T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ İSPATA YÖNELİK TUTUMLARININ MATEMATİKSEL MODELLEME SÜRECİNDE İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Emine Nur ÜNVEREN

Balıkesir, Temmuz, 2010

T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ İSPATA YÖNELİK TUTUMLARININ MATEMATİKSEL MODELLEME SÜRECİNDE İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Emime Nur ÜNVEREN

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Devrim ÜZEL

Sınav Tarihi: 08.07.2010

Jüri Üyeleri: Doç. Dr. Özden KORUOĞLU (BAÜ)

Yrd. Doç. Dr. Sebahattin İKİKARDEŞ (BAÜ) Ş.M.

Yrd. Doç. Dr. Devrim ÜZEL (Danışman- BAÜ)

Enstitü Yönetim Kurulunun .... tarih .... sayılı oturumunun ..... nolu kararı ile .... Mezun olmuştur.

Balıkesir, Temmuz, 2010

ÖZET

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ İSPATA YÖNELİK TUTUMLARININ MATEMATİKSEL MODELLEME SÜRECİNDE İNCELENMESİ

Emine Nur ÜNVEREN
Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü,
İlköğretim Matematik Eğitimi AnaBilim Dalı

(Yüksek Lisans Tezi /Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Devrim ÜZEL)
(Balıkesir, 2010)

Bu çalışmanın amacı; ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının ispata yönelik tutumlarını incelemektir. Bu araştırmada matematik eğitiminde ispatlamaya farklı bir açıdan bakan modelleme yaklaşımı benimsenmiştir. Çalışma bir grubun derinlemesine incelenmesinden dolayı özel durum (case study) niteliği taşımaktadır.Örneklem seçiminde kasti örneklemeye gidilmiştir. Araştırmanın örneklemini Balıkesir Üniversitesi Necatibey Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği 2010-2011 Bahar Yarıyılında öğrenim gören 60 öğretmen adayı oluşturmaktadır.

Araştırmanın başında öncelikle öğretmen adaylarının geleneksel yöntemle yapılan ispata yönelik tutumlarını almak için Üzel ve Özdemir (2009) tarafından geliştirilen ‘ İspata Yönelik Tutum Ölçeği’ uygulanmıştır.Bu uygulamadan sonra matematiksel modellemenin tanıtımını yapan, matematiksel modelleme etkinliklerinin gerçekleştirildiği ve matematiksel modelleme yöntemi ile gerçekleştirilen ispatların yapıldığı bir öğretim yapılmıştır.Bu öğretimden sonra öğretmen adaylarının tutumlarını ölçmek için tutum ölçeği tekrar uygulanmıştır.Daha sonra öğretmen adaylarının matematiksel modelleme ile gerçekleştirilen ispata yönelik tutumlarını daha yakından incelemek için 10 öğrenci ile görüşmeler yapılmıştır.

Araştırmanın sonucunda; öğretmen adaylarının geleneksel anlamada gerçekleştirilen ispatlara yönelik tutumlarının oldukça düşük olduğu, matematiksel modelleme ile gerçekleştirilen ispatlarda ise daha yüksek tutum puanlarının olduğu tespit edilmiştir.Ayrıca gerçekleştirilen görüşmeler ışığında da öğretmen adaylarının matematiksel modellemenin matematik eğitiminde kullanılmasının gerektiğini ve ispat öğretiminin anlamlı, kolay ve etkili olmasında da matematiksel modellemenin kullanılmasının önemini belirttikleri görülmüştür.

ANAHTAR SÖZCÜKLER: tutum, ispat, matematiksel modelleme

ABSTRACT

AN OBSERVING ON THE CANDIDATES OF THE PRIMARY MATHEMEATICS TEACHERS' ATTITUDES TOWARDS PROOF IN MATHEMATICAL MODELLING PROCESS

Emine Nur ÜNVEREN
Balıkesir University, Institute of Science, Department of Mathematics Education

(Master / Thesis Supervisor: Yrd. Doç. Dr. Devrim ÜZEL)
(Balıkesir, 2010)

The aim of this study is to observe the attitude of the candidates of mathematics teachers towards proof. Mathematical modeling perspective to proovingin mathematics education is adopted in the process of this study. Because It has been aimed to get in-depth understanding of pre-service mathematics teachers' attitude towards prooving in modeling process of the given tasks, it carries the properties of case study.The proposal sampling is used to determine the sample.Smapling group of the study is consisted of the candidates of mathematics teachers in Balıkesir University Necatibey Education Faculty Primary Mathematics Teacher Education in 2010-2011 Spring Term.

' The Scale of The Attitude towards Mathematics', by Üzel and Özdemir (2009), is used to determine the attitudes' of the pre-service mathematics teachers.Then the instruction is occured.The instruction is consisted of teaching what mathematical modelling is, making mathematical modelling activities and prooving in mathematical modelling process.After the instruction, the scale is used to dtermine the attitudes of the pre service teachers towards proof again.At the end of this study 10 pre service teachers were interwived to get deeper knowledge on the ideas of the candidates about the proofs in modelling process.

As a result of this study, it is understood that the pre service teachers' attitudes towards mathematics is low before the instruction. However, the points' of attitudes of the candidates are high in prooving in mathematical modelling process.Also it is seen by the interviews that the candidates think that mathematical modelling must use in matehematics education and proofs can be more meaningful, effective and easy by mathematical modelling.

KEY WORDS: attitude, proof, mathematical modelling

ÖNSÖZ

Bu çalışma matematik öğretmen adaylarının matematik eğitiminde oldukça önemi olan ispatlamaya yönelik tutumlarını belirlemek ve ispatlamaların matematiksel modelleme ile gerçekleştirilmesi halinde tutumlarındaki faklılaşmayı tespit etmek amacı ile yapılmıştır.

Bu çalışmada bana yardım eden ve destekleyen Tez Danışmanım Sayın Yrd. Doç. Dr. Devrim ÜZEL'e, Bölüm Hocam Sayın Doç. Dr. Özden KORUOĞLU'na ve Balıkesir Üniversitesi Necatibey Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Öğrencilerine ve emeği geçen diğer tüm kişilere teşekkürü borç bilirim.Ayrıca bana hayatımın her alanında destek veren ve güven veren aileme şükranlarımı sunarım.

Balıkesir, 2010 **Emine Nur ÜNVEREN**

İÇİNDEKİLER

ÇİZELGE LİSTESİ

ŞEKİL LİSTESİ

GİRİŞ

Bu bölümde, araştırmanın önemine, problem durumuna, problem cümlesine, alt problemlere ve tanımlara yer verilmiştir.

1. 1. Araştırmanın Önemi ve Amacı

Günlük yaşamda, matematiği kullanabilme ve anlayabilme gereksinimi önem kazanmakta ve bu önem giderek artmaktadır[1]. Matematik öğretiminin en önemli hedeflerinden birisi; neden, niçin sorularına karşılık olarak mantıklı cevaplar elde etmek diğer bir deyişle muhakemenin gelişimini sağlamaktır. Muhakemenin anlamını açmak istersek; 'Sonuçlardan, yargılardan, gerçeklerden ya da önermelerden bir sonuç çıkarma işlemi; önermeleri, yargıları bir kalıba bağlamak ve bunlardan emin olmaktır.'[2].

İspat matematik öğrenmede bir araçtır[3]. Bir ispat iki şekilde yapılabilir. Birincisi bir ifadenin doğruluğunun gösterimidir. İkincisi ise bir ifadenin neden doğru olduğunun açıklanmasıdır. Matematikçiler bir ifadenin doğru olup olmamasından çok niçin doğru olduğuyla ilgilenirler. Diğer bir deyişle matematiksel ispat bir ifadenin niçin doğru olduğunun mantıksal bir açıklamasıdır[2].

İspat ve muhakeme insanın doğuştan sahip olduğu bir özelliktir. Fakat kişinin bu yeteneğini geliştirmek seçilen stratejiye bağlıdır. Eğer strateji doğru belirlenemezse kişinin ispat ve muhakeme yeteneği söndürülebilir. Böylece ezberlemeyi kendine rehber edinen, neden-sonuç sürecini takip edemeyen bireyler topluma kazandırılmış olur. Eğer strateji uygun belirlenirse kişinin ispat ve muhakeme yeteneği daha da gelişecektir. Böylece bireylerin matematiği ve dolayısıyla hayatı daha rahat anlamaları ve zevk almaları sağlanmış olacaktır. Yapılan ispatlarda da öğrencilerin informal deneyimlerinden formal çıkarımlara erişmeleri sağlanırsa, ispatlar daha etkili, anlamlı ve kalıcı olabilecektir. Bu nedenle matematiği yaşamın merkezinde tutan matematiksel modelleme eksenli ispatlamalar kişileri kendi yaşam deneyimlerinden formal çıkarımlara götürüyor olması açısından oldukça önemlidir. Bu çalışmanın amacı; matematik öğretmen adaylarının matematiksel modellemeyi temele alan ispatlamalar ile ispata karşı tutumlarında bir farklılığın olup olmadığının gözlenmesidir.

1. 2. Problem Durumu

Günümüzde öğrenme ürünü olarak yalnızca bireylerin gözlenebilen davranışları alınmamaktadır. Bunun yerine bilginin bireyden bireye doğrudan aktarılamayacağı, her bireyin kendi anlamını kendisinin oluşturduğu düşünülen yapısalcı yaklaşım temele alınmaktadır. Bilgi ve gerçeklik kavramlarına bakış açısındaki değişiklik, öğrenme kavramına bakışı da değiştirmiştir. Yapılandırmacılıkta öğrenme, sosyal etkileşimle anlamlarda ortaklığa varma yoluyla sosyal anlam ve modellerin öznel bir biçimde yeniden yapılandırılması olarak düşünülmektedir. Yapılandırmacılıkta öğrenme, daha çok anlam oluşturma olarak görülmekte ve anlamın ise gerçekliğin baskısı ya da doğrudan öğretimle değil öğrenen tarafından oluşturulduğu ileri sürülmektedir[4]. Yapılandırmacılığı merkeze alan öğretim sistemi tüm disiplinlerde olduğu gibi matematik öğretiminde de oldukça önemli ve etkili olmuştur.

Bilim dallarındaki hızlı ilerleme paralelinde matematiği etkili kullanma becerisi ön plana çıkmıştır. Altun (1991)'a göre; insanoğlu bilgi üretebilen ve bilgiye gereksinimi olan bir varlık olma özelliğine sahip tek varlıktır[5]. İhtiyaç duyulan bilgi alanlarında 'matematik' önemli bir yere sahiptir. Bu bağlamda, tüm dünya ülkelerinde matematik öğretimine azami derecede dikkat edilmektedir ve matematik dersi en temel derslerden biri olarak kabul görmektedir[6]. Matematik genellikle günlük yaşamda zor kabul edilir ve bu doğrultuda öğretiminde de güçlük çekilmektedir[7]. Matematik günlük yaşamdan soyutlandığı anda ezbercilik başlar. Bu da matematiksel gücün azalmasına yol açar. Bu da günlük yaşamda gereken matematiksel ilişkileri, mantıksal nedenlemeyi ve matematiksel tekniklerin etkili olarak kullanılamamasına yol açar[8]. Günümüzde öğrencilere mevcut bilgileri aktarmak değil bilgiye ulaşmak yollarını öğretmek önem kazanmıştır. Bu şekilde bir öğrenme ise ezberden çok yeni durumla karşılaşıldığında problem çözme becerisinin geliştirilmesini gerektirir.

İspatlamanın bugün var olan şeklinin temeli M.Ö.4. yüzyılda Euclid'in Elements'ine dayanmaktadır. Matematiksel ispatlar; bir sonucu doğrulamak, başkalarını bilgilendirmek ve ikna etmek, bir sonuca ulaşmak ve sonuçları tümdengelimsel bir sistem içinde anlaşılır bir biçimde düzenlemek için kullanılırlar[9].

Matematik bir ispatlama disiplinidir ve bu özelliği ile diğer disiplinlerden ayrılmaktadır. Matematik derslerinde ispatlamanın bu kadar önemli olmasından dolayı, özellikle yüksek öğretimde, oldukça üzerinde durulan bir konu alanıdır. Matematiksel kanıtlama bu kadar önemli olmasına ve lisans eğitiminde bu kadar üzerinde durulmasına rağmen üniversitede yüksek matematik gören öğrenciler ispatlamada oldukça güçlük çekmektedirler[10:13]

Lakatos matematiksel bilgiyi bireysel etkinlik olarak görür ve bu etkinliğin içinde fiziksel dünyanın gözlemini dile getirdiği gibi soyut düşünme ve mantıksal çıkarım etkinliklerinin bulunduğunu da söyler. Eğer matematik insan etkinliğiyse o zaman onun doğasında mükemmellik aramak mümkün değildir. Yani matematiksel bilgi, ispatlar ve bazı kavramlar, sorgulanmaya kapalı son şekliyle salt doğru ve mükemmel değildirler, onlar her zaman tartışılmaya ve geliştirilmeye açıktır. Bu durumu ispatlamanın sarmal yapısı daha rahat ifade etmektedir[14]. İspatlama; bir takım varsayımların seçimi, belirli yapıların incelenmesi, bu yapıların yorumlanması ve bir sonuç çıkarılması, bu sonuca dayalı yeni bir varsayımın üretilmesi şeklinde sarmal bir döngüye sahiptir. Lakatos buradan hareketle şu sonuca ulaşmıştır: 'Matematik bizden önce bir yerde bekleyen mutlak hakikatin keşfi değil o, bir insan emeği ve etkinliğidir. Matematik, matematikçilerin inşasıdır. Bu da tartışma, paylaşma ve uzlaşma yoluyla olur.'[15].

İspatlama becerisi öğrencilere en zor kazandırılan matematiksel becerilerden biridir. Ülkemizde ispatlama becerisi ortaöğretim sürecinden itibaren bireylere kazandırılmaya çalışılmaktadır. Ancak öğrenciler gerek ispat yapmayı öğrenmekte gerek öğrendikleri ispatları hatırlamakta oldukça sıkıntı çekmektedirler[16]. İspatlama becerisini kişilere kazandırırken izlenebilecek öğretim yöntemlerinden biri 'Anahtar Düşünce'dir[13]. Anahtar düşünce yöntemi; kişinin düzeyine uygun bir problem durumu ile karşılaşınca adeta bu problemi çözen (aslında varsayımı gerçekleyen) ilk matematikçi gibi matematik yapmasını sağlar. Burada informal yapılardan formal yapılara erişim sağlanır. Kişinin formal yapı dışında özel olarak tasarlanmış bir sorun durumu ile karşılaştırılması söz konusudur. Bu sorun durumundan hareketle; problem çözme ve matematiksel düşünme becerileri ile kişi formal yapıyı kendisi kurar ve ispatı tamamlar.

Globalleşen dünyada çağın bir gereksinimi olarak eğitim sistemleri sürekli sorgulanmaktadır. Bu sorgulayış eğitimde yeni uygulayış, yeni anlayış ve bu bağlamda reformlara olanak sağlamaktadır. Son yıllarda eğitimde yeni yaklaşımlar bir zamanlar çok yaygın olan öğretmen merkezli otoriter anlayışın kalıplarını kırmış, şimdilerde üzerinde çok konuşulan, öğrenciyi merkeze alan, baskıcı unsurlardan uzak, aktif, yaparak, yaşayarak öğrenmelere imkan tanıyan öğrenme-öğretme modellerinin kapılarını açmıştır. Eğtimdeki bu atılımlar ışığında öğrenciyi merkeze alan, yaşantı temelli, yaparak ve yaşayarak öğrenmelere olanak tanıyan, öğretmene rehber rolü biçen yaklaşımlardan biri de matematik eğitiminde 'Matematiksel Modelleme' dir.

Matematiksel modelleme Lingefjard (2006)'a göre; bir olgunun gözlemlenmesi, ilişkilerin ortaya çıkarılması, matematiksel analizlerin yapılması, sonuçların elde edilmesi ve modelin tekrar yorumlanması süreçlerini içermektedir[17]. Matematiksel modelleme birçok farklı alanda kullanılmaktadır. Matematiğin günlük yaşamdaki uygulamalarını vermesi, kişiye matematiksel bilgiyi soyut olmaktan uzaklaştırarak somut biçimde sunması gibi varsayımlardan ötürü matematiksel modellemenin matematik eğitiminde de etkililiği açıktır[18].

İspatlamanın ve matematiksel modellemenin birbirlerine çok benzer sarmal döngülerinin olduğu görülmektedir. Buradan hareketle matematiksel modelleme ile ispat öğretiminin yapılabileceği düşüncesi gündeme gelmektedir. Eğer ispat öğretimi, 'Anahtar Düşünce'yi uyandıracak bir problem durumu verilip, matematiksel modelleme süreçleri takip edilerek yapılırsa; daha etkili, kalıcı ve de anlamlı olabilir.

Buradan hareketle bu çalışmada aşağıdaki problem cümlesine yanıt aranmıştır.

1. 3. Problem Cümlesi

Matematiksel modelleme süreci göz önünde bulundurularak gerçekleştirilen ispatlar öğretmen adaylarının ispat yapmaya yönelik tutumlarını ve görüşlerini nasıl etkilemektedir?

1. 4. Alt Problemler

1) Öğretmen adaylarının işlem öncesi ispat yapmaya yönelik tutumları nasıldır?
2) Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme ile gerçekleştirilen öğretimden sonra ispat yapmaya yönelik tutumları nasıldır?
3) Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme ile gerçekleştirilen öğretimden önce ve sonra ispat yapmaya yönelik tutumları arasında anlamlı bir farklılık var mıdır?
4) Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme ile gerçekleştirilen ispatlamaya yönelik görüşleri nelerdir?

1. 5. Sayıtlılar

Araştırma aşağıdaki sayıtlılara dayalı olarak gerçekleştirilmiştir.

1)Görüşlerine başvurulan öğretmen adayları gerçek görüşlerini yansıtmaktadırlar.

1. 6. Sınırlılıklar

Bu araştırma;

1) 2009-2010 bahar yarıyılı ile,
2) Balıkesir Üniversitesi Necatibey Eğitim Fakültesi üçüncü sınıf öğrencilerinin tutumları ve görüşleri ile,
3) Gerçekleştirilen üç teoremin ispatlanması ile sınırlıdır.

1. 7. YAPILANDIRMACILIK

Sürekli değişim içinde bulunan dünya, yenilikleri ve gelişmeleri kavrayan, bunun yanında kendi üzerine düşen görevlerin de farkında olan bireylere ihtiyaç duymaktadır. Bir toplumun çağdaş toplumlar düzeyine ulaşması için; bilgilerin, inançların ve duyguların bireylere doğrudan aktarılması yeterli değildir[19].

Günümüzde bireylerden, bilgi tüketmekten çok bilgi üretmeleri beklenmektedir. Günümüz dünyasının bireylerden beklediği yalnızca verilen bilgiyi aynen alan, kabul eden ve yönlendirilmeyi bekleyen birey değil; aynı zamanda bilgiyi yorumlayarak, anlamın oluşturulması sürecine etkin olarak katılan bireydir.

Eğitim sistemleri, toplum düzenini işletecek nitelikli insan gücünü yetiştirmede sorumlulardır. Bu amaçla da eğitim programlarının toplumun değerlerini göz önünde bulundurarak, beklentileri karşılayabilecek nitelikte hazırlanması gerekmektedir.

Öğrenciler okulda öğrendiklerini iş hayatlarında karşılaşabilecekleri çeşitli ve beklenmeyen durumlara uygulayabilmelidirler. Klasik, bilgi aktaran kişi olarak öğretmen ve ders kitabına bağlı öğretim; düşünen, eleştiren, yorumlayan ve öğrendiklerini anlamlandıran öğrenciler yetiştirmede kesinlikle başarısız olmuştur. Öyle ise, sınıfın odak noktasını öğretmen egemenliğinden kurtarıp, yapılandırmacı bir yaklaşımla öğrenci merkezli hale getirmek gerekmektedir[20].

Uzun yıllar öğretimde en kabul edilir görüş, bilginin hiç bozulmadan öğretenin zihninden öğrenenin zihnine aktarıldığıdır. Bundan dolayı eğitimciler, bireyin zihnindeki bilginin çokluğuyla ilgilenmiş ve eğitim araştırmacıları da bunu gerçekleştirmenin en iyi yolunu bulmak için çaba göstermişlerdir. Ancak burada dikkat edilmesi gereken nokta, ‘öğretme’ ve ‘öğrenme’ nin aynı şey olmadığıdır.

Eğitimci, çok iyi öğretebilir ancak eğitim sürecinin verimliliğini 'öğrenenin ne öğrendiği' belirler[21].

Yapılandırmacılık son otuz yılda eğitim uygulamalarını en çok etkileyen felsefelerden biri olmuştur. Bunun öncelikli nedeni, ülkelerin eğitim sistemlerinde ortaya çıkan ciddi nitelik sorunlarına çözüm aramalarıdır[22]. Eğitimdeki bu nitelik sorunlarını ortadan kaldırmak amacıyla, başta gelişmiş ülkeler olmak üzere, birçok ülkede öğretmenler, yapılandırmacı yaklaşıma dayalı eğitim anlayışını ilgiyle karşılamışlardır[23]. Çünkü yapılandırmacı yaklaşımda temel nokta öğrencide anlamlı bilginin oluşturulmasıdır. Kısaca yapılandırmacılık; yeni karşılaştığımız bilgileri önceki bilgilerimizle ilişkilendirerek öğrenmek, böylece daha önceden bildiğimiz konulara bağlı olarak yeni öğrenmeler oluşturmaktadır[24].

Yapılandırmacılığın başarılı olmasında eğitimcilerin davranışçı yaklaşımda karşılaştıkları problemlerin etkisi vardır[25]. 1960'lı yıllardan itibaren davranışçılık, şaşırtıcı biçimde psikoloji alanından eğitim alanına doğru bir geçiş yapmıştır. Öğretmenlerin doğru uyarıcıları sağladıkları zaman, öğrencilerin öğrenmelerini sağlayacakları iddiasının yanı sıra, öğrenmelerin öğrenci davranışlarının gözlenmesi yoluyla ölçülebileceği iddiası doğrultusunda eğitim yapılandırılmaya başlanmıştır[26].

Özellikle son yıllardaki eğitim araştırmaları öğretmenlerden çok öğrencilere odaklanmaktadır. Yapılandırmacı kuramda da öğrenci aktif bir rol oynamaktadır. Yapılandırmacılık, geleneksel bilgi kuramlarından oldukça farklıdır. Davranış ve biliş kuramlarının felsefi temelini oluşturan nesnelcilik, bilen ve bilinen arasındaki ilişkiye dayanır; başka bir ifade ile bilgi, bilenden bağımsız olarak bulunur. Bu nedenle objektif olarak değerlendirilebilir ve bireyden bireye değişmez. Yapılandırmacı yaklaşımda ise; bilginin, öğrenenin var olan değer yargıları ve yaşantıları tarafından üretildiği düşünülür. Gerçek bilgi, bireyin yaşantısından bağımsız olarak gerçekleşmez. Zihin boş bir kara tahta değildir[26]. Öğrenme ezberlemeye değil, öğrenenin bilgiyi transfer etmesine, var olan bilgiyi yeniden yorumlamasına ve yeni bilgiyi oluşturmasına dayanır [27]. Dünya'yı tanımlamak için tek bir gerçek yoktur. Bir problemi çözmek ya da amaca ulaşmak için birden fazla yol olabilir[28].

Yapılandırmacılık, öğrenenin öğrenme sürecindeki temel rolünü açıklayan bir öğrenme teorisidir[29]. Bilgi ve gerçeğin insanın aklının dışında olmadığı ve bilginin birey tarafından yapılandırıldığı bu teoremin savunduğu temel unsurlardır[30]. Yapılandırmacılık, bireylerin bilişsel süreçlere nasıl ulaştığını, bu süreçleri nasıl geliştirdiğini ve kullandığını açıklar[31].

Von Glasersfeld'e (1995) göre; bilgi, nasıl tanımlanırsa tanımlansın aslında kişilerin zihinlerindedir ve kişinin geçmiş yaşantılarının üzerine şekillenir [32]. Yapılandırmacı yaklaşım, dil öğrenenlerin deyimleri, kelimeleri ve metinleri bireysel olarak anlamlandırması gerektiğini iddia etmektedir[33:34].

Foerster (1998) ise yapılandırmacılığı ifade etmek için şu cümleyi kurmuştur: 'Bir insana düzen, sayılar, formül, simetri, doğa kanunları, obje, taksonomi, vb kavramların onun için bir keşif mi yoksa bir icat mı olduğunu sorun. Eğer o insan bu kavramları bir icat olarak ifade ediyorsa burada bir yapılandırmadan söz edebiliriz.'[35].

Yapılandırmacı yaklaşım öğrenmenin bilginin aktarılması ile oluşmadığını ancak soru sorma, araştırma, problem çözme gibi öğrenci faaliyetleri ile gerçekleşebileceğini savunmaktadır. Öğrenme bilgiyi pasif biçimde almak değil, bilgiyi yapılandırmaktır. Bireylerin geçmiş yaşantıları aynı olmadığı için bir kavramla ilgili şemaları ve yeni bilgiyi yorumlamaları diğer bir bireyinki ile aynı olamaz. Öğrenmek için öğrenci zihinsel ve fiziksel olarak etkin olmalıdır. Öğrenci kendi cevaplarını, kavramlarını keşfettiğinde ve kendi yorumlarını yarattığında öğrenir; bilgi yapılarını inşa eder. Farklı biçimlerde uygulanabilen yapılandırmacı yaklaşımların ortak felsefesi öğretmenin yönettiği, kontrol ettiği ve bilgiyi aktardığı öğretmen merkezli sınıfları reddetmektedir[36]. Geleneksel sınıflar genellikle öğretmen konuşmasına dayalıdır ve temelde bir ders kitabı vardır. Öğrencilerin mutlaka öğrenmesi gereken sabit, değişmeyen bir dünya düşüncesi bulunmaktadır. Bilgiler parçalara bölündükten sonra, öğretmenler zihinlerindeki şemayı öğrencilerinin zihinlerine olduğu gibi transfer ederler. Öğrencilerin öğretmenle ve kendi aralarında etkileşimleri neredeyse hiç yoktur. Yapılandırmacı sınıflarda ise bilgi nesnel değil, özneldir. Matematik ve bilim gerçek dünya yerine olabilecek dünyayı tanımlamaya yarayan modellerdir[37]. Öğretmenin rolü; öğrencilerin ilgisini çekecek problem ve yaşantı durumlarını öğrencilere sunmaktır. Kısacası öğretmen yalnızca rehberdir. Fikirler bütünsel olarak sunulur sonra parçalara bölünür. Öğrencilerin kendi öznel sorularını sorarak bilgilerini yapılandırmaları için etkinlikler temele alınır.

Değerlendirme ise; öğrenme sürecinin bir parçasıdır. Yapılandırmacılıktaki temel yaklaşım öğrencilerin öğrenme ortamında daha çok sorumluluk almaları ve etkin olmaları yönündedir. Bu nedenle öğrencilerin karşısına gerçek yaşam problemleri getirilerek çözmeleri beklenmektedir. Yapılandırmacılıkta değerlendirmenin amacını öğrenci belirler ve sonucun değerlendirilmesinden çok süreç değerlendirilir. Bundan dolayı çoklu değerlendirme yöntemleri tercih edilir. Değerlendirmenin amacı pekiştirme ve kazanılmış davranışın yeniden yapılandırılmasını sağlamaktır. Hedefler ve hedef davranışlar ölçüt olarak kabul edilemez[38].

Sonuç olarak yapılandırmacı öğrenme anlayışının öğrencinin aktifliğini ön plana aldığını söylemek yanlış olmaz. Öğrencileri belirli bir bilgiye ve geçmiş deneyime sahip kabul eder. Bu bilgi ve deneyim öğrencilerin kendi bilişsel yapılarını bir süzgeç olarak kullanmalarına olanak sağlar. Öğrenciler yeni edinilecek bilgilerdeki sadece tanışık oldukları kısımları kendi mekanizmalarında sindirebilirler[19].

1. 8.PROBLEM ÇÖZME

Problem çözme yeteneği belki de insan neslinin varlığını sürdürebilmesi için gerekli en temel yetenektir. İnsan ve toplum hayatında ne zaman, ne tür bir güçlükle karşılaşılacağı ya da ne tür ihtiyaçların doğacağı önceden bilinmediği için çağdaş eğitim, kendi kendine güçlüklerin üstesinden gelebilen insanı yetiştirmeyi hedeflemektedir. Problem çözme yetenekleri gelişmiş insan ise bilgiyi etkili olarak kullanabilmekte ve zorlukların üstesinden gelebilmektedir. Problem çözme yetenekleri gelişmemiş insan ise bilginin sadece hamallığını yapar. Bu bakımdan problem çözme ve dolayısıyla onun öğretimi önemlidir[39].

Problem çözme yeteneği belki de insan neslinin varlığını sürdürebilmesi için gerekli en temel yetenektir. İnsan ve toplum hayatında ne zaman ve ne tür güçlüklerle karşılaşılacağı ya da ne tür ihtiyaçların doğacağı önceden bilinmediği için çağdaş eğitim, kendi kendine güçlüklerin üstesinden gelebilen insanı yetiştirmeyi hedeflemektedir[39].

Öğrenciler matematiği ancak öğrenirken anlıyorlarsa matematiği içselleştirebilir, başka durumlarda kullanılabilir hale getirebilir. Matematiği içselleştirmeleri matematiğe karşı olumlu tutuma sahip olmalarını sağlar. Böylece matematik katı kuralları olan, kendi kalıplarının dışına çıkmayan; bu nedenle de anlaşılamayan soyut, sıkıcı bir bilim dalı olarak algılanmaktan kurtulabilir[40].

1.8.1. Problem Çözme Nedir?

Problem çözmenin anlamı çeşitli alanlara göre değişmektedir. Problem çözme terimi, farklı disiplinlerde ve alanlarda birçok anlama sahiptir[41]. Problem çözme 'Ne yapılacağının bilinmediği durumlarda yapılması gerekeni bilmektir.' Problem çözme süreci, 'Net olarak tasarlanan fakat ulaşılamayan bir hedefe varmak için kontrollü etkinliklerle araştırma yapma' şeklinde açıklanabilir[42].

Matematiksel problem çözme ise; verilerin, ulaşılması gereken sonucun ve sonuca ulaşmak için kullanılması gereken işlem ve prosedürün belirli ve açık olduğu bir işlemi gerçekleştirmenin ötesinde bir aktivitedir[43].

Matematik öğretimin gerçekleştirilmesinde öğrencilere kazandırılmak istenen beş temel yapı vardır. Bunlar;

1)Kavramsal anlama

2)İşlem becerisini kazanma

3)Problem çözme yeterliliğini kazanma

4)Sorgulama

5)Matematiğe karşı olumlu tutum ve inanç geliştirme[44].

Bu temel yapılardan en önemli olanlarından biri de problem çözmedir. Öğrencilere gerekli becerileri kazandırmak matematik eğitiminde problem çözme ile mümkün olmaktadır. Çünkü problem çözme matematik programlarının en önemli parçasıdır. Bilimsel ve analitik düşünmenin başlangıcında yer alan problem çözme, matematiğin önemli ögelerinden birisidir. Swings ve Peterson (1988); matematiksel bilginin, bilgi üniteleri arasındaki mantıksal ilişki tarafından karakterize edildiğini ve bu ilişkileri oluşturmanın matematiksel bilgiyi anlamanın ve öğrenmenin bir parçası olduğunu ifade etmektedir[45]. Problem çözme yöntemiyle öğrencilerin matematik bilgisi sorgulanabilmekte ve öğrencilerin becerileri hakkında yorum yapılabilmektedir. Ayrıca, bir problemin çözümünde bireyin problem cümlesini anlaması, çözüm için gerekli verileri seçmesi, problemi cevaplaması ve bu cevabın mantıklı olup olmadığına karar vermesi gibi bir bilişsel süreçten geçmesi gerekmektedir[44].

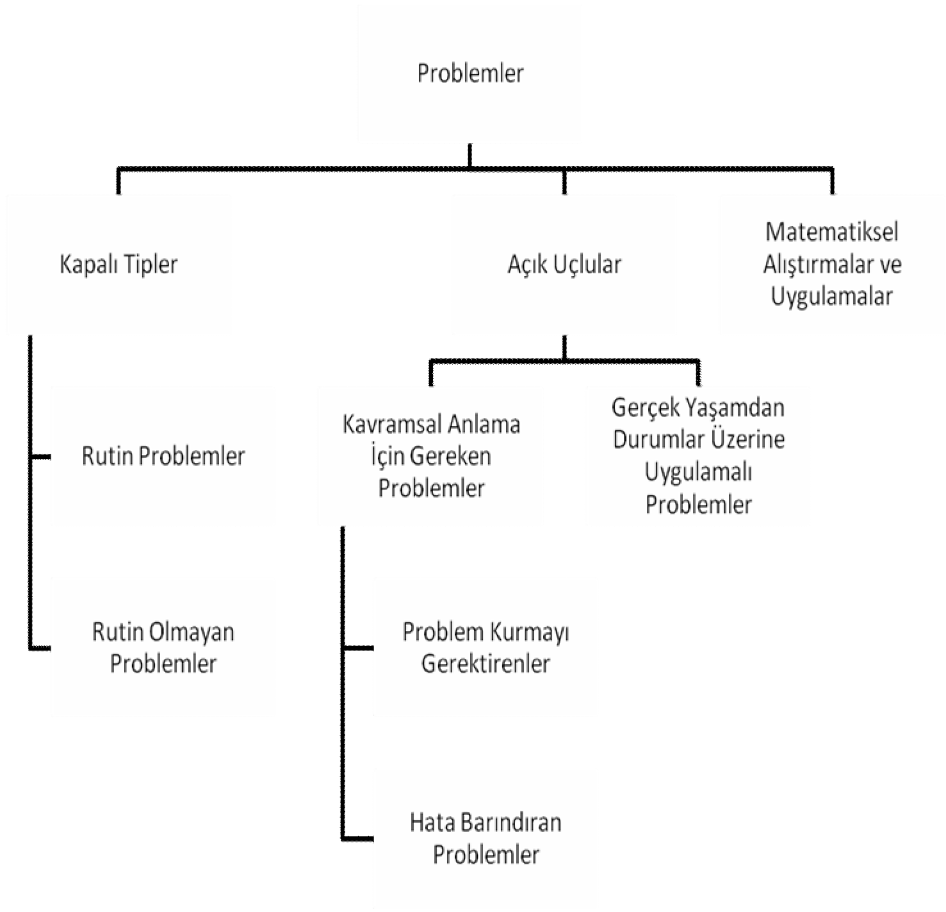
Problem çözmenin matematik öğretiminde geçmişten bu yana büyük öneminin olmasına karşın, gün geçtikçe bu önem daha da artmaktadır. Geçmişte problem çözebilmek için öğrenmek söz konusuyken, günümüzde bu durum öğrenmek için problem çözmek şekline dönmüştür.

Problem çözme aktivitesinin amaca hizmet edebilmesi için kullanılan problemin yapısı ve amacı önemlidir. Bu bağlamda da 'Matematik eğitiminde öğrencilere yönlendirilen her soru problem midir?' sorusu gündeme gelmektedir.

En genel anlamıyla problem, belirli açık sorular taşıyan, kişinin ilgisini çeken ve kişinin bu soruları cevaplayacak yeterli algoritma ve yöntem bilgisine sahip olmadığı bir durumdur[46].

Schroder ve Lester (2002)'a göre problem çözme durumları öğrencilere karmaşık matematiksel bilgileri kazandırmada önemli bir yere sahiptir[47]. Uygun koşullar altında, öğrencilerin doğru problem çözme süreçlerine dahil edilmeleri onların matematiksel öngörülerini derinleştirmekte, daha karmaşık matematiksel kavramların sunumunu kolaylaştırmakta ve öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmektedir[48]. Ancak öğrencilere sunulan her problem durumunda böyle olmayabilir. Lithner (2003)'e göre bir bireye göre problem olabilen bir durum bir başka bireye göre problem olmayabilir[49]. Eğer kişi o problem durumunu çözmek için o güne kadar yaşadığı benzer problemlerin çözümünü kullanarak sonuca ulaşabiliyorsa ya da problemde yalnızca birkaç değişkenle oynayarak sonuca ulaşıyorsa bu durum onun için gerçekçi bir problem durumu olamayıp yalnızca alıştırma olarak kalabilir[16]. Kısaca biri için sorun olan bir durum bir başkası için sorun olmayabilir.

Problem çözme; Poyla, Schoenfeld, Bernardo, Charles gibi ve daha birçok araştırmacı tarafından çalışılmış ve hala da çalışılmakta olan bir konudur. Akay, Soybaş ve Argün (2006), Foong'un (1990) problem çözümü ve problemlerin kullanımı üzerine sistematik bir literatür taramasına dayanarak farklı problem tiplerine dayanarak farklı farklı problem tiplerine yönelerek Şekil 1' de görüldüğü gibi bir sınıflama yapmışlardır[50].



Şekil 1.1: Problemlerin Sınıflandırılması

Rutin problemler, gerçek hayatta sık karşılaşılan olayların sorulaştırılmış şekilleri olarak bilinir. Türkçe literatürde dört işlem diye bilinen toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin tümünün veya bir kısmının doğru yapılmasıyla çözülebilen problemlerin çoğu da birer rutin problemdir. Bu problemlerin verileri çoğunlukla, araştırma yerine, varsayımlara dayanma suretiyle elde edilir[39].

Rutin olmayan problemler; belirli ilişkilerin, örüntülerin açıklanmasıyla ilgilidir. Bu nedenle de bunların öğretimi öğrencilerde olayları inceleme, ilişki, düzen veya örüntü arama eğilimini arttırır, ispat fikrini geliştirir. Her tür teoreme, bir rutin olmayan problem gözüyle bakılabilir. İspatı, o problemin çözümü anlamına gelmektedi[39]. Kavramsal anlama için ders kitaplarında bulunan açık uçlu problemler; ilgili oldukları konudaki kavram ve bağıntıları pekiştirmeyi amaçlar. Gerçek hayatın bir uygulamasını gerektiren problemler kısaca uygulama problemleri olarak da bilinir. Uygulama problemlerinin doğru sonucunu bulmak için, probleme konu olan olayın doğasının göz önüne alınması gerekir[39].

Geleneksel sözel problemlerin öğrencilerde problem çözme stratejilerini geliştirmediğini, öğrencilerin problem çözmelerindeki bazı kalıp kelimelere göre hareket ederek buldukları çözümün öğrenciler için çok anlamlı olmadığını ve çözüm sürecinde problemle ilgili gerçek hayat durumlarını göz önüne almadıklarından bahsedilmektedir. Bu bulguları neden kabul eden birçok araştırmacı [46,51:54] problem çözme aktivitesi olarak açık uçlu, kalıp cümlelerle öğrencileri yönlendirmeyen, rutin olmayana ve öğrencileri gerçek hayat durumları üzerinde çalıştırmayı ve böylece öğrencilerin okul dışında ve gelecek hayatlarında problem çözme becerisi gelişmiş bireyler olarak yetişeceğini düşündükleri matematiksel modelleme problemleri üzerinde durmaktadır.

Bu durumda modelleme problemleri; rutin olamayan, açık uçlu ve geleneksel problem özellikleri taşır ve geleneksel problemlerden çok daha geniş kapsamlıdır. Modelleme problemlerinde; kalıp cümleler yoktur, açık uçludur ve bu tip problemlerin tek bir çözüm yolu ve cevabı yoktur.

1. 9. İSPATLAMANIN MATEMATİK EĞİTİMİNDEKİ YERİ

Matematik, ardışık soyutlamalar ve genellemeler süreci olarak geliştirilen fikirler ve bağıntılardan oluşan bir sistemdir[55]. Matematiğin konusu; sayılar, şekiller, kümeler, fonksiyonlar ve uzaylar gibi soyut kavramlar ve bunların arasındaki ilişkilerdir. Matematikçi bu varlıkların yapılarını ve özelliklerini inceler ve bunlarla ilgili genellemeleri ortaya çıkarır. Genellemelerin üretilmesinde izlenen yol matematiğe hastır ve 'ispatlama' olarak adlandırılır[39].

Bir bilim dalı olarak matematiğin mükemmel bir yapı ortaya koyduğu, onun nesnelerinin düzenli, sistemli ve anlaşılır olduğu; matematik hakkında yaygın bir bakış açısıdır. Oysaki matematik ve onun nesneleri bu kadar anlamlı ve mükemmel bir yapı sergiliyor olsaydı yeni gelişmeler yaşanmaz, yeni teoremler ortaya çıkmaz veya binlerce yıldır ispatı ile beraber bilinen temel teoremler için daha farklı ve daha güzel ispatlar geliştirilmezdi. Kısacası matematik bir bilim dalı olmaz, sadece belirli şekilde kullanılan bir bilgi birikimi olurdu[56].

İleri matematiksel düşünme etkinliklerinde, bir durumun, olgunun doğru olup olmadığının, doğruysa neden doğru olduğunun açıklanması, gösterilmesi ya da var olduğu sanılan bir durumun, olgunun reddedilmesi hayati öneme sahip bir konudur[57]. Matematiksel bir ispatta; tanımlamalar, teoremler, işlem süreçleri olmalıdır ve bu yapılar ifadenin arkasında gizli kalan matematiksel-mantıksal öngörüleri ortaya koymalıdır[58]. Böylece öğrencilerin gerçek yaşamda bir durumun arkasında kalan gerçekleri öngörmeleri, doğruluğunu ve yanlışlığını test ederek olumlu sonuçlara ulaşabilmeleri sağlanabilir[59].

Geleneksel bakış açısıyla matematiksel ispat yapma mantıksal ve formal sorgulama yoluyla bir takım aksiyomlarla başlar ve bu aksiyomlar yine mantıksal adımlarla sorgulanarak sonuca ulaşılır[60]ispatlamayı bir takım kabul edilen durumların belirli amaçlarla tartışılması ve sunulması olarak tanımlamaktadır. Bu tanıma göre, ispat matematik eğitiminde adeta iletişimi kuran temel bir unsur olarak görülmektedir[57].

Slamson’a (1996) göre; ispatsız bir matematik alkolsüz bir konyağa benzemektedir, konuların içinde sakladığı o öz kaybolmaktadır[61]. Mason’a göre ispat; kişinin önce kendisini ve sonra da çevresindekileri sorgulanabilir bir konuda ikna etmesi sürecidir. Formal bir ispatı yapılandırırken birey, her adımda kendini mantıksal olarak ikna eder ve sonuçta mantıksal olarak açıklanmayan hiçbir boşluk kalmaz. Ancak, ispatlar her zaman formal yapıda olmak zorunda değildir.

Pek çok matematikçi yapılan ispatları yeterince açık ve anlaşılır bulmamaktadır. Bu nedenle kendileri bu ispatları anlaşılır kılmak için tekrar ispatlama yoluna gitmektedirler. Ülkemizde de bu düşüncenin öncülerinden biri Cahit ARF’ tir. ODTÜ Matematik Bölümü’nde Cahit Arf’in öğrencilerinden Prof. Dr. Ersan AKYILDIZ, Arf için şu sözleri söylemektedir:

‘*O günlerde Homological Algebra üzerine Cartan ve Eilenberg ile birlikte yazdıkları tek bir kitap vardı ve bunu referans olarak kullanıyorduk. Cahit Arf’ in derste yaptıklarıyla kitapta yazılanlar arasında – konuların, teoremlerin aynı olması dışında – ispat teknikleri açısından çok büyük farklılıklar gözlediğimi hatırlıyorum. Hocamız kitabı hikaye okur gibi okuyup, kendisine göre yorumlar, kendine özgü stili ile Gotik harflerden oluşan güzel sembollerle dolu inci gibi yazılmış ders notları hazırlar ve onları bize anlatırdı. Bu arada hiç çekinmeden, ‘Bu teorem böyle, ama ben anlamadım. ’ veya ‘’Bu ispatı hiç sevmedim, daha iyi bir yolu olmalı. ’’ derdi. Nitekim bir gün yine böyle bir teoremi ispatlamış ama memnuniyetsizliğini belirterek, ‘Bunun daha anlaşılır bir ispatı olmalı.’demişti.* ’[61].

Buna ek olarak matematiğin bir de onu üreten matematikçiler için sorun teşkil etmesi boyutu vardır. Örneğin, Artigue (1990) pek çok ünlü matematikçinin temel kavramları anlamakta ne tür güçlüklerle karşılaştıklarını göstererek matematiğin bu sıkıntılı kısmına işaret etmiştir[56].

Bu durumu matematik eğitimi açısından ele aldığımızda, eğer matematiğin bazı nesneleri (tanımları, yöntemleri, ispatları, vb) matematiği üreten matematikçileri dahi tatmin etmiyor ve hatta onlar için sorun teşkil ediyorsa, söz konusu nesnelerin matematiği sadece öğrenen konumunda olan öğrenciler için büyük sorunlar ve öğrenme güçlükleri doğurduğu iddia edilebilir[56]. İspat, matematiği anlamak ve matematik yapmak için gerekli olan en temel şarttır. İspatın matematik eğitimindeki önemi konusunda birçok farklı ülkede birçok araştırmacı çalışmalar yapmıştır[63:65].

İspatlama kelimesi matematik eğitiminde genellikle ortaöğretim ve üniversite gibi daha üst eğitim kademelerinde karşımıza çıkmaktadır. Konu ile ilgili literatürde, ispatlama becerisinin daha alt eğitim düzeylerinden başlatılması gerekliliği üç temel sebebe dayandırılmaktadır. İlki; ispatlama becerisi matematik yapmanın temelini oluşturmaktadır. Böylece bu durum matematiksel anlamanın, matematik yapabilmenin temelini oluşturmaktadır denebilir. İkincisi; ispatlama becerilerindeki gelişimin öğrencilerin matematiksel yeterliliklerini de geliştirebileceği düşüncesidir. Üçüncü olarak; öğrenciler üniversite düzeyinde ispatlarla karşılaştıklarında bocalayabilmektedirler. Bu durum ancak ilköğretim ve ortaöğretimde de ispatlama yeteneklerini geliştirmeyle ortadan kaldırılabilir[11].

İspatlama becerisinin matematik öğretiminin başlangıcından itibaren öğrencilere kazandırılmasının gerekliliği düşüncesi, araştırmacıları okullardaki öğretim programlarının incelenmesine itti. İspatlama becerisinin öğrencilere kazandırılacağı bir matematik öğretim programının geliştirilmesi oldukça önemlidir. Çünkü birçok ülkede matematik öğretim programları; aritmetik, hesap ve algoritmaya dayanmaktadır. Bu nedenle öğrenciler ortaöğretime geçtiklerinde ispatlama becerilerini kazanmakta ve aynı zamanda uygulamakta güçlük çekmektedirler. İlköğretim ve ortaöğretim arasında ispat becerisini geliştirirken yumuşak bir geçişin, bir köprünün kurulmasının gerekliliği aşikardır. Birçok araştırmacı ilköğretimden ortaöğretime geçen öğrencilerin matematik derslerinde yaşadıkları çoğu sıkıntıyı bu yolla aşabileceklerini öne sürmektedirler[64,66].

İlköğretim sürecinde öğrencilerin somut işlemler döneminde yer aldığı göz önünde bulundurulursa ve ispat öğretiminin de ilköğretim döneminde de çok ciddiye alınması gereken bir konu alanı olduğu düşünülürse ispat öğretiminin öğrencinin kendi gerçekliği ile ilişkilendirilerek sunulması daha anlamlı bir hale gelebilecektir. Aynı zamanda ispatlama becerisinin uygun modeller yardımıyla gerçekleştirilmesinin kişiye kazandırılması kişide ispatın kalıcı, anlamlı ve kullanılır bir hale gelmesini sağlayacaktır. Ayrıca daha ileri düzeydeki öğrenciler için de teoremlerim modeller yoluyla gerçeklenmesi kişilerin teoremleri kendi yaşamının dışında bir sistemler bütünü olarak değil de yaşamın içinde var olan ve gelişime açık bir yapı olarak algılamasını sağlayacaktır.

1.10.İSPAT YAPMA VE PROBLEM ÇÖZME

Matematik, gerçekliğin sorgulanmasıyla ilgilendiği için en açık konu alanlarından biridir. Ancak gerçekliği ifade etmek için kullanılan soyut ve karmaşık semboller yüzünden sorgulama amacı matematiğin arkasında kaldığı zaman matematik, konu alanları içinde en anlaşılmaz alan olur. Kısacası matematiksel ifadeler yüzünden sorgulanan gerçekliğin matematikleştirilmesi görülmüyorsa o zaman matematik sert duvarları olan ve bu sınırlar içerisinde kendince doğrulamalar yapan bir bilim olur[67].

Matematik öğreniminde öğrencilerin en sıkıntı çektikleri alanlardan biri ispat yapmadır. Bir ispatın giriş kısmı çok az öğrenci tarafından anlaşılabilmektedir. Bu nedenle de bu durum birçok öğrencinin ispata ve matematiğe olumsuz tutum geliştirmesine sebep olmaktadır[67].

Yirmi yıldan fazla bir süredir ispat yapmada öğrencilerin yaşadıkları sorunlarla ilgili yapılan çalışmalar önem kazanmaktadır. Ana yaklaşım, ispatın tekrar tanımlanarak belirli matematiksel aktiviteleri tamamlamayı gerektiren küçük parçalara bölünmesiyle birlikte bir problem durumunun ortaya konması şeklinde gerçekleşmektedir. Ancak bu işlemi yaparken sorgulama ya da kanıtlanmış mantıksal normlar göz ardı edilmemektedir.

Weber (2001), öğrencilerin ileri matematik konularında ispat yapma ile ilgili yaşadıkları güçlükleri, yapılan çalışmalar doğrultusunda, iki açıdan değerlendirmektedir. Bunlardan ilki; öğrencilerin matematiksel kanıtın nelerden oluştuğu hakkında doğru bir fikre sahip olmadıkları düşüncesidir. İkinci olarak, öğrenciler bir kavramı veya teoremi anlamada ve sistematik olarak bunu uygulamada eksik kalabilmektedirler[13]. Öğrencilerin bir kavramı ya da teoremi hatırlaması, bunu uygun şekilde uygulamalarını sağlamamaktadır[68].

Weber (2004) ileri matematik derslerinde lisans öğrencilerinin ispatlamada kullandıkları farklı yaklaşımları tanımlamaya çalışmıştır[10]. Bu yaklaşımlar; prosedürel ispatlama, sentaktik ispatlama ve semantik ispatlama olarak belirlenmiştir. Prosedürel ispatlama, kişinin öngörülmüş olan eylem ve süreçleri takip ederek kanıt oluşturmasıdır ve kişi bu şekilde geçerli bir kanıt oluşturacağına inanır. Öğrenci ispatı prosedürel olarak yaptığında, elde ettiği sonucun kanıtlanması gereken durumu nasıl gösterdiğinin farkında olabilir veya olmayabilir. Sentaktik ispatlama ise, doğru bir şekilde ortaya konan tanımların ve ilişkili diğer gerçeklerin, mantıksal olarak kabul edilebilir bir yolla manipüle edilmesiyle yazılan kanıttır. Sentaktik ispatlama ile ispat yapan kişi diyagramları veya formal olmayan gösterimleri kullanmaz. Semantik ispat yapma sürecinde kanıtlayan kişi yaptığı formal çıkarımları öne sürmek ve ifade etmek için durumun uygulansığı matematiksel nesnelerin gösterimlerini kullanır[13].

Raman (2003) üniversite öğrencileri ve öğretmenlerinin kanıta bakışlarını incelemiş ve kişilerin kanıtlama ve kanıtı değerlendirmelerinde üç farklı düşünce biçimi tanımlamıştır. Bunlar; buluşsal düşünce, prosedürel düşünce ve anahtar düşüncedir. Buluşsal (heuristic) düşünce informal anlamalara dayanır. Örneğin, deneysel verilere dayandırılır veya şekille gösterilir. Anlamlı olabilir ama formal ispata götürmez. Buluşsal düşünce bir şeyin doğru olduğuna dair bir his verir ama ikna etmez. Prosedürel düşünce ise ispatlamada kullanılır ve informal anlamalarla bağlantı kurmaksızın, mantık ve formal ispata götüren formal düzenlemelere dayalıdır. Prosedürel düşünce bir şeyin doğru olduğunu gösterir, ikna hissi verir ama anlama hissi vermez. Anahtar düşünce, uygun mantıksal geçerlikle birlikte formal ispata dönüştürülebilen buluşsal düşüncedir. Hem anlama hem de ikna hissi verir. Buluşsal düşünce özel, prosedürel düşünce geneldir ve anahtar düşünce bunların ikisi arasında bağlantı sağlar[67].

Bir matematikçi olan Thurston (1994)'un anahtar düşünceyi karşılayan şu cümleleri önemlidir:

‘*Birçok makalede ve çalışmada birçok eşitlik çalıştım ve kendi kendime şunları söyledim: Matematikçiler fikirlerini ortaya koymak için birçok tekerleme kullanmaktadırlar. Anlaşılması istenen anafikir açık olduğu zaman, formal kısımlar gereksiz ve hatta bazen bunaltıcı şekilde gereğinden fazla olabilmektedir. Böyle durumlarda ben genellikle kendimi bu ispatı yazarın yaptığından daha kolay bir şekilde yapabilecek gibi hissederim.* ’[69].

Thurston’a göre bir ispatta en önemli kısım ana fikirdir, yani giriş kısmıdır. O’nun düşüncesine göre bu fikri açıklamak için kullanılan semboller ve formüller ‘tekerleme’ den başka bir şey değildir[69]. Hanna (1983)’nın öne sürdüğü gibi; ‘*Matematikçiler ispat yaparken sembolleri ve formülleri kullanırlar, ancak daha çok bu sembollerin ve formüllerin arkasında gizli kalan matematik ile ilgilenmektedirler’*[70].

1.11. MATEMATİKSEL MODELLEME

1.11.1.Model-Matematiksel Model

Son otuz yıldan bu yana matematik eğitiminde temel teşkil eden konulardan biri gerçek dünya ve matematik arasındaki ilişkilerdir. Modellemenin matematik eğitiminde önemli bir konu olması da gerçek yaşamı ve matematiği birbirine bağlayan sağlam bir köprü özelliği taşıyor olmasına dayandırılabilir. Öğretim programlarında ve ders kitaplarında geçmiş on yıla oranla daha çok konuların gerçek yaşamla ilişkilendirildiği ve problemlerin daha çok gerçek yaşamdan alındığı görülüyor[71].

Gerçek yaşam; doğada, toplumda ve kültürde yer alan her şeydir. Gerçek yaşam ve matematik arasındaki kompleks etkileşimleri açıklamak için herkes tarafından anlaşılabilecek basit modeller kullanılır[46]. Modelleri geliştirmede genellikle başlangıç noktası olarak gerçek yaşamda yer alan bir problem durumu alınır. Problem çözücünün bilgi ve ilgisine göre bu durum basitleştirilerek, yapılandırılarak ve daha net bir ifade kazandırılarak problem formülize edilir ve bu problem durumunun gerçekçi bir modeli böylelikle ortaya konur.

Burada kullanılan 'problem' terimi de oldukça geniş bir anlam içerir. Klasik anlayışta var olan 'problem' kelimesinden daha zengin bir içeriğe sahiptir. Buradaki 'problem' terimi yalnızca pratik problemleri değil; aynı zamanda yaşamın bir kısmını üst düzey becerilerle tanımlama, açıklama, anlama ve hatta yaşamın bir kısmını düzenlemeyi de kapsamaktadır.

Modeller için 'İlgili sorun için daha fazla bilgi sağlayabilecek gerçekçi verilerin toplanabileceği gerçekçi yapılardır.' denebilir. Eğer gerçek dünyada yer alan bu gerçekçi modeller matematikleştirilebiliyorsa; bu durumda da model orijinal durumu açıklayan bir matematiksel model olma özelliğine kavuşur. O zaman da matematiksel metotlar devreye girer ve matematiksel sonuçlar elde etmek için kullanılırlar. Bu elde edilen sonuçlar tekrar gerçek yaşam problemi için değerlendirilir ve tekrar bir yorum yapılır. Aynı zamanda problem çözücü modelinin geçerliliğini, amacına uygun olup olmadığını matematiksel sonuçların kontrol edilmesiyle dener. Eğer eksiklik hissederse ya modelini düzenler ya da yeni bir model geliştirir. En son aşamada da problem durumunun açıkça çözümü sunulur[72].

Modelleme yaklaşımına göre matematiksel düşünme sürecinde öğrencilerin kullandıkları zihinsel araçların tamamı zihinsel modeller olarak tanımlanmaktadır. Başka bir deyişle; model, gerçek yaşam durumu ile ilgili zihinde var olan yapılar ve bu yapıların dış temsilleridir. Matematiksel model; Bir problem durumunu ya da gerçek yaşam durumunu matematiksel olarak ifade etmek için zihinde var olan ya da oluşturulan denklem, fonksiyon, grafik ve matematiksel düşünme becerileri gibi yapıların tamamıdır[73].

1.11.2.Matematiksel Modelleme

Günümüzde giderek karmaşık hale gelen, dinamik ve güçlü bir bilgi çağı ile karşı karşıyayız. Ekonominin, borsanın ve basında yer alan böylesi sistemlerin yorumlanabilmesi ve hatta bu kompleks sistemlerin içinde çalışabilmenin yolu güçlü matematiksel düşünme becerisi gerektirmektedir. Ancak bu becerileri geliştirmeyi birçok matematik öğretim programı göz ardı etmektedir. Artık tüm bireyler için; verileri niteleme, koordine etme, organize etme kadar verileri yapılandırma, açıklama, karar verme, tahmin etme de önem kazanmıştır. Matematiksel modelleme, öğrencilerin böylesi becerilerini geliştirmek için zengin bir öğretim olanağı sağlar[71].

Birçok ülkede öğrencilerin matematiğe ve bilime ilgilerinin çok az olduğundan yakınılmaktadır[74]]. Ancak araştırmalar sonucunda; ilköğretim düzeyinde öğrencilerin bilime ve matematiğe katılımlarında ya da performanslarında bir yetersizlik ya da becerememe durumundan ziyade; verilen öğretim programının anlamlı öğrenmeyi göz ardı ediyor olmasının performansı düşürücü ve yetersizlik uyandırıcı durumları desteklediği gözlenmektedir[75]. Matematikle yeni tanışan bu öğrencilere matematiksel kavramlar kendi yaşantılarında yer alan anlamlı yapılarla sunulduğunda bu özel kavramları algılama ve içselleştirmekte olağanüstü bir yeterlilik sergilemektedirler . Bu durum birçok çalışmada öğrencilerin yaşlarına ve o zamana kadar aldıkları matematik eğitimine bakmaksızın, matematiksel modelleme etkinlikleri ile matematiksel yapıları anlamlandırmada çok başarılı oldukları görülmektedir[73,76,77]. Buradan hareketle matematiksel modelleme ile öğrencilerin matematiğe ve matematiksel problem çözmeye karşı kendilerine olan yeterliliklerinin gelişeceği açıktır.

Matematiksel modellemenin matematik eğitiminde temel bir konu teşkil etmesi şaşırtıcı olmamalıdır. En temel sorulardan biri olan ‘İnsan neden matematik öğrenmelidir?’ sorusuna ‘Matematik öğrenmek bireye çevresini daha iyi anlamayı ve günlük problemlerini daha rahat çözmeyi ayrıca gelecekte karşılaşabileceği muhtemel problemleri de kestirebilmesini ve bunlar için de çözüm üretebilmesini sağlar.'Çünkü insanı ilgilendiren en basit bir konu matematiği de ilgilendirir. Bu durumda matematiğin modeller yardımıyla öğretilmesi de önem kazanır[71].

Matematiksel modelleme etkinlikleri öğrencilerin sınıflarda karşılaştıkları klasik problemlerden farklıdır. Erken yaşlarda problem çözme etkinlikleri bilinen bir prosedürün ya da açıkça tanımlanmış bir sistemin takip edilmesiyle gerçekleştirilir. Verilenler, istenen ve genel çözüm basamakları açıkça tanımlanmıştır. Bu nedenle herkes bir durumu yalnızca tek bir yolla açıklayabilir. Bu da öğrencilerin yorumlama süreçlerinin sınırlı tutulmasına sebep olmaktadır. Böylesi sorularda öğrenciler için temel amaç verilenlerden istenenlere ulaşmaktır. Böyle soruların matematik eğitimindeki öneminin göz ardı edilmemesine karşın; 21.yüzyılın bireylerden beklediği matematiksel bilgiyi, bu bilgiyi işlevsel olarak kullanma becerisini ve sosyal becerileri ne kadar geliştirdikleri sorgulanabilir[78:80].

Genelde öğrencilere sorulan tipik 'sözel problemlere' karşın 'matematiksel modelleme problemleri' kendine özel durumlar içerir. Bu özel durumlar matematiksel yollarla yorumlanmayı ve tanımlanmayı gerekli kılar[81]. Verilen bilgi ve istenen açıkça belirtilmemiştir. Modelleme problemlerinde; problemler genellikle tablo, diyagram gibi görsel sunumlar kullanılarak verilir. Öğrenciler bu görsel sunumları yorumlamak zorundadırlar.

Bir problem durumundan matematiksel bir modele ulaştıran bu sürece matematiksel modelleme denir. Ancak; matematiksel modelleme terimi; süreci yapılandırma, matematikleştirme, matematiksel olarak geçerliliğinin ve yorumlanmasının sorgulanması gibi de tanımlanmaktadır[72].

Modelleme olayları ve problemleri yorumlama (tanımlama, açıklama veya oluşturma) sürecinde problem durumlarını zihinde düzenleme, koordine etme, sistemleştirme ve organize edip bir örüntü bulma, zihinde farklı şemalar ve modeller kurma ve oluşturma sürecidir. Matematiksel modelleme en genel anlamıyla; matematik veya matematik dışındaki bir olayı, olguyu, olaylar arasındaki ilişkileri matematiksel olarak ifade etmeye çalışma, bu olaylar ve olgular içerisinde matematiksel örüntüler ortaya çıkarma sürecidir[53].

Matematiksel modelleme son yıllarda matematikçiler, matematik felsefecileri ve matematik eğitimcileri tarafından oldukça yoğun çalışılan bir konu alanıdır[81]. Bu çalışmalar ışığında literatürdeki modelleme yaklaşımları farklı şekillerde sınıflandırılmışlardır. Bu sınıflamalardan bir tanesi de Şekil 1.2'de Kaiser (2005)'in sınıflamasıdır[82].

Yaklaşım	Ana Hedefler	Çıkış Noktası	Önemli İsimler
Realistik veya Uygulamalı Yaklaşım	Gerçek hayat problemlerini çözme, gerçek hayatı daha iyi anlama, modelleme becerilerini geliştirme	Anglo-Saxon pragmatizmi ve uygulamalı matematik Pollak'ın pragmatik yaklaşımı	
Bağlamsal modelleme	Konu ilişkili ve psikolojik hedefler Sözel problem çözme		Sriraman, Lesh ve Doerr
Eğitimsel modelleme; a) didaktik modelleme b) bağlamsal modelleme	Pedogojik ve konu ilişkili hedefler a) öğrenme süreçlerinin tasarlanması ve geliştirilmesi b) kavram tanıtımı ve gelişimi	Didaktik teoriler ve öğrenme teorileri	Niss, Freudenthal Henning/Keune
Epistemolojik veya teorik modelleme	Teori temelli hedefler (teori gelişimine katkı sağlama gibi)	Roman epistemoloji	Brousseau, Chevallard

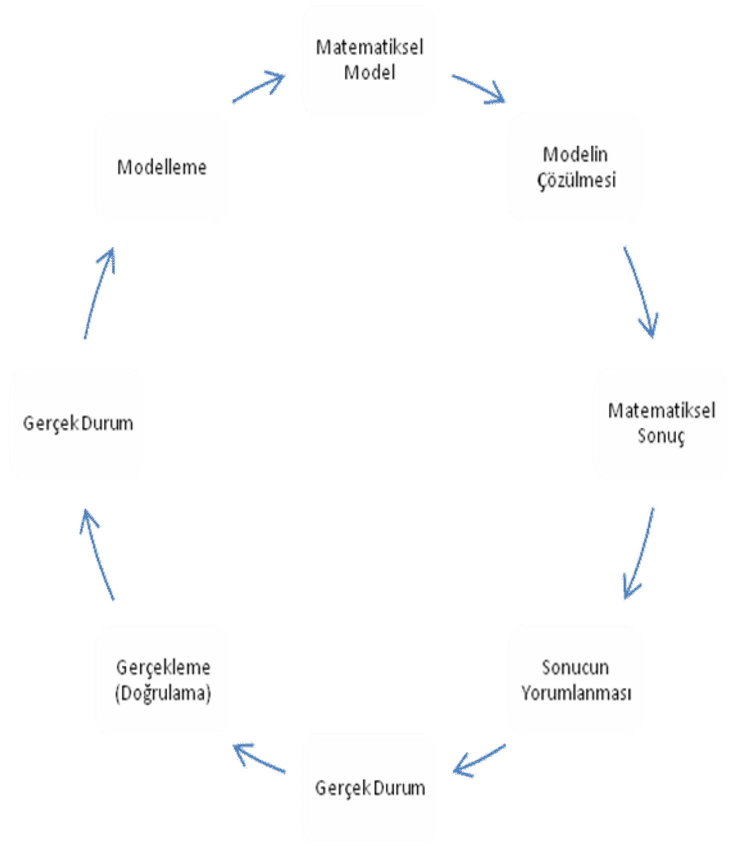
Şekil 1.2: Modelleme Yaklaşımları

Modelleme etkinlikleri geleneksel problem çözmeden iki yönüyle farklılık göstermektedir. Bunlardan ilki, modelleme problemlerinin çözümünde öğrenciler matematiksel kavramları ve işlemleri kullanmak ve bu kavramlar ve işlemler arasında bağlantı kurmak zorundadırlar[83]. Bu da öğrencilere adeta ilk defa özel bir yaşam durumunu matematikleştirme yani kendi matematiğini oluşturma fırsatı sağlar. İkincisi; öğrenciler modelleme etkinliklerinde gerçek yaşamda var olan bir sorun durumunu açıklayıcı modeller oluşturmaları için teşvik edilirler. Böylece çözümlerini daha farklı durumlar için genişletebilirler ve genellemelere ulaşabilirler[76,84].

Modelleme süreci öğrencilerin bir gerçek yaşam problemini çözmek için gösterdikleri çabayı geliştirdikleri süreçtir[76]. Bu süreç; problemi tanımlama, manipüle etme ve model oluşturma, matematiksel modeli gerçek yaşamla ilişkilendirme, gerçek yaşamla ilgili tahminlerde bulunma ve verilen problem durumu kapsamında çözümü çeşitlendirmeden oluşur. Öğrencilerin modelleme yetenekleri yapılandırma, matematikleştirme, yorumlama, gerçek yaşam problemlerini çözme ve matematiksel modellerle çalışma becerisini kapsamaktadır. Matematiksel modellerle çalışma becerisi; modelin geçerliliğini kontrol etme, eleştirel bakış açısıyla analiz edebilme, modeli değerlendirme ve modeli gerçek yaşama bağlama becerilerini kapsamaktadır[72].

Blum (2002)'ye göre modelleme süreci şu şekilde yapılanmaktadır. Modelleme sürecinin ilk adımı problemin temel sorusunu anlamaktır. Problemin temeli anlaşıldıktan sonra; öğrenciler bu problem durumunu ikna edici cevaplar toplayabilecekleri araştırmalar yaparlar ve bilgi toplarlar. Sonra problemi uyarlayıp bir model kurma sürecine girilir. Bu süreçte matematikleştirme yapılır. Matematikleştirmede; öğrenciler verileri tanımlar, ilişkileri matematiksel anlamda açıklar ve verileri ve ilişkileri en başta kurulan varsayıma dayandırırlar. Bu verileri açıkladıktan sonra da modellerini kurarlar. Varsayımda bulunma sürecinde ellerindeki modellerini gerçek yaşam durumundaki problemlerine uygularlar ve eğer modelleri doğruysa buradan çözümü çeşitlendirme sürecine girerler. Yani gerçek yaşam durumunu açıklayıcı daha farklı modeller oluşturmaya çalışırlar. Eğer modelleri problem durumu için geçerli değilse, o zaman tekrar bir model oluşturmaya çalışırlar[72].

Blum (2002) bir çalışmasında bu süreçleri bir çatı altında toplamış ve Şekil 1.3'teki gibi resmetmiştir:



Şekil 1.3: Matematiksel Modelleme Döngüsü

1.12.İSPATLAMA VE MODELLEME

Günümüzde matematiğin günlük yaşamda canlı bir bilim olarak yer aldığını, yaşam içindeki anlamlılığını ve gücünü vurgulamak amacıyla öğretmenlerden, öğrencilerine kavramsal yapıları anlamlı bir biçimde kazandırmaları beklenmektedir. Öğrencilerden beklenen ise bu doğrultuda problem çözme becerilerini geliştirmeleridir. Bu da ancak ispatlamanın tam olarak anlaşıldığı sağlıklı sınıf ortamlarında gerçekleştirilebilir. Böylesi sınıf ortamlarında ispatlama yalnızca matematiksel anlamda bir gerçekleme olarak kalmaz, aynı zamanda bir durumu matematiksel anlamda açıklama aracı olarak kullanılır[85].

Matematikçiler ve matematik eğitimcileri bir örnek durumun bir teoremi oluşturmak için ve bu teoremi doğrulamak için, daha doğrusu örnek bir durumdan hareketle bir teoremin genelleştirilemeyeceğini belirtmektedirler. Bu durumun sebebi ise örnekten hareketle gerçeklenen teoremlerin özel bir alan için ikna edici olması ancak öğretici olmamasıdır. Örnekten hareketle bir teoremin gerçeklenmesi fikri ancak 'Anahtar Düşünce' yaklaşımı ile gündeme gelebilir[67,13].

Okulda yapılan açıklayıcı bir ispat yalnızca varsayımın doğruluğunu değil, aynı zamanda o varsayımın neden doğru olduğunu da göstermelidir. Böylesi ispatların amacı, varsayımlarda yer alan ilişkili kısımları geniş bir matematiksel yapıda aydınlatmaktır. Sınıf ortamında; böylesi ispatlar yapılırken, formal bir yapının değil de öğrencilere tanıdık gelen yapıların kullanılmasının daha etkili, kalıcı ve anlamlı öğrenmeyi sağlayabileceği söylenebilir[85].

İspatın gerçekleştirilmesinde varsayımın kesin bir yerden alınmış olması beklenir. Bu amaçla alınan varsayım öğrencilerin yaşamlarından seçilirse, öğrenciler ispatı ilk defa kendileri yapıyormuşçasına bir öğretim tecrübesi yaşayabilirler. Böylece ispatın kendi içerisinde yer alan doğrulamaları ve kavramsal gerçeklemeleri kendileri yeniden bir matematikçi edasıyla kurabilirler.

İspatlama yapılacağı zaman temelde iki özel duruma ihtiyaç duyulmaktadır. Bunlar;

1) Doğru varsayımları bulmak
2) Bu varsayımdan hareketle tümdengelimsel zincirler tasarlamaktır.

Formal matematikte bu etkinliklerden ilkinin gerçekleştirilmiş olduğu düşünülür. İspat öğretimi yapılırken yalnızca ikinci kısmın geliştirilmesine dikkat edilmektedir. Birinci kısmın geliştirilmesi tamamen göz ardı edilmektedir. Gerçek yaşamda ispatlama becerisinin kişide geliştirilmesi bekleniyorsa bu ancak kişinin doğru varsayımları da kurmayı bilmesiyle gerçekleşebilir. Bu da uygulamalı fen ve matematikte 'modelleme' olarak adlandırılmaktadır[86].

Matematiksel anlamda özel durumlardan ve örneklerden yola çıkarak genellemelere ve kurallara ulaşma yolu ile kurulan bir model aracılığı ile bir ispat gösterilebilir, anlatılabilir ve yorumlanabilir. Kendi yaşamlarında karşılığı olan bir model durumunun kullanımı da matematiksel ispatların öğretiminde formal yöntemle yapılan öğretimden daha etkilidir. Fichbein (1987)'a göre; ispatın formal dili ve öğretimde kullanılan model dilin farklı yapıda olması model durumun kişilere ispatı hatırlamalarında bir analoji olma özelliği katar. Böylece kişiler herhangi bir teoremi özel modelinden yola çıkarak ilk defa gerçekliyormuşçasına ispatlama deneyimini tekrar tekrar yaşarlar[85].

Modellemenin; problem kurma, bir model oluşturma, modeli yorumlama, sonuçlar üretme, … şeklinde bir sarmal döngüsünün olduğundan daha önce bahsedilmişti. İspatlama için de böylesi bir döngü geçerlidir. İspatlama; bitmiş, bir sonuçla sınırlandırılmış bir dizi tümdengelimsel zincir olmaktan uzaktır. İspatlama; bir takım varsayımların (problemlerin) seçimi, bu varsayımlardan belirli yapıların kurulması, bu yapıların yorumlanması ve bir sonuç çıkarılması, bu sonuca dayalı bir varsayımın üretilmesi, … gibi bir sarmal döngüye sahiptir. Bu nedenle ispatlama ve modelleme birbirlerinden asla ayrılmaz iki kavramdır. Bu yüzden bu iki yapı birbiri ile ilişkilendirilerek öğretimde de etkin bir şekilde kullanılmalıdır[86].

1.3.İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde öncelikle ispat ve ispat yapma ile ilgili yapılmış araştırmalara, daha sonra matematiksel modelleme ile ilgili yapılmış araştırmalara ve son olarak da ispat yapma ve matematiksel modelleme ile ilgili araştırmalara yer verilmiştir.

Weber (2001) çalışmasında, üniversite öğrencilerinin prosedürel ispatlama yaparken ispatı anlamada nasıl bir anlayış geliştirdiklerini incelemiştir. Çalışma Kuzey Amerika'da bir reel analiz sınıfında altı öğrencinin gönüllü katılıyla gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin çok az bir kısmı ispatlamanın bir çeşit tartışma olarak gördüklerini ve çok büyük bir kısmının ise takip edilmesi gereken bir sistemler bütünü olarak değerlendirdikleri tespit edilmiştir[13].

Porter (2003) üst düzey matematiksel düşünme becerisine sahip on bir öğrenci ile bu öğrencilerin yeni matematiksel kavramları öğrenmede kullandıkları stratejileri ve ispatlama yöntemlerini incelemiştir. Harel ve Sowder (1998)'in geliştirmiş oldukları ispatlama şemasını kullanmıştır. Öğrencilerle etkinlikleri temele alan görüşmeler yapmıştır. Çalışmanın sonucunda; tüm öğrencilerin örnek etkinlikleri (ispatları) başarıyla tamamladıkları, ancak örnekleri ispatlamada farklılaştıkları gözlenmiştir. Tüm öğrenciler ispatlarını yaparken bir ya da iki farklı ispat şeması kullanmışlardır. İspatını örnek temelli gerçekleştiren öğrencilerin ispatları diğerleri tarafından daha tutarlı bulunmuştur. Deduktif yoldan ispatlama yapan öğrencilerin ise kavramları ve kullanılan örnekleri formülleştirmede daha başarılı oldukları ancak açıklayıcı yeni örnek olay durumları oluşturamadıkları görülmüştür[89].

Raman (2003) çalışmasında kişilerin ispatı öğrenmelerindeki farklılıkları incelemiştir. Araştırması boyunca yüksek matematikçileri değil üniversite öğrencilerini konu edindiğini belirten Raman, 2001 yılında gerçekleştirdiği çalışmasının teorik çerçevesini çizmiştir. 2001 yılında gerçekleştirdiği çalışmasında profesörlerin üniversite öğrencilerine yaptıkları ispatları incelemiş ve öğrencilerin bu ispatları anlamada yaşadıkları sıkıntının kaynağı olarak matematiksel bilgi ve becerilerinin azlığının da büyük katkısı olmasına karşın asıl nedenin ispatlama yollarının profesörlerden farklılık göstermesi olarak belirlemiştir. Raman'a göre kişilerin ispat yapma yolları üçe ayrılmaktadır. Bunlar,

1) Heuristik (Bilişsel) Yol
2) Prosedürel Yol
3) Anahtar Düşüncedir.

Heuristik (bilişsel) yol; deneysel yöntemlerle bir teoremi gerçeklemeye çalışmaktır. Ancak bu deneysel durumlar teoremi her noktada gerçeklemeyebilir. Bu yol; kişiye anlama hissi verir ancak ikna edici değildir. Prosedürel yol, ispatın mantık ve formal matematiksel yapıların kullanılmasıyla doğrulanmasıdır. Bu yol, kişiyi ikna edebilir ancak her zaman kişide anlama gerçekleşmeyebilir. Anahtar düşünce ise, informal bir yapıyı formal matematiksel kavramlara bağlayıcı bir düşüncedir. Özel örnek durumlarla ispat gerçeklenir. Kişiyi ikna edici ve aynı zamanda ispatı kişiye anlaşılır kılıcı bir yapısı vardır.

Çalışmasında yaptığı görüşmeler sonucunda, üniversite öğrencilerinin çok az bir kısmının ispatları hem anladıkları hem de ikna edici buldukları anlaşılmıştır. Bunun nedeni olarak üniversite hocalarının 'Anahtar Düşünce' yöntemini kullanmamalarıdır. Eğer bu yöntem kullanılırsa daha ikna edici ve anlaşılır ispatlamaların yapılabileceği önerilmiştir[67].

Weber (2004) yaptığı çalışmasında, matematik eğitiminde ispat öğretiminin önemli bir yeri olduğundan bahsetmiş ve öğrencilerin kendi başlarına ispat yapabilme becerilerini gündeme getirmiştir. Çalışmada cebir ve analiz derslerinden alınan teoremleri temele almıştır ve öğrencilerden verilen teoremleri ispatlamaları ve bu ispatları gerçekleştirirken sesli düşünmelerini istemiştir. Sonuçta öğrencilerin ispatlama becerilerinin üç farklı şekilde olduğu tespit edilmiştir. Bunlar; prosedürel ispat yapma becerisi, sentaktik ispat yapma becerisi ve semantik ispat yapma becerisidir[10].

Solomon (2006) çalışmasında üniversite birinci sınıfı tamamlamış 12 öğrenci ile matematik öğrenme ve matematiğin epistemolojisi ile ilgili görüşmeler yapmıştır. Öğrencilerin bu konudaki görüşlerinin kendi değerleri, varsayımları ve normları doğrultusunda değişkenlik göstermiştir. Ayrıca öğrencilere akademik anlamda ispatlama becerisinin üniversite öncesinde kazandırılması ve öğrencilerin onaylama ve yapılandırmaya dayalı matematiksel bilgilere çok daha erken yaşlarda tanıştırılmasının gerektiği ortaya konmuştur[61].

Stylianides (2007) çalışmasında ispat öğretiminin, matematik öğretiminin her seviyesinde ele alınmasının gerekliliğine değinmiştir. Bu amaçla da ilköğretim düzeyinde üçüncü sınıf seviyesinde 22 kişilik öğrenci grubuna bir ispatlama etkinliği yaptırmıştır. Öğrencilere üzerinde tartışabilecekleri 'İki tek sayının toplamı bir çift sayıyı verir' teoremini temele alan bir tartışma sunmuş ve buradan hareketle öğrencilerin matematiksel bir ispatı gerçekleştirmelerini sağlamıştır. Öğrenciler birbirleri ile etkileşime girerek ve kendi yapılarını kullanarak ispatı başarıyla tamamlamışlardır. Bu doğrultuda araştırmacı, ilköğretim düzeyinde de öğrencilerin ispatlama becerilerinin olduğunu ortaya koymuştur. Çalışmada; öğretmenlerin uygun sınıf düzeyine uygun tartışma konusu sunduklarında ve gerekli yerlerde öğrencilerine rehberlik ettiklerinde bireylerin erken yaşlarda da ispat yapacaklarına vurgu yapılmıştır. Bu amaçla da öğretim programlarının yeniden gözden geçirilmesi önerilmiştir[88].

Knuth ve Ko (2009) yaptıkları çalışmalarında öğrencilerin ispat yapma becerilerini incelemeye ve bu bağlamda matematiksel algılama becerilerini sınıflamaya çalışmışlardır. Çalışma 2007 Güz Yarıyılı İleri Analiz sınıflarında öğretimine devam eden 38 gönüllü öğrencinin katılımı ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın sonucunda; ispatın öğretilmesine ve öğrenilmesine çok önem verilmesinin gerektiği ortaya konmuştur. Bunun nedeni ise öğrencilerin ispat yaparken yaşadıkları sıkıntılardır. Çalışma aynı zamanda öğretim programlarının da ispat yapma becerisini göz önünde bulundurarak yeniden yapılandırılmasını öne sürmektedir[57].

Furinghetti ve Morselli (2009) kişilerin matematiksel becerileri sergilerken bilişsel süreçleri kadar duyuşsal süreçlerinin de etkili olacağını belirtmektedirler. Dolayısıyla önemli bir matematiksel beceri olan ispatlamayı gerçekleştirirken de duyuşsal süreçler etkili olmaktadır. İspatlamanın temelde dört adımda gerçekleştiğini öne sürmektedirler. Bu adımlar problem çözme sürecine çok benzemektedir ve bu adımları şu şekilde sırlamışlardır:

1)Problemi anlama,
2)Bir plan geliştirme,
3)Planı gerçekleştirme,
4)Problemi çözme ve değerlendirmeler yapmadır.

Çalışmada öğrencilerle yapılan görüşmeler derinlemesine incelenmiştir. İnceleme yaparken iki durum üzerine eğilmektedirler. Bunlardan ilki; bilişsel alanda öğrencilerin ispat yaparken bir sıkıntı ile karşılaştıklarında panik yaşayıp yaşamadıklarıdır. İkincisi ise; öğrencilerin matematik konusunda kendilerine olan inançlarının ispatlama becerileri üzerine bir etkisinin olup olmadığıdır. İki öğrenci ile yapılan görüşmeler neticesinde öğrencilerin ispat yaparken yaşadıkları sıkıntının kaynağını matematiksel bilgi ve becerilerinin yeterli olmayışı olarak belirlemişlerdir. Ayrıca; kişilerin kendilerine olan inançlarının bilişsel düzeyde bir işlemi gerçekleştirmede etkili olacağını tespit etmişlerdir. Bu nedenle kişilerin ispat yaparken kendilerine olan yeterliliklerine inanmaları gerekmektedir[87].

Cheng (2001) çalışmasında matematiksel modellemenin Singapur matematik öğretim programına eklenip eklenmemesinin değerlendirmesini yapmıştır. Çalışma boyunca bazı matematiksel modelleme etkinlikleri incelenmiştir. Çalışma sonunda problem çözmeyi temele alan öğretim sistemine matematiksel modellemenin eklenmesinin çok büyük faydaları olacağı belirtilmiştir[92].

Blum (2002) çalışmasında matematiksel modellemenin matematik eğitimindeki yerini tespit etmektir. Çalışma dört kısımdan oluşmaktadır. Birinci kısımda; matematiksel modelleme ile ilgili kavramlar geniş çapta ele alınmıştır. İkinci kısımda; matematiksel modellemenin okullarda ve üniversitelerdeki yeri değerlendirilmiştir. Üçüncü kısımda; matematiksel modellemenin matematik öğretim programlarındaki ve öğretim etkinliklerindeki yeri tanımlanmıştır. Son kısımda; matematiksel modellemenin öğretimi için son yıllarda Amerika, Avustralya ve Avrupa' da geliştirilen materyaller ve kaynaklar tanıtılmıştır[72].

Shternberg ve Yerushalmy (2003) çalışmalarında matematiksel modellemenin iki farklı oluşumunu incelemişlerdir. Bunlardan ilki, didaktik modellerdir. Didaktik modeller, matematiksel kavramların modelleridir. Diğeri ise, matematiksel modellerdir. Matematiksel modeller de fiziksel olguların matematiksel yapılarla modellenmesidir. Çalışmada 30 lise öğrencisine modelleme soruları yöneltilmiştir ve buradan hareketle öğrencilerin bu iki modele yaklaşımları belirlenmiştir. özel modelleme etkinlikleri verilerek 'The Function Sketcher' Programı ile Lesh ve Doerr (2005)'in geliştirdikleri didaktik modelleme ve matematiksel modelleme yapılarını kullanmışlardır. Her iki yapının da öğrenmede ve öğretmede faydalı olduğu tespit edilmiştir[94].

Garuki, Dapueto ve Bareo (2003) yaptıkları çalışmada farklı öğrenme çevrelerinde olan bireylerin modelleme ve problem çözme süreçleri incelenmiştir. Çalışmanın örneklemini ilköğretim sekizinci sınıf düzeyinde iki sınıf oluşturmaktadır. Bunlardan ilki, Kuzey İtalya' dan 20 kişilik bir sınıf ve diğeri de İspanya'dan 26 kişilik bir sınıftır. Belirli problem çözme etkinlikleri öğrencilere uygulanmıştır. İtalya'daki öğrencilerin on üçü modelleme yapmada başarılı olmuşlardır. Bunlardan dört tanesi verilen bir problem durumunu daha ileri bir hipotez şeklinde yazabilmişlerdir. İspanya'da ise beş öğrenci modelleme yapabilmiştir. Ancak problem durumunu daha ileri bir hipotez şekline getirememişledir[90].

Güneş, Gülçiçek ve Bağcı (2004) çalışmalarında; fizik, kimya, fen bilgisi ve matematik öğretim elemanlarının, hem fen bilimlerinde hem de fen bilimlerinin eğitiminde önemli bir yere sahip olan modellerin ne olduğu, eğitimdeki rolleri, niçin ve nasıl kullanıldıkları hususundaki görüşleri incelenmiştir. Çalışmaya 2002-2003 öğretim yılında eğitim fakültelerinde görev yapan fen ve matematik öğretim elemanları katılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre; fen ve matematik öğretim elemanları model ve modellemenin doğası ile ilgili eksik bilgi sahibidirler. Çalışmada; öğretim elemanlarının mesleki yaşantılarının vazgeçilmez bir parçası olan bilimsel modellerin doğasını daha yakından tanımalarının gerektiği önerilmektedir[95].

English ve Watters (2005) çalışmasında öğrencilerin matematiksel kavramları yapılandırmalarını ve sorgulama süreçlerini iki modelleme etkinliğini temele alarak incelemiştir. Verilen modelleme etkinliklerindeki problem durumları matematiksel yöntemlerle yorumlanmayı ve çözümlenmeyi gerektiren özel yapılar içermektedir. Çalışma ilköğretim üçüncü sınıf düzeyinde gerçekleştirilmiştir. Altı ay süren çalışmanın neticesinde; matematiksel modelleme etkinliklerinin küçük yaşlarda da büyük fikirlerin oluşmasını ve bireylerin oluşturdukları fikirler doğrultusunda problem çözebildikleri, karar verebildikleri tespit edilmiştir[71].

Ferri (2006) çalışmasında öğretmenleri ve öğrencileri bilişsel anlamda değerlendirmiştir. Çalışma onuncu sınıf düzeyinde 65 öğrenci ve 3 öğretmenin katılımı ile gerçekleştirilmiştir. Matematiksel düşünme şekillerinden matematiksel-didaktik ve bilişsel-psikolojik yaklaşımlar temele alınarak öğretmenlerin ve öğrencilerin modellemelerini incelemiştir. Çalışmanın sonunda, öğrencilerin modelleme yaparken öğretmenlerinin bilişsel yapılarını kullandıkları tespit edilmiştir[91].

Zawojewski (2006) çalışmasında problem çözme ve matematiksel modellemenin farklılıklarını ortaya koymuştur. Bu amaçla; bir problem çözme etkinliği ile bir matematiksel modelleme etkinliği arasındaki fark, problem çözme süreci ile matematiksel modelleme süreci arasındaki fark ve problem çözme ile matematiksel modellemenin birbiri ile ilişkisi incelenmiştir. Buna göre; problem çözme etkinliklerinde kişinin bir tasarım yapması gerekmeyebilir. Ancak modelleme etkinliklerinde her zaman kişinin derinlemesine bir tasarım yapması gerekmektedir. Problem çözme sürecinde amaç verilenlerden hareket edilerek sorunu en uygun yöntemle ortadan kaldırmaktır. Modelleme etkinliklerinde ise bir durumu sonuçlarıyla birlikte yorumlama ve bu yeni modeller oluşturma süreci vardır[93].

Mousoulides, Christau ve Sriraman (2008) yaptıkları çalışmada öğrencilerin matematiksel modelleme etkinlikleri yaparken geçirdikleri süreçleri ve öğrencilerin modelleme problemlerini çözmede hangi yolları kullandıklarını incelemiştir. Çalışmaya biri kontrol diğeri deney grubu olmak üzere iki grup öğrenci katılmıştır. Deney grubunda yüz dört tane altıncı sınıf öğrencisi ile doksan tane dördüncü sınıf öğrencisi bulunmaktadır. Kontrol grubuna ise doksan tane altıncı sınıf öğrencisi ve yüz on altı tane dördüncü sınıf öğrencisi katılmıştır. Öğrencilere problem çözme aktiviteleri sunulmuştur ve bu problemleri çözerken modelleme öğretimi gerçekleştirilen grubun problem çözerken modelleme becerileri incelenmiştir. Çalışmanın sonunda; öğrencilerin problem çözme etkinliklerinin modelleme ile geliştiği tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin modelleme becerilerinin, sınıf düzeylerine ve matematiksel modellemeye karşı ilgi ve becerilerine bağlı olduğu ortaya çıkmıştır[81].

Kertil (2008) çalışmasında bir devlet üniversitesindeki dördüncü sınıf öğrencilerinin problem çözme becerileri modelleme sürecinde incelenmiştir. Çalışmanın örneklemini İstanbul'da bir üniversitede öğrenim gören dördüncü sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Modelleme süreçlerinin belirlenmesinde modelleme testi kullanılmıştır. Kullanılan modelleme testi Crouch, Davis, Fitzharris, Haines, Izard, Houston ve Neill tarafından 1991' den 2005'e kadar üzerinde çalışılarak geliştirilmiştir. Çalışma sonucunda; öğretmen adaylarının modelleme etkinlikleri sürecinde problem çözme becerilerinin yeteri kadar iyi olmadığı gözlenmiştir[43].

Ron ve Dreyfus (2004) çalışmalarında altı farklı lise öğretmeninden sınıflarında modeller yardımıyla ispat yapmaları istenmiştir. Çalışmanın sonucunda; öğrencilerin modeller yardımıyla gerçekleştirdikleri ispatlarda matematiksel fikirleri ve temel varsayımları daha rahat kabul ettikleri ortaya konmuştur[85].

Hana ve Jahnke (2007) çalışmalarında modellemenin ve ispatlamanın birbirlerini tamamlayıcı birer yaklaşım olduklarını ortaya koymuşlardır. Öğretimde birbirleri ile ayrılmaz biçimde kullanılmalarının gerekliliğini belirtmişlerdir. Örnek olarak iki teoremin ispatı modelleme ile gerçekleştirilmiştir. İlki, fizik biliminde yer alan statiğin temel kurallarının kullanılmasıyla ispatlanan geometrik bir teoremdir.

İkincisi ise genelde ve özelde akıl yürütme kullanılarak gerçekleştirilen Pick Teoremidir. İspatlamanın modelleme ile yapılmasının daha anlamlı, kalıcı ve kalıcı olacağı eklenmiştir. Ayrıca bireyler bir müddet sonra modelleri adeta bir analoji gibi kullanabilecekleri belirtilmiştir. Yani kişi bir teoremi görünce modeli zihninde canlandırabilecektir ya da modeli göreünce teoremi hatırlayabilecektir[86].

Blum (1998) çalışmasında matematik öğretiminde özel bir konu alanı olan ispat öğretimi ve öğreniminde gerçek yaşam durumlarının kullanılmasını incelemiştir. İki tane teoremi gerçek yaşamla ilişkilendirerek ispatlamaya çalışmıştır. Bu teoremlerden bir tanesi 'İntegral Hesabın Temel Teoremi' ve diğeri de 'Rasyonel Sayıların Yoğunluğu' dur. Sonuç olarak bu şekilde ispat öğretiminin denenmesi ve bu şekilde teoremlerin gerçek yaşamla ilişkilendirilmesi önerilmektedir[96].

2. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeline, evren ve örneklemine, veri toplama araçlarına ve veri çözümleme tekniklerine yer verilmiştir.

2.1.Araştırma Modeli

Araştırma ön test-son test deneme modelinde gerçekleştirilmiştir. Deneme modelleri, neden-sonuç ilişkilerini belirlemeye çalışmak amacı ile doğrudan araştırmacının kontrolü altında, gözlenmek istenen verilerin üretildiği araştırma modelleridir. Tarama modelleri ile var olan durum gözlenirken, deneme modelinde, gözlenmek istenenlerin araştırmacı tarafından üretilmesi söz konusudur[97].

Yeni bir öğretim yönteminin bir grup üzerindeki etkisini araştırmak için kullanılan deneysel yöntemlerden biri ön test son test tek gruplu deney tasarımıdır. Tek gruplu ön test son test modelinde bir gruba bağımsız değişen uygulanır ve uygulama öncesi ve sonrası ölçme yapılır. Modelde grubun ölçme araçlarından aldıkları ön test ve son test puanlarının aritmetik ortalaması arasında anlamlı bir farklılık varsa uygulamanın etkili olduğu kabul edilir[97].

2.1.1. İşleniş

Çalışma eylem araştırması olma özelliğini de taşımaktadır. Cohen ve Monion (1994) eylem araştırmasını gerçek hayattan bir işleyişe müdahale ve bu müdahalenin mevcut işleyiş üzerindeki etkilerinin ayrıntılı olarak incelenmesi süreci olarak tanımlamaktadırlar. Dewey (1933) öğretim ve öğrenme sürecinde denemenin ve araştırmanın önemini vurgulamış ve öğrencilerin daha iyi öğrenmelerine yönelik yaklaşımların ve uygulamaların bu yolla keşfedilebileceğini ve paylaşılabileceğini belirtmiştir[98].

Yaptığımız çalışmada öğrencilerin ispatlamaya karşı tutumlarında, ispatların matematiksel modelleme ile gerçekleştirilmesi durumunda bir farklılaşmanın olup olmadığı gözlenmiştir. Bu nedenle üç hafta tez uygulamaları olmak üzere beş hafta devam eden etkinlikler modellemeye dayalı ispat yapmayı öğrenmeyi ve öğretmeyi içermektedir. Bu etkinlikler sonucunda öğrencilerin ispatlamaya karşı tutumlarının incelenmesi Üzel ve Özdemir (2009) tarafından geliştirilen ' İspata Yönelik Tutum Ölçeği' ile ön tutum son tutum çalışması olarak incelendiğinden bir öğretim yönteminin öğrencilerin tutumu üzerindeki etkisi incelenmiştir[99]. Dolayısı ile çalışmamız bir tür öğretim yönteminin öğrencilerin tutumuna etkisini incelemesi bakımından eylem araştırması niteliği de taşımaktadır.

Araştırmada gerçekleştirilen çalışmaları şu şekilde sıralayabiliriz:

1) Modellemenin anlatılacağı, modelleme etkinliklerinin gerçekleştirileceği ve matematiksel modelleme ile gerçekleştirilecek ispatların yapılacağı dersin pilot çalışmasının yapılması,
2) Ders planında uzman görüşüne dayanarak gerekli düzenlemelerin yapılması,
3) Ana çalışma başında öğretmen adaylarının ön tutumlarının ölçülmesi,
4) Ana çalışmadaki ders anlatımının yapılması,
5) Ana çalışma sonunda öğretmen adaylarının son tutumlarının ölçülmesi,
6) Ana çalışmanın bitiminde öğretmen adaylarıyla yapılandırılmış görüşmelerin gerçekleştirilmesi.

2.2.Evren ve Örneklem

Araştırmanın evrenini, eğitim fakültelerindeki ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Araştırmanın örneklemini ise Balıkesir Üniversitesi Necatibey Eğitim Fakültesi 2010-2011 Bahar Yarıyılı İlköğretim Matematik Öğretmenliği üçüncü sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Örneklem seçiminde kasti örneklemeye gidilmiştir. Bu teknikte, örneği oluşturan elemanlar araştırmacının araştırma problemine cevap bulacağına inandığı kişilerden oluşur. Yani deneklerin belirlenmesindeki ölçüt araştırmacının yargısıdır[100].

İlköğretim Matematik Öğretmenliği ders programlarında Özel Öğretim Yöntemleri Dersi üçüncü sınıfta yer almaktadır. Ayrıca çalışılacak bireylerin ispatlama ile ilgili geçmiş yaşantılarının olması gerekmektedir. Üçüncü sınıfa kadar aldıkları pür derslerde geleneksel yöntemlerle ispatlamalar yaptıkları da göz önünde bulundurulur ve matematiksel modellemenin de bir özel öğretim yöntemi olduğu düşünülürse bu çalışmanın bu düzeyde gerçekleştirilmesi en doğrusu olacaktır.

2.3.Veri Toplama Araçları

Uygulama öncesi öğrencilerin ispatlamaya yönelik tutumlarını anlamaya yönelik ön tutum uygulaması yapılmıştır. Daha sonra matematiksel modellemenin tanıtımı yapılmıştır. Hazırlanan matematiksel modelleme etkinlikleri önce bireysel ve daha sonra da grup çalışmaları ile yapılmıştır. Elde edilen veriler ayrıntılı olarak değerlendirilmiştir. Etkinlik kağıtları dağıtılarak öğrencilerin etkinlikler üzerinde bireysel ve grup halinde çalışmaları sağlanmıştır. Çalışmaların bitiminde gönüllü veya araştırmacı tarafından belirlenen öğretmen adayları çözümlerini sınıf ortamına sunarak tartışmaya açmışlardır. Matematiksel modelleme ve matematiksel modelleme süreci takip edilerek yapılan matematiksel modelleme etkinlikleri tamamlandıktan sonra matematiksel modelleme ile üç tane teorem ispatlanmıştır. Bu teoremler Ekler kısmında verilmiştir. İspatlar gerçekleştirilirken tüm sınıfın matematiksel modelleme sürecinin takip etmesi ve fikirler üretmesi sağlanmıştır. Yapılan çalışma sonunda öğretmen adaylarının tutumlarında bir değişme olup olmadığını anlamak için son tutum uygulaması yapılmıştır. Son olarak araştırmacının öğretmen adaylarının etkinlik kağıtlarındaki performanslarına göre değerlendirdiği on dört öğrenci ile yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır.

Bu kısımda yukarıda sözü geçen uygulamalarda kullanılan veri toplama araçlarının her birinden, bunlarla ilgili yapılan geçerlik ve güvenirlik çalışmalarından ve uygulamalarından ayrıntılı olarak açıklanacaktır.

1) Tutum Ölçeği
2) Deneme Çalışması
3) Modelleme Etkinlikleri
4) İspatlama Etkinlikleri
5) Ana Çalışma
6) Görüşme

2.3.1.Tutum Ölçeği

İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının ispata yönelik tutumlarını ölçmek amacıyla Üzel ve Özdemir (2009) tarafından geliştirilen 'İspata Yönelik Tutum Ölçeği' kullanılmıştır. 21 maddeden oluşan ölçeğin tek faktörden oluştuğu görülmektedir. Ölçeğin Cronbach Alpha katsayısı . 897 olarak bulunmuştur[Ek A]. Bu da ölçeğin güvenilir olduğuna işaret etmektedir. Madde toplam korelasyonu da . 50 ile . 82 arasında değişmektedir. $p < .001$ olduğundan ölçek geçerli bulunmuştur.

Ölçekte her maddeye verilecek cevap kodları 1.00 ile 5.00 arasında değişmektedir. Buna göre dereceleme maddeleri;
1) Tamamen katılıyorum
2) Katılıyorum
3) Karasızım
4) Katılmıyorum
5) Hiç Katılmıyorum
şeklindedir. Aralıkların eşit olduğu varsayımından hareket edilerek, aritmetik ortalamalar için puan aralığı kat sayısı 0.80 olarak bulunmuştur.

$$\text{Puan Aralığı} = \frac{\text{En Yüksek Değer-En Düşük Değer}}{2}$$

Böylece aşağıda verilen tablolardaki aritmetik ortalamaların değerlendirme aralığına ulaşılmıştır.

Çizelge 2.1: Olumsuz Maddeler İçin Değerlendirme Aralığı

Tamamen Katılıyorum	1.00-1.80
Katılıyorum	1.81-2.60
Kararsızım	2.61-3.40
Katılmıyorum	3.41-4.20
Hiç Katılmıyorum	4.21-5.00

Çizelge 2.2: Olumlu Maddeler İçin Değerlendirme Aralığı

Tamamen Katılıyorum	5.00-4.21
Katılıyorum	4.20-3.41
Kararsızım	3.40-2.61
Katılmıyorum	2.60-1.81
Hiç Katılmıyorum	1.80-1.00

2.3. 2.Pilot Uygulama

Yapılacak ana çalışma öncesinde bir pilot çalışmanın yapılması; veri toplama araçlarının son şeklinin verilmesi ve çalışmanın geçerlik güvenirliğinin sağlanması için oldukça önemlidir. Yapılan pilot uygulamaları asıl çalışmada kullanılacak olan ders konularının, modelleme etkinliklerinin ve ispatlamaların belirli bir gruba uygulanması ve sonra gerekli düzenlemelerin gerçekleştirilmesi için uzman görüşlerinin alınması şeklinde olmuştur. Pilot uygulama sonucunda gerekli düzenlemeler yapılarak modelleme ile yapılacak öğretim ve etkinliklere son şekli verilmiştir.

2.3.2.1. Modellemeye Dayalı İspatların Türkçeye Uyum Çalışması

Modellemeye dayalı ispatlar Blum (1998) ve Hana ve Jahnsen (2007) tarafından oluşturulmuştur[86]. Bu ispatların Türkçeye çevrilmesi, geçerlik ve güvenirliğinin sağlanmasında uzman görüşüne başvurulmuştur. İspatlar Türkçeye çevrildikten sonra pilot çalışması yapılmıştır. Türkçeye çevrilen ispatlar 20 kişilik dördüncü sınıf matematik öğretmen adayıyla modelleme temele alınarak gerçeklenmiştir. Uygulamadan sonra, ispatlamalardaki kelime, cümle ve anlam hataları belirlenerek, uzman görüşleri alınarak bu hatalar giderilmiştir.

2.3.3.Uygulama Süreci

Uygulama süreci 2010-2011 bahar yarıyılında Özel Öğretim Yöntemleri Dersi içeriği olarak yapılmıştır. Matematik öğretmen adaylarının geleneksel yöntemle gerçekleştirilen ispatlara yönelik tutumlarını ölçmek amacıyla ön tutum uygulaması ile başlayan veri toplama süreci matematiksel modellemenin öğrencilere tanıtımı, matematiksel modelleme etkinliklerinde bireysel ve grup çalışmaları halinde devam etmiştir. Bunları takiben modellemeye dayalı ispatlama çalışmaları da tamamlanarak son tutum uygulaması gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın genel süreci aşağıda verilmiştir.

Amaç	Alt Problemler	Kullanılacak Yöntem ve Araçlar
İspata Yönelik Tutum Belirleme	Matematik öğretmen adaylarının işlem öncesi ispatlamaya yönelik tutumları nasıldır?	İspata Yönelik Tutum Ölçeği
İspata Yönelik Tutum Belirleme	Matematik öğretmen adaylarının işlem sonrası ispatlamaya yönelik tutumları nasıldır?	İspata Yönelik Tutum Ölçeği-Yapılandırılmış Görüşmeler

Şekil 2.1: Çalışma Takvimi

1.3.4.Modelleme Etkinlikleri

Ön tutum uygulamasından sonra öğretmen adaylarına model ve modelleme yaklaşımına uygun, gerçek yaşamdan bazı durumların matematiksel değişkenlerle ifade edilmesini gerekli kılan etkinlikler bireysel ve grup halinde uygulanmıştır. Bu etkinliklerin amacı öğretmen adaylarına matematiksel modelleme sürecini yaşatmak ve ileride yapılacak modelleme sürecini temele alan ispatlara hazırlamaktır. Modelleme etkinlikleri bireysel ve grup çalışması şeklinde olmuştur. İlk modelleme etkinliği bireysel olarak gerçekleştirilmiş ve kalan ikisi de grupla gerçekleştirilmiştir[Ek B]. .

2.3.5.İspatlama Etkinlikleri

Modelleme etkinlikleri tamamlandıktan sonra modelleme ile ispatlamalar yapılmıştır. Öncelikle teoremler öğrencilere verilmiştir ve hemen arkasından her bir teorem için özel bir problem durumundan hareket ederek ve modelleme süreci takip edilerek ispatlamalar sınıf ile birlikte tartışma ortamında gerçekleştirilmiştir[Ek C].

2.3 6.Görüşmeler

Görüşme, sözlü iletişim yoluyla veri toplama tekniğidir[97]. Görüşmeleri değişik ölçütler baz alınarak sınıflandırmak mümkündür. Yaygın olarak yapılan sınıflamaya göre üç çeşit görüşmeden söz edilebilir. Bunlar, yapılandırılmış, yarı yapılandırılmış ve yapılandırılmamış görüşmelerdir. Araştırma sorularına ve görüşmecinin konuya hakimiyetine bağlı olarak bu yöntemlerden hangisini seçeceğine kendisi karar verir[100].

Ne tür soruların ne şekilde sorulacağını, hangi verilerin toplanacağını en ayrıntılı şekilde belirleyen görüşme planının aynen uygulandığı görüşmeye 'yapılandırılmış (biçimsel) görüşme' denir[98]. Yarı yapılandırılmış görüşmede görüşmeci kaba hatlarıyla bir yol haritasına sahiptir ancak cevaplayıcının ilgi ve becerisine göre bu genel çerçeve içerisinde farklı sorular sorarak konunun değişik boyutlarını ortaya koymaya çalışır[100]. Yapılandırılmamış görüşmede ise önceden belirlenmiş herhangi bir soru ve doğal olarak yanıtı yoktur. Görüşmenin gidişine göre sorular sorulur fakat araştırmacı hangi konuyu hangi boyutlarıyla çıkaracağını bilir[98].

Öğretmen adaylarının modelleme sürecinde ispata yönelik tutumlarını belirlemek amacıyla görüşme soruları hazırlanmış ve uzman görüşlerine başvurularak yapılandırılmış görüşme formuna son hali verilmiştir [Ek D].Görüşme formunda dört adet soru bulunmaktadır.Bu sorularla öğretmen adaylarının modelleme sürecinde ispata yönelik tutumları belirlenmeye çalışılmıştır.

Çalışmada modelleme etkinliklerini modelleme sürecini göz önünde bulundurarak diğer öğretmen adaylarından daha iyi performans sergileyen öğretmen adayları ile görüşülmüştür. Bunun nedeni, modelleme merkezli yapılan ispatlamalardaki matematiksel modelleme sürecine hakim bireylerle görüşülmek istenmesidir.

2.4.Veri Çözümleme Teknikleri

Öğretmen adaylarına uygulanan ölçekler bilgisayar ortamına aktarılmış ve SPSS 11. 0 Paket Programı ile Bağımsız Gruplar İçin t-testi ve İlişkili Ölçümler İçin t-testi kullanılarak istatistiksel çözümlemeler yapılmıştır. Uygulanan başka bir veri toplama aracı olan öğretmen adayları ile yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen veriler betimsel olarak analiz edilmiştir.

3. BULGULAR VE YORUM

Bu bölümde verilerin çözümlenmesinden elde edilen bulgular ortaya konmuş ve bulgulara dayalı olarak yorumlar yapılmıştır.

3.1.Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın alt problemlerine bakılacak olursa birinci alt problemin 'Öğretmen adaylarının işlem öncesinde ispata yönelik tutumları nasıldır?' olduğu görülmektedir. Sosyal bilimler alanında yapılan araştırmalarda; tek örneklem grubu için t-testi, tek grubun- örneklemin bir ortalama arasında belirli bir güven düzeyinde (% 95,% 99 gibi) anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek amacıyla kullanılır[101]. Öğretmen adaylarının tutumlarını almak için ölçeğin uygulaması gerçekleştirilmiştir. Bu alt probleme ilişkin bulgular aşağıdaki çizelgede verilmiştir.

Çizelge 3.1 : İşlem Öncesi Tutumu Belirlemek İçin Yüzde-Frekans Dağılımı

	Tamamen Katılıyorum		Katılıyorum		Kararsızım		Katılmıyorum		Kesinlikle Katılmıyorum		x
	F	%	f	%	f	%	f	%	f	%	
İşlem Öncesi	5	8,33	6	10	10	16,66	14	23,33	25	41,66	2,11

Çizelge incelendiğinde öğretmen adaylarının %41,66'sının 'Kesinlikle Katılmıyorum' seçeneğini işaretledikleri ve %8,33'ünün de 'Tamamen Katılıyorum' seçeneğini işaretledikleri görülmektedir.Öğretmen adaylarının ispata yönelik tutumlarının aritmetik ortalamaları 2,11 olarak bulunmuştur.Bunun da 'Katılmıyorum' seçeneğini karşıladığı görülmektedir.

3.2. Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın ikinci alt probleminin 'Öğretmen adaylarının ispata yönelik tutumları matematiksel modelleme ile yapılınca nasıldır?' olduğu görülmektedir. Öğretmen adaylarının tutumlarını almak için uygulama çalışmalarından sonra ölçek öğrencilere uygulanmıştır. Bu alt probleme ilişkin bulgular aşağıdaki çizelgede verilmiştir.

Çizelge 3.2 : İşlem Sonrası Tutumu Belirlemek Yüze-Frekans Dağılımı

	Tamamen Katılıyorum		Katılıyorum		Kararsızım		Katılmıyorum		Kesinlikle Katılmıyorum		x
	F	%	F	%	f	%	F	%	F	%	
İşlem Sonrası	47	78,33	8	13,33	4	6,66	1	1,66	0	0	4,39

Çizelge incelendiğinde öğretmen adaylarının %0'nı 'Kesinlikle Katılmıyorum' seçeneğini işaretledikleri ve %78,33'ünün de 'Tamamen Katılıyorum' seçeneğini işaretledikleri görülmektedir.Öğretmen adaylarının ispata yönelik tutumlarının aritmetik ortalamaları 4,39 olarak bulunmuştur.Bunun da 'Tamamen Katılıyorum' seçeneğini karşıladığı görülmektedir.

3.3. Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın alt problemlerine bakılacak olursa üçüncü alt problemin 'Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme ile yapılan ispatlamalardan önce ve sonra ispata yönelik tutumları nasıldır?' olduğu görülecektir. Bulguları elde etmek için ilişkili ölçümler için t-testi kullanılmıştır. Sosyal bilimler alanında yapılan bu test ile, tek gruba iki test uygulandıktan sonra testlere ilişkin ortalamalar arasındaki farkın önemli olup olmadığı belirlenir[101].

Çizelge 3.3 : İşlem Öncesi ve İşlem Sonrası Tutum Puanlarını Karşılaştırmak İçin İlişkili Ölçümler İçint-testi testi

	N	X	df	t	ss	P
İşlem Öncesi	60	2,11	59	51,36	,364	,000
İşlem Sonrası	60	4,39	59	234,64		

İlişkili ölçümler için t-testine ait çizelgeye bakıldığında (p=.000 < .005 olduğu için) öğretmen adaylarının uygulama öncesi ve sonrası ispata yönelik tutumlarında anlamlı bir farklılık olduğu görülmektedir. Bu farkın hangi grup lehine olduğunu anlamak için aritmetik ortalamalarına baktığımızda ise farkın işlem sonrası grubun lehine olduğu ortaya çıkmaktadır. Bu durumda öğretmen adaylarının ispata yönelik tutumlarında matematiksel modelleme ile ispatlamaların yapılmasının olumlu bir etkisinin olduğu söylenebilir.

3.4.Alt Probleme İlişkin Bulgular

Araştırmanın alt problemlerine bakılacak olursa dördüncü alt problemin 'Öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri nelerdir?' olduğu görülecektir. Öğretmen adayları ile daha önceden gerçekleştirilen matematiksel modelleme etkinlik kağıtları araştırmacı tarafından değerlendirildikten sonra performansı yüksek olan on öğretmen adayı belirlenmiştir. Görüşmeler her bir öğretmen adayı ile tek tek ayrı ayrı görüşülerek yapılmıştır.

Görüşmeyi çözümlemek için betimsel analiz yapılmıştır. Bu amaçla araştırmacı tarafından her soru için ana temalar belirlenmiş ve kodlamalar yapılmıştır. Bunlar aşağıda ifade edilmiştir.

1)Zihindeki matematiksel yapılar

-Denklem, fonksiyon, grafik, matematiksel düşünme becerileri

2) Matematiksel işlemler süreci

-Yeni modeller elde etmek

3) Yaşam ve matematiği birbirine bağlama

-Somutluk

-Kolay öğrenme

-Uygulamada sıkıntı

4) Anlamlı öğrenme

-İkna edicilik

-Öğrenmede kolaylık sağlama

-Gerçeklikle ilişkilendirme

Öğretmen adaylarına (Ö.A.) birinci soru olan 'Matematiksel model nedir? Açıklayınız.' sorulduğunda adayların hepsinin bu soruya cevap verebildikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarının hepsi bir matematiksel modelin; zihinde var olan matematiksel yapılar şeklinde algıladıkları tespit edilmiştir. Ö.A. 7, matematiksel modellemeyi, '*Zihinde matematikle ilgili olan kavram, denklem, fonksiyon, grafik, matematiksel düşünme becerileri gibi yapıların hepsi*' olarak tanımlarken; Ö.A. 5 de '*Matematiksel bir model kişinin zihninde matematikle ilgili olan her şeye karşılık gelir.* ' şeklinde tanımlamıştır.

Öğretmen adaylarına 'Matematiksel modelleme nedir? Açıklayınız. ' sorusu sorulduğunda, hepsinin matematiksel modellemenin bireylerin zihninde gerçekleşen yeni modeller üretme süreci olarak tanımladıkları görülmüştür. Ayrıca Ö.A. 3 '*Matematiksel modelleme; kişinin zihninde var olan modeller yardımıyla çevresindekileri açıklamak için matematiksel yollarla yeni modeller kurma sürecidir. Yani model bir çeşit üründür ve modelleme bir süreçtir.* 'şeklinde tanımlamıştır. Buradan hareketle matematiksel model ve matematiksel modelleme arasındaki ürün-süreç ilişkisini de kurabildiği anlaşılmaktadır.

Öğretmen adaylarına üçüncü soru olan 'Matematiksel modellemenin matematik eğitiminde kullanılması konusundaki düşünceleriniz nelerdir?' sorusu yöneltildiğinde; hepsinin matematiksel modellemenin matematik öğretiminde kullanılmasının kişilere, yaşamı ve yaşamın içindeki matematiği daha rahat anlama imkanı sağlayacağı düşüncesinde oldukları görülmüştür. Ö.A. 1 '*Matematiği somut bir şekilde sunduğu için matematik eğitimine olumlu bir katkısı olacaktır. Özellikle ilköğretim sürecinde öğrencilerin daha kolay öğrenmelerini sağlayabilir*' ifadesi ile ilköğretim sürecinde daha etkili olacağını belirtmesine karşın; Ö.A. 8 '*Kullanıldığı taktirde matematiğin uygulama alanları öğrenilebilir. Üniversite düzeyinde kullanıldığında konuların, kavramların ve teoremlerin daha rahat anlaşılmasını sağlayabilir.* ' söylemini vererek üniversite düzeyinde kullanılmasının etkili olabileceğini belirttiği görülmüştür. Ayrıca Ö.A. 3 '*Matematiksel modelleme matematik eğitiminde kullanıldığında çok faydalı olabilir. Kişilerin hem matematiği hem de çevrelerini daha iyi anlamalarını sağlar.* ' Ve Ö.A. 10' un ' *Matematiksel modelleme, kişilere matematiğin yaşamın bir parçası olduğu hissini verir.*' ifadeleri ile matematiksel modellemenin matematik öğretiminde somutluk ve matematikle yaşamı birbirine bağlamayı sağlamada etkili olacağını savundukları tespit edilmiştir. Ö.A. 4 ise '*Matematiksel modellemenin matematiği öğrenmede kolaylık sağlayabileceğini düşünüyorum. Bu açıdan bakıldığında kesinlikle kullanılmalıdır. Ancak bir matematiksel modelleme etkinliği oluşturmak oldukça vakit alabilir. Bu da günümüz sistemi için zor olabilir.*' ile matematiksel modellemenin matematik öğretiminde öğrenciler için kolaylık sağlayabileceğini ancak öğretmenler için bir etkinliğin tasarlanmasının çok vakit almasından dolayı sıkıntı oluşturabileceğini belirttiği görülmüştür.

Öğretmen adaylarına son olarak 'İspat öğreniminde ve öğretiminde matematiksel modelleme yöntemini mi yoksa geleneksel yöntemi mi tercih ederdiniz? Açıklayınız.' sorusu sorulduğunda hepsinin matematiksel modelleme ile gerçekleştirilen ispatlamaları tercih ettikleri görülmüştür. Ö.A. 1 '*Matematiksel modelleme ile olanı tercih ederdim. Çünkü böyle yapılan ispatlar daha çok aklımda kaldı.* ' ve Ö.A. 2'nin '*Geleneksel yöntemle yaptığımız ispatlarda anlamadan ezberlemek zorunda kaldığım yerler vardır. Ama matematiksel modelleme ile yaptıklarımızda hiç ezberlemeye ihtiyaç duymadım.*' ifadeleri ile anlamlı bir öğrenme yaşadıkları anlaşılmıştır. Ö.A. 3 '*Ben matematiksel modelleme yöntemini tercih ederdim. Çünkü bu şekilde hem ispatları daha iyi anladım hem de günlük* *yaşamda var olan birkaç problem durumunu çözme hissini yaşadım.* ' ifadesi ile ispatlamanın bir çeşit problem çözme durumu olduğunun farkına vardığı anlaşılmıştır. Ö.A. 5 '*İspatların matematiksel modelleme ile yapılması işi daha da kolaylaştırıyor. Ayrıca daha anlaşılır bir ispatlama süreci sağlıyor ve sanki ispatı ilk defa biz gerçekleştiriyormuşuz gibi bir his uyandırıyor.'* ifadesi ile ispat yapmanın tüm basamaklarını gerçekleştirebildiği ve bir matematikçinin ispatlama yaparken geçirdiği matematikleştirme süreçlerini yaşayabildiği anlaşılmıştır. Ayrıca Ö.A. 10 ispatlamaların yapılmasında matematiksel modellemenin kullanılmasının daha ikna edici olduğunu şu cümleleri ile ifade etmektedir: '*İspatlar matematiksel modelleme ile yapıldığında daha ikna edici bence. Yaptığım işlemlerden daha emin olarak ilerledim.'*. Ö.A. 7 de '*Derslerde matematiksel modelleme kullanılarak yapılan ispatları tercih ederdim. Çünkü bu teoremlerin gerçek yaşamdaki yerlerini görmemi sağladı.*' ifadesi ile matematiksel ispatları ve gerçek yaşamı birbirine bağlamada matematiksel modellemenin etkililiğini savunduğu görülmüştür.

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Araştırmanın bu bölümünde uygulama sonucu elde edilen verilerden çıkarılan sonuçlar ve bu sonuçlara dayalı olarak geliştirilecek önerilere yer verilmiştir.

4.1.Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

Öğretmen adaylarının matematiksel modelleme ile yapılan ispatlamalardan önce ispata yönelik tutumlarının oldukça düşük olduğu tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmen adayları ile yapılan görüşmeler ışığında; geleneksel yöntemle gerçekleştirilen ispatları anlamakta güçlük çektikleri, birbirleri ile ilişkilendirmekte sıkıntı yaşadıkları ve bu teoremleri anlamlandıramadıkları görülmüştür. Weber (2003) ispatların üç farklı şekilde yapılabileceğini belirtmektedir[16]. Bunlar daha önce de belirtildiği gibi; prosedürel ispat yapma, heuristik ispat yapma ve anahtar düşünce şeklindedir. Üniversitelerde gösterilen pür matematik derslerinde gerçekleştirilen ispatlar genellikle prosedürel ispat yapma şeklinde olur. Prosedürel ispat yapma ise; belirli bir kaynakta belirli sistemleri takip etmekle gerçekleşir. Kişide bir düzeye kadar anlama hissi oluşturabilir ancak ikna hissi verememektedir[13]. Muhakeme ve ispat yeteneğinin kişide geliştirilmesi gereken en önemli özelliklerden olmasına ve matematiğin bu özelliği geliştirici etkin bir faktör olmasına karşın ispatlamaların kişilerde kalıcılığının sağlanmasında sıkıntı yaşandığı görülmektedir[2].

4.2.Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

Öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye dayalı yapılan ispatlama etkinliklerinden sonra ispata yönelik tutumlarında bir yükselme gözlenmiştir. Yapılan görüşmelerle bu durum derinlemesine araştırıldığında öğretmen adaylarının ispatları modelleme yardımıyla daha rahat anladıkları, daha rahat ilişki kurdukları gözlenmiştir. Öğretmen adayları; bir teoremi gerçeklerken o teoremi ilk defa gerçekleyen bir matematikçi gibi hissettiklerini belirtmişlerdir. Bu durumu Hanna ve Jahnsen (2007) şu şekilde ifade etmektedirler:

‘ Kişilerde ispatlama becerisi geliştirilirken iki temel becerinin kazandırılması gerekmektedir. Bunlar;

1) Doğru varsayımları bulmak,
2) Bu varsayımlardan hareketle tümdengelimsel zincirler tasarlamaktır.

Üniversitelerde okutulan pür matematik derslerinde genellikle ilk madde atlanır. İkincisinde ise dersi veren eğitimcinin zihinsel becerisinin öğrencinin zihnine kopyalanmaktan öteye geçemez. Bu nedenle öğrencilerin algı düzeylerine uygun doğru varsayımlar verilebilirse kendilerinin bu varsayımlardan hareketle tümdengelimsel zincirler kurabilecekleri açıktır. ’[86].

Ayrıca öğretmen adayları görüşmelerde matematiksel modellemeye dayalı ispatların, bu ispatların yaşamda neye karşılık geldiğini anlamalarını sağladıklarını, bununla birlikte yaşamdaki bir durumun da matematikle gerçeklenebileceğini belirttikleri gözlenmektedir. Matematiksel modelleme ile yapılan ispatların matematik ile yaşam arasında kuvvetli bir bağ kurmaya yaradığını ifade ettikleri görülmektedir.

4.3.Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

Öğretmen adaylarının işlem öncesi ve sonrası ispata yönelik tutumları karşılaştırıldığında işlem sonrasında daha yüksek tutum puanlarının olduğu görülmüştür. Bunun nedeni; teoremler ispatlanırken kişilerin informal bilgilerinden yola çıkılarak formal bilgilere ulaşmalarının sağlanmasının daha anlamlı, kalıcı ve etkili olacağı düşüncesidir[67,86]. Yani ispatlamalar yapılırken eğitimcinin zihnindeki şemanın öğrencilerce kopyalanması ezberciliği, unutmayı ve beraberinde öğrenme eksikliklerini getirmektedir. Oysa kişiler doğru varsayımlardan hareket ederek kendileri bir teoremi gerçeklerse, ispatlama daha anlamlı bir hal alacaktır.

Ayrıca zihindeki model kişiye bir analoji olabilmektedir. Bu sayede gerçek yaşam ve teorem arasında bu model vasıtasıyla ilişki kurulabilir.

4.4.Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

1. Tüm öğretmen adaylarının 'Matematiksel Model'in ne anlama geldiğini bildikleri ve açıklayabildikleri görülmüştür.
2. Tüm öğretmen adaylarının 'Matematiksel Modelleme' kavramına hakim oldukları ve rahatça açıklayabildikleri görülmüştür.
3. Öğretmen adaylarının hepsi matematiksel modellemenin matematik eğitiminde kullanılması gerektiğini düşündükleri tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarından biri özellikle ilköğretim düzeyinde, biri de üniversite düzeyinde matematiksel modellemenin kullanılmasının çok faydalı olabileceğini söylemişlerdir. Ayrıca bir öğretmen adayı da matematiksel modellemeye dayalı etkinlikleri tasarlamanın çok vakit alabileceğini ve uygulamasının sıkıntı oluşturabileceğini; bu nedenle de bizim eğitim sistemimizde kullanılması noktasında tereddüt yaşadığını ifade etmiştir.
4. Öğretmen adaylarının tümünün matematiksel modelleme ile yapılan ispatları daha anlamlı, kalıcı, kolay hatırlanabilir buldukları tespit edilmiştir. Ayrıca adayların bir kısmı da bu sayede matematiği ve gerçek yaşamı birbirine bağlayabildiklerini dile getirdikleri gözlenmiştir.

4.5. Öneriler

4. 5.1. Araştırma Bulgularına Dayalı Öneriler

1. Araştırma sonucunda, öğretmen adaylarının üniversitelerde öğretildiği şekliyle yapılan ispatlara yönelik tutumlarının düşük olduğu tespit edilmiştir. Bunun nedeni verilen teoremler için kurulan varsayımların kişiler için anlaşılır olmaması olabilir. Bu nedenle teoremlerin ispatlanmasında genel düzeye uygun varsayımlar kullanılması önerilebilir.

2. İspatlar yapılırken görsel sunumlardan çok az faydalanıldığı ya da hiç faydalanılmadığı göze çarpmıştır. Görsel materyallerin ve bilgisayar teknolojilerinin kullanımının öğrencilere varsayımları daha anlaşılır kılabilir.
3. Teoremler ispatlanırken dersi veren öğretmenin gerçekleştirdiği tümdengelimsel zincirlerin öğrencilerce anlaşılmadan yalnızca kopyalanarak geçici belleğe alındığı ve günlük yaşamla ilişkilendiremedikleri gözlenmektedir. Bunun yerine öğretmen adaylarının kendilerinin bu zincirleri anlamlaştırarak kurmaları sağlanmalıdır. Böylece bu teoremlerin günlük yaşamdaki karşılığını da anlayabilirler. Ayrıca bu sayede günlük yaşamdaki ispat ve muhakeme güçleri de gelişebilir.

4.5.2. Yapılacak Yeni Araştırmalar İçin Öneriler

1. Yapılan çalışma ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıflar için sınırlı kalmıştır. Çalışmanın, ispat öğretiminin başladığı lise düzeyinden itibaren geliştirilmesi ve tutumlardaki farklılaşmaların incelenmesi gerekmektedir.
2. Çalışmada üç teoremin ispatı çalışılmıştır. Matematiğin daha farklı dallarında daha farklı ispatlarla da çalışılabilir.
3. Çalışmanın görsel araçlar kullanılarak matematiksel modelleme yöntemiyle gerçekleştirilmesi önerilebilir.
4. Daha alt eğitim düzeylerindeki öğrencilerin matematiksel modelleme ile yapılan ispata yönelik tutumlarının incelenmesi önerilebilir.

KAYNAKÇA

[1] Gür, H. ‘Matematik Öğretimi’, Lisans Yayıncılık, Arı Matbaacılık, İstanbul, (2006), p12.

[2] Altıparmak, K. ve Öziş, T. ‘Matematiksel İspat ve Matematiksel Muhakemenin Gelişimi Üzerine Bir İnceleme’, Ege Eğitim Dergisi, 6, 1, (2005), p25.

[3] Knuth, E. J. ‘Secondary School Mathematics Teachers’ Conceptions of Proof’, Journal for Research in Mathematics Education, 33, 5, (2002), p379.

[4] Yurdakul, B. ‘Yapılandırmacılık’ (Editör: DEMİREL, Ö.), Eğitimde Yeni Yönelimler, Pegema Yayıncılık, Öncü Basımevi, Ankara, (2007), p39.

[5] Altun, M. ‘Matematik Öğretimi’, Uludağ Yayınları, Bursa, (1991), p12.

[6] Tıraş, S. ‘Öğrenme- Öğretme Açısından Matematik Öğretmenlerinin Yeterliliği ve Etkili Olma Düzeyleri’, D. E. Ü. Buca Eğitim Fakültesi Dergisi, (1999), Özel sayı 11.

[7] Umay, A. ‘Matematik Eğitimi ve Ölçülmesi’, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 12, (1996), p145.

[8] Ryan, M. A. , Patrick, H. , Anderman, L. H. , Edelin, K. C. , Midgley, C. ‘Teachers’ Communication of Goal Orientations in four Fifth-Grade Classrooms’, *The Elementary School Journal*, (2001), 102, p1.

[9] Almeida, D. ‘Engendering Proof Attitudes: Can The Genesis of Mathematical Knowledge Teach Us Anything?’, *International Journal of Mathematicsal Education in Science and Technology*, (2003), 34, 4, p479.

[10] Weber, K. ‘A Framework for Describing The Processes That Undergraduates Use to Construct Proofs’, Proceedings of the 28th Conference of the International Group for The Psychology of Mathematics Education, (2004) , 4, p425.

[11] Stylianides, G. J. , Stylianides, A. J. ‘Proof in School Mathematics: Insights from Psychological Research into Students’, Mathematical *Thinking and Learning*, (2008), 10, p103.

[12] Alcock, L. 'Uses of Example Objects in Proving', Proceedings of the 28th Conference of the International Group fo the Psychology of Mathematics Education, (2004), 2, p17.

[13] Weber, K. 'Student Difficulty in Constructing Proofs: The Need for Strategic Knowledge', *Educational Studies in Mathematics*, (2001), 48, p101.

[14] Baki, A. 'Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi', Harf Eğitim Yayıncılığı, Derya Kitabevi, Ankara, (2006), p32.

[15] Lakatos, I. 'Proof and Refutations', Cambridge University Pres, Cambridge, (1976), p17.

[16] Weber, K. 'A Procedural Route toward Understanding the Concept of Proof', Prpceedings of the 27th Conference of the International Group fort he Psychology of Mathematics Education, (2003), 4, p395.

[17] Lingefjard, T. 'Faces of Modelling', *Zentralblatt für Didactic der Mathematik*, (2006), 38, 2, 96, p112.

[18] Lingefjard, T. 'Teaching and Assessing Mathematical Modelling', *Teaching Mathematics and its Applications*, (2002), 21, 2, p75.

[19] Alkan, H. 'Problem Çözme', http://www. aof. anadolu. edu. tr/kitap/IOLTP/2289/unite05.pdf adresinden10 Ocak 2010 tarihinde indirildi.

[20] Hanley, S. 'On Constructivism', Maryland Collaborative for Teacher Preparation, The University of Maryland at College Park, http://www. inform. umd. edu/UMS+State/UMD adresinden 12 Temmuz 2009 tarinde indirildi. , (2002), p327.

[21] Bodner, G. M. 'Constructivism: A Theory of Knowledge', *Journal of Chemical Education*, (1986), 63, 10, p873.

[22] Arslan, M. 'Eğitimde Yapılandırmacı Yaklaşımlar', *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, (2007), 40, 1, p41.

[23] Powell, A. , Farrar, E. , Cohen, D. 'The Shopping Mall High School: Winners and Losers in the Educational Market place', Boston, NA: Houghton Mifflin, (1985), p57.

[24] Sherman, T. M. , Kurshan, B. L. 'Constructing Learning: Using Technology to Support Teaching for Understanding', *Learning and Leading with Technology*, (2005), 32, 5, p10.

[25] Duit, R. , Treagust, D. 'Learning in Science: From Bahaviorism towards School Constructivism and Beyond, The Impact of Constructivism on Education: Language, Discourse and Meaning', *American Communication Journal*, (1998), 5, p3.

[26] Olsen, D. G. 'Constructivist Principles of Learning and Teaching Methods', (1998), 120, 2, p347.

[27] Perkins, D. 'The Many Faces of Constructivism', *Educational Leadership*, (1999), 57, 3, p6.

[28] Jonnasen, D. 'Designing Constructivist Learning Environments', *Instructional Design Theories and Models: A New Paradigm of Instructional Theory*, Lawrence Erlbaum associates Publishers, (1999), 2, p215.

[29] Brooks, J. , Brooks, M. 'The Case for the Constructivist Classrooms', (1993), p57.

[30] Duman, B. ve İkiel, C. 'Yapıcı Öğrenme Kuramına Göre Sosyal Bilgiler Öğretimi', *Fırat Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, (2002), 12, 2, p245.

[31] Airasian, P. W. , Walsh, M. E. 'Constructivist Cautions', Phi Delta Kapan, (1997), 78, 6, p444.

[32] Glasserfeld, V. 'Einführung in den radikalen Konstruktivismus', *Die Erfundene Wirklichkeit*, (1995), 9, p16.

[33] Suchting, W. 'Constructivism Deconstructed', *American Communication Journal*, (1998), 5, p3.

[34] Glasserfeld, V. 'Kosreuktion der Wirklichkeit und des Begriffs der Objektivitat', Einführung in den Konstruktivismus, München, (1998), p72.

[35] Foerster, H. 'Entdecken oder Erfinden, Wie Lasst sich Verstehen Verstehen?', Einführung in den Konstructivismus, München, (1998), p45.

[36] Krynock, K. B. , Robb, L. 'Is Problem Based Learning A Problem for your Curriculum?', *Illinois School Research and Development Journal*, (1996), 33, 1, p21.

[37] Özerbaş, M. A. ''Yapılandırmacı Öğrenme Ortamının Öğrencilerin Akademik Başarılarına ve Kalıcılığına Etkisi'', *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, (2007), p609.

[38] Semerci, Ç. 'Oluşturmacılık Kuramına Göre Ölçme ve Değerlendirme', *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, (2001), 1, 1, p429.

[39] Altun, M. ‘Matematik Öğretimi’, Aktüel Yayınevi, Erkam Matbaası, Bursa, (2005), p79.

[40] Charles, R. , Lester, F. ‘Teaching Problem Solving; What, Why and How?’, Palo Alto, CA: Dale Saymour Publications, (1985), p117.

[41] Silver, E. A. , Bronea, N. , Adams, V. ‘Metacognition: The Missing Link in Problem Solving’, Proceedings of the 9th International Congress on Mathematical Education, Boston, (1980), p429.

[42] Altun, M. ‘Matematik Öğretiminde Gelişmeler’, *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (2006), 19, 2, p223.

[43] Kertil, M. ‘Matematik Öğretmen Adaylarının Problem Çözme Becerilerinin Modelleme Sürecinde İncelenmesi’, Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, (2008)

[44] Charles, R. ‘The Role of Problem Solving’, *Arithmetic Teacher*, (1985), 32, p48.

[45] Swing, S. , Peterson, P. ‘Elaborative and Integrative Thought Processes in Mathematics Learning’, *Journal of Educational Psychology*, (1988), 80, 1, p54.

[46] Blum, B. , Niss, M. ‘Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects’, *Educational Studies in Mathematic* , Kluwer Academic Publishers, Netherlands, (1991), 22, p37.

[47] Shroeder, T. , Lester, F. ‘Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving’, National Council of Teachers of Mathematics, (1989), p31.

[48] Macher, J. T. , Mowery, D. C. , Hodges, D. A. ‘Reversal of Fortune?The Recovery of the US Semiconductor Industry’, *California Managemant Review*, (1998), 41, 1, p107.

[49] Leithner, M. , Hu, B. , Raidl, G. R. ‘Combining Variable Neighborhood Search with İnteger Linear Programming fort he Generalized Minimum Spanning tree Problem’, *Journal of Heuristics*, (2008), 14, 5, p473.

[50] Akay, H. , Soybaş, D. , Argün, Z. ‘Problem Kurma Deneyimleri ve Matematik Öğretiminde Açık Uçlu Soruların Kullanılması’, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, (2006), 14, 1, p129.

[51] Lesh, R. , Doer, H. M. ‘Foundations of A Models and Modelling Perspective on Mathematics Teaching, Learning and Problem Solving’, Beyond Constructivism: A Models & Modelling Perspective on Mathemetics Problem Solving, Learning & Teaching, (2003), p3.

[52] English, L. D. , Watters, J. J. 'Mathematical Modelling with Young Children', Proceedings of the 28th Annual Conference of the International Group fort he Psychology of Mathematics Education, (2004), 2, p335.

[53] Vershaffel, L. , Greer, B. , De Corte, E. 'Everyday Knowledge and Mathematical Modelling of School Word Problems', Symbolizing, Modelling and Tool Use in Mathematics Education, Netherlands, Kluwer Academic Publishers, (2002), p171.

[54] Shoenfeld, A. 'Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics', Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, Macmillian, New York, (1992), p334.

[55] New South Wales department of Education and Australian Council for Educational Research, Background in Mathematics, Syday- Curriculum for Primary School Mathematics, Sydney, (1972)

[56] Erdoğan, A. 'Matematiksel Nesneler, Sorunlu Şeyler!', *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, (2009), 3, 1, p156.

[57] Ko, Y. , Knuth, E. 'Undergraduate Mathematics Majors' Writing Performance Producing Proofs and Counterexamples about Continuoun Functions', *The Journal of Mathematical Behaviour*, (2009), 28, 1, p68.

[58] Tall, D. D. 'The Transition to Advanced Mathematical Thinking: Functions, Limits, Infinity and Proof', Handbook of research on Mathematics Teaching and Learning, Macmillian, New York, (1992), p495.

[59] Zaslovsky, O. , Peled, I. 'Inhibiting Factors in generating Examples by Mathematics Teachers and student Teachers: The Case of Binary Operation', *Journal for Research in Mathematics Education*, (1996), 27, 1, p67.

[60] Griffiths, P. A. 'Mathematics at the Turn of the Millenium', *American Mathematical Monthly*, (2000), 107, 1, p1.

[61] Solomon, Y. 'Deficit or Difference?The Role of Students' Epistemologies of Mathematics in Their Interactions with Proof', *Educational Studies in Mathematics*, (2006), 61, p373.

[62] Akyıldız, E. ' Ord. Prof. Dr. Cahit Arf Üzerine Anılarım', *Bilim ve Teknik Dergisi (Eylül Eki)*, (1998), p363.

[63] Mariotti, M. A. 'Introduction to Proof: The Mediation of A Dynamic Software Environment', *Educational Studies in Mathematics*, (2000), 44, (1-3), p25.

[64] Healy, L. , Hayles, C. 'A Study of Proof conceptions in Algebra', *Journal for Research in Mathematics Education*, (2000), 31, 4, p396.

[65] Ball, D. , Hayles, C. , Jahnke, H. N. , Hander, N. M. 'The Teaching of Proof', Proceedings of the ICM, Beijing, (2002), 3, p907.

[66] Coe, R. , Ruthven, K. 'Proof Practices and Constructs of Advanced Mathematics Students', *British Educational Research Journal*, (1994), 20, p41.

[67] Raman, M. 'Key Ideas: What are They and How Can They Help Us Understand How People View Proof?', *Educational Studies in Mathematics*, (2003), 52, p319.

[68] Sarı, M. , Altun, A. , Aşkar, P. 'Üniversite Öğrencilerinin Analiz dersi Kapsamında Matematiksel Kanıtlama Süreçleri: Örnek Olay Çalışması', *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, (2007), 40, 2, p295.

[69] Thurstone, W. P. 'On Proof and Progress in Mathematics', *Bulletin of the American Mathematical Society*, (1994), 30, 2, p161.

[70] Hana, G. 'Some Pedogogical Aspects of Proof', Creativity, Thought and Mathematical Proof, Interchange, *Ontorio Instıtute sor Studies in Education*, Canada, (1990), 21, 1, p6.

[71] English, L. D. , Watters, J. J. 'Mathematical Modelling in the Early Years', *Mathematics Education Research Journa*l, (2005), 16, 3, p58.

[72] Blum, W. 'Applications and Modelling in Mathematics Education-Discussion Document', *Educational Studies in Mathematics*, (2002), 51, p149.

[73] Lesh, R. , Doerr, H. M. 'Beyond Constructivism: Models and Modelling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching', Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, (2003), p177.

[74] O' Connor, J. , White, J. , Greenwood, P. , Mousley, J. 'Enabling Sciences Skill on the Slippery Slide', (2001), http://www. aip. org. au/initiative2002/indexhtm adresinden 10 Temmuz 2009 tarihinde indirilmiştir.

[75] Tate, W. , Rousseau, C. 'Access and Opportunity: The Political and Social Context of Mathematics Education', *Handbook of International Research in Mathematics Education*, (2002), p271.

[76] Doerr, H. M. , English, L. D. 'A Modelling Perspective on Students' Mathematical Reasoning about Data', *Journal for Research in Mathematics Education*, (2003), 34, 2, p110.

[77] Lamon, S. 'Beyond Constructivism: An Improved Fitness Metaphor fort he Acquisition of Mathematical Knowledge', Beyond Constructivism, Models and Modelling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, (2003), p435.

[78] Carpenter, T. P. , Romberg, T. A. 'Powerful Practices in Mathematics and Science: Research Based Practices for Teaching and Learning', Madison, University of Madison, (2004), http://www.learningpt.org/msc/products/practices.htm adresinden 12 Mart 2009 tarihinde indirilmiştir.

[79] English, L. D. 'Priority Themes and Issues in International Mathematics education Research', Handbook of International Research in Mathematics Education, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, (2002), p3.

[80] Sten, L. A. 'Mathematics and democracy: The Case for Quantitive Literacy', National Council on Education and the Diciplines, USA, (2001), p121.

[81] Lesh, R. , Harel, G. 'Problem Solving, Modelling and Local Conceptual Development', *Mathematical Thinking and Learning*, (2003), 5, p157.

[82] Mousoulides, N. G. , Christau, C. , Sriraman, B. 'A Modelling Perspective on the Teaching and Learning of Mathematical Problem Solving, *Mathematical Thinking and Learning*, (2008), 10, p290.

[83] Kaiser, G. 'Introduction to the Working Group 'Applications and Modelling'', CERME 4 Proceedings, (2005), p1611.

[84] Zawojewski, J. J. , Lesh, R. , English, L. D. 'A Models and Modelling perspective on the Role of Small Group of Learning', Beyond Constructivism: Models and Modelling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, (2003), p307.

[85] English, L. D. 'Reconciling Theory, Research and Practice: A Models and Modelling Perspective', *Educational Studies in Mathematics*, (2003), 54, 2, p225.

[86] Ron, G. , Dreyfus, T. 'The Use of Models in Teaching proof by Mathematical Induction, Proceedings of the 28th Conference of the International Group fort he Psychology of Mathematics Education, (2004), 4, p113.

[87] Hana, G. , Jahnke, H. N. 'Proving and Modelling', Modelling and Applications in Mathematics Education, Springer, New York, (2007), p145.

[88] Furinghetti, F. , Morselli, F. 'Every Unsuccessful Problem Solver is Unsuccessful in His or Her own Way: Affective and Cognitive Factors in Proving', *Educational Studies in Mathematics*, (2009), 70, p71.

[89] Stylianides, A. J. 'Intrıducing Young Children to the Role of Assumptions in Proving', *Mathematical Thinking and Learning*, (2007), 9, p361.

[90] Porter, M. , Housman, D. 'Proof Schemes and kearning Strategies of Above-Avarage Mathematics Students', *Educational Studies in Mathematics*, (2003), 53, p139.

[91] Garuti, R. , Dapueto, C. , Boero, P. 'Evolution of Forms of Representation in A modelling Activity: A Case Study', (2003), http://www.eric.ed.gov/ERICWebportal/custom/portlets/recordDetails/detailmini.jsp?_nfpb=true&ERICExtSearch_searchvalue_0=ED500958&ERICExt adresinden 7 Nisan 2010 tarihinde indirilmiştir.

[92] Feri, B. R. 'The Teachers' Way of Handling Modelling Problems in the Classroom-What we Can Learn from A Cognitive-Psychological Point of View, Malmö, Sweden, (2006), Reseach Paper fof MADIF 5.

[93] Cheng, A. K. 'Teaching Mathematical Modelling in Singapore Schools', *Association of Mathematics Educators*, (2001), 6, 1, p63.

[94] Zawojewski, J. 'Problem Solving Versus Modelling Theme Group Discussion Paper 3', (2006), http://www. siteeduc. indiana. edu/Portals/161/Public/Zawojewski. pdf adresinden 7 Nisan 2010 tarihinde indirilmiştir.

[95] Shtenberg, B. , Yerushalmy, M. 'Models of Functions and Models of Situations: On the Design of modelling-Based Learning Environment', Beyond Constructivism, Lawrence Erlbaum, Associates, Publishers, Mahwah, New Jersey, London, (2003), p127.

[96] Güneş, B. , Gülçiçek, Ç. , Bağcı, N. 'Eğitim Fakültelerindeki Fen ve Matematik Öğretim Elemanlarının Model ve Modelleme Hakkındaki Görüşelerinin İncelenmesi', *Türk Fen ve Eğitimi Dergis*i, (2006), 1, p1.

[97] Blum, W. 'On the Role of 'Grundforstellungen' for Reality-Related Proofs-Examples and reflections'', *Mathematical Modelling- Teaching and Assessment in Technology-Rich Worl*d, Harwood, (1998), p63.

[98] Karasar, N. 'Bilimsel Araştırma Yöntemi', Nobel Yayın Dağıtım, Ankara, (2008), p76.

[99] Yıldırım, A. , Şimşek, H. 'Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri', Seçkin yayıncılık, Ankara, (2005), p224.

[100] Üzel, D. , Özdemir, E. 'Elemantary Mathematics Teacher Candidates' Attitudes towards Proof and Proving', *Journal of New World Sciences Academy*, (2009), 4, 4, p1226.

[101] Altunışık, R. , Coşkun, R. , Bayraktaroğlu, S. , Yıldırım, E. 'Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri', Sakarya Yayıncılık, Sakarya, (2007), p123.

[102] Ural, A. , Kılıç, İ. 'Bilimsel Araştırma Süreci ve SPSS ile Veri Analizi', Detay Yayıncılık, Ankara, (2006), p197.

EK A

İSPATA YÖNELİK TUTUM ÖLÇEĞİ

Değerli Öğrenciler,

Bu ölçek "matematiksel ispat ve ispat yapma" ya yönelik görüşlerinizi belirlemek amacıyla hazırlanmıştır. Bu araştırmadan elde edilen veriler, bilimsel bir araştırmada kullanılacaktır. Vereceğiniz cevaplar sadece bu araştırma için kullanılacak olup kesinlikle gizli tutulacaktır. Katılımlarınızdan dolayı çok teşekkür ederim.

Genel açıklama: Aşağıdaki önermeleri dikkatlice okuyunuz ve kendi düşüncenizi yansıtacak biçimde cevaplayınız. Bu önermelerin doğru ya da yanlış diye bir yanıtı yoktur. Düşüncelerinizi kutucuklar içine (X) veya (√) işareti koyarak belirtiniz.

Emine Nur ÜNVEREN
e-mail: eminenurunveren@balikesir. edu. tr
Balıkesir Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İlköğretim Matematik Öğretmenliği A. B. D.
Yüksek Lisans Öğrencisi

Sınıf: ………

		Tamamen Katılıyorum	Katılıyorum	Kararsızım	Katılmıyorum	Kesinlikle katılmıyorum
1	Matematiksel bir ispat olguları hem gerçekler hem de açıklar.					
2	Matematiksel bir sonucun ispatlanması sonucun doğruluğunu ortaya koyar.					
3	Matematiksel bir sonucun doğruluğu sadece örnekler yardımıyla anlaşılır.					
4	İspatları neden yapmamız gerektiğini anlamıyorum; derste gördüğümüz tüm sonuçlar ünlü matematikçiler tarafından şüphe götürmez şekilde ispatlanmış.					
5	Eğer matematikte bir sonuç açıkça doğruysa ispatlanmasının bir anlamı yoktur.					
6	Matematiksel ispat yapmayı seviyorum.					
7	Kendi kendime ispat yapabilme becerime güveniyorum.					
8	Bir ispatın aşamaları üzerinde çalışmak neden doğru olduğunu anlamama yardımcı oluyor.					

		Tamamen Katılıyorum	Katılıyorum	Kararsızım	Katılmıyorum	Kesinlikle Katılmıyorum
9	Bir teoremin farklı ispatlarını görmek onu daha iyi anlamama yardımcı oluyor.					
10	İspatları anlamada genellikle zorlanıyorum.					
11	İspat yapmak bir anlamda problem çözmedir.					
12	teoremi (ya da önermeyi) bilmek ispatını yapmaktan daha önemlidir.					
13	Genelde bir teoremin ne ifade ettiğini anlamama rağmen ispatını anlamada zorlanıyorum.					
14	Bir sonucun doğruluğunu örneklerle görmek yeterlidir.					
15	Matematikte ispat yapma konusunda kendimi yeterli hissediyorum.					
16	İspat yaparken yanlış adımlar atıyorum duygusu taşırım.					
17	İspat yaparken kendime olan güvenimin azaldığını fark ediyorum.					
18	İspat yapmaktan zevk alırım.					
19	Matematiksel bir sonucun ispatını kendi kendime yapana dek uğraşırım.					
20	Matematik dersinde yapılan ispatların bir işe yarayacağını düşünmem.					
21	İspat yaparken kendime olan güvenim artıyor.					

TEŞEKKÜR EDERİM…

EK B

MODELLEME ETKİNLİKLERİ

ETKİNLİK 1

Bir dershane açmak istiyorsunuz. Başlangıçta elinizde 40. 000 YTL paranız var. Dershane için A, B, C, olarak kiralayabileceğiniz üç tane bina var. Bu binaların özellikleri;

‘ A Binası: 3 katlı, 250 öğrenci kapasiteli, merkeze yakın, sınıfları klimalı, aylık kirası 20. 000 YTL ve her öğrenci burada kalabilmek için 300 YTL ödüyor. ’
‘ B Binası: 4 katlı, 300 öğrenci kapasiteli, merkeze uzak, sınıfları klimalı, aylık kirası 10. 000 YTL ve her öğrenci burada kalabilmek için 250 YTL ödüyor. ’
‘ C Binası: 2 katlı, 150 öğrenci kapasiteli, merkeze yakın, klimalı değil, aylık kirası 15. 000 YTL ve her öğrenciden 250 YTL alınıyor. ’
şeklindedir.

Elinizde 3 grup öğretmen var. Bu öğretmenlerin özellikleri;

‘ 1. Grup Öğretmen: Aylık 30. 000 YTL istiyorlar. B ve C binalarında çalışabiliyorlar. Öğrencilerin % 70’ ini kazandırıyorlar. ’
‘ 2. Grup Öğretmen: Aylık 15. 000 YTL istiyorlar. A ve B binalarında çalışabiliyorlar. Öğrencilerin % 60’ ını kazandırıyorlar. ’
‘ 3. Grup Öğretmen: Aylık 22. 000 YTL istiyorlar. A ve C binalarında çalışabiliyorlar. Öğrencilerin % 65’ ini kazandırıyorlar. ’
şeklindedir.

Ayrıca bu dershanede 3 farklı tip kayank kitap kullanılabiliyor. Bu kaynakların özellikleri de;

‘ K Kaynağı: Öğrencilerin başarısını % 20 arttırıyor. 2. ve 3. grup öğretmenler kullanabiliyor. Maliyeti 8. 000 YTL. ’
‘ L Kaynağı: Öğrencilerin başarısını % 25 arttırıyor. 2. ve 3. grup öğretmenler kullanabiliyor. Maliyeti 10. 000 YTL. ’
‘ M Kaynağı: Öğrencilerin başarısını % 15 arttırıyor. Tüm grup öğretmenleri kullanabiliyor. Maliyeti 7. 500 YTL. ’

Sizce bu dershaneyi kurmak için hangi bina, öğretmen grubu ve kaynaklar kullanılmalıdır?Bunu nedenleri ile açıklayınız.

ETKİNLİK 2

Bir yarıs arabasının ayrıntılı test edilme sürecinde belirli bir sürede durabilme mesafesi belirlenmesi için test yapılacaktır. Arabanın ilk hızı 20 metre/saniye olarak kayda baslanan bir testte araba 10 saniye sonra durmustur. Bu 10 saniye sürecinde araba monoton azalan bir hızla hareketine devam etmistir.

Asağıdaki tablo arabanın hızının değisen değerlerini göstermektedir.

Zaman (saniye)	Hız (metre/saniye)
0	20
2	14
4	9
6	5
8	2
10	0

Arabanın 10 saniye sonunda gittiği mesafe yaklasık olarak kaç metredir?*(Not: bulduğunuz değerin en iyi tahmin olup olmadığını düsününüz)*

ETKİNLİK 3

Murtaza Amca' nın büyük bir bahçesi ve bu bahçenin içinde de yaşadığı ev vardır. Bahçenin çeşitli yerlerinde aydınlatmayı sağlamak amacıyla elektrik direkleri vardır. Bunlardan bir tanesi de tam evinin önündedir ve evi aydınlatıyordur. Bir gün bu direkteki lamba arızalanır ve Murtaza Amca bu lambayı birisine taktırmaya karar verir. Elektrik direğinin yerden yüksekliği 250 cm dir ve silindirik bir yapıya sahiptir. Kendi takmaya cesaret edemez çünkü çok yaşlıdır ve yükseklik korkusu vardır. Ayrıca bunun için gerekli olacak merdiven de evinde ve yakınlarında mevcut değildir.

Önce kendisi merdiven yapacak sonra da birisine lambayı taktıracaktır. Merdiveni yapmak için gerekli malzemeleri almaya gider. Merdiven yapımında kullanılabilecek 3 tip tahta vardır ve her bir tahtanın özellikleri aşağıdaki gibidir.

1. Tip Tahta: Metresi 3, 5 TL, sert ve dayanıklı, kırılma ihtimali yoktur. Bu tahta için kullanılacak çivilerin tanesi 0, 20 TL'dir.
2. Tip Tahta: Metresi 3 TL, sert ama az dayanıklı, kırılma ihtimali var. Kullanılacak çivilerin tanesi 0, 25 TL'dir.
3. Tip Tahta: Metresi 2 TL, yumuşak ve dayanıksız, kırılma ihtimali çok yüksek. Kullanılacak çivilerin tanesi 0, 50 TL'dir.

Merdiven yapımında dikkat edilecek kıstaslar ise şunlardır:

-Her basamak arası 20 cm olacaktır.

-Her basamak 50 cm eninde olacaktır.

-Ayrıca basamakta kullanılan tahtalar uzun tahtaların üzerine çivilenmelidir.

Murtaza Amca bunun yanında lambayı takmak için de işçi aramaktadır. Bu işi yapabilecek 2 tip işçi vardır. İşçilerin şartları da aşağıda verilmiştir:

1. Tip İşçi: Merdiveni yere 30^0 lik açıyla koyuyor. Çıktığı her basamak için 0, 40 TL alıyor. Her basamağı 10 saniyede çıkıyor. 20 basamaktan fazla merdiven tırmanırsa aldığı toplam ücrete % 50 iskonto uyguluyor.
2. Tip İşçi: Merdiveni yere 60^0 lik açıyla koyuyor. Çıktığı her basamak için 0, 50 TL alıyor. Her basamağı 7 saniyede çıkıyor. 20 basamaktan fazla merdiven tırmanırsa aldığı toplma ücrete % 25 iskonto uyguluyor.

Sizce Murtaza Amca hangi tahta tipini ve hangi işçiyi seçmelidir?Açıklayınız.

($2\sin 60^0=1,\ 25$ alınabilir.)

EK C

İSPATLAMA ETKİNLİKLERİ

<u>Teorem 1</u>: İntegral Hesabın Temel Teoremi

F, [a, b] aralığında tanımlıve Riemann anlamında integrallenebilen bir fonksiyon olsun. Eğer her x϶[a, b] için
$F'(x)=f(x)$
olacak biçimde sürekli bir F:[a, b] $\longrightarrow$ R fonksiyonu varsa
$\int_a^b f(x)dx$=F(b)-F(a) dır.

<u>Teorem 2:</u> Üçgende Ağırlı Merkezi

Bir üçgende kenarı ikiye bölen kenarortaylar bir noktada kesişirler. Bu noktaya üçgenin ağırlık merkezi ya da centroid denir. Ağırlık merkezi tabandan 1 birim, tepe noktasından da 2 birim uzaklıktadır.

<u>Teorem 3:</u> Rasyonel Sayıların Yoğunluğu

$\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$ olsun. Her a, b, c, d ϵ R için

$\frac{a}{b}<\frac{a+c}{b+d}<\frac{c}{d}$ olur.

EK D

GÖRÜŞME FORMU

Balıkesir Üniversitesi Necatibey Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Eğitimi alanında yüksek lisans yapmaktayım. Hazırlamakta olduğum çalışma için siz İlköğretim Matematik Öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye ve matematiksel modellemeye yönelik görüşlerinizi almak istiyorum.

Çalışmadan elde edilen bilgiler yüksek lisans çalışmasında kullanılacak ve bunun dışında herhangi bir kuruma verilmeyecektir. Sizden isteğimiz sorulara içtenlikle cevap vermeniz ve bize bu konuda yardımcı olmanızdır.

Bize ayırdığınız zaman, ilginiz ve yardımlarınız için şimdiden teşekkür eder çalışmalarınızda başarılar dileriz.

GÖRÜŞME SORULARI

1) Matematiksel Model Nedir? Açıklayınız.

2) Matematiksel Modelleme Nedir? Açıklayınız.

3) Matematiksel modellemenin matematik eğitiminde kullanılması konusundaki düşünceleriniz nelerdir?

4)İspat öğretiminde ve öğreniminde matematiksel modelleme yöntemini mi yoksa geleneksel yöntemi mi tercih ederdiniz? Neden?