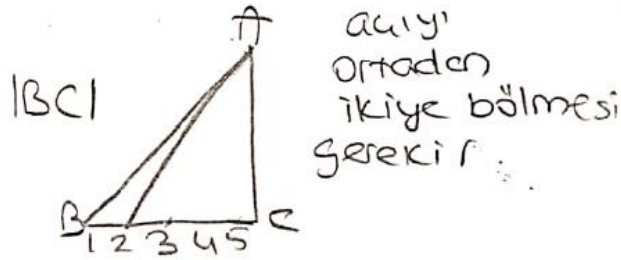
Şekil 4.64: Ö49'un açıortay çizimleri

Ö49 Kodlu bu öğrencinin şekil 4.65'ten daha iyi anlaşılacağı gibi açıortayın açığı ortadan ikiye bölmesi gerektiğini düşündüğü fakat bunu kenarı ortadan ikiye bölerek gösterdiği görülmektedir.



Şekil 4.65: Ö49'un açıortay tanımı

Şekil 4.65'teki örneği çizen aynı öğrenci açıortaya örnek olmayan denildiğinde de şekil 4.66'da görüldüğü gibi "açığı ortadan ikiye bölmesi gerekir" demekle beraber kenarı 2 eşit parçaya bölmediğini göstermiştir.



Şekil 4.66: Ö49'un açıortay olmayan çizimlerinden biri

Şekil 4.64, şekil 4.65 ve şekil 4.66'dan anlaşıldığı üzere Ö49 kodlu bu öğrencinin çizim yaparken açıortayla kenarortayı birbirine karıştırdığı düşünülmektedir. Şekil 4.67'de mantık hatası sebebiyle yanlış yükseklik çizen (kod 13) bir öğrencinin örneği görülmektedir.



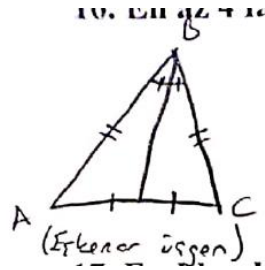
Şekil 4.67: Ö61'in açıortay çizimlerinden biri

Ö61 kodlu öğrenci için açıortay yerine yükseklik çizdiği şekil 4.68’de görülen çizimlerine bakarak söylenebilir fakat bu öğrencinin şekil 4.67’de görülen çizimine bakılacak olursa dik üçgende yüksekliği çizme konusunda zorlandığı da ifade edilmelidir.



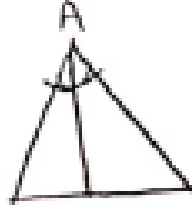
**Şekil 4.68:** Ö61’in açıortay çizimleri

Hatta şekil 4.68’de örnekleri görülen bu öğrencinin kavram imajı belirleme formundaki yaptığı bütün çizimler göz önünde bulundurulduğunda örneklerini çeşitlendirme konusunda başarısız olduğu ve bütün çizimlerinin dar açılı üçgen ya da ikizkenar üçgen olarak adlandırılabilen prototip üçgenlerden oluştuğu, bir üçgende yüksekliğin daima üçgenin içerisinde olması gerektiği gibi bir inanca sahip olduğu da söylenebilir. Şekil 4.69’da hem açıortay hem de kenarortay olan bir doğru parçası çizen (kod 23) grubun (N=2) temsilcilerinden biri olan Ö36’nın örneği görülmektedir.



**Şekil 4.69:** Ö36’nın açıortay çizimlerinden biri

Şekil 4.69’da örneği görülen Ö36’nın çizdiği bu doğru parçasının özel bir duruma hususi olduğunu bildiği çiziminin altına “eşkenar üçgen” yazmasından anlaşılmaktadır. Şekil 4.70’te üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara doğru parçası çizen fakat açığı 2 eşit parçaya böldüğünü belirtmeyen (kod 24) grubun (N=62) bir temsilcisi olan Ö151’in açıortay çizimi görülmektedir.



**Şekil 4.70:** Ö151'in açıortay çizimlerinden biri

Aşağıda Şekil 4.70'te çizimleri görülen Ö151 kodlu öğrencinin klinik mülakat esnasında açıortay tanımı ve açıortay çizimleriyle alakalı söylediklerine yer verilmiştir.

*A: Üçgenin bir veya birden fazla açısının orta noktasından geçen doğru parçası demişsin. Ne anlatmak istedin burada? Matematiksel tanımı açıklar mısın?*

*Ö151: Şekil çizmemi ister misiniz?*

*A: Evet.*

*Ö151: (Şekil 4.70'teki üçgeni çiziyor.) Mesela bu A açısının (Şekil 4.70'teki üçgenin A açısından karşısındaki kenara bir doğru parçası çiziyor.) ortasından geçen bir doğru çekerek bulabiliriz. Ben böyle tanımlamak istedim aslında.*

*A: Açıortay olduğunu nasıl anlamalıyım peki ben bunun?*

*Ö151: Mesela aslında bu yükseklik de olabilirdi ama açının ortasından geldiği için ben bunu kabul ettim.*

*A: Açının ortasından geçtiğini nasıl anlayacağım peki?*

*Ö151: Mesela burada açığı göstermemiş olsaydım ben buraya direkt açısını çizerek onu öğrenebilirdim.*

*A: Tamam hadi bana öğret o zaman.*

*Ö151: Tamam mesela bu sefer de dik üçgen çizeyim. (Şekil 4.71'deki üçgeni çiziyor.) Mesela buradan böyle geldiğinde bulabilirdik hani direkt açısını çizerim ben buradan. (Şekil 4.71'deki üçgenin C köşesinden karşısındaki kenara doğru parçası çiziyor.) Sonra açının ortasından geçiyorsa bunu açıortay kabul edebilirim.*



Şekil 4.71: Ö151'in açığortay çizimlerinden biri

A: Açının ortasından geçtiğini nasıl anlayacağım peki?

Ö151: Açının ortasından geçtiğini o köşenin açısını çizerek bulabiliriz.

A: Şimdi 90 derecenin tam ortasından geçtiğini nasıl anlamam gerekiyor? Sen bunu söyledin sözlü telaffuz ettin ya da bu doğru parçası açının tam ortasından geçiyor demediğin müddetçe yazılı olarak beyan etmediğin sürece ben baktığımda nereye dikkat etmeliyim ki açığortay olduğunu anlayabileyim?

Ö151: Bilmem.

A: Bunu açıklamakta biraz zorlandın sanki değil mi?

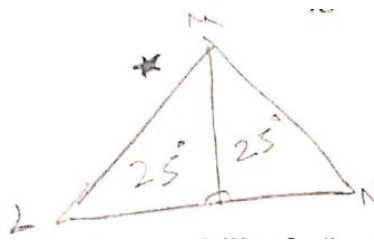
Ö151: Evet.

A Bir şey gelmiyor mu aklına?

Ö151: Yok gelmiyor.

A: Peki.

Ö151 kodlu öğrencinin konuşmalarından anlaşılacağı üzere öğrenci açığortayın açının ortasından geçmesi gerektiğinin bilincinde olup bunu matematiksel bir şekilde ifade etmekte zorlandığı ve matematiksel sembolleri kullanma konusunda başarılı olmadığı görülmektedir. Şekil 4.72'de üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara doğru parçası çizerek kenardaki 180 dereceyi 2 eşit parçaya böldüğünü gösteren 1 öğrencinin çizimine yer verilmiştir.



Şekil 4.72: Ö39'un açığortay çizimlerinden biri

Şekil 4.72’de çizimi görülen öğrencide açıortayın açığı 2 eşit parçaya bölmesi gerektiği düşüncesinin olduğu söylenebilir fakat açılar toplamı 50 derece yaptığı için mantıksal bir hata olduğu ve çizilen doğru parçasının açıortay olmadığı görülmektedir. Ayrıca bu öğrenci için temel geometrik kavramlarla alakalı problemler yaşadığı da düşünülebilir. Şekil 4.73’te üçgenin içinde köşe ile kenarı birleştirmeyen yani tamamlanmayan doğru parçaları çizen bir öğrencinin örneklerine yer verilmiştir.



**Şekil 4.73:** Ö16’nın açıortay çizimleri

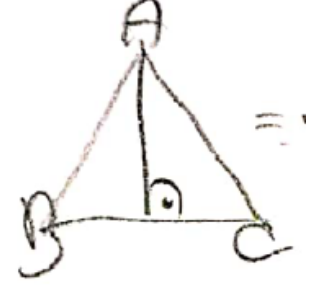
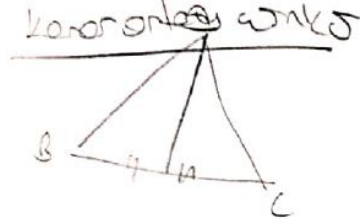
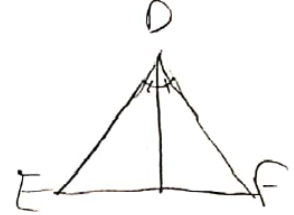
Şekil 4.73’te çizimleri görülen öğrencinin açıortayın hiçbir kritik özelliğini dikkate almadığı görülmektedir.

#### 4.12 On İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular




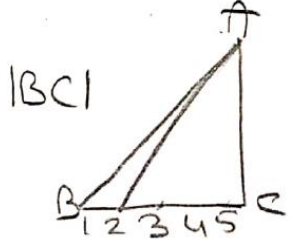
Bu başlıkta “Ortaokul 8. Sınıf öğrencileri üçgende açıortay olmayan çizim örneklerini nasıl gösterirler?” alt problemine ilişkin bulgulara yer verilecektir. Amaç öğrencilerin üçgende açıortay çizerken nelere dikkat ettiklerini ortaya çıkarmaktır. Tablo 4.15’te öğrencilerin yapmış olduğu üçgende açıortay olmayan örnek çizimlerinden elde edilen kodlar görülmektedir



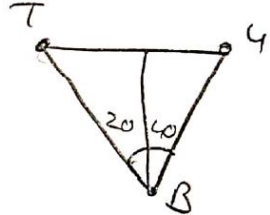
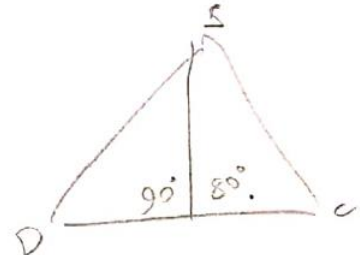
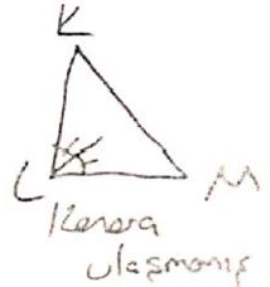

**Tablo 4.15:** Açıortay olmayan örnek çizimlerinden elde edilen kodlar

Kodlar	Frekans	Yüzde	Açıklamalar	Temalar	Örnekler
Kod 1	1	0,66	Cevap yok	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 2	6	3,97	Yükseklik doğru çizilmiş fakat çizim araçları kullanılmadığından diklikte küçük bir hata kabul edilir.	Yükseklik	
Kod 3	5	3,31	Kenarortay doğru çizilmiş fakat çizim araçları kullanılmadığından küçük bir hata kabul edilir.	Kenarortay	
Kod 4	8	5,30	Açıortay doğru çizilmiş fakat çizim araçları kullanılmadığından küçük bir hata kabul edilir.	Açıortay	

**Tablo 4.15** (devam)

Kodlar	Frekans	Yüzde	Açıklamalar	Temalar	Örnekler
Kod 6	2	1,32	Üçgenin dışına segmentler çizilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 8	2	1,32	Üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenar veya uzantısına bir segment çizilmiş fakat dik olduğu belirtilmemiş ya da dik olmadığı belirtilmiş.	Yükseklik	 → Açıortay değil, yükseklik
Kod 10	19	12,58	Kenardan kenara doğru parçası çizilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 14	2	1,32	Üçgenin bir kenarı ile karşısındaki köşe birleştirilmiş fakat kenarı iki eşit parçaya böldüğü belirtilmemiş ya da kenarı iki eşit parçaya bölmediği belirtilmiş.	Kenarortay	





**Tablo 4.15** (devam)

Kodlar	Frekans	Yüzde	Açıklamalar	Temalar	Örnekler
Kod 24	105	69,53	Üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara doğru parçası çizilmiş fakat açığı iki eşit parçaya böldüğü belirtilmemiş	Açıortay	
Kod 25	1	0,66	Kenardan kenara çizilen doğru parçası üçgenin bir iç açısını değil kenar üzerindeki 180°yi mantıksal hata içerecek şekilde eşit olmayan iki parçaya bölmüş.	Açıortay	
Kod 26	2	1,32	Üçgenin bir iç açısına ait açıortay çizilmiş fakat yanlış uzunlukta	Açıortay	
Kod 28	1	0,66	Üçgen olmayan açık şekillerde açığı ortalayan doğru parçası çizilmiş.	Açıortay	

Tablo 4.15 (devam)

Kodlar	Frekans	Yüzde	Açıklamalar	Temalar	Örnekler
Kod 29	1	0,66	Üçgenin bir kenarından diğer kenarına çizilen doğru parçası açının iki eşit parçaya bölünmediğini belirtmiş.	Açıortay	
Kod 30	6	3,97	Üçgen içinde ya da dışında doğrusallık belirtmeyen segmentler çizilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 31	21	13,91	Sadece üçgen çizilmiş herhangi bir eleman belirtilmemiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	

**Tablo 4.15** (devam)

Kodlar	Frekans	Yüzde	Açıklamalar	Temalar	Örnekler
Kod 32	3	1,99	Üçgenin kenarı gösterilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 33	1	0,66	Piramit çizilmiş.	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılabilen kodlar	
Kod 35	1	0,66	Üçgen içindeki bir kenardan diğer kenara doğru parçası çizilmiş ve bir kenar üzerindeki 180°lik açı iki eşit parçaya bölünmüş.	Açıortay	
Kod 36	3	1,99	Bir üçgen içerisinde birden fazla kod içeren çizimler	Yükseklik, kenarortay ve açıortay için ortak kullanılan kodlar	

Tablo 4.15’te öğrencilerin yaklaşık %70’inin üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara doğru parçası çizdiği fakat açığı iki eşit parçaya böldüğünü belirtmediği ya da açığı iki eşit parçaya bölmediğini belirttiği (kod 24), yaklaşık %14’ünün sadece üçgen çizdiği, 1 öğrencinin üçgen olmayan açık şekillerde açığı ortalayan doğru parçası çizdiği, 1 öğrencinin üçgenin bir kenarından diğer kenarına açının iki eşit parçaya bölünmediğini belirten bir doğru parçası çizdiği, 1 öğrencinin cevap vermediği, 1 öğrencinin üçgenin bir iç açısını değil kenar üzerindeki 180°’yi mantıksal hata içerecek şekilde eşit olmayan iki parçaya bölen kenardan kenara bir doğru parçası çizdiği, 1 öğrencinin köşe ile kenarı birleştirmeyen yani tamamlanmayan doğru parçaları çizdiği, 1 öğrencinin piramit çizdiği, 1 öğrencinin üçgenin içindeki bir kenardan diğer kenara doğru parçası çizdiği ve bir kenar üzerindeki 180°’lik açığı iki eşit parçaya böldüğü, 1 öğrencinin yanlış uzunlukta bir açıortay çizdiği görülmektedir.

Şekil 4.74’te üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara doğru parçası çizen fakat açığı iki eşit parçaya böldüğünü belirtmeyen ya da iki eşit parçaya bölmediğini belirten (kod 24) grubun (N=105) temsilcilerinden biri olan Ö148’in açıortay olmayan çizim örnekleri görülmektedir.



**Şekil 4.74:** Ö148'in açıortay olmayan çizimleri

Aşağıda Ö148 kodlu öğrencinin şekil 4.74'teki çizimleri ile alakalı klinik mülakat esnasındaki çizimlerine yer verilmiştir.

*A: Bunlar neden açıortay değil?*

*Ö148: Çünkü açığı tam ortadan ikiye bölmüyorlar.*

Ö148 kodlu öğrencinin söylediklerine dayanarak bu öğrencinin açıortayın açığı 2 eşit parçaya bölme kritik özelliğini esas aldığı ve bu kritik özelliğin yoksunluğunda da çizilen doğru parçasının açıortay olmayacağını bildiği söylenebilir. Şekil 4.75'te üçgenin bir

köşesinden karşısındaki kenara doğru parçası çizen fakat açığı iki eşit parçaya böldüğünü belirtmeyen ya da iki eşit parçaya bölmediğini belirten (kod 24) grubun (N=105) temsilcilerinden başka biri olan Ö146'nın açığortay olmayan çizim örnekleri görülmektedir.



**Şekil 4.75:** Ö146'nın açığortay olmayan çizimlerinden biri

Aşağıda şekil 4.75'te çizimi görülen Ö146 kodlu öğrencinin klinik mülakat esnasında açığortay olmayan çizimleriyle alakalı yaptığı açıklama verilmiştir.

*A: Burada açığortay olmadığını nasıl anlayabiliriz bunun? Açığortay olmayan örnekler çizin demiş ya...*

*Ö146: Eşit bölmemesinden...*

*A: Sen burada eşit bölmüştün sanki...*

*Ö146: Ben yine olan anlamışım.*

*A: Olan anlamışsın. Peki olmayan deseydi nasıl çizerdin?*

*Ö146: Mesela 50'ye 40*

*A: Tamam çizerek gösterir misin?*

*Ö146: (Şekil 4.75'teki üçgeni çiziyor ve dik açığı 50 ve 40 olmak üzere iki farklı ölçüde açığortay ayırıyor.)*

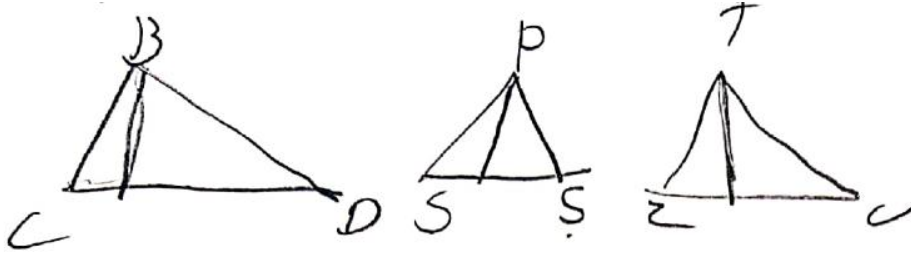
Ö146 kodlu bu öğrenci başlangıçta soruyu açığortay çizmesi gerektiğini anlayarak yani yanlış anlamasından kaynaklı olarak açığortay çizmiş ve bunu konuşma esnasında fark ettikten sonra çizimi ile nasıl açığortay olmadığını göstermiştir. Bu öğrenci de tıpkı Ö148 gibi açığortay çiziminde açının 2 eşit parçaya bölünmesi gerektiğini kritik özellik olarak almış ve bu kritik özelliği yoksunluğunu da açığortay olmayan çizimi olarak ifade etmiştir. Ayrıca şekil 4.75'te açığortay olmayan örneği görülen öğrencinin üçgen çizimi konusunda problemler yaşadığı da eklenmelidir. Şekil 4.76'da kenardan kenara doğru parçası çizen (kod 10) grubun (N=18) temsilcilerinden biri olan Ö7'nin çizimleri görülmektedir.

nedenlerini yazınız



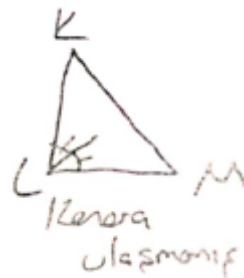
Şekil 4.76: Ö7'nin açıortay olmayan çizimleri

Şekil 4.76'da çizimleri görülen Ö7 kodlu öğrencinin kenardan kenara doğru parçası çizerek açıortayın köşeden karşısındaki kenara çizilme kritik özelliğini yok sayarak yaptığı çizimlerin açıortay olmadığını iddia ettiği düşünülmektedir. Aşağıda şekil 4.77'de Ö7 kodlu aynı öğrencinin açıortay çizimlerine yer verilmiştir.



Şekil 4.77: Ö7'nin açıortay çizimleri

Aynı öğrencinin açıortay çizimlerini de şekil 4.77'de görüldüğü gibi açıların 2 eşit parçaya bölündüğünü belirtmeden üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara doğru çizerek yapması, açıortayın köşeden karşısındaki kenara çizilme kritik özelliğini yok sayarak yaptığı çizimlerin açıortay olmadığını iddia ettiği düşüncesini güçlendirmektedir. Şekil 4.78'de yanlış uzunlukta açıortay çizen (kod 26) bir öğrencinin örneği görülmektedir.

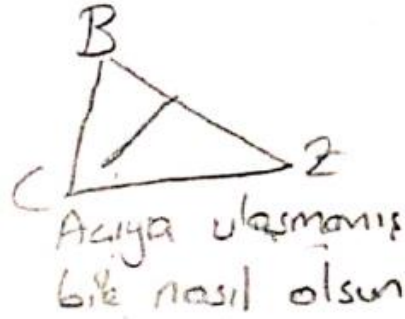


Şekil 4.78: Ö103'ün açıortay olmayan çizimlerinden biri

Şekil 4.78'de çizimi görülen Ö103 kodlu bu öğrencinin açıortayı üçgenin bir köşesiyle karşısındaki kenarı birleştirmesi gereken bir doğru parçası olduğunu ve bu özelliğin



yoksunluğu durumunda ise bunun açıortay olmayan örneği olduğunu bildiği düşünülmektedir. Şekil 4.79’da üçgenin içinde köşe ile kenarın birleştirilmediği, tamamlanmayan doğru parçaları çizen (kod 27) bir öğrencinin örneğine yer verilmiştir.



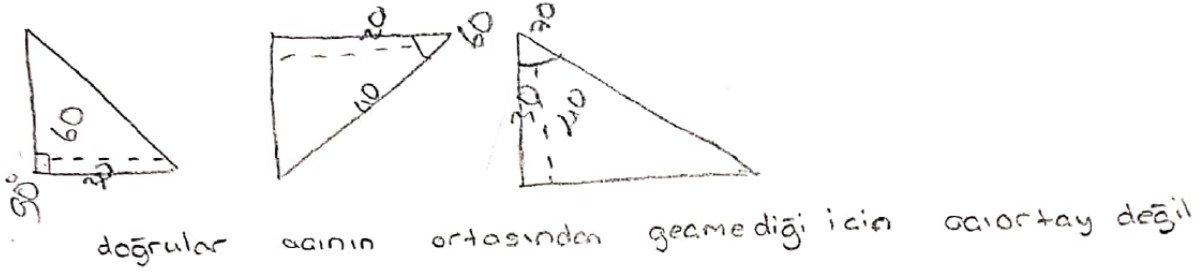
**Şekil 4.79:** Ö103’ün açıortay olmayan çizimlerinden biri

Ö103 kodlu bu öğrenci şekil 4.78’deki ve şekil 4.79’daki çizimleri açıortay olmayan örnekler kategorisi içerisinde yapmıştır. Şekil 4.78’deki örneği yanlış uzunlukta çizilen açıortay olarak kodlanmıştır çünkü açının iki eşit parçaya ayrıldığı gösterilmektedir. Ancak şekil 4.79’daki örneği üçgenin içinde köşe ile kenarın birleştirilmediği, tamamlanmayan doğru parçaları olarak kodlanmıştır çünkü açının iki eşit parçaya bölüldüğü belirtilmemiş. Şekil 4.80’de üçgen olmayan açık şekillerde bir iç açının açıortayını çizen bir öğrencinin çizimine yer verilmiştir.



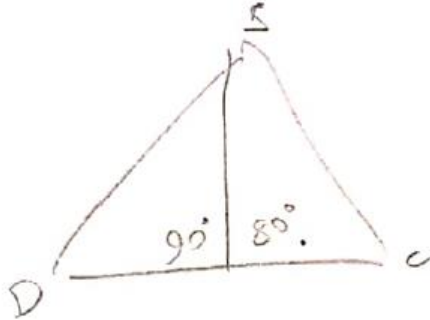
**Şekil 4.80:** Ö139’ün açıortay olmayan çizimleri

Şekil 4.80’de çizimleri görülen Ö139 kodlu öğrencinin üçgen de açı ortağı olmayan denildiğinde üçgen olmayan açık şekillerin aklına geldiği söylenebilir. Şekil 4.81’de kenardan kenara doğru parçası çizen ve bu çizdiği doğru parçasının açığı 2 eşit parçaya bölmediğini belirten bir öğrencinin örneğine yer verilmiştir.



**Şekil 4.81:** Ö150'nin açıortay olmayan çizimleri

Şekil 4.81'de çizimleri görülen Ö150 kodlu bu öğrenci çizimlerinde çizilen bir doğru parçasının açıortay olması için açığı 2 eşit parçaya bölmeye çalışmış ve yazdığı "doğrular açının ortasından geçmediği için açıortay değil" açıklamasıyla da göstermekle beraber üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara çizilmesi gerektiğini gösterememiş ve çizimlerine bunu yansıtamamıştır. Şekil 4.82'de kenardan kenara bir doğru parçası çizen ve bu doğru parçasının açığı değil kenar üzerindeki 180 dereceyi mantıksal hata içerecek şekilde eşit olmayan 2 parçaya ayıran (kod 25) bir öğrencinin örneğine yer verilmiştir.



**Şekil 4.82:** Ö139'un açıortay olmayan çizimleri

Şekil 4.82'de çizimi görülen öğrencinin parçalara ayırdığı açı doğrusal açı olmakla birlikte  $90^\circ$  ve  $80^\circ$ 'nin toplamı  $170^\circ$  yapmaktadır. Bu çizimden yola çıkılarak öğrencinin temel geometrik kavramlar olan açılarla alakalı sorun yaşadığı söylenebilir.

Şekil 4.83'te üçgenin bir kenarı ile karşısındaki köşe birleştiren fakat kenarı iki eşit parçaya böldüğünü belirtmeyen ya da kenarı iki eşit parçaya bölmediğini belirten bir öğrencinin çizimine yer verilmiştir. Bu öğrencinin açıortay olmayan örneği olarak kenarortay çizdiği fakat bu doğru parçasının kenarları iki eşit parçaya böldüğünü belirtmediği görülmektedir.



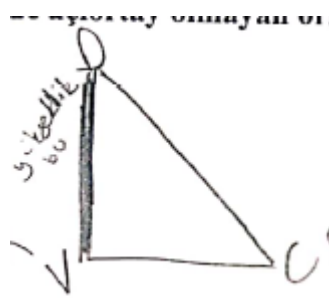
**Şekil 4.83:** Ö49'un açıortay olmayan çizimleri

Ö49 kodlu öğrencinin şekil 4.84'teki kenarortay çizimlerine bakıldığında da çizilen doğru parçasının kenarı iki eşit parçaya böldüğünü belirtmediği görülmüştür.



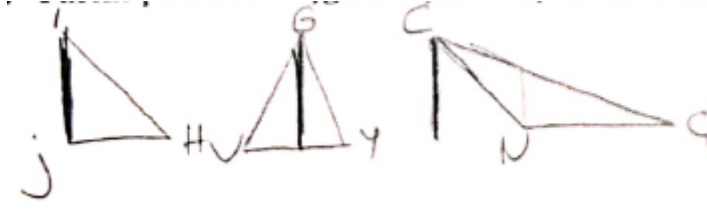
**Şekil 4.84:** Ö49'un kenarortay çizimleri

Şekil 4.84'te kenarortay çizimleri görülen bu öğrencinin açıortay olmayan denildiğinde aklına kenarortay geldiği ve kenarortay çizerken de matematiksel sembollerin kullanımı konusunda eksik olduğu söylenebilir. Şekil 4.85'te açıortay olmayan çizimi görülen öğrencinin yükseklik çizdiği (kod 8) fakat yüksekliğin diklik işaretini belirtmediği (kod 8) görülmektedir.



**Şekil 4.85:** Ö120'nin açıortay olmayan çizimleri

Şekil 4.85'te çizimi görülen bu öğrencinin açıortay olmayan denildiğinde üçgenin diğer bir yardımcı elemanı olan yüksekliğin aklına geldiği söylenebilir. Şekil 4.86'da Ö120 kodlu aynı öğrencinin yükseklik çizimleri görülmektedir.



**Şekil 4.86:** Ö120'nin yükseklik çizimleri

Fakat Ö120 kodlu aynı öğrencinin şekil 4.86'daki yükseklik çizimleri incelendiğinde de diklik işaretini belirtmediği görülmektedir. Bu öğrenci için matematiksel sembollerin kullanımı konusunda sorun yaşadığı söylenebilir.

## 5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmadaki temel amaç ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgen de yükseklik kenarortay ve açıortay kavramına yönelik kavram imajlarını ortaya çıkarmaktır. Öğrencilerin üçgende yükseklik, kenarortay ve açıortay kavramı denildiğinde akıllarına nelerin geldiği, öğrencilerin bu kavramın örnek çizimlerini ve örnek olmayan çizimlerini nasıl yaptıkları araştırılmıştır.

Bu bölümde alt problem cümleleriyle ilgili sonuçlar detaylı bir şekilde açıklanacak, yorum yapılacak, literatürden kaynaklarla beslenerek tartışılacaktır ve çeşitli önerilerde bulunulacaktır.

### 5.1 Çalışmanın Birinci, Beşinci ve Dokuzuncu Alt Problemiyle İlgili Sonuçlar ve Tartışma

Bu başlıkta üçgende yükseklik kenarortay ve açıortay kavramının öğrencilerin zihninde neler çağrıştırdığına yönelik sonuçlar birbiriyle ilişkilendirilerek sunulacaktır. Analiz sonucunda üçgenin özellikleri-elemanları-çeşitleri(\*), günlük hayat(\*), yüksekliği tanımlamaya yönelik ifadeler, açıortayı tanımlamaya yönelik ifadeler, kenarortayı tanımlamaya yönelik ifadeler, teorem(\*), diğer şekiller(\*), konu alanları(\*), diğer, yükseklik çizimi (görsel tanım), açıortay çizimi (görsel tanım), kenarortay çizimi (görsel tanım) hem yükseklik hem kenarortay tanımlamaya yönelik ifadeler, hem kenarortay hem açıortayı tanımlamaya yönelik ifadeler, hem açıortay hem yüksekliği tanımlamaya yönelik ifadeler, hem yükseklik hem kenarortay çizimi (görsel tanım) olmak üzere toplamda 16 ayrı kategori oluşmuştur. Yanlarında (\*) işareti olan kategoriler Keşan, Erkuş ve Coşar (2017)'nin öğrencilerin üçgen kavramına yönelik kavram imajlarını araştırdığı çalışmasında kategoriler ile ortaktır. Arda kalan kategoriler ise bu çalışmaya özgüdür.

Her 3 yardımcı eleman için de en çok çağrışım yapan ilk kategori tanımlamaya yönelik ifadelerden oluşmuştur yani yükseklik kavramı için en çok çağrışım yapan ilk kategori yüksekliği tanımlamaya yönelik ifadeler, kenarortay kavramı için en çok çağrışım yapan ilk kategori kenarortayı tanımlamaya yönelik ifadeler ve açıortay kavramı için en çok çağrışım yapan ilk kategori açıortayı tanımlamaya yönelik ifadelerden oluşmuştur. Açıortay ve kenarortay kavramı için öğrencilerin yaklaşık %74'ünün en sık tekrar ettikleri kategorinin bu kavramları tanımlamaya yönelik ifadelerden oluştuğu, yükseklik kavramı içinse öğrencilerin yaklaşık %40'ının en sık tekrar ettikleri kategorinin bu kavramı

tanımlamaya yönelik ifadelerden oluştuğunu söylemek mümkündür. Bunun da bize öğrencilerin kavramları daha çok kavramların tanımı ile ilişkilendirdiklerini gösterdiği söylenebilir. Kenarortay ve açıortay kavramıyla alakalı en çok çağrışım yapan ikinci kategorinin ise diğer olduğu, en çok çağrışım yapan üçüncü kategorinin ise üçgenin elemanları-özellikleri ve çeşitleri kategorisi olduğu görülmüştür. Yükseklik kavramı için bu durum en çok çağrışım yapan ikinci kategorinin üçgenin elemanları özellikleri ve çeşitleri olmasıyla farklılık göstermektedir. Elde edilen bu bulgular ile olumlu ya da olumsuz bağlantısı olan ilköğretim ve ortaöğretim düzeyinde öğrencilerle yapılan çalışmalara rastlanılmamıştır.

Yükseklik kavramı için bir kişi dışında diğer yardımcı elemanları tanımlamaya yönelik ifadeleri çağrıştırdığını söyleyen öğrenci olmamıştır. Fakat açıortay ve kenarortay kavramı için durum biraz farklıdır. Kenarortay kavramı için 5 öğrenci hem yükseklik hem kenarortayı tanımlamaya yönelik ifadeleri, 2 öğrenci hem kenarortay hem açıortayı tanımlamaya yönelik ifadeleri, 1 öğrenci yüksekliği tanımlamaya yönelik ifadeleri ve 1 öğrenci de hem yükseklik hem kenarortayın görsel tanımını çağrıştırdığını belirtmiştir. Açıortay kavramı için 4 kişi hem kenarortay hem yüksekliği tanımlamaya yönelik ifadeleri, 1 öğrenci yüksekliği tanımlama yönelik ifadeleri, 2 öğrenci de yüksekliğin görsel tanımını çağrıştırdığını belirtmiştir. Bu sonuçlar ışığında diğer yardımcı elemanlarla en az ilişkilendirilen kavramın yükseklik olduğu ve diğer yardımcı elemanlarla en fazla ilişkilendirilen kavramın ise kenarortay olduğu eklenebilir. Aşağıdaki tablo 5.1’de birden fazla yardımcı elemanı içeren kategoriler ve frekanslara göre dağılımı gösterilmektedir.

**Tablo 5.3:** Birden fazla yardımcı elemanı içeren kategoriler ve frekansları

Kategoriler	Frekans
Hem yükseklik hem kenarortayı tanımlamaya yönelik ifadeler (kenarortay imajından)	5
Hem kenarortayı hem yüksekliği tanımlamaya yönelik ifadeler (açıortay imajından)	4
Hem kenarortayı hem açıortayı tanımlamaya yönelik ifadeler (kenarortay imajından)	2
Hem yükseklik hem kenarortay görsel tanım (kenarortay imajından)	1

Tablo 5.1’de belirtildiği üzere yukarıdaki kategorilerin hangi kavramın çağrışımları sonucu ortaya çıktığından bağımsız yükseklik ve kenarortayın diğer yardımcı elemanların bileşimlerine göre daha çok birlikte anıldığı görülmektedir. Daha önce üçgenin 3 yardımcı elemanını da birlikte inceleyen bir çalışmaya rastlanılmadığı için bu sonuçlar ile alakalı olumlu ya da olumsuz açıdan literatür ile bağlantı kurulamamıştır.

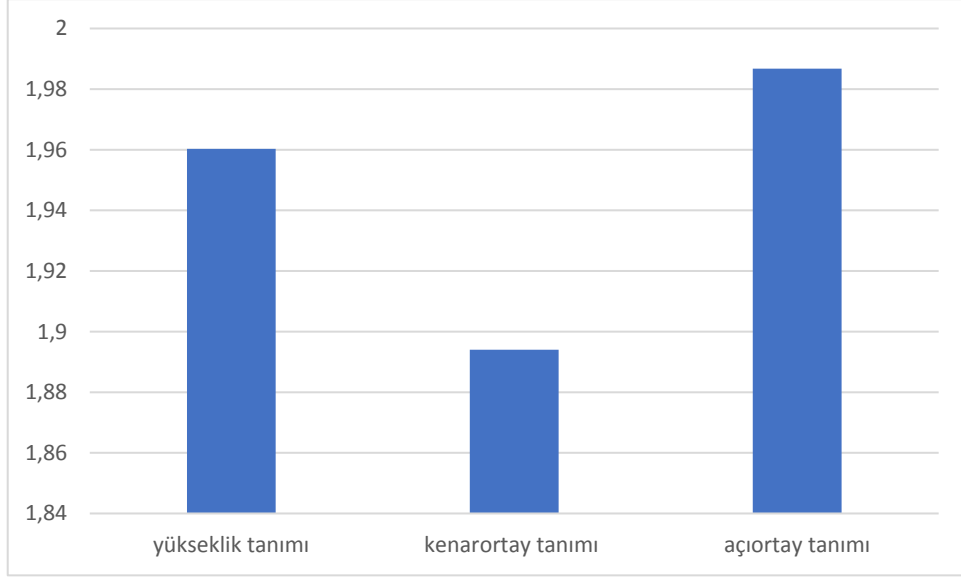
## 5.2 Çalışmanın İkinci, Altıncı ve Onuncu Alt Problemiyle İlgili Sonuçlar ve Tartışma

Bu başlıkta öğrencilerin üçgende yükseklik, kenarortay ve açıortay tanımı yapma konusundaki başarı düzeyleriyle alakalı bulgular birleştirilerek ve birbiriyle ilişkilendirilerek sunulacaktır. Tablo 5.2’ de biçimsel tanım puanlarının üçgenin yardımcı elemanlarına göre yüzde ve frekans dağılımları verilmiştir.

**Tablo 5.4:** Biçimsel tanım puanlarının üçgenin yardımcı elemanlarına göre yüzde ve frekans dağılımı

Yükseklik tanımı			Kenarortay tanımı			Açıortay tanımı		
Puan	Frekans	Yüzde	Puan	Frekans	Yüzde	Puan	Frekans	Yüzde
0 puan	0	0	0 puan	0	0	0 puan	0	0
1 puan	34	22,52	1 puan	32	21,19	1 puan	22	14,57
2 puan	71	47,02	2 puan	98	64,90	2 puan	95	62,91
3 puan	46	30,46	3 puan	21	13,91	3 puan	34	22,52

Tablo 5.2 incelendiğinde eksiksiz tanım yapan öğrenci yüzdesinin en fazla yükseklik tanımında olduğu görülmesine rağmen ortalama puanın açıortay tanımında en yüksek olduğu görülmüştür. Kendi içinde kıyaslayacak olursak eksiksiz tanım yapan öğrenci yüzdesi yükseklik tanımı, açıortay tanımı ve kenarortay tanımı şeklinde azalmaktadır. Kısmi tanım yapan öğrenci yüzdesi kenarortay tanımı, açıortay tanımı ve yükseklik tanımı şeklinde azalmaktadır. Yanlış tanım yapan öğrenci yüzdesi yükseklik tanımı, kenarortay tanımı ve açıortay tanımı şeklinde azalmaktadır. Şekil 5.1 Üçgenin yardımcı elemanlarının biçimsel tanımlarından alınan ortalama puanları göstermektedir.



**Şekil 5.2:** Üçgenin yardımcı elemanlarının biçimsel tanımlarından alınan ortalama puanlar

Şekil 5.1 incelendiğinde en yüksek ortalama başarı puanının oldukça az bir farkla açıortay tanımına, en düşük ortalama başarı puanının ise kenarortay tanımına ait olduğu görülmektedir. Puanlar yuvarlandığında öğrencilerin yükseklik, kenarortay ve açıortay tanımları için 2 puan aldıkları, parçalı anlamaya sahip oldukları, tanım yaparken tüm kritik özellikleri kullanmadıkları söylenebilir. Bu sonuçlar yeterli tanım yapma konusunda olumsuz görüş bildiren 8. Sınıflar ile yapılan Bayram ve Duatepe-Paksu (2018), Gürefe ve Gültekin (2016), 9,10 ve 11. sınıflar ile yapılan Fischbein ve Nachlieli (1998)'in çalışması ile paralellik taşımaktadır.

Tanımları yaparken bazı öğrencilerin yüksekliğin; doğru parçası olduğunu belirtmediği, doğru parçası yerine çizgi, doğru, hayali çizgi, yer, uzunluk, mesafe, uzaklık gibi kelimeler kullandıkları tespit edilmiştir. Benzer şekilde Gürefe ve Gültekin (2016)'da öğrencilerin yükseklik kavramı için dikey yer, kenar, doğru, ölçü, çizgi, dikme, uzunluk, uzaklık gibi kelimeleri kullandıklarını aktarmıştır. Bazı öğrencilerin yüksekliğin dik açıyla çizilmesi gerektiğini belirtmediği, bazılarının da üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara çizilmesi gerektiğini belirtmediği görülmüştür. Tam anlamıyla 3 puan alan ve kritik özellikleri içine alarak doğru tanım yapan öğrenci sayısı tüm öğrencilerin yaklaşık %30'udur. Bu sonuçlara olumlu ya da olumsuz görüş bildirecek çalışmaya rastlanmamıştır.

Tanımları yaparken bazı öğrencilerin kenarortayın; doğru parçası olduğunu belirtmediği, bazılarının kenarı böldüğünü belirttiği ama eşit iki parçaya böldüğünü belirtmediği,



bazılarının iki parçaya böldüğünü belirttiği ama bu parçaların eşit olduğunu belirtmediği, bazılarının eşit parçalara böldüğünü belirttiği ama bu parçaların sayısının 2 olduğunu belirtmediği, bazılarının da üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara çizilmesi gerektiğini belirtmediği görülmüştür. Ayrıca özellikle kenarortay için “dik ortalamak”, “dikme indirmek” ya da “dik çizmek” ifadelerinin az sayıda öğrencide de olsa görüldüğü dikkat çekmiştir. Kenar orta dikme kavramının sekizinci sınıf müfredatında değil de dokuzuncu sınıf müfredatında yer almasına rağmen öğrencilerin bunu tanımlamış olması şaşırtıcı bulgulardır. Kenarortay kavramına ait ortalama biçimsel tanım puanının diğer kavramlara nazaran daha düşük olması da bu durumla ilişkilendirilmektedir ve 5.1 çalışmanın birinci, beşinci ve dokuzuncu alt problemiyle ilgili sonuçlar alt başlığı altında verilen tablo 5.1’de görüldüğü gibi hem yükseklik hem kenarortayı tanımlamaya yönelik ifadelerin ve çizimin diğer yardımcı elemanların bileşimlerinden oluşan kategorilere nazaran daha çok öğrenci tarafından tekrar edilmesi kenarortay kavramıyla yükseklik kavramının öğrenciler tarafından daha çok birbiriyle ilişkilendirildiğini göstermektedir. Böylece tanım sorularından elde edilen verilerin imaj sorularından elde edilen verileri de desteklediği de görülmektedir. Elde edilen bu sonuçlar çalışmaya özgüdür.

Tanımları yaparken bazı öğrencilerin açıortayın; doğru parçası olduğunu belirtmediği, bazılarının açığı böldüğünü belirttiği ama eşit iki parçaya böldüğünü belirtmediği, bazılarının iki parçaya böldüğünü belirttiği ama bu parçaların eşit olduğunu belirtmediği, bazılarının eşit parçalara böldüğünü belirttiği ama bu parçaların sayısının iki olduğunu belirtmediği, bazılarının da üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara çizilmesi gerektiğini belirtmediği görülmüştür. Tam anlamıyla tüm kritik özellikleri içine alarak doğru tanım yapan öğrenci sayısı tüm öğrencilerin yaklaşık %23’üdür. Elde edilen bu sonuçlar çalışmaya özgüdür.

Her 3 kavrama ait tanımlar genelinde öğrencilerin tanım yapmak, kritik özellikleri ayırt etme konusunda başarısız oldukları söylenebilir. Bu sonuçlar farklı geometrik kavramların tanımlarını yapma konusunda başarısızlık tespit edilen diğer çalışmalarla örtüşmektedir (Bayram ve Duatepe-Paksu, 2018; Fischbein ve Nachlieli,1998; Gürefe ve Gültekin, 2016; Hershkowitz, 1989).

Elde edilen bu sonuç bu çalışmaya özgü olmakla birlikte tüm tanımlar genelinde matematiksel terminolojinin kullanımı konusunda öğrencilerin başarısız oldukları

kaydedilmiştir. Özellikle yükseklik ve kenarortay tanımında az sayıda öğrencinin “indirilen” kelimesini kullanması da öğretmenlerin kullandıkları kelimelerin ve yaptıkları tanımların öğrencilerin anlayışlarına yansımaları göstermektedir. Ayrıca bu bulgular günlük dilin matematiksel bağlamda kullanılmasının kavram yanlışlarının sebep olabileceğini belirten Ay ve Başbay (2017)’nin çalışmasını destekleyici yönde katkı sunmaktadır.

### **5.3 Çalışmanın Üçüncü ve Dördüncü Alt Problemiyle İlgili Sonuçlar ve Tartışma**

Bu başlıkta öğrencilerin üçgende yükseklik örnek çizimleri ve yükseklik olmayan örnek çizimleri ile alakalı toplanan veriler birbiriyle ilişkilendirilerek sunulacaktır. Birçok öğrencinin üçgende yüksekliği çizim araçlarının eksikliğinden kaynaklanan hataların dışında doğru çizdiği, bazı öğrencilerin ise yükseklik örneği çizerken tabana dik olma şartını belirtmediği görülmüştür. Bazı öğrencilerin üçgende yükseklik olmayan örneği çizerken üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara doğru parçası çizdiği ve çizilen bir doğru parçasının dikliğini belirtmediği görülmüştür. Bu bulgular bize öğrencilerin yükseklik çiziminde en çok dik olma özelliğine dikkat ettiklerini ve bu özelliğin yoksunluğunda da çizilen doğru parçasının yükseklik olamayacağını düşündüklerini göstermektedir. Bazı öğrencilerin bu soru için sadece üçgen çizme, üçgenin kenarını ok işareti kullanarak gösterme ve 1 öğrencinin üçgenin dışına dik olup olmadığı belirtilmeyen segmentler çizme gibi yükseklik kavramı ile oldukça ilgisiz çizimler yaptıkları görülmüştür. Yükseklik örneği olarak üçgenin dışında hiçbir kenarı veya uzantısını karşılamayacak şekilde diklikler oluşturan 5 öğrencinin diklik şartını dikkate alırken yüksekliği bir kenar veya uzantısı ile birleştirme şartını önemsemediği görülmüştür. Yükseklik olmayan örneği olarak üçgenin dışında hiçbir kenarı veya uzantısını karşılamayacak şekilde diktikleri oluşturan 15 öğrencinin ise dikliğin bir kenar veya uzantısını karşılaması gerektiğini bildikleri ve bu durumun yokluğunda da çizilen doğru parçasının yükseklik olamayacağını düşündükleri söylenebilir. Yükseklik örneklerinde yanlış uzunlukta bir yükseklik çizen 3 öğrencinin yüksekliğin köşeyle karşısındaki kenar arasında bir doğru parçası olması gerektiğini dikkate almadığı söylenebilir. Yükseklik olmayan örneklerinde ise yanlış uzunlukta yükseklik çizen 1 öğrencinin yüksekliğin üçgenin bir köşesiyle karşısındaki kenar arasında bir doğru parçası olması gerektiğini bildiği ve bunun olmadığı durumda da yükseklik olmayan örneği olacağını düşündüğü söylenebilir. 14 öğrencinin yükseklik örnekleri için 35 öğrencinin de yükseklik olmayan örnekleri için sadece üçgen çizdikleri, 10 öğrencinin yükseklik örnekleri için 6 öğrencinin

de yükseklik olmayan örnekleri için üçgenin bir kenarını gösterdiği tespit edilmiştir. Yükseklik olmayan örneklerinde 2 öğrencinin kenarortay ve 2 öğrencinin açıortay çizmesiyle bu öğrencilerin yükseklik olmayan denildiğinde akıllarına üçgenin diğer yardımcı elemanları olan kenarortay ve açıortayın geldiğini söylemek mümkündür. Yükseklik olmayan örneklerinde ikinci en sık kullanılan kategorinin ise kenardan kenara doğru parçası çizmek olduğu görülmüş olup yüksekliğin üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara çizilmesinin öğrencilerin en çok önem verdikleri ikinci şart olduğu söylenebilir. Üçgenin içinde ya da dışında doğrusallık belirtmeyen segmentler çizen 5 öğrenciyi ve üçgen olmayan açık şekillerde diklik gösteren bir öğrenci de yükseklik olmayan örnekleri çizmiştir. Üçgen olmayan açık şekillerde diklik gösteren bir öğrencinin ise üçgende yüksekliğe örnek olmayan denildiğinde aklına üçgen olmayan şekillerin geldiği söylenebilir. Bir öğrencinin yükseklik olmayan örneği olarak üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara doğru parçası çizdiği fakat kenar üzerindeki  $180^\circ$ 'yi iki eşit parçaya bölmediği belirtilmiştir. Bu öğrencinin açılarının dik ve birbirine eşit olmadığını belirtmek istediği yani diklik şartının onun için en önemli kritik özellik olduğu düşünülebilir. Yükseklik olmayan örneği olarak bir öğrencinin köşeden kenara doğru parçası çizdiği ama dikliği başlangıç noktası olan köşede gösterdiği ve bir öğrencinin açılarla alakalı bir mantık hatası sebebiyle yanlış yükseklik çizdiği görülmüştür. 3 öğrencinin yükseklik olmayan örneklerinde kenardan kenara dik doğru parçası yani kenar orta dikme çizmesine mukabil bu 3 öğrencinin yüksekliğin köşeden karşısındaki kenara çizilmesi gerektiğine dikkat ettiği ve bunun aksi durumlarda çizilen doğru parçasının yükseklik olmadığını düşündüğü söylenebilir. Genel olarak öğrencilerin çoğunluğunun doğru yükseklik çizimleri yaptıkları ve yükseklik olmayan örneklerde baskın kategorinin ise üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara çizilen doğru parçasının dikliğini belirtmemek olduğu gözlemlenmiştir. Elde edilen bu sonuçlar çalışmaya özgüdür.

Yükseklik örneklerinde üçgenin bir kenarı ile diğer bir kenarını  $90^\circ$ 'lik açıyla birleştiren 2 öğrencinin yüksekliğin üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara çizilmesi gerektiğini göz ardı ettiği görülerek Fischbein ve Nachlieli (1998) de benzer sonuçlara ulaşmıştır.

#### **5.4 Çalışmanın Yedinci ve Sekizinci Alt Problemiyle İlgili Sonuçlar ve Tartışma**

Bu başlıkta öğrencilerin üçgende kenarortay örnek çizimleri ve kenarortay olmayan örnek çizimleri ile alakalı toplanan veriler birbiriyle ilişkilendirilerek sunulacaktır. Öğrencilerin yaklaşık %60'ı kenarortayı doğru çizmiştir. Neredeyse öğrencilerin %36'sının kenarortay

çizimlerinde, %66'sının kenarortay olmayan çizimlerinde üçgenin bir köşesiyle karşısındaki kenarı birleştiren bir doğru parçası çizdiği ancak kenarı iki eşit parçaya böldüğünü belirtmediği görülmüştür. Öğrencilerin kenarortay olmayan çizimleri dikkate alınarak çoğunluk için kenarortayın en önemli şartının kenarı iki eşit parçaya bölmek olduğu ve kenarortay olmayan örnek denildiğinde ilk düşündükleri çizimin kenarı iki eşit parçaya bölmeyen bir doğru parçası olduğu yorumu yapılabilir. 6 öğrencinin kenarortay 25 öğrencinin kenarortay olmayan örneği için kenardan kenara doğru parçası çizdiği, 3 öğrencinin kenarortay 1 öğrencinin kenarortay olmayan örneği için üçgenin bir kenarından diğer kenarına doğru parçası çizdiği ve kenarlardan birine 2 eşit parçaya ayırdığı tespit edilmiştir. 4 öğrencinin kenarortay 25 öğrencinin kenarortay olmayan örneği için sadece üçgen çizdiği, 2 öğrencinin kenarortay 3 öğrencinin kenarortay olmayan örneği için üçgenin kenarını gösterdiği, 2 öğrencinin kenarortay 1 öğrencinin kenarortay olmayan örneği için piramit çizdiği, 2 öğrencinin kenarortay 1 öğrencinin kenarortay olmayan örneği için üçgenin bir kenarı üzerinde bir nokta belirlediği tespit edilmiştir. Kenarortay örneği için 4 öğrencinin kenardan kenara dik doğru parçası çizdiği, 2 öğrencinin üçgenin bir kenarının orta noktasını işaretlediği ama bunu karşı köşeye birleştiren bir doğru parçası çizmediği, bir öğrencinin hem kenarortay hem de açıortay olan bir doğru parçası çizdiği ve 2 öğrencinin de üçgenin bir kenarı üzerinde bir nokta belirlediği tespit edilmiştir. Kenarortay olmayan çizimlerinde açıortay çizen 3 ve yükseklik çizen 8 öğrenci için ise kenarortay olmayan bir çizim yapmak için ilk akıllarına gelen şeyin üçgenin diğer 2 yardımcı elemanı olduğu söylenebilir. Kenarortay olmayan çizimleri için 4 öğrencinin üçgenin dışına segmentler çizdiği, 2 öğrencinin üçgenin dışında hiçbir kenarı veya uzantısını karşılamayacak şekilde diklikler oluşturduğu, 2 öğrencinin kenardan kenara dik açıyla doğru parçası çizdiği, 2 öğrencinin üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara dik olmadığını belirttiği bir doğru parçası çizdiği, 2 öğrencinin yanlış bir uzunlukta kenarortay çizdiği, 1 öğrencinin üçgenin dışından kenarı ortalayacak şekilde bir doğru parçası çizdiği, 1 öğrencinin üçgen olmayan açık şekillerde kenarı ortalayacak bir doğru parçası çizdiği, 4 öğrencinin üçgenin içinde ya da dışında doğrusallık belirtmeyen segmentler oluşturduğu, 1 öğrencinin de üçgenin içinde köşe ile kenarı birleştirmeyen yani tamamlanmamış doğru parçaları çizdiği tespit edilmiştir. Elde edilen bu bulgular bu çalışmaya özgüdür.

7 öğrencinin kenarortay çizimlerinde, 8 öğrencinin de kenarortay olmayan çizimlerinde yükseklik çizdiği tespit edilmiştir. Kenarortay yerine yükseklik çizen öğrenciler için

Fischbein ve Nachlieli (1998) ile paralel olarak bu 2 kavramı birbirine karıştırdığı söylenebilir.

Kenarortay örneği için 2 öğrencinin üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenarı ortalayacak şekilde dikme yani kenar orta dikme çizmesi ve bir öğrencinin de üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenarı dik ortalayarak bir doğru parçası yani kenar orta dikme çizmesi Kaya (2018)'in bulguları ile benzerlik göstermektedir.

### **5.5 Çalışmanın On Birinci ve On İkinci Alt Problemleriyle İlgili Sonuçlar ve Tartışma**

Bu başlıkta öğrencilerin üçgende açortay örnek çizimleri ve açortay olmayan örnek çizimleri ile alakalı toplanan veriler birbiriyle ilişkilendirilerek sunulacaktır. Öğrencilerin yaklaşık %66'sının açortayı doğru çizdiği görülmüştür. Öğrencilerin yaklaşık %41'inin açortay, yaklaşık %70'inin açortay olmayan çizimlerinde köşeden karşısındaki kenara doğru parçası çizmiş fakat açığı 2 eşit parçaya bölmediği tespit edilmiştir. 8 öğrenci açortay 6 öğrenci açortay olmayan örneklerinde yükseklik çizmiştir. 1 öğrenci açortay 2 öğrenci açortay olmayan örneklerinde üçgenin dışına segmentler çizmiştir. Bir öğrenci açortay 18 öğrenci açortay olmayan örneklerinde kenardan kenara doğru parçası çizmiştir. 1 öğrenci açortay 1 öğrenci açortay olmayan örneklerinde köşeden kenara üçgenin bir iç açısını değil kenar üzerindeki  $180^{\circ}$ 'yi dereceyi mantıksal hata içerecek şekilde 2 eşit parçaya bölen bir doğru parçası çizmiştir. Bir öğrenci açortay bir öğrenci açortay olmayan örneklerinde köşeyle kenarı birleştirmeyen yani tamamlanmamış doğru parçaları çizmiştir. 7 öğrenci açortay 21 öğrenci açortay olmayan örneklerinde sadece üçgen çizmiştir. Bir öğrenci açortay bir öğrenci açortay olmayan çizimlerinde piramit çizmiştir. Açortay örneklerinde 2 öğrenci hem açortay hem kenarortay olan bir doğru parçası, bir öğrenci mantık hatası sebebiyle yanlış yükseklik çizmiş ve bir öğrencide üçgenin kenar üzerinde bir nokta belirlemiştir. Açortay olmayan örnekleri için 2 öğrencinin üçgenin bir köşesiyle karşısındaki kenarı veya uzantısını dik açıyla birleştirmedeğini belirten bir doğru parçası çizdiği, 2 öğrencinin üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenarı iki eşit parçaya bölmediğini belirten doğru parçası çizdiği, 1 öğrencinin üçgenin bir iç açısını değil kenar üzerindeki  $180^{\circ}$ 'yi mantıksal hata içerecek şekilde eşit iki parçaya bölen doğru parçası çizdiği, 1 öğrencinin yanlış uzunlukta bir açortay çizdiği, 1 öğrencinin üçgen olmayan açık şekillerde kenarı ortalayan doğru parçaları çizdiği, 1 öğrencinin ise kenardan kenara açının iki eşit parçaya bölünmediğini belirten doğru parçası

çizdiği, 6 öğrencinin üçgen içinde ya da dışında doğrusallık belirtmeyen segmentler çizdiği, 21 öğrencinin sadece üçgen çizdikleri, 3 öğrencinin üçgenin kenarını gösterdiği, 1 öğrencinin üçgenin içinde bir kenardan karşısındaki kenara doğru parçası çizdiği ve kenar üzerindeki  $180^\circ$ 'yi eşit iki açıya böldüğü görülmüştür. 5 öğrenci açıortay olmayan örneklerinde kenarortay çizmiştir. Elde edilen bu bulgular bu çalışmaya özgüdür.

3 öğrencinin açıortay yerine kenarortay çizmesi öğrencilerin açıortayla kenarortayı karıştırdıkları tespit edilen Kaya (2018)'in çalışmasıyla uyumlu bulgulara sahiptir.

### **5.6 Çizim Sorularıyla Alakalı Genel Sonuç ve Tartışma**

Öğrencilerin büyük çoğunluğunun her 3 yardımcı elemanı da doğru çizdiği sonucuna ulaşılmıştır. Yardımcı elemanlara göre doğru çizen öğrenci sıralaması çoktan aza doğru yükseklik, açıortay ve kenarortaydır. Öğrencilerin yükseklik olmayan imajında dik olmama durumunun, kenarortay olmayan imajında kenarın iki eşit parçaya bölünmediği durumun, açıortay olmayan imajında ise açının iki eşit parçaya bölünmediği durumun baskın olduğu sonucuna varılmıştır. Üçgende yükseklik kenarortay ve açıortay kavramlarına yönelik doğru tanım yapan ve doğru çizimler yapan öğrenciler birlikte değerlendirildiğinde öğrencilerin üçgenin bu 3 yardımcı elemanına ait kavram imajlarının yetersiz olduğu kanısına varılmıştır.

Fischbein ve Nachlieli (1998)'in aksine öğrencilerin doğru çizimler yapmak konusunda doğru tanımlamalar yapmaktan daha başarılı oldukları görülmüştür. Yani yüksekliği doğru çizen öğrencilerin sayısı yüksekliği doğru tanımlayanlardan, kenarortayı doğru çizen öğrencilerin sayısı kenarortayı doğru tanımlayanlardan, açıortayı doğru çizen öğrencilerin sayısı açıortayı doğru tanımlayanlardan daha fazladır. Bu bulgular Bayram ve Duatepe-paksu (2018) sekizinci sınıflarla yaptığı paralelkenar konusuyla alakalı çalışmada da öğrencilerin çizim yapma konusunda tanım yapma ve kritik özellikleri açıklama konusuna göre daha başarılı oldukları tespit edilen çalışmayla ve Gürefe ve Gültekin (2016)'nın şekil üzerinde yüksekliği doğru göstermesinin aksine yanlış tanım yapan öğrencilerin varlığından bahsedildiği çalışmayla örtüşmektedir.

Öğrencilerin kavram fark etmeksizin üçgen çizimleri genel anlamıyla ikiz kenar ya da dar açılı üçgen olarak adlandırılan prototip üçgen çizimlerinden oluşmaktadır ve çizimlerinde birbirinden farklı üçgen çeşitleri kullanan öğrenci sayısı çok azdır. Bu bulgular

öğrencilerin farklı geometrik kavramlarla alakalı prototip çizimler yaptığı tespit edilen diğer çalışmalarla örtüşmektedir (Bayram ve Duatepe-Paksu, 2018; Yavuzsoy-Köse vd., 2019).

Bazı öğrenciler tarafından ikizkenar ya da dar açılı üçgenlerin içinde çizilen yükseklikler tercih edilmiştir. Bu bulgular yüksekliğin daima üçgenin içinde çizilmesi gerektiğine inanan öğrencilerin tespit edildiği çalışmalarla uyumludur (Fischbein ve Nachlieli, 1998; Hershkowitz, 1989; Kaya, 2018; Vinner ve Hershkowitz, 1983;). Farklı tür üçgenlerde yardımcı elemanların aynı doğru parçası olabileceğini düşünemeyen öğrencilerin olduğu tespit edilen Kaya (2018)'in yaptığı çalışmanın aksine bu çalışmada eşkenar ve ikizkenar üçgenlerde yükseklik, kenarortay ve açıortayın aynı doğru parçası olduğunun farkında olan öğrenciler tespit edilmiştir.

Üçgen çizimlerinde sorun yaşayan bazı öğrencilerin yanı sıra öğrencilerin verdiği bazı örneklerde üçgenin iç açılarının toplamının 180 derece yapmamasından, 180 derecelik doğru açılara sahip olan kenarlarda açılar belirttiklerinde toplamının 180 derece yapmamasından yola çıkılarak bazı öğrencilerin temel geometrik kavramlar olan açılarla alakalı da sorunlar yaşadığı tespit edilmiştir. Bu bulgular öğrencilerin üçgen ve dörtgenlerin açısı, kenar ve köşegen gibi temel kavramlarına ait kavram yanılgılarının olduğunu kaydeden Ay ve Başbay (2017)'nin çalışmasına destekleyici yönde katkı sunmaktadır.

## 5.7 Öneriler

Bu çalışmada ortaokul 8. Sınıf öğrencilerinin üçgende yükseklik, kenarortay ve açıortaya yönelik kavram imajlarının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Elde edilen veriler sonucunda bazı öneriler sunulacaktır.

- 1) Öğrencilerin kavram imajlarının çeşitlenmesi ve zenginleşmesi için farklı ve sıra dışı örneklerle karşılaşılabilecekleri öğretim etkinlikleri tasarlanabilir.
- 2) Farklı geometrik kavramlarla alakalı kavram imajlarını tespit çalışmaları yapılabilir.
- 3) Farklı sınıf gruplarıyla kavram imajı çalışmaları yapılabilir.
- 4) Tasarlanan öğretim etkinliklerinin sonucunda öğrencilerin kavram imajındaki değişimin incelendiği deneysel araştırmalar yürütülebilir.

- 5) Öğrencilerin üçgende yükseklik, kenarortay ve açıortay kavramlarına yönelik kavram imajları Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri perspektifinden incelenebilir. Öğrencilerin üçgende yükseklik, kenarortay ve açıortay kavramlarına yönelik kavram imajları Skemp'in araçsal ve ilişkisel anlama teorisi perspektifinden incelenebilir.
- 6) Öğrencilerin üçgende yükseklik, kenarortay ve açıortay kavramlarına yönelik kavram imajları dinamik şekil imajı perspektifinden de incelenebilir.
- 7) Üçgen çizimlerinde sorun yaşayan öğrencilerin varlığı üçgen çizimleriyle de alakalı çalışma yapılabileceğini göstermektedir.
- 8) Öğrencilerin genel üçgen çizimlerinin prototip olması sebebiyle öğrencilerin üçgen çizimleri çeşitlilik açısından da incelenebilir.



## 6. KAYNAKLAR

- Ardiansari, L., Suryadi, D. and Dasari, D. (2020). The Concept Image of Students and Teachers about the Equal Sign. *Universal Journal of Educational Research*, 8 (12), 6751-6764.
- Aydın, N. ve Beşer, Ş. (2008). *İlköğretim Matematik 8 Ders Kitabı*. Ankara: Aydın Yayınları.
- Balimuttajjo, S. (2010). Exploring Concept Images of College Calculus Students (Doctoral dissertation, University of Nevada, Reno).
- Bayram, G. ve Paksu, A. D. (2018). Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Paralelkenara İlişkin Yaptıkları Çizimler Bağlamında Kavram İmajları ve Bu Dörtgen için Yaptıkları Tanımlar. *In the 27th. International Congress on Educational Sciences*, Antalya.
- Biza, I., Souyoul, A. and Zachariades, T. (2005). Conceptual change in advanced mathematical thinking. *Presented at the CERME4 Conference*, Sant Feliu da Guixols, Spain.
- Bogdan, R. C. and Biklen, S. K. (2007). *Qualitative research for education*. Boston: Pearson.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2012). *Örnekleme Yöntemleri*.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2016). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (s. 83-92). Ankara: Pegem Akademi.
- Creswell, J. W. (2013). Nitel araştırma yöntemleri. *Qualitative research methods*. M. Bütün & SB Demir, Trans. (Eds.). İstanbul: Siyasal Kitapevi.
- Creswell, J. W. (2016). Karma Yöntem Desenlerinin Çeşitleri. S. B. Demir içinde, *Research Design Qualitative, Quantitative and Mixed Methods Approaches* (s. 219-240). Ankara: Eğiten Kitap.
- Creswell, J. W. (2019). (2. Baskı) *Nitel Araştırmacılar için 30 Temel Beceri*. Hasan Özcan (Çev). Anı Yayıncılık, Ankara.
- Cunningham, R. F. and Roberts, A. (2010). Reducing the Mismatch of Geometry Concept Definitions and Concept Images Held by Pre-Service Teachers. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers*, 1.
- Erdogan, A. (2017). Examining Pre-Service Mathematics Teachers' Conceptual Structures about "Geometry". *Online Submission*, 8(27), 65-74.

- Ergün, S. (2010). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama biçimleri (Doktora Tezi, DEÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü).
- Erşen, Z. ve Karakuş, F. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenlere yönelik kavram imajlarının değerlendirilmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 4(2).
- Ertekin, E., Yazici, E. ve Delice, A. (2014). Investigation of primary mathematics student teachers' concept images: cylinder and cone. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45(4), 566-588.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational studies in mathematics*, 24(2), 139-162.
- Fischbein, E. and Nachlieli, T. (1998). Concepts and figures in geometrical reasoning. *International Journal of Science Education*, 20(10), 1193-1211.
- Fraenkel, J. R. and Wallen, N. E. (2006). How to design and evaluate research in education 2006. McGraw Hill.
- Fujita, T. and Jones, K. (2006). Primary trainee teachers' understanding of basic geometrical figures in Scotland. *Psychology of Mathematics Education*.
- Glesne, C. (2020). *Nitel araştırmaya giriş* (6. Baskı). Çev. Ali Ersoy-Pelin Yalçınoğlu). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Goldin, G. (2002). Representation in mathematical learning and problem solving. In L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 197-218). Mahwah, New Jersey: National Council of Teachers of Mathematics.
- Goldin, G. A. and Kaput, J. J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin & B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning*, (pp. 397-430). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Guo, J. P. and Pang, M. F. (2011). Learning a mathematical concept from comparing examples: The importance of variation and prior knowledge. *European Journal of Psychology of Education*, 26, 495-525.
- Gutierrez, A. and Jaime, A. (1999). Preservice primary teachers' understanding of the concept of altitude of a triangle. *Journal of mathematics teacher education*, 2(3), 253-275.
- Gülkılık, H. (2008). *Öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlarla ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve imaj gelişiminin incelenmesi üzerine fenomenografik bir çalışma*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

- Gürefe, N. ve Gültekin, S. H. (2016). Yükseklik kavramına dair öğrenci bilgilerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(2), 429-450.
- Güzel, M., Bozkurt, A. ve Koç, Y. (2014). İlköğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin silindir kavramına dair kavram imajlarının incelenmesi, *ICEMST 2014*, 1062.
- Hähkiöniemi, M. (2006). Associative and reflective connections between the limit of the difference quotient and limiting process. *The Journal of Mathematical Behavior*, 25(2), 170-184.
- Haiyue, J. and Khoon Yoong, W. (2010). A Network Analysis of Concept Maps of Triangle Concepts. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.
- Hansen, A., Drews, D., Dudgeon, J., Lawton, F. and Surtees, L. (2020). *Children's errors in mathematics*. Sage.
- Harel, G. (2008). What is mathematics? A pedagogical answer to a philosophical question (pp. 1-26). na.
- Harel, G., Selden, A. and Selden, J. (2006). Advanced mathematical thinking: Some PME perspectives. *In Handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 147-172). Brill.
- Hershkowitz, R. (1989). Visualization in geometry – two sides of the coin. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1), 61–76.
- Horzum, T. (2018). Matematik öğretmeni adaylarının dörtgenler hakkındaki anlamalarının kavram haritası aracılığıyla incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 9(1), 1-30.
- Kant, I. and Young, M. J. (2004). *Lectures on Logic* (The Cambridge Edition of the Works of Immanuel Kant in Translation). Cambridge: The Press Syndicate of University of Cambridge.
- Karakus, F. (2016). Pre-Service Teachers' Concept Images on Fractal Dimension. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 17(2).
- Kaya, N. (2018). *Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki kavram yanılgılarının incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No.526840).
- Keşan, C., Erkuş, Y. ve Coşar, M. Ç. (2017). Öğretmen adaylarının üçgen kavramına yönelik kavram imajlarının görselleştirilmesinde som ve ward kümeleme

- algoritmalarının kullanımı. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education (IJTASE)*, 6(1).
- Kılıç, S. (2013). Örneklemeye yöntemleri. *Journal of Mood Disorders*, 3(1), 44-6.
- Klausmeier, H. and Feldman, K. (1975). Effects of a definition and a vary in gnumber of examples and nonexamples on concept attainment. *Journal of Educational Psychology*, 67, 174–178.
- Köğçe, D. (2018). Examining preservice mathematics teachers' perceptions and concept images of sequence and subsequence concepts. *European Journal of Education Studies*.
- Locke, J. (1690). *An essay concerning human understanding*. New York, USA: Oxford University Press.
- Maier, A. S. and Benz, C. (2014). Children's Conceptual Knowledge of Triangles Manifested in Their Drawings. *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Margolis, E. and Laurence, S. (2006). *Concepts and cognitive science*. In E. Margolis & S. Laurence (Eds.), *Concepts: Core readings*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Mendieta, G. (2006). *Pictorial mathematics: An engaging visual approach to the teaching and learning of mathematics*. Meaningful Learning.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation. Revised and expanded from qualitative research and case study applications in education*. San Fransisco, USA: Jossey-Bass.
- Miles, M. B. and Huberman, A. M. (2019). *Nitel veri analizi*, Çev. Sadegül Akbaba Altun, Ali Ersoy, Pegem Akademi, Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018a). Matematik dersi ilköğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. sınıflar). 15.06.2023 tarihinde <http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329> adresinden erişilmiştir.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018b). Matematik dersi ortaöğretim programı (Lise 9, 10,11, 12. sınıflar). 15.06.2023 tarihinde <http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=343> adresinden erişilmiştir.
- Murphy, G. L. (2004). *The big book of concepts*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- Nagle, C. and Moore-Russo, D. (2013). The concept of slope: Comparing teachers' concept images and instructional content. *Investigations in Mathematics Learning*, 6(2), 1-18.

- Nordlander, M. C. and Nordlander, E. (2012). On the concept image of complex numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 43(5), 627-641.
- Nurwahyu, B. and Tinungki, G. M. (2020). Students' Concept Image and Its Impact on Reasoning towards the Concept of the Derivative.
- Özsoy, N. ve Kemankaşlı, N. (2004). Ortaöğretim Öğrencilerinin Çember Konusundaki Temel Hataları ve Kavram Yanılgıları. *TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 3(4).
- Piaget, J. (1953). How children form mathematical concepts. *Scientific American*, 189(5), 74-79.
- Rosch, E. H. and Mervis, C. (1975). Family resemblances: Studies in the internal structure of categories. *Cognitive Psychology*, 7, 573-605.
- Yıldırım, A. ve Simsek, H. (1999). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (11 baskı). Ankara: :Seçkin yayıncılık
- Sönmez, V. ve Alacapınar, F. G. (2019). *Örneklendirilmiş bilimsel araştırma yöntemleri* (Gözden geçirilmiş 7. Baskı). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Tall, D. and Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational studies in mathematics*, 12(2), 151-169.
- Tirosh, D. and Tsamir, P. (2004). What can mathematics education gain from the conceptual change approach? And what can the conceptual change approach gain from its application to mathematics education? *Learning and Instruction*, 5(14), 535-540.
- Tsamir, P., Tirosh, D. and Levenson, E. (2008). Intuitive nonexamples: The case of triangles. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 81-95.
- Tsamir, P., Tirosh, D., Levenson, E., Barkai, R. and Tabach, M. (2015). Early-years teachers' concept images and concept definitions: triangles, circles, and cylinders. *ZDM*, 47, 497-509.
- Türk Dil Kurumu sözlükleri. 15.06.2023 tarihinde <https://sozluk.gov.tr/> adresinden erişilmiştir.
- Türkdoğan, A., Güler, M., Bülbül, B. ve Danişman, Ş. (2015). Türkiye'de matematik eğitiminde kavram yanılgılarıyla ilgili çalışmalar: Tematik bir inceleme. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2).

- Türnüklü, E., Alaylı, F. G. ve Akkaş, E. N. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dörtgenlere ilişkin algıları ve imgelerinin incelenmesi, *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(2), 1213-1232.
- Ubuz B. (1999). 10 ve 11 sınıf öğrencilerinin geometride kavram yanlışları ve cinsiyet farklılıkları. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11, 179-184.
- Ubuz, B. ve Aydın, U. (2018). Geometry knowledge test about triangles: Evidence on validity and reliability. *ZDM*, 50, 659-673.
- Ubuz, B. ve Gökbulut, Y. (2015). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Piramit Bilgileri: Tanım ve Örnekler Oluşturma. *Journal of Kirsehir Education Faculty*, 16(2).
- Ulusoy, F. (2019). Early-years prospective teachers' definitions, examples and non-examples of cylinder and prism. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 20(2), 149-169.
- Ulusoy, F. (2021). Prospective early childhood and elementary school mathematics teachers' concept images and concept definitions of triangles. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(5), 1057-1078.
- Umland, K. (2008). A reflection on mathematical cognition: How far have we come and where are we going? *The Montana Mathematics Enthusiast*, 5(1), 101-116.
- Uzuner, Y. (1999). *Niteliksel araştırma yaklaşımı*, Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri, A. A. Bir (Ed.), Anadolu Üniversitesi Yayınları, Eskişehir, 175-190.
- Ünlü, M. (2022). Investigation of preservice mathematics teachers' concept definitions of circle, circular region, and sphere. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(7), 1787-1814.
- Valtoribio, D. C., Gurat, M. G. and Bautista, G. H. (2018). Exploring Students' Image Concepts of Mathematical Functions Through Error Analysis. *International Journal of Advanced Research and Publications*, 2, 33-46.
- Vincent, B., LaRue, R., Sealey, V. and Engelke, N. (2015). Calculus students' early concept images of tangent lines. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(5), 641-657.
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. *Advanced mathematical thinking*, 65-81.
- Vinner, S. and Dreyfus, T. (1989). Images and Definitions for the Concept of Function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 356-366.  
<https://doi.org/10.2307/749441>

- Ward, R. A. (2004). An Investigation of K-8 Preservice Teachers' Concept Images and Mathematical Definitions of Polygons. *Issues in Teacher Education*, 13(2), 39-56.
- Wawro, M., Sweeney, G. F. and Rabin, J. M. (2011). Subspace in linear algebra: Investigating students' concept images and interactions with the formal definition. *Educational Studies in Mathematics*, 78, 1-19.
- Willingham, D. T. (2005). Do visual, auditory, and kinesthetic learners need visual, auditory and kinesthetic instruction. *American Educator*, 29(2), 31-35.
- Wolcott, H. F. (1994). *Transforming qualitative data: Description, analysis, and interpretation*. Sage.
- Wright, V. (2013). Pre-Service Teachers' Concept Image for Circle and Ellipse. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.
- Yanik, H. B. (2011). Prospective middle school mathematics teachers' preconceptions of geometric translations. *Educational Studies in Mathematics*, 78, 231-260.
- Yanik, H. B. (2014). Middle-school students' concept images of geometric translations. *The Journal of Mathematical Behavior*, 36, 33-50.
- Yasin, A. Y. ve Başbay, A. (2017). Çokgenlerle ilgili kavram yanılgıları ve olası nedenler. *Ege Eğitim Dergisi*, 18(1), 83-104.
- Yavuzsoy-Köse, N., Yılmaz, T. Y., Yesil, D. and Yildirim, D. (2019). Middle School Students' Interpretation of Definitions of the Parallelogram Family: Which Definition for Which Parallelogram? *International Journal of Research in Education and Science*, 5(1), 157-175.
- Yelli, B.B. ve Kişi, E. (2014). *İlköğretim Matematik 8 Öğretmen Kılavuz Kitabı*. Ankara:
- Yenilmez, K. ve Yaşa, E. (2008). "İlköğretim Öğrencilerinin Geometrideki Kavram Yanılgıları." *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 461-483.
- Yiğit Koyunkaya, M. (2016). Mathematics education graduate students' understanding of trigonometric ratios. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(7), 1028-1047.

# **EKLER**



## EKLER

### EK A: Etik Kurul İzni ve Araştırma Belgesi

T.C.  
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ  
FEN VE MÜHENDİSLİK BİLİMLERİ ETİK KOMİSYONU  
ONAY BELGESİ

Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Başkanlığı İlköğretim Matematik Eğitimi Öğretim Üyesi Doç. Dr. Mehmet Ali KANDEMİR' in danışmanlığını yürütmüş olduğu öğrencisi Ebru KILIÇ' ın "Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Üçgende Yükseklik, Kenarortay ve Açortay Kavramlarına Yönelik Kavram İmajlarının Belirlenmesi" isimli çalışmanın değerlendirilmesi ve bilimsel hakemli dergilerde yayınlanabilmesi için etik kurul onay belgesi isteği komisyonumuzca değerlendirilmiş ve etik açıdan uygun bulunmuştur. 17.03.2022



Komisyon Başkanı  
Prof. Dr. İbrahim TÜRKMEN



Prof. Dr. Hakan KÖÇKAR  
Üye



Prof. Dr. Zafer ASLAN  
Üye



Prof. Dr. Hülya GÜR  
Üye



Prof. Dr. Musa KARAMAN  
Üye



T.C.  
BALIKESİR VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-99191664-605.01-48234338  
Konu : Araştırma İzni

21.04.2022

VALİLİK MAKAMINA  
BALIKESİR

İlgi : a) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğü'nün 21/01/2020 tarih ve 2020/2 sayılı genelgesi.  
b) Balıkesir Üniversitesi Rektörlüğü'nün 12/04/2022 tarih ve 133043 sayılı yazısı.

Başvuru Sahibinin Adı Soyadı	Ebru KILIÇ		
Danışmanı	Doc. Dr. Mehmet Ali KANDEMİR		
Kurumu/Üniversite/Görev Yeri	Balıkesir Üniversitesi / Fen Bilimleri Enstitüsü		
Alan/Bölüm	Matematik Eğitimi Anabilim Dalı		
Tez/Araştırma veya Anketin Konusu	"Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Üçgende Yükseklik, Kenarortay ve Açortay Kavramlarına Yönelik Kavram İmajlarının Belirlenmesi"		
Başvuru Tarihi	12.04.2022	Başvuru Sayısı	47657606
Çalışma Başlama Tarihi	30.05.2022		
Çalışma Bitiş Tarihi	06.06.2022		
Veri Toplama Araçları	<ul style="list-style-type: none"><li>Kavram İmajı Belirleme Formu</li><li>Klinik Mülakat Soruları</li><li>Matematik Özyeterliği Kaynakları Ölçeği</li><li>Veli Onam Formu</li></ul>		
Araştırma Türü	Yüksek Lisans Tez Çalışması		
<b>ÇALIŞMA YAPILACAK EĞİTİM KURUMLARININ LİSTESİ</b>			
Balıkesir il genelinde öğrenim gören 8. Sınıf Öğrencilerine Uygulanacaktır.			

12/04/2022 tarihli araştırma izni başvurusu 21.01.2020 tarih ve 2020/2 sayılı araştırma, yarışma ve sosyal etkinlik izinlerine ilişkin genelge kapsamında değerlendirilmiştir. Lisans, lisansüstü, TÜBİTAK çalışmalarına ve seminer ödevlerine veri toplamak amacıyla, araştırma önerisinin ve veri toplama araçlarının içerik ve kapsam yönünden Türk Millî Eğitiminin amaçlarına uygun olduğu, millî ve manevî değerlere aykırı ve kişilik haklarını zedeleyecek herhangi bir unsur taşımadığı görülmüştür.

Bakanlığımıza bağlı okul ve kurumlarda yapılacak Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik izinleri ilgi (a) genelge gereğince yukarıdaki bilgileri belirtilen çalışmanın, eğitim kurumlarında, okul/kurum müdürlüklerinin denetiminde, öğrenci ve velilerin kişisel bilgilerinin alınmaması/verilmemesi kaydı ile yapılması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarımızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Hüseyin AŞIK  
İl Millî Eğitim Müdür Yardımcısı

Ek : Anket Formu (3 Sayfa)

OLUR  
21.04.2022  
Ali TATLI  
Vali a.  
İl Millî Eğitim Müdürü

**Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.**

Adres : Kızıllar Mahallesi Sındırgı Caddesi No:1 Merkez/BALIKESİR

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>

Bilgi için: Hasan KARADEMİR

Telefon No : (0 266) 277 10 49

Unvan : V.H.K.I.

E-Posta: stratejigelistirme10@meb.gov.tr

İnternet Adresi: balikesir.meb.gov.tr

Faks: 0 266) 277 10 66

Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 36bb-54ba-3cab-a11c-38a8 kodu ile teyit edilebilir.

## EK B: Veli Onay Formu

### VELİ ONAY FORMU

Sizi Balıkesir Üniversitesi Necatibey Eğitim Fakültesi Matematik Bölümü öğretim üyesi Mehmet Ali KANDEMİR danışmanlığında yüksek lisans öğrencisi Ebru KILIÇ tarafından yürütülecek olan “Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Üçgende Yükseklik, Kenarortay ve Açortay Kavramlarına Yönelik Kavram İmajlarının Belirlenmesi” adlı çalışmaya davet ediyoruz.

Bu nedenle bu çalışmada öğrencilerin kavram imajları belirlenecektir. Çocuğunuzla ilgili çalışma kağıtları ve sözlü cevapları değerlendirilecektir. Uygulama yaklaşık 3 ay sürecektir.

Araştırma sonucunda çalışmadan elde edilen bulgular konu ile yapılacak eğitsel ve akademik çalışmalara rehberlik ederek önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir. Çalışmada çocuğunuzun psikolojisi olumsuz yönde etkilenecek hiçbir uygulama bulunmamakta ve kendisine gönüllü olmak kaydı ile çalışmaya katılacağı söylenerek açıklama yapılacaktır.

### ONAM FORMU

**Araştırmanın Adı:** Ortaokul 8. Sınıf Öğrencilerinin Üçgende Yükseklik, Kenarortay ve Açortay Kavramlarına Yönelik Kavram İmajlarının Belirlenmesi

	Evet	Hayır
Bilgilendirme Formunu okudunuz mu?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Araştırma projesi size sözlü olarak da anlatıldı mı?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Size araştırmayla ilgili soru sorma, tartışma fırsatı tanındı mı?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sorduğunuz tüm sorulara tatmin edici yanıtlar alabildiniz mi?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Araştırma hakkında yeterli bilgi aldınız mı?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Herhangi bir zamanda herhangi bir nedenle ya da neden göstermeksizin araştırmadan çekilme hakkına sahip olduğunuzu anladınız mı?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Araştırma sonuçlarının uygun bir yolla yayınlanacağına katılıyor musunuz?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Yukarıdaki soruların yanıtları size kim tarafından açıklandı? <i>Lütfen İsim yazınız...</i>		

Bu Koşullarda;

- Söz konusu araştırmaya hiçbir baskı ve zorlama olmaksızın çocuğumun bu çalışmaya katılmasını kabul ediyorum.

İmza:  
Adı / Soyadı:  
Tarih:

Açıklamayı yapan kişinin  
Adı / Soyadı:  
İmzası:  
Tarih:

## EK C: Kavram İmajı Belirleme Formu

Sevgili öğrenciler,

Bu ölçme aracı sizlerin üçgende yükseklik, kenarortay ve açıortay kavramlarına yönelik kavram imajlarınızı belirlemeye yönelik geliştirilmiştir. Elde edilen bilgiler kişisel amaçlardan uzak bilimsel bir çalışmaya hizmet edecektir. Soruları dikkatlice okuyarak doğru cevaplar veriniz. Özveriniz için teşekkür ederim.

Araştırmacı adı: Ebru Kılıç

İLETİŞİM NUMARASI/e-mail: 0 543 327 46 68 / [ebruk20697@gmail.com](mailto:ebruk20697@gmail.com)

Araştırmacı yürütücüsü: Mehmet Ali Kandemir

İletişim numarası: 0 505 577 96 04 / [kandemir@balikesir.edu.tr](mailto:kandemir@balikesir.edu.tr)

Okul adı:

BİLSEM öğrencisi misiniz? Eğer öyleyse yetenek alanı ( genel yetenek / müzik /görsel sanatlar )

Katılımcı okul numarası:

Sınıfı:

Cinsiyet:

### A) KAVRAM İMAJI BELİRLEME FORMU

- 1) Üçgende yükseklik kavramı size neler çağrıştırıyor?
- 2) Üçgende yükseklik kavramını matematiksel olarak tanımlayınız.
- 3) Bir üçgende yükseklik çizerken nelere dikkat edersiniz?
- 4) En az 4 farklı üçgende yükseklik çizin ve yüksekliklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.
- 5) Farklı şekillerde üçgenler çizin ve yüksekliklerini belirtin.
- 6) En az 4 farklı üçgende yükseklik olmayan örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.
- 7) Üçgende kenarortay kavramı size neler çağrıştırıyor?
- 8) Üçgende kenarortay kavramını matematiksel olarak tanımlayınız.
- 9) Bir üçgende kenarortay çizerken nelere dikkat edersiniz?
- 10) En az 4 farklı üçgende kenarortay çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.
- 11) Farklı şekillerde üçgenler çizin ve kenarortaylarını belirtiniz.
- 12) En az 4 farklı üçgende kenarortay olmayan örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.
- 13) Üçgende açıortay kavramı size neler çağrıştırıyor?
- 14) Üçgende açıortay kavramını matematiksel olarak tanımlayınız.

- 15)** Bir üçgende açkırtay çizirken nelere dikkat edersiniz?
- 16)** En az 4 farklı üçgende açkırtay çiziniz ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazınız.
- 17)** Farklı şekillerde üçgenler çiziniz ve açkırtayını belirtiniz.
- 18)** En az 4 farklı üçgende açkırtay olmayan örnekler çiziniz ve örnek örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazınız.

### **EK D: Klinik Mülakat Soruları**

- 1) Üçgende yükseklik kavramı size neler çağrıştırıyor?
- 2) Üçgende yükseklik kavramını matematiksel olarak tanımlayınız.
- 3) Bir üçgende yükseklik çizerken nelere dikkat edersiniz?
- 4) En az 4 farklı üçgende yükseklik çizin ve yüksekliklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.
- 5) Farklı şekillerde üçgenler çizin ve yüksekliklerini belirtin.
- 6) En az 4 farklı üçgende yükseklik olmayan örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.
- 7) Üçgende kenarortay kavramı size neler çağrıştırıyor?
- 8) Üçgende kenarortay kavramını matematiksel olarak tanımlayınız.
- 9) Bir üçgende kenarortay çizerken nelere dikkat edersiniz?
- 10) En az 4 farklı üçgende kenarortay çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.
- 11) Farklı şekillerde üçgenler çizin ve kenarortaylarını belirtiniz.
- 12) En az 4 farklı üçgende kenarortay olmayan örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazın.
- 13) Üçgende açıortay kavramı size neler çağrıştırıyor?
- 14) Üçgende açıortay kavramını matematiksel olarak tanımlayınız.
- 15) Bir üçgende açıortay çizerken nelere dikkat edersiniz?
- 16) En az 4 farklı üçgende açıortay çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazınız.
- 17) Farklı şekillerde üçgenler çizin ve açıortayını belirtiniz.
- 18) En az 4 farklı üçgende açıortay olmayan örnekler çizin ve örneklerinizin farklı olmasının nedenlerini yazınız.

## ÖZGEÇMİŞ

### Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı : EBRU KILIÇ

Doğum tarihi ve yeri : 10.07.1997

e-posta : ebruk20697@gmail.com

### Öğrenim Bilgileri

Derece	Okul/Program	Yıl
Y. Lisans	Balıkesir Üniversitesi/İlköğretim Matematik Eğitimi	2020 - 2023
Lisans	Balıkesir Üniversitesi/İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2016 - 2020
Lise	Sırrı Yırcalı Anadolu Lisesi	2011 - 2016