T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ

8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN EĞİM BİLGİSİNİ OLUŞTURMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

BÜŞRA AYDIN ÇINAR

BALIKESİR, HAZİRAN - 2019

T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ

8.SINIF ÖĞRENCİLERİNİN EĞİM BİLGİSİNİ OLUŞTURMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

BÜŞRA AYDIN ÇINAR

Jüri Üyeleri: Doç. Dr. Filiz Tuba DİKKARTIN ÖVEZ (Tez Danışmanı)

Doç. Dr. Nazlı YILDIZ İKİKARDEŞ

Dr. Öğr. Üyesi Ahmet DELİL

BALIKESİR, HAZİRAN – 2019

KABUL VE ONAY SAYFASI

Büşra AYDIN ÇINAR tarafından hazırlanan **"8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN EĞİM BİLGİSİNİ OLUŞTURMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ"** adlı tez çalışmasının savunma sınavı 24/06/2019 tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen jüri tarafından oy birliği ile Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri	İmza
Danışman Doç. Dr. Filiz Tuba DİKKARTIN ÖVEZ	....
Üye Doç. Dr. Nazlı YILDIZ İKİKARDEŞ	....
Üye Dr. Öğr. Üyesi Ahmet DELİL	....

Jüri üyeleri tarafından kabul edilmiş olan bu tez Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunca onanmıştır.

Prof. Dr. Necati ÖZDEMİR

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü ....

Bu tez çalışması Balıkesir Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi tarafından 2018/058 nolu proje ile desteklenmiştir.

ÖZET

8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN EĞİM BİLGİSİNİ OLUŞTURMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ
YÜKSEK LİSANS TEZİ
BÜŞRA AYDIN ÇINAR
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI
(TEZ DANIŞMANI: DOÇ. DR. FİLİZ TUBA DİKKARTIN ÖVEZ)
BALIKESİR, HAZİRAN – 2019

Bu araştırmanın amacı, farklı akademik başarıya sahip sekizinci sınıf öğrencilerinin eğim bilgisini oluşturma süreçlerini incelemektir. Eğim bilgisini oluşturma sürecinin bilişsel eylemler kapsamında incelenmesine olanak sağlayan RBC+C soyutlama modeli temel alınmış, teoride yer alan tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme bilişsel eylemlerinin ortaya çıkmasına imkân verecek problemler belirlenmiştir. Araştırmanın stratejisini oluşturan durum çalışmasında veri toplama aracı olarak belirlenen 11 açık uçlu problem kullanılmıştır. Katılımcılar 8. sınıf öğrencileri arasından maksimum çeşitlilik örneklemesine uygun olacak şekilde seçilmiştir. Belirlenen problemler matematik dersi akademik başarıları düşük orta ve yüksek düzeyde olan altı öğrenciye uygulanmıştır. Araştırmada, veri toplama yöntemi olarak yarı yapılandırılmış görüşme, katılımcı gözlem ve doküman analizi kullanılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmeler süresince soru sorma yöntemi olarak klinik mülakat yöntemi kullanılmıştır. Verilerinin analizinde, video kayıtlarından elde edilen veriler, öğrencilerin kendilerine yöneltilen etkinliklerle ilgili çözümler yaptıkları çalışma kâğıtları ve araştırmacı notlarının incelenmesine yer verilmiştir. Verilerin analizi ve yorumlanması, nitel veri analizi türlerinden betimsel analiz ile gerçekleştirilmiştir. Soyutlama sürecinin gözlenmesinde RBC+C modeli referans alınmıştır. Görüşme metinleri dört epistemik eylem (tanıma, kullanma, oluşturma, pekiştirme) kapsamında sistematik bir şekilde düzenlenip analiz edildikten sonra bilişsel süreci daha iyi ortaya koymak için verilere bağlı olarak yorumlar yapılmıştır.

Sonuç olarak, öğrencilerin büyük bir bölümü eğimin bağlı olduğu değişkenleri fark etmiştir. Ancak sadece üst düzey başarı grubundaki öğrencilerin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemine ulaştıkları gözlemlenmiştir.

ANAHTAR KELİMELER: Soyutlama, RBC+C soyutlama modeli, eğim bilgisi, doğrusal denklemler.

ABTRACT

EXAMİNATION OF THE ABSTRACTION PROCESS ABOUT SLOPE KNOWLEDGE OF 8TH GRADE STUDENTS'
MSC THESIS
BÜŞRA AYDIN ÇINAR
BALIKESİR UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE
PRIMARY SCIENCE EDUCATION
(SUPERVISOR: ASSOC. PROF. FİLİZ TUBA DİKKARTIN ÖVEZ)
BALIKESİR, JUNE - 2019

The aim of this study is to examine the process of how to secondary school students who have different academic success create their slope knowledge. The study is designed in the case study pattern within the framework of a qualitative approach. The RBC + C abstraction model, which enables the examination of the slope knowledge process within the scope of cognitive actions, is based on and the problems which allow cognitive actions such as recognising, building with, constructing and consolidation in theory reveal are determined. In this case study which creates strategy of the study, 11 open ended problems were used as data collection tools. Participants were chosen to be suitable for the maximum diversity sampling among the 8th grade students. The problems identified were applied to six students whose academic achievement was low, intermediate and high. Semi-structured interview, participant observation and document analysis were used as data collection methods in the study. During the semi-structured interview conducted in accordance, clinical interview method was used as a questioning method. In the analysis of the interview data, the data obtained from the video recordings, the study papers that the students make solutions about the activities directed to them and the researcher notes were included. Analysis and interpretation of the data were carried out by descriptive analysis of qualitative data analysis types. RBC + C model is taken as reference for abstraction process. After the interview texts were organized and analyzed in a systematic manner within the scope of four epistemic actions (recognising, building with, constructing and consolidation), comments were made based on data to reveal the cognitive process better.

As a conclusion, a large part of the students realized the variables to which the slope was connected. However, it has been observed that only the students in the senior success group have achieved recognition, use, creation and reinforcement.

KEYWORDS: Abstraction, RBC + C abstraction model, slope knowledge, linear equations.

İÇİNDEKİLER **Sayfa**

ŞEKİL LİSTESİ **Sayfa**

TABLO LİSTESİ

Sayfa

KISALTMA LİSTESİ

APOS **:** Action – Process – Object – Schema (APOS)
EBOB **:** En Büyük Ortak Bölen
EKOK **:** En Küçük Ortak Kat
GSB **:** Geometer's Sketchpad
RBC+C **:** Recognising (Tanıma)- Building with (Kullanma) Constructing (Oluşturma) + Consolidation (Pekiştirme)
VMs **:** Virtual Manipulatives

ÖNSÖZ

Bu araştırmada ortaokul öğrencilerinin eğim bilgisini oluşturma süreci ortaya konulmaya çalışılmıştır. Araştırmanın gerçekleştirilmesinde desteğini esirgemeyerek bana yol gösteren değerli hocam Doç. Dr. Filiz Tuba DİKKARTIN ÖVEZ'e, teşekkürlerimi borç bilirim.

Araştırma sürecinde bana her zaman destek olan sevgilerini her an hissettiğim değerli annem ve babam Selver ve Osman AYDIN'a, ihtiyaç duyduğum her an yanımda olan, çalışmamın gelişmesinde bana yardımcı olan kardeşim Berna AYDIN'a teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak çalışmam boyunca büyük sabır ve fedakârlık gösteren, yardımlarını hiçbir zaman esirgemeyen ve hayatımın her anında bana inanarak güç veren kıymetlime eşime teşekkür ederim.

Bu tezi sevgili eşim Serdar ÇINAR'a ithaf ediyorum…

1. GİRİŞ

1.1 Problem Durumu

Öğrenme, “bireyin çevresiyle belli düzeydeki etkileşimleri sonucunda meydana gelen nispeten kalıcı izli davranış değişikliğidir” (Senemoğlu, 2001). Bireyler daima çevresiyle etkileşim içindedir. Öğrenciler sınıfa “boş levhalar” olarak gelmezler. Çünkü günlük hayata ve geçmişlerine bağlı deneyimleri vardır. Son yıllarda öğrenmeye yönelik farklı bakış açıları geliştirilmiştir. Bunlardan en önemlisi öğrenmenin davranış değişiklikleri ile birlikte öğrenenin bilişinde meydana gelen farklı süreçleri de kapsadığını savunan anlayıştır (Kılıç, 2000). Bu anlayış öğrenme-öğretme ortamlarında süreç odaklı değerlendirmenin de önemini ortaya koymaktadır. Çünkü öğrenme-öğretme süreci içerisinde gerçekleşecek olan; öğrencilerin matematiksel fikirleri konuşması, yazarak, göstererek ve görsel olarak ifade etmesi, yazılı, sözlü ve görsel olarak sunulan matematiksel fikirleri anlaması, yorumlaması ve değerlendirmesi, matematiksel söz dağarcığını kullanması, fikirleri sunması, ilişkileri tanımlaması ve durumları modellemesi matematiksel iletişim kurma becerisi ve bilgi oluşturma süreci hakkında pek çok ipucu vermektedir (NCTM, 2000). Bu nedenle öğrencilerin kendi akıl yürütme süreçlerini öğretmenleri ve arkadaşları ile tartışmaları ve kendi matematiksel akıl yürütmelerinin dayandığı temelleri sözel ve yazılı olarak ifade etmeleri önemli görülmektedir (Kramarski ve Mevarech, 2003). Bu durum öğrenciyi merkeze alan, kavramsal anlamayı ve problem çözmeyi önemseyen bir bakış açısı ortaya koymaktadır. Çünkü problem çözme öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerinin gelişmesi öğrenme eksikliklerini belirlenmesi ve öğrenme-öğretme sürecinin verimliliğini arttırmasına yönelik geliştirilecek becerilerin başında gelmektedir. Öğrencilerin günlük yaşamlarında kendi problemlerinin üstesinden gelebilecek bireyler olarak yaşantılarına devam etmelerinde, matematiğin ve problem çözmenin etkisi büyüktür. Matematiksel problem çözme matematiksel kavram ve becerilerin gelişimini sağladığı önceden öğrendiği matematiksel kavram, bilgi ve ilkeleri tanıyıp kullanarak yeni bilgiler oluşturmasına imkân sağlamaktadır (Yeşildere, 2006).

Matematiksel düşünce ilkokula başlamadan önce çocuklarda doğal olarak gelişmeye başlamaktadır (MEB, 2017). Ancak çocuklara bir bilginin dışarıdan sunulması onların bilişsel yapılarını zenginleştirmeyeceğinden, kendi bilişsel yapılarını kurabilmeleri için uygun çevre, öğrenme-öğretme ortamı hazırlanması gerekmektedir (Altun, 2008). Bu nedenle matematik öğrenme ve öğretme sürecinde öğrencilerin düşüncelerini sözlü olarak ifade etmelerine imkân tanınmalı, matematiksel kavramları içselleştirmeleri ve bu kavram ya da bilgileri anlamlandırarak yapılandırmalarına olanak sağlanmalıdır. Böylelikle öğrencilerden kendi matematik bilgilerini kendileri anlamlandırarak yapılandırmaları ve yeni bilgiler üretmeleri beklenmektedir. Bu süreçte öğretmenin rolü ise öğrencilerin problem çözerken farklı yaklaşımlar geliştirmelerine, akıl yürütmelerine, kavramların farklı temsili gösterimleri arasında ilişki kurup matematiksel genelleme yapmalarına ortam hazırlamaktır. Böylelikle öğrencilerin matematiksel ve cebirsel düşüncelerinin gelişeceği düşünülmektedir. Çünkü cebirsel düşünme içerisinde akıl yürütme, gösterimleri kullanma, değişkenleri anlama, sembolik gösterimlerin anlamını açıklama, matematiksel fikirlerin gelişimi için modellerle çalışma, gösterimler arasında dönüşüm yapma gibi matematik becerilerini kapsayan bir düşünme şeklidir (Kaf, 2007). Hawker ve Cowley (1997)'e göre bu düşünme şekli örüntü ve düzenliliklerin gösterimini, yapılanmasını, genelleştirmelerle düşünmeyi gerektirir. Greenes ve Findell (1998)'e göre ise cebirsel düşünme önemli fikirleri, gösterimleri, orantısal akıl yürütmeyi, dengeyi, değişkenlerin anlamını, örüntüleri ve fonksiyonları, tümevarımlı ve tümdengelimli akıl yürütmeyi içerir. NCTM (2000), yayımlamış olduğu okul matematiğinin prensipleri ve standartları adlı yayınında çoklu gösterimin önemine değinmiş ve her öğrenciden beklediği gösterim becerilerini şu şekilde sıralamıştır:

• Gösterimleri matematiksel fikirleri açıklamak, kaydetmek ve düzenlemek için kullanma ve yaratma,

• Problemleri çözmek için matematiksel gösterimler arasında dönüşümler yapma, seçme, uygulama,

• Fiziksel, sosyal ve matematiksel olayları yorumlama ve modelleme.

Netice itibariyle cebirsel düşünme; genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma ve çoklu gösterimlerden yararlanma gibi birçok matematiksel beceriyi kapsamaktadır (Wongyai ve Kamol, 2004; Gülpek, 2006; Çelik, 2007). Ancak yapılan çalışmalar öğrencilerin temsili gösterimleri denklem, tablo ve grafikler ile ilişki kurarken zorlandıklarını ya da hatalı kullandıklarını göstermektedir. Ayrıca çalışmalar öğrencilerin grafik okurken ya da yorumlarken yanılgıya düştüklerini dolayısıyla doğrusal grafikte ya da doğrusal denklemde eğimi yanlış yorumladıklarını belirtmektedir. Örneğin Tairab ve Al-Naqbi (2004), çalışmasında grafik okuma ve yorumlama bilgilerinin yetersiz olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Hadjidemetriou ve Williams (2002a), 14-15 yaşlarındaki iki öğrencinin grafik kavramı ve kavram yanılgılarını belirlemek istediği araştırması için ders gözlemlerinde öğrencilerin yükseklik/eğim kavram yanılgısı için geliştirilen soruya ilişkin görüşlerini almıştır ve sonrasında öğretmenlerin öğrencilerin grafiklere ilişkin yaptıkları kavram yanılgılarını listelemeleri istenmiştir. Sonuç olarak 12 öğretmenin, öğrencilerin yükseklik/eğim ve resim gibi grafik kavram yanılgısı, doğrusal ve orijinden geçen grafikleri seçme eğilimi ve ölçeklendirmede hatalar yaptıklarını belirtmiştir. Hadjidemetriou and Williams (2002b) ise çalışmalarında öğretmenlerin öğrenci hatalarını belirlerken özellikle doğrusal grafiklerde kendilerinin hata yaptıklarını ortaya koymuştur ve grafikte değişkenler arasındaki ilişkileri anlama ve yorumlamada güçlük yaşadıkları görülmüştür. Eroğlu ve Tanışlı (2015) ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrenci ve öğretim stratejilerinin bilgisini incelemeyi amaçladığı çalışmasında öğretmenlerin öğrencilerin yaşadıkları kesirlerin denkliği ve örüntü değişimi ile ilgili güçlüklerin giderilmesi için öğretmenlerin tablo, grafik, cebirsel ifade gibi temsil biçimlerinin kullanmasını önerdiklerini ancak bazı öğretmenlerin kendilerinin temsil biçimlerini hatalı kullandığını bazı öğretmenlerin ise grafikte eğimin değiştiğini fark etmede zorlandıklarını göstermiştir. Ayrıca çalışmalar bazı öğrencilerin eğimi, yükseklik değeri olarak (Roth and Bowen, 2001) bazılarının ise doğrusal grafikteki eğimi, y ordinatı olarak algıladıkları ortaya koymuştur (Bell and Janvier, 1981).

Bu nedenle çalışmamızda cebir öğrenme alt alanı olan doğrusal denklemler, sayılar ve işlemler alt öğrenme alanı olan oran-orantı hem de geometri ve ölçme alanındaki uzamsal ilişkiler olan yer-yön, konum, doğru ya da doğru parçası gibi temel geometrik kavramları anlamlandırmayı gerektiren ve tüm bu öğrenme alanlarına yönelik yaşanan süreci gözlemlemeye imkân veren ‘Eğim’ konusunun incelenmesi uygun bulunmuştur. Bu doğrultuda eğim bilgisinin oluşumunu kapsayan soyutlama sürecini incelemek, bu süreçte meydana gelen güçlükleri saptamak, öğrenci gelişimi ve öğrenme süreci hakkında bilgi almak çalışmamızın problem durumunu oluşturmaktadır.

Stump (1999)’a göre eğimin geometrik, cebirsel, fiziksel, fonksiyonel, parametrik, trigonometrik ve kalkülus kavramı gibi birçok yorumu vardır. Bu nedenle öğrenciden eğim bilgisini oluştururken basit ve tek bir alana yönelik düşünsel süreç beklenmemektedir. Öncelikle öğrenciden; bir noktanın diğer bir noktaya göre konumunu yön ve birim olarak ifade etmesi, aynı doğru üzerindeki iki nokta arasında yatay ve dikey değişim oranını anlamlandırıp oranda birinin 1 olması durumunda diğerinin alacağı değeri hesaplayarak yatay birim mesafede ne kadar yükseldiğini yorumlaması, buna bağlı olarak oran sabitine uygun bir şekilde doğruyu istediği kadar uzatabileceği genel kurala varması beklenmektedir. Ayrıca doğru orantılı iki çokluk arasındaki ilişkiyi denklem ve grafikle ilişkilendirmesi, doğrusal denklemlerin yapı taşı olan koordinat sistemini tanıması ve sıralı ikilileri gösterebilmesi, cebirsel temsili gösterimler arasındaki ilişkiyi kullanabilmesi ve doğrusal ilişki içeren gerçek yaşam durumlarına ait tablo, grafik ve denklemleri oluşturup yorumlayabilmesi gerekmektedir.

Kısacası öğrenciden hem okulda edindiği formal bilgileri hem de gerçek yaşamda edindiği informal bilgileri kendi içinde ve günlük yaşam durumlarıyla ilişki kurarak problem durumunda kullanmasını ve bu bilgileri anlamlandırarak yeni bilgiler oluşturmasını ve genellemelere vararak oluşturduğu bilgiyi sağlamlaştırması yani pekiştirmesi istenmektedir. Bu soyutlama süreçlerinin düzenli ve planlı olarak analiz edilmesi öğrenme ve öğretme süreci açısından oldukça önemlidir. Çalışmamızda öğrencilerin eğim bilgisini oluştururken düşünsel süreçlerine ilişkin derinlemesine araştırma yapmak, süreci gözlemlenebilir eylemlerle incelemek, bu bilgi ağı sürecini sistematik bir yaklaşımla açıklamak ve yorumlamak istenmektedir. Bu nedenle bu sürecinin değerlendirilmesinde soyutlama modeli türlerinden RBC+C soyutlama modeli seçilmiştir. RBC+C modeli; mevcut bilgiler ile yeni karşılaşılan bilgi arasında ilişkinin gözlemlenebilmesine imkân tanıyan Tanıma (Recognising), Kullanma (Building-with) ve Oluşturma (Constructing) ve bilginin kalıcığını sağlayan Pekiştirme (Consolidation) epistemik eylemlerinin bir araya gelmesiyle oluşmuştur. Soyutlama sürecinin bu epistemik eylemlerle takip edilebilir olması öğretmene; öğrencilerinin zihinsel süreçlerini takip edebilmesi için ve öğrencilerinin yaşadığı zorlukları gözlemlemesine imkân tanıyıp yaşanan problemi ortadan kaldırabilmesi için aynı zamanda öğretim hedefine ulaşabilmesi için kolaylık sağlamaktadır (Yeşildere İmre ve Türnüklü, 2016).

1.2 Araştırmanın Amacı ve Önemi

Bu araştırma, farklı akademik başarıya sahip 8.sınıf öğrencilerinin eğim bilgisini oluşturma süreçlerini RBC+C soyutlama modeli çerçevesinde inceleyerek gelecekteki öğretim etkinlikleri için önerilerde bulunmayı amaçlamaktadır.

8. Sınıf öğrencilerinin günlük hayatta "diklik", "yokuşluk" gibi kavramlarla ister istemez etkileşime girip eğim konusuyla ilgili bir deneyime sahip olduğu ya da zihninde eğim kavramına ait mevcut bir yapının var olduğu düşünülmektedir. Bireylerin eğim kavramıyla günlük hayatta kolaylıkla etkileşim içinde bulunabilmesi çoğu kişi için informal bilgiye sahip olmasına yol açmıştır (Deniz, 2014). Ancak bireyler günlük hayattan elde ettikleri informal bilgi ve stratejiler ile eğime ait bir kavram oluşturmalarına (Crawfort and Scott, 2000) rağmen, formal bir kavram olarak yapılandırmakta zorlandıkları ve daha çok işlemsel olarak öğrendikleri görülmüştür (Barr, 1981; Clement, 1985; Lobato and Thanheiser, 2002; Tabaghi vd., 2009; Cheng, 2010).

Matematik bir soyutlama bilimi olduğu için birçok konu ve kavramın öğrenimi soyutlama yoluyla oluşmaktadır (Altun, 2008). Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) soyutlamayı, daha önce oluşturulmuş matematiksel bilgilerin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni bir matematiksel yapı oluşturulması aktivitesi olarak tanımlamıştır. Dubinsky (2000)'e göre matematik eğitimi süreci soyutlama kavramını içermeli ve hatta soyutlama bu sürecin en önemli bileşeni olmalıdır. Bu araştırmada öğrencilerden geçmiş yaşantılarını, sahip oldukları bilgi ve becerileriyle ilişkilendirerek ve bu süreçte gerçekleştirdikleri öğretim denemeleri ve stratejileri ile eğim bilgisini oluşturmaya çalışması beklenmektedir. Bu bağlamda öğrencilerden eğim bilgisini oluştururken belli başlı soyutlamalar yapmaları beklenmektedir. Bu durum soyutlamayı içinde barındıran bilgi oluşturma sürecinin detaylı olarak incelenmesini zorunlu hale getirmektedir. Çünkü öğrencinin, matematiksel kavramları kendi arasında ve günlük hayatla nasıl bir ilişki kurarak anlamlandırdığını, matematiksel düşüncelerinin doğruluğunu nasıl açıklayıp anlamını yorumladığını, akıl yürütürken genelleme ve çıkarımları nasıl savunduğunu, kısacası bilgiyi nasıl oluşturduğunu ancak soyutlama sürecini inceleyerek ortaya koyabiliriz. Ancak bu süreç için doğru bir ortam hazırlanması, etkili bir şekilde değerlendirilme yapılması çok önemlidir. Çalışmanın eğim bilgisi oluşturma süreçlerini RBC+C soyutlama modeli çerçevesinde ortaya koyması sürecin daha etkili ve verimli planlanması, yürütülmesi ve değerlendirmesi açısından olumlu katkı sağlaması yönünden önemli görülmüştür. Ayrıca literatürde eğim kavramıyla ilgili RBC+C soyutlama teorisi çerçevesinde incelenen başka bir çalışma bulunmaması nedeniyle bir ilk olma özelliğine sahiptir.

Birçok önemli kavram gibi eğim kavramı da ilköğretim matematik öğrenimi konusudur. Bu açıdan soyutlama ve bilgi oluşturma sürecinin, eğimin formal anlamda ilk olarak oluşturulduğu seviye olan sekizinci sınıf düzeyinde incelenmesi bu çalışmayı ayrıca önemli kılmaktadır. Alan yazın incelendiğinde 8. sınıf eğim kavramına ilişkin pek fazla çalışmaya rastlanmamıştır. Araştırmanın, eğim bilgisini oluşturma sürecinde yaşanan güçlükleri ortaya koyarak yaşanan sıkıntıların giderilmesi konusunda çözüme yönelik katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Çünkü öğrenmenin nasıl geçekleştiğini bilmek benzer ortamları oluşturmak açısından; öğrenme sürecinde yaşanan zorlukları tespit etmek; alınacaklar önlemler ve bu yönde katkı sağlayacak çalışmalara yön vermesi açısından önemli görülmektedir.

1.3 Araştırma Problemi

Farklı akademik başarıya sahip 8.sınıf öğrencilerinin eğim bilgisini oluşturma süreci nasıl gerçekleşmektedir?

1.4 Araştırmanın Sayıtlıları

Araştırmada aşağıdaki durumlar varsayım olarak kabul edilmiştir.

1. Araştırmada kullanılan veri toplama araçlarının, veri toplamada ve yorumlamada yeterli olduğu, ölçülmek istenen davranışları doğru olarak ölçtüğü varsayılmaktadır.

2. Araştırmada kullanılan açık uçlu problemlerde alınan uzman görüşlerinin yerinde ve yeterli olduğu; öğrencilerin bu problemlere yönelik bilgi oluşturma ve matematiksel düşünme süreçlerini doğru ve samimi olarak yansıttıkları varsayılmaktadır.

3. Araştırmada seçilen örneklemin, evreni temsil ettiği varsayılmaktadır.

4. Araştırmanın kavramsal çerçevesini oluşturmak için taranacak kaynakların güvenilir ve yeterli bilgi vereceği varsayılmaktadır.

1.5 Araştırmanın Sınırlılıkları

Araştırmada aşağıdaki durumlar sınırlılık olarak kabul edilmiştir.

1. Bu araştırma ortaokul 8. sınıf matematik dersi cebir öğrenme alanında yer alan eğim konusuyla,

2. Araştırma 2018-2019 Eğitim- Öğretim yılı ikinci döneminde Balıkesir ili Sındırgı ilçesinde bulunan ilköğretim okulunda öğrenim gören 8. sınıf öğrencileri ile,

3. Araştırmada nitel araştırma modellerinden tanımlayıcı durum çalışması modelinin kullanılması ile,

4. Veri toplama sürecinde kullanılan eğim bilgisinin oluşturulması sürecinde bilişsel eylemleri ortaya koymak amacı ile geliştirilen problemler ile sınırlıdır.

1.6 Tanımlar

Bilgi Oluşturma (Soyutlama): Farkına varılan bilginin yeniden düzenlenip yapılandırılarak yeni bir anlam oluşturulması sürecidir (Bikner-Ahsbahs, 2004). Problemlerin, araçların, katılımcıların kişisel geçmişlerinin, sosyal ve fiziksel ortamın çevrelediği koşullarda gerçekleşen bir süreç, daha önce oluşturulmuş matematiksel bilgilerin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni bir matematiksel yapı oluşturulması etkinliğidir (Hershkowitz, Schwarz, Dreyfus, 2001).

Yapı: Matematiksel bir etkinlik sonucunda ortaya çıkan zihinsel çıktıdır.

RBC Modeli: Bağlamda soyutlama teorisine dayalı olarak Hershkovitz vd. (2001) tarafından geliştirilen ve epistemik eylemlere dayalı olan RBC modeli, soyutlamayı tanımlamak, soyutlama ve pekiştirme süreçlerine kapsamlı bir bakış açısı sunmak için uygun bir araç veya metottur (Dreyfus, Hadas, Hershkowitz and Schwarz, 2006; Hershkowitz vd., 2007). Pekiştirme (Consolidation) eyleminin de sonradan eklenmesiyle RBC+C olarak isimlendirilmiştir.

Tanıma: Öğrencinin, ikinci kez verilen matematiksel durum içerisindeki matematiksel kavramı, süreci veya düşünceyi fark etmesi durumudur (Hershkowitz vd., 2001).

Kullanma: Genellikle öğrencilerin bir problemi çözmek, bir durumu anlamak ve açıklamak veya bir süreci yansıtmak gibi bir hedefe ulaştığı zaman ortaya çıkan epistemik eylemdir (Hershkowitz vd., 2001).

Oluşturma: RBC soyutlama modelindeki üç epistemik eylemin en önemlisidir. Oluşturma eylemi, yeni bir yapı oluşturmak için önceki yapıların dikey matematikleştirme ile birleştirilmesinden oluşmaktadır (Tsamir and Dreyfus, 2002).

Pekiştirme: Daha önceden oluşturulmuş matematiksel yapının öğrenciye tanıdık gelmesi ve yeni yapının bilinçli olarak yeniden kullanılması durumudur (Dreyfus & Tsamir, 2004)

Epistemik Eylem: Bilginin oluşturulması ve kullanılması ile ilgili eylem.

2. İLGİLİ ALANYAZIN

2.1 Kuramsal Çerçeve

Araştırmanın kuramsal çerçevesi oluşturulurken, ilgili çalışmanın en önemli bileşenleri göz önüne alınmıştır. Bu doğrultuda, soyutlama ve bilgi oluşturma, RBC+C soyutlama modeli ve eğim başlıklarından oluşmaktadır.

2.1.1 Soyutlama ve Bilgi Oluşturma

İlk olarak Aristotle'nun çalışmalarında 'alıp götürmek' anlamındaki 'aphairesis' kelimesi ile karşılaştığımız "Soyutlama" kelimesi daha sonra günümüze kadar birçok araştırmacının araştırma konusu haline gelmiştir. Hershkowitz vd., (2001) soyutlamayı; "Önceden yapılandırılmış matematik bilginin içine yeni bir matematik bilgiyi dikeysel olarak yeniden düzenleyen bir etkinliktir" olarak tanımlamaktadır. Yani oluşturulmuş yapının birleşimi ve kullanımı soyutlamayı doğurmaktadır. Bu yüzden soyutlamanın meydana gelebilmesi için öncelikle ihtiyaç duyulmalıdır daha sonra diyalektik olarak önceden var olan yapıların kullanılarak tanınmasını gerektiren yeni bir soyutlama süreci başlar ve süreçte meydan gelen soyut oluşumun birleşimi soyutlamay oluşturur (Hershkowitz vd., 2001) . Sierpinska (1994) ise, soyutlamayı "bir kavramdan belli özelliklerin ayrılması eylemi" olarak tanımlamaktadır. Araştırmacılar soyutlamayı farklı temellere dayandırarak farklı bakış açılarıyla tanımlamaya çalışmışlardır. Soyutlamanın dayandırıldığı temel teoriler incelendiğinde soyutlama felsefi, sosyo-kültürel, bilişsel ve deneysel temeller olmak üzere dört başlık altında incelenmiştir (Tunalı, 2010).

Felsefik olarak soyutlama; nesnelerin kategorilerle temsil edilmesiyle oluşup, bağlamdan bağımsız temsiller olarak düşünülmektedir. Ayrıca soyut düşünme, düşünce gelişiminin daha ileri adımlarının ayırt edici bir özelliğidir. Yani soyutlama üst düzey düşünme sürecini oluşturup zaman, mekân ve ortamdan bağımsız olduğu düşünülmektedir (Van Oers, 2001). Modern felsefeci Russell (1926), soyutlamayı felsefi bakış açısıyla; "soyut düşünce, insan zekâsının en üst düzey başarısı ve en güçlü aracıdır" şeklinde tanımlamıştır (Yeşildere ve Türnüklü, 2008).

Bilişsel olarak soyutlama; belirli örnekler arasından ortaya çıkan benzerliklerden meydana gelen genellemeler olarak ya da bir soyutlama ürünü olarak iki temel bakış açısıyla değerlendirilir (Özmantar and Monaghan, 2008). Klasik bilişsel psikologlar soyutlamayı daha çok somuttan soyuta geçilmesi esasına dayandırarak bu süreçte meydana gelen ortak noktalara yoğunlaşarak sınıflanması olarak düşünürler (Rosch and Mervis, 1975). Bilişsel Matematikçiler ise soyutlamanın matematiksel bir süreçten geçtiğini öne sürmektedirler. Bilişsel Matematikçilere göre bireyler zihninde var olan nesneler ile matematiksel sürecin sonunda zihinlerinde oluşan nesneler arasında bağlantı kurarak anlamlandırmaya çalışır. Bireyler bu anlamlandırma sonucunda zihinlerinde oluşturdukları benzerlik ya da farklılıkları sınıflandırarak yeni kavramı zihinlerine yerleştirir ve benzer durumlarda kullanarak soyutlama yapmış olur (Tunalı, 2010). Soyutlamaya bilişsel açıdan bakan ve önemli katkıları bulunan Piaget'e göre gelişim süreci; deneyimsel, sözde-deneyimsel ve yansıtıcı soyutlamadan geçmektedir (Özmantar ve Monaghan, 2008). Deneyimsel soyutlama, kavramlar ya da nesneler arasındaki benzerlikler sayesinde günlük hayattaki kavramları oluşturmakta (Mitchelmore, 2002), sözde-deneyimsel soyutlama ise farklı olarak eylemler arasındaki çok yönlü ilişkiyi de göz önünde bulundurmaktadır (Tall, 1991). Yansıtıcı soyutlama ise, öğrenenin herhangi bir konu üzerinde çalışırken yaptığı eylemler üzerine yoğunlaşarak yeni çıkarımlarda bulunma durumunu içerir (Zembat, 2007) ve eylemlerin nasıl düşünüldüğü ve özümsenmiş nesneler haline gelebildikleriyle ilgilenir (Tall, 2004). Piaget'in yansıtıcı soyutlama görüşü zihinsel işlemlerin sınıflandırmasına ve zihinsel nesnelerin soyutlanmasına ışık tutarak mantıklı ve tutarlı teorik modellerin yapılanmasını sağlamıştır (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001). Yansıtıcı soyutlama fikri daha sonra yapılacak soyutlama araştırmalarının da temelini oluşturmuştur (Tall, 1991). Soyutlamaya bilişsel olarak yaklaşan araştırmacılar üç eylem üzerinde durmuşlardır. Bunlar (Özmantar, 2005; Özmantar ve Monaghan, 2007);

1. Belli spesifik durumların benzerliklerini tanıyarak genelleme,
2. Düsük somut seviyelerden yüksek soyut düşünce seviyelerine tırmanış,
3. Kendi bağlamının dışında, ortamı çevreleyen koşullardan bağımsız olarak gerçekleşen düşünme sürecidir.

Sosyo-kültürel soyutlamanın temelinde ‘çevre’ anlayışı vardır. Soyutlamanın uygun çevresel koşulların sağlanması ile anlamlı olacağı ve yeni bilgilerin uygun çevre koşullarında daha kolay soyutlanacağı düşünülmektedir. Bu alanda Leont’ev (1981), Aktivite Teorisi adında bir teori geliştirmiştir. Etkinlik teorisine göre çevre; insan davranışlarının anlamlarını ve yapılarını düzenleyen faktörler toplamı olarak tanımlanmaktadır (Hershkowitz vd., 2001). Sosyokültürel yaklaşımın Davydov’un etkinlik kuramı ile ilgili düşüncelerinden beslendiği ve Vygotsky’nin çevre görüşü ile de paralel olduğu düşünülmektedir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001; Özmantar ve Monaghan, 2007). Bireylerin davranışlarını analiz edebilmek için çevrenin çok önemli olduğu düşünülmektedir. Buna göre bireylerin davranışlarından oluşan etkinlikler bunu anlamanın en iyi yoludur (Kuutti, 1996). Çünkü etkinlikler bağlam ile ilgili davranışlar zincirinin oluşmasını sağlarlar. Bu yüzden çevre düzenlenirken etkinlikler dış çevreyi zenginleştirecek ve bireylerin duyuşsal özelliklerine hitap edecek şekilde düzenlenmelidir. Hazırlanan etkinlikler katılımcıların kişisel geçmişleri, hazır bulunuşlukları, sosyal çevreleri, öğrenme biyografileri, el becerileri, iletişim becerileri, gibi öznel faktörlere de yer vermelidir (Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus, 2001).

Deneysel soyutlama ise benzerliklerin farkına varılması sürecinin şekillendirilmesidir (Mitchelmore ve White, 2004). Mitchelmore ve White (2004)’e göre; benzerliklerin farkına varılması ve şekillendirme deneysel soyutlama sürecinin temel belirleyicileridir. Deneysel soyutlama, bir dizi benzerliklerin göz önüne alınarak bu benzerlikler arasında bağıntı kurulması sonucunda yeni matematiksel yapıyı oluşturma sürecini kapsar (Tunalı, 2010). Yeni bir matematiksel yapıya ulaşmak için eski yapıların yeniden düzenlenmesi, düzenlenen yapılar arasında bağlantı ve ilişki kurularak tek bir matematiksel düşünce süreci içinde birleştirilmesi gerekmektedir (Dreyfus, 2007).

Soyutlamanın hangi teorik temelini ele alırsak alalım bilgi oluşturma sürecini gözle göremeyeceğimiz aşikârdır. Çünkü soyutlama zihinsel bir etkinliktir, gözlemlenebilir ve açıklanabilir olması için bilimsel uygulama ve modellere gerek duyulmaktadır. Soyutlamaya sosyokültürel perspektifle yaklasan Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) tarafından üretilen epistemik eylemler modeli olarak tanımladığımız RBC+C soyutlama teorisi araştırmanın teorik yapısı olarak seçilmiştir. Bir sonraki bölümde RBC+C soyutlama teorisi ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

2.1.2 RBC+C Soyutlama Modeli

Bir soyutlama bilimi olarak bilinen matematikte kavramların birçoğu soyutlama yoluyla oluşturulmaktadır (Altun ve Yılmaz, 2008). Araştırmacıların soyutlama ve matematiksel soyutlama hakkındaki görüşlerine bakıldığında birçok bakış açısıyla karşılaşılmasına rağmen soyutlama ile ilgili kesin bir tanımın olmadığı görülmektedir. Ancak yapılan çalışmalardaki ortak noktalara bakıldığında matematiksel soyutlama aşağıdaki özelliklere sahip olmalıdır (Boero, 2002).

- Matematik öğrenme ve öğretmede karşılaşılan tüm soyutlama çeşitlerini kapsamalı,
- Öğrencilerin matematiksel bilgiye ulaşırken soyutlama sürecinde yaşadıkları zorlukları yorumlayabilmeli,
- Konuyla ilgili değişkenlere işaret edebilmeli,
- Matematiğin epistemolojisi ve bilişsel bilimler alanındaki araştırmaları göz önüne almalı.

Literatüre bakıldığında bireylerin bilgiyi oluşturma süreçlerini inceleyen ve bu konuyla ilgili teoriler ortaya koyan bir çok çalışma ile karşılaşılmaktadır (Asiala vd., 1996; Dubinsky and McDonald, 2001; Hershkowitz, Schwarz and Dreyfus, 2001; Sfard, 1991). Bu çalışmalardan Herskowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001) tarafından ortaya konan, problem çözme sürecinde bilgiyi oluşturma ve kullanma süreçlerini analiz etmeyi amaçlayan RBC soyutlama teorisisidir (Yeşildere İmre ve Türnüklü, 2016). RBC modeli soyutlamaya sosyakültürel pespektiften bakmakta ve

RBC'nin temeli Davydov'un (1990), Bilgiyi Oluşturma Felsefesi ile Leont'ev (1981)'in Aktivite Teorisi'ne dayanmaktadır. Hershkowitz, Schwarz and Dreyfus (2001), geliştirdikleri bu modele tanıma (recognizing), kullanma (building with) ve oluşturma (constructing) epistemik eylemlerinin ilk harflerini oluşturan RBC modeli ismini vermişlerdir. Bu epistemik eylemlerin (Yeşildere, 2006) her biri sözlü ifadeler ve fiziksel eylemlerle gözlenebilir özelliktedir (Dreyfus, 2007; Hershkowitz vd., 2001). RBC teorisinin temel olarak dayanmış olduğu ve matematiksel soyutlama sürecinin temel ilkeleri olarak görülen beş madde vardır (Yeşildere, 2006).

1. Soyutlama, "aktivite teorisi" perspektifine dayanmaktadır. Soyutlama, bir birey veya grup tarafından ele alınan ve belli bir amaca yönelik olarak devam ettirilen eylemler zinciridir.
2. Soyutlama süreci, çevresel koşullara ve sosyal etkileşimi içeren kişisel ve sosyal yapılara bağlıdır.
3. Soyutlama süreci, Davydov bağlamında teorik düşünceyi gerektirir fakat matematiksel yapılar arasındaki benzerlikler ve farklılıkların belirlenmesinde Davydov'un kullandığı şekli ile deneye dayalı düşünceyi de ayrıca içerebilir.
4. Soyutlama süreci ilk arıtılmamış soyut varlıktan, yeni yapıya doğru ilerlemektedir.
5. Yeni yapı, matematiksel yapılar arasında var olan iç bağlantılar ile yeni ilişkiler bağlantı kurularak yeniden bir düzenleme yapılmasıyla meydana gelir.

Boero (2002)'nin matematiksel soyutlama özellikleri ile Yeşildere (2006), RBC teorisinin temel olarak dayanmış olduğu ve matematiksel soyutlama sürecinin temel ilkeleri incelendiğinde RBC soyutlama modelinin matematiksel soyutlama özelliklerini kapsadığı görülmektedir. Bunlardan en önemlisi bilgi oluşturma sürecinin RBC soyutlama teorisinin ortaya koyduğu ilkelerin uygulanarak gözlemlenebilir olması ve soyutlama sürecinin bu epistemik eylemlerle takip edilebilir olmasıdır. Bu sayede soyutlama sürecinde oluşan bilgi ağı sistematik bir yaklaşımla ortaya konulmaktadır. Bunun yanında RBC soyutlama teorisi araştırmacıya sözü edilen epistemik eylemleri gözlemleyerek soyutlama sürecini ve bu eylemlerin birbirleriyle ne şekilde iç içe olduğunu anlama fırsatı vermektedir (Dreyfus ve Tsamir, 2004). Ayrıca RBC teorisi üzerine inceleme yapan araştırmacıların çalışmaları, RBC modelinin geçerliğini ve soyutlama sürecini tanımlamadaki kullanışlılığını belirtmektedirler (Hershkowitz, Hadas, Dreyfus, 2006). Bikner-Ahsbahs (2004)'de benzer şekilde RBC modelinin, öğrenme süreçlerinin analizinde faydalı bir araç olduğunu belirtmiş ve bu modelin öğrenme süreçlerinin analizinde yararlı olacağını ifade etmiştir. Dooley (2006) ise, ilköğretimde matematiksel bilginin oluşturulması sürecinin analizinde RBC soyutlama teorisinin faydalı bir araç olduğunu belirtmiştir. Bu araştırmada ilköğretim sekizinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştiriliyor olması nedeniyle RBC teorisinin uygun olduğu düşünülmüştür. Aynı zamanda araştırma öğrencilerin matematiksel düşünme sürecinin en üst düzeylerinden olan "soyutlamaya" ulaşma aşaması incelemektedir. Matematik başarısı ve matematiksel düşünme üzerine yapılandırılan bu araştırmanın RBC+C teorisi ile incelenmesi bu teorinin öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma sürecinin değerlendirilmesine uygun ve etkili bir araç olmasına dayanmaktadır. RBC soyutlama teorisi ilk olarak üç epistemik eylem çatısında kurulmuştur. Bu eylemler tanıma, kullanma ve oluşturmadır.

Tanıma; önceden bilinen tanıdık bir yapının karşılaşılan matematiksel bir ortamda ya da matematiksel bir problemin içinde var olduğunun ve bu problem durumuyla ilişkili olduğunun farkına varılması ve anlamlandırılmasıdır (Dreyfus, 2007; Hershkowitz, Schwarz and Dreyfus, 2001).

Kullanma; verilen bir hedefe ya da matematiksel bir durum içinde uygulanabilir bir sonuca ulaşmak için eskiden tanınan benzer yapıları bir araya getirilmesidir (Hassan ve Mitchelmore, 2006). Yani bireylerin daha önceden oluşturulmuş ön bilgilerini işe koşarak amacına ulaşmasıdır (Tsamir and Dreyfus, 2002). Bireyler daha önceden tanımış olduğu matematiksel yapıyı yeni bilgiyi üretirken anlamlandırma, ilişkilendirme, bir öneriyi savunma, bir varsayımda bulunma, onlardan yararlanma ve problem çözmede kullanarak, gerçekleştirir (Dreyfus, Hershkowitz and Schwarz, 2001; Dreyfus, 2007). Kullanma eylemi mevcut yapısını kullanarak, bir matematiksel durumu anlayıp ve bu durumu açıklamaya, süreç üzerinde düşünmeye ve problemi çözmeye odaklanıldığında gerçekleşir. Bu hedefi gerçekleştirmek için öğrenciye daha önceden farkına vardığı yapıların hatırlatılması ya da ipucu verilmesi gerekebilir (Schwarz, Dreyfus, Hadas and Hershkowitz, 2004).

Oluşturma; "Var olan matematiksel bilgi bileşenlerinin bir araya getirilmesi ile bu bilgiler arasında yeniden düzenlemeye gidilerek yeni bir anlam oluşturulması sürecidir" (Bikner-Ahsbahs, 2004, s.120). Bireyler matematiksel problem durumunda kendileri için yeni olayın içsel yapısı üzerinde dikkatle düşünerek mevcut olan bilgileriyle ilişkilendirerek yeni bir yöntem ya da strateji kullanarak oluşturma eylemini gerçekleştirebilirler. Böylece oluşturmanın, tanıma ve kullanmadan bağımsız olmadığı yani oluşturma eyleminin aynı zamanda tanıma ve kullanmayı da kapsamakta olduğu görülmektedir. Bu yüzden oluşturma eylemi soyutlamanın temelini oluşturan aşamadır.

Oluşturulan bilgilerin muhafaza edilmesi için bilgilerin pekiştirilmesine ihtiyaç duyulmuştur. Çünkü pekiştirilmeyen bilgi, kırılgan bir yapıya sahiptir (Hershkowitz vd., 2001). Dreyfus (2007)'un pekiştirme (consalidation) epistemik eyleminin de eklemesi ile teori RBC+C halini almıştır. Pekiştirme sayesinde yeni yapı güçlenmektedir (Dreyfus vd., 2001; Hershkowitz vd., 2001). Aynı zamanda yeni oluşturulmuş matematiksel bir bilginin pekiştirilmesi daha sonraki aktivitelerde bu matematiksel yapının daha kolay tanınmasını ve kullanmasını sağlamaktadır (Monaghan and Özmantar, 2006). Yani pekiştirme eylemi öğrencilerin iyi bildiği matematik konularını pekiştirirek güçlendirdiği gibi yeni soyutladıkları bir kavramı daha ileri bir boyuta taşırken de ortaya çıkabilir (Dreyfus and Tsamir, 2004). Aşağıda Tablo1'de RBC+C soyutlama modelinin süreçleri dört epistemik eylem altında verilmektedir.

Tablo 2.1: RBC+C soyutlama modelinin süreçleri.

RBC+C Epistemik Eylemleri	***Soyutlama Süreci***
Tanıma (Recognising)	*Bireylerin zihinlerinde daha önceden oluşturduğu yapıyı kullanmasıdır (Schwarz, Dreyfus, Hadas ve Hershkowitz, 2004). Bireyler bu aşamada sahip oldukları formal veya informal önbilgileri sayesinde var olan yapıyı fark ederler ve bu yapıyı anlamlandırırlar (Hershkowitz, Schwarz & Dreyfus, 2001). Önceden bilinen tanıdık bir matematiksel yapının, karşılaştıkları matematiksel bir problemin içinde var olduğunun ve bu problem durumuyla ilişkili olduğunun fark edilmesiyle gerçekleşir (Dreyfus, 2007; Hershkowitz, Schwarz & Dreyfus, 2001).*
Kullanma (Building with)	*Bu aşamada bireyler problemde uygulanabilir bir çözümü oluşturmak için var olan yapısal bilgisini kullanır (Dreyfus, Hershkowitz ve Schwarz, 2001). Daha önceden oluşturulmuş ön bilgilerin işe koşularak amaca ulaşılmasıdır (Tsamir & Dreyfus, 2002). Bireyler daha önceden tanımış olduğu matematiksel yapıyı yeni bilgiyi üretirken anlamlandırma, ilişkilendirme, bir öneriyi savunma, bir varsayımda bulunma, onlardan yararlanma ve problem çözmede kullanma eylemleriyle gerçekleştirir (Dreyfus, Hershkowitz & Schwarz, 2001; Dreyfus, 2007).*
Oluşturma (Constructing)	*Soyutlamanın temelini oluşturan aşamadır, bireylerin yeniden düzenleme yaptığı ve yeniden yapılandırmayı gerçekleştirdiği süreçtir, bireyin bilgiyi üretmek için var olan bilgiyle yeni bilgiler arasında bağlantı kurarak tamamladığı aşamadır (Dreyfus, 2007; Hassan & Mitchelmore, 2006). Bireyler var olan matematiksel bilgi bileşenlerini bir araya getirir daha sonra bu bu bilgiler arasında yeniden bir düzenlemeye giderek organize ettiği bilgilerle yeni bir anlam oluşturur.' (Ahsbahs, 2004).*
Pekiştirme (Consolidation)	*Yeni yapının güçlendirilmesinin sağlandığı aşamadır (Dreyfus et al., 2001a; Hershkowitz et al., 2001). Yeni oluşturulmuş matematiksel bir bilginin pekiştirilmesi daha sonraki aktivitelerde bu matematiksel yapının daha kolay tanınmasını ve kullanmasını sağlar (Monaghan, J. ve Ozmantar, M. F., 2006)*

2.1.2.1 Soyutlama ile İlgili Yapılan Araştırmalar

Son dönemlerde soyutlama süreci üzerine RBC modeli ile birçok çalışma yapılmıştır. Bunlardan birkaçı aşağıda verilmiştir.

Altun ve Yılmaz (2008), tam değer fonksiyonu bilgisini oluşturma sürecini ele almışlardır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin öğretim deneyimi sonucunda ilk problemde öğrendikleri yapıyı diğer problemlerde de tanıyarak kullandıkları, tam değer ve parçalı fonksiyon bilgisini oluşturma aşamasında belli bir seviyeye kadar ilerledikleri görülmüştür.

Yeşildere ve Türnüklü (2008), bilgi oluşturma süreçlerini incelendikleri çalışmalarını matematiksel gücü farklı 2 sekizinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirmiştir. Araştırmanın sonucu farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin bilgi oluşturmada farklılıklar yaşadıkları gözlemlenmiştir. Matematiksel gücü yüksek olan öğrenciler, ipuçları sayesinde hatalarını fark ederek doğru cevabı bulurken, matematiksel gücü düşük olan öğrenciler ipuçlarını fark edememiş ve kullanma eylemini gerçekleştirememişlerdir.

Hershkowitz, Hadas, Dreyfus ve Schwarz (2007), tarafından RBC+C modeli kullanılarak yürütülen çalışmada 3 öğrenciye 3 adet öykü ve değişik kaynaklardan taranmış olasılık problemleri verilmiştir. Öğrencilerin bilgiyi yapılandırma ve sağlamlaştırma süreci kişisel farklılıklar açısından ve bilgi akışı gözlemlenerek incelenmiştir. Bu amaçla çalışmanın başında öğrencilere bireysel olarak ön test uygulanmış çalışma sonunda ise bireysel olarak yazılı ve bireysel görüşme şeklinde son test uygulanmıştır. Sonuç olarak, öğrenimin tüm sürecinde epistemik eylemlerin kesintisiz olarak gerçekleştiği gözlemlenmiştir. Ayrıca grupla gerçekleştirilen ortak yapılandırma ile yeni yapılandırmaların ve pekiştirmelerin gerçekleştiği gözlemlenmiştir

Monaghan ve Özmantar (2004)'ın 10 öğrenci ile mutlak değer fonksiyonu bilgisini oluşturma çalışmasının pekiştirilmesi sürecini ele almışlardır. Bu süreci açıklamak için önceki çalışmada yer alan öğrencilerden biri ile pekiştirme eylemini gerçekleştirmiştir. Elde edilen gözlemler sonucunda sağlamlaştırma sürecinin en çok kullanma eyleminden etkilendiği görülmüştür. Monaghan and Özmantar (2004), pekiştirmeyi "soyutlamaların yeniden yapılandırılması, iddialara karşı dayanıklılığın artması, soyutlama için yeni bir dil geliştirilmesi ve daha fazla esneklik" olarak tanımlamıştır.

Altaylı Özgül (2018), ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki soyutlama süreçlerini RBC+C modeline göre incelediği doktora tezinde rastgele seçilen 7. sınıf düzeyindeki iki sınıftan biri deney (24 öğrenci) diğeri kontrol grubu (26 öğrenci) olarak belirlenmiştir. Çokgenler konusunda ön öğrenme bilgi düzeylerini belirleyebilmek için uygulama öncesi her iki gruba Çokgenler-I testi uygulanmıştır. Ayrıca deney grubundaki öğrencilere RBC+C modeline göre hazırlanmış etkinlikler uygulanmış ve öğrencilerin grup halinde çalışmaları sağlanarak soyutlama süreçleri incelenmiştir. Uygulama sonrasında her iki gruba da çokgenler konusunun kazanımlarına yönelik Çokgenler-II testi uygulanmıştır. Araştırma sonucunda deney grubu öğrencilerinin soyutlama sürecinde RBC+C modelinin eylemlerini gerçekleştirebildikleri çokgenler konusunda kavramların tanımlarından yararlanarak yeni bilgiler oluşturup bu bilgileri pekiştirebildikleri görülmüştür. Ayrıca düşük matematik başarı düzeyine sahip öğrencilerin farklı başarı düzeylerinden oluşan gruplar içerisinde çalışırken bilişsel ve duyuşsal olarak kendilerini geliştirdikleri ve bu durumdan mutlu oldukları gözlemlenmiştir.

Bulut (2018), 12 altıncı sınıf öğrencisi ile yürüttüğü çalışmasında öğrencilerin üçgende alan bilgisini oluşturma sürecinin RBC+C modeline göre incelemiştir. Matematik başarı düzeylerine göre belirlenmiş altı çalışma grubu ile gerçekleştirilen etkinlikler video kayıt altına alınmış ve daha sonra yazılı metne çevrilmiştir. Elde edilen verilerin RBC+C modeli analitik araç olarak kullanılarak betimsel analizi yapılmıştır. Başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerden oluşan gruplarda sürecin daha iyi içselleştirilerek, daha hızlı ve pratik şekilde istenilen kavramların oluşturulduğu yüksek-orta öğrenci gruplarında ise yüksek başarı seviyesindeki öğrencilerin bilgi yapılarını daha önce oluşturdukları, orta seviyedeki öğrencilerin ise etkileşim halinde daha geç oluşturdukları gözlemlenmiştir. Paralelkenar alan bilgisini oluşturan ve kullanma aşamasına geçen bütün grupların üçgenin alan bilgisini oluştururken zorlanmadıkları gözlemlenmiştir. Ayrıca öğretimsel etkinliklerin öğrencilerin istenilen bilgiyi oluşturmasına katkı sağladığı gözlemlenmiştir.

Öğrencilerin matematiksel bir bilgiyi oluştururken bu sürecin gözlemlenebilir eylemlerle incelenerek açıklanabilmesi ve yaşanan sorunların hangi bilişsel adımda gerçekleştiğinin bilinmesi matematik öğretimi açısından önemli bulunmaktadır. Bu maksatla çalışmamızda eğim bilgisi oluşturma süreçleri; derinlemesine, etkili ve verimli bir şekilde incelenmesine imkân sağlayan RBC+C soyutlama modeli çerçevesinde analiz edilmesi uygun görülmüştür.

2.1.3 Eğim

Eğimi birçok farklı alanda farklı şekilde tanımlayabiliriz. Stump (1999)'a göre eğim; bir çizginin dikliğinin bir ölçüsüdür. Merriam-Webster's Collegiate Dictionary (1993), eğimi matematiksel olarak "x ekseni ile düz bir çizgiyle yapılan açının tanjantı" olarak tanımlamaktadır. Ayrıca cebir ders kitapları bir çizginin eğimini, çizgi boyunca bir noktadan diğerine hareket ederken dikey yükselmenin yatay koşuya oranı olarak tanımlar. Charles ve diğerleri (1996) ise, eğim ve oranı şu şekilde ilişkilendirir:

"Bir doğru düşünülür ve üzerinde iki nokta alınırsa, soldaki nokta sağdaki noktaya doğru hareket ettirildikçe y eksenindeki değişimin x eksenindeki değişime oranı doğrunun eğimini verecektir, eğim= y eksenindeki değişim / x eksenindeki değişim"

Bunlar eğim kavramının geometrik ve trigonometrik yorumlarıdır. Bununla birlikte, doğrusal fonksiyonlar cebirsel olarak temsil edildiklerinde "y = mx + n" veya "ax +by = c" formlarını alabilir. Bu gibi durumlarda, eğimi parametrik olarak ifade edip parametrelerini sırasıyla "m" veya "$-\frac{a}{b}$" olarak gösteririz.

Eğimin işlevselliğini, sözlü açıklamalar, tablolar, grafikler veya formüller ile çıkarabildiğimiz gibi herhangi bir formdan bağımsız olarak sadece orantısal muhakeme ile de çıkartabiliriz. Çünkü eğim doğrusal bir fonksiyonun değişim oranıdır. Bir fonksiyonun değişim oranı, bağımlı değişkendeki değişimin, bağımsız değişkendeki değişime oranı olarak tanımlanır. Bu tanım, eğimi temsil etmek için kullanılan oranın aynısıdır. O halde eğimin cebirsel formülünü "$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$" şeklinde gösterebiliriz. Dolayısıyla, eğim değişim hızıdır ve fiziksel olarak da anlamı vardır. Fizik, eğimi iki büyüklük arasındaki fonksiyonel bir ilişki olarak yorumlama yeteneğini üstlenir. Matematik ise doğruların eğimlerini kullanarak değişim oranlamalarından türev hesaplamaya kadar ilerleyebilir. Dolayısıyla eğimin türev kavramıyla da yakından ilgilisi vardır.

Yukarıda belirtildiği gibi birçok alanda farklı yorumlarla rastladığımız eğimin farklı formlarını, Stump (1999), 7 başlık altında toplamıştır;

1. Geometrik oran kategorisi eğime geometrik bir nitelik olarak odaklanarak yüksekliğin yatay mesafeye oranı "yükseklik/yatay mesafe" olarak gösterilmesidir.
2. Cebirsel oran kategorisinde eğimi aynı doğru üzerinde bulunan iki noktanın y koordinatları arasındaki değişimin x koordinatları arasındaki değişimin oranı "$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$" olarak gösterilmesidir.
3. Fiziksel özellik kategorisinde eğimin diklik, meyil, yokuş, bayır gibi sözcükler ile fiziksel özelliğinin betimlenmesidir.
4. Fonksiyonel özellik kategorisi eğimin iki değişken arasındaki değişim oranı olarak gösterilmesidir.
5. Parametrik katsayı kategorisinde eğimi "y=mx+b" denklemindeki "m" parametresi verir.
6. Trigonemetrik kavram kategorisinde eğimi eğiklik açısının (doğrunun x ekseniyle yaptığı açının) tanjantı ile gösterilmesidir.
7. Kalkülus kavramı kategorisi eğimin türev kavramının gösterimini içermesidir.

Bu nedenle eğim, birçok gösterimi (geometrik, cebirsel, trigonometrik ve işlevsel vb.) olan temel bir kavram olarak kabul edilir. Matematik, geometri, fizik gibi disiplinler arası alanlarda karşılaşıldığı gibi kolaylıkla okul dışında günlük hayatla da bağlantı kurulabilir.

Charles, Thompson, Garland, Moresh ve Ross (1996) günlük hayattan örnekleri aşağıdaki gibi vermişlerdir:

"Günlük dilde düz veya dik olmayan nesneleri tanımlamak için eğim, dik, eğik gibi kelimeleri kullanırız."

“Eğim usta kayakçılar içindir”

“Otoyol deprem yüzünden eğildi.”

“Çatıdaki eğim karın kaymasına neden oldu.”

“Yolun eğimi yaklaşık %6‟dır.”

“Hendek, kuyuyu boşaltmak için yeterince eğimli değil.”

“Bir doğru da eğime sahiptir. Eğimi bir doğrunun eğikliği ya da dikliği olarak düşünün. Bazı yüzeyler diğerlerine göre daha yatıktır, yani bir doğrunun eğimi başka bir doğrunun eğiminden daha farklı olabilir.”

Öğrencilerin eğimdeki zorluklarından bazıları eğim kavramını farklı şekillerde kavramsallaştırmalarından kaynaklanabilir. Ortaokul Matematik Ders Programı incelendiğinde 8. sınıfa kadar öğrencilerin Stump (1999)’ın tanımladığı yedi formdan geometrik oran, cebirsel oran, fiziksel özellik, fonksiyonel özellik ve parametrik katsayı kategorilerinde bilişsel düzeyde öğrenmelerinin hedeflendiği görülmektedir. Moore-Russo, Conner ve Rugg (2011), yaptığı çalışmada eğimin kavramsallaştırılma sürecini incelemiştir. Bunlar geometrik oran, cebirsel oran, fiziksel özellik, fonksiyonel özellik, parametrik katsayı, trigonometrik kavram, işlemsel kavramsallaştırma, gerçek hayat durumları, belirleyici özellik yani doğrunun eğimi ve bu doğrunun diğer doğrularla paralellik ve diklik gibi durumlarını belirlemeye yardımcı olma, bir doğrunun davranış göstergesi olarak eğimi tanımlaması yani bir doğrunun eğimi artan mı, azalan mı, sabit bir değer mi gösterdiğinin incelenmesi ve eğimin düzlüğünü veren bir sabit olarak adlandırılması olarak on bir kategoride incelemiştir.

Moore-Russo, Conner ve Rugg (2011), tarafından eğimin kavramsallaştırılmasına ilişkin açıklamalar Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2.2: Eğim kavramı.

Kategori	Eğim olarak
Geometrik oran	Bir doğru grafiğindeki dikey yer değişiminin yatay yer değişimine oranı
Cebirsel oran	Cebirsel olarak y değişiminin x'deki değişime oranı $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
Fiziksel özellik	Doğrunun diklik, meyil, yokuş, bayır gibi eğimi tanımlayan kelimelerle ifade edilmesi
Fonksiyonel özellik	Değişkenler arasında sabit değişim oranı
Parametrik katsayısı	"y = mx + b" y denklemindeki m katsayısı
Trigonometrik kavram	Doğrunun eğiklik açısının tanjantı
Kalkulus kavramı	Limit; türev; (y=f (x) eğrisi üzerindeki A (x_0, y_0) noktasından çizilen teğetin eğimi o noktadaki türeve eşittir.)
Gerçek hayat durumu	Statik, fiziksel, dinamik veya işlevsel (fonksiyonel) durum (örneğin tekerlekli sandalye rampası, zamana karşı mesafe)
Belirleyici özellik	Doğruların birbirlerine göre paralel mi, dik mi yoksa hiçbiri mi olacağını, verilen noktanın hangi doğruyu belirttiğini saptayan bir özellik
Davranış göstergesi	Doğrunun eğimi artan mı, azalan mı, sabit bir değer mi olduğunu belirtmesi
Doğrusal sabit	Eğimin düzlüğünü veren sabit

Eğim gösterimleri hem okul matematiğinde hem de gerçek dünyada mevcuttur. Ortaöğretim matematik müfredatında, eğim çeşitli şekillerde ortaya çıkar: geometrik olarak, yükselişin hızı arttıkça, bir çizginin dikliğinin bir ölçüsü, cebirsel olarak; "$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$" oranı, parametrik olarak; "y= mx+b" denklemindeki "m" değeri, trigonometrik olarak; bir çizginin eğim açısının tanjantı "m = tan q"; hesap olarak; sınır olarak ve " $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ „.

Ülkemizde de öğrenciler eğim kavramıyla formal olarak ilk defa 8. sınıfta karşılaşırken lisede ise temel bir kavram olarak kullanırlar. Örneğin eğim; matematik dersi programı boyunca çok önemli bir rol oynayan fonksiyon konusuyla yakından ilgilidir (MEB, 2018). Başlangıç cebirindeki doğrusal fonksiyonların incelenmesi için çok kritiktir ve ileri cebirdeki doğrusal olmayan fonksiyonları tanımlamaya kadar uzanır (Nagle ve Moore-Russo, 2014), istatistiklere en iyi uyan çizgidir (Casey and Nagle, 2016). Aynı zamanda matematikte bir türev kavramı olarak karşımıza çıkar (Stanton and Moore-Russo, 2012).

Ancak öğrenciler eğim kavramıyla günlük hayattaki deneyimleri nedeni ile ilk kez 8. sınıfta karşılaşmazlar. (Charles; Thompson; Garland; Moresh and Ross, 1996). Öğrencilerin okula başlamadan önce informal olarak eğim kavramına ilişkin günlük yaşamlarına dayalı olarak çeşitli deneyimler elde etmiş olması mümkündür. Mitchelmore ve White (2000), dokuz yaşından itibaren birçok çocuğun eğimi bağlamsal açıdan tanıyabildiğini ortaya koymuş olması bu durumu destekler niteliktedir.

Gerçek dünyadaki temsillerin kullanılmasının öğrencilerin soyut matematik anlayışı geliştirmelerine yardımcı olduğuna inanılmaktadır (Fennema ve Franke, 1992). Gerçek dünyada, eğim iki farklı durumda ortaya çıkar; ilk olarak dikliği ölçmek için dağ yolları, kayak pistleri ve tekerlekli sandalye rampaları gibi fiziksel durumlarda; ikinci olarak eğim içeren ve eğim ile birlikte zamana veya mesafeye karşı miktar ile maliyet gibi fonksiyonel durumların değişim oranının ölçüsü olarak karşımıza çıkmaktadır (Stump, 2001).

Araştırmalar, öğrencilerin eğim kavramıyla çok küçük yaştan itibaren tanışmalarına ve hayat boyunca çok farklı alanlarda karşılaşmalarına rağmen hem işlevsel hem de fiziksel durumlarda eğimi anlamada zorluk yaşadıklarını kanıtlamıştır (Bell and Janvier, 1981; Janvier, 1981; McDermott, Rosenquist ve van van Zee, 1987; Orton, 1984; Simon and Blume, 1994; Stump, 2001). Pek çok araştırmacı bu zorlukların sebeplerini keşfetmeye çalışmıştır. (Barr,1980,1981; Moschkovich, 1999). Yapılan çalışmalarda öğrencilerin özellikle, eğimi iki sayının oranı olarak düşündüklerini (Barr, 1980,1981), lineer fonksiyonlar ve onların grafiklerini yorumlamada (Moschkovich, 1999), lineer denklemler ve grafikleri arasında ilişki kurmada (Kerslake, 1981), grafikler ile değişim oranı düşüncesi arasında ilişki kurmada (Bell and Janvier, 1981), farklı temsillerle gördükleri eğim kavramını matematiksel olarak yapılandırmakta (Barr, 1981; Clement, 1985;

Tabaghi Mamolo and Sinclair, 2009) güçlük yaşadıkları görülmüştür. Buna yönelik yapılan çalışmalar ise bu zorlukların temelinin bilişsel durumlardan kaynaklandığını ortaya koymaktadır (Chiu, Kessel, Moschkovich ve Munoz-Nunez, 2002; Stump, 2001; Zaslavsky, Sela and Leron, 2002).

Bu sebeple öğrencilerin yeni bağlamlar oluştururken yaşadıkları zorlukları engellemek için öğrencilere matematiksel anlayış kazandırılması gerektiği belirtilmektedir. Matematiğin anlamlı bir şekilde öğrenilmesi, kavramsal ve işlemsel bilgi arasında ilişki kurmayı içerir (Hiebert and Lefevre, 1986). Kavramsal bilgi, ilişkiler açısından zengin, yeni fikirleri zaten anlaşılmış olan fikirlerle ilişkilendiren ve işleme dayalı bilginin biçimsel dil ve sembol sistemlerinden, algoritmalardan ve kurallardan ibaret olduğu bilgidir. Bu nedenle, eğimin kavramsal bilgisi, okulda görülen (cebirsel, geometrik, trigonometrik ve matematiksel) çeşitli eğim gösterimleri arasındaki ilişkileri anlamayı ve eğimin gerçek dünyadaki değişim oranının bir ölçüsü olduğunu anlamayı içerir. Eğimin işlemsel bilgisi ise eğimle ilgili olarak kullanılan sembollere, örneğin "m" ve "$\frac{\Delta y}{\Delta t}$" e göre eğimi hesaplamak için kullanılan kuralları içerir (Stump, 2001). Öğrenciler, belirli bir durumda hangi işlemi kullanması gerektiğini uygun olduğu konusunda kritik kararlar verebilme becerisi ile birlikte kapsamlı bir işlemsel bilgiye ihtiyaç duyarlar (Ulusal Araştırma Konseyi, 2001). Eğim durumunda, işlemsel bilgi, genel olarak kendisiyle ilişkilendirilen sembollere ve onu hesaplamak için kullanılan kurallara aşinalık içerir (Nagle and Moore-Russo, 2013).

Bu yüzden öğrencilere hem kavramsal hem de işlemsel bilgiler içeren esnek bir matematik anlayışı ve ilişki kurma yeteneği kazandırılması çok önemlidir. Öğrencilere, matematiksel anlama ve muhakemeye odaklanan beceriler kazandırılması matematiksel kavramların geliştirilmesine ve bu kavramların çeşitli temsilleri arasında bağlantı kurmasına olanak sağlayacaktır ve zorlanmadan yeni temsili bağlamlar oluşturup yeni bilgiler inşa edebileceklerdir. Bu becerilerin kazandırılması için öğrencilere problem çözme becerilerini temel alan öğretim süreci planlanması gerekmektedir. Öğrencilerin problem çözme yoluyla kendi deneyim ve araştırmalarıyla yeni bilgiye ulaşması, öğretmenlerin ise bu aşamada öğrencilere bu tür bilgileri geliştirmelerine yardımcı olması, rehberlik etmesi, öğrencilerin öğrenme çabalarını yönlendirmesi gerekmektedir (Sarıtaş, 1999).

2.1.3.1 Eğim Kavramı ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Eğim kavramıyla ilgili yapılan belli başlı çalışmaları aşağıdaki gibi özetleyebiliriz:

Barr (1981), 252 öğrenci ile gerçekleştirdiği çalışmasında kalkulüste yaşanan güçlüklerin asıl sebebinin içsel oluşumlardan kaynaklandığını belirtmiştir. Ayrıca, türevin temeli olarak gördüğü eğim kavramının yapılandırılmasının önemli olduğunu vurgulayan araştırmacı öğrencilerin eğime yönelik yaşadıkları güçlükleri şu şekilde ortaya koymuştur;

- Eğimin bir oran olduğu konusunda yaşanan karışıklık. Örneğin, y=3x+2 doğrusunun eğimi 3' tür fakat 3, bir oran mıdır?
- Bir doğrunun iki noktası, koordinatları ile verildiğinde, "x değerlerindeki değişimi y değerlerindeki değişime mi bölüyorduk yoksa tam tersi mi?" karışıklığı.
- y=mx+c formundaki genel doğru denkleminde "m" ile "c" arasında hangisinin eğim olacağına dair yaşanılan karışıklık.
- İki noktası verilen bir doğrunun eğimini bulamama.
- İki nokta ve doğru denklemi olan fonksiyon verildiğinde eğimi bulamama.

Clement (1985), grafiklerde kavram yanılgılarını ortaya koymaya yönelik yaptığı araştırmasında öğrencilerin yükseklik ile eğimi karıştırdıklarını ve yüksekliği fazla olan doğrunun eğiminin de fazla olacağını düşünerek yanıldıklarını göstermiştir. Ayrıca öğrencilerin grafiği bir resim gibi algılayarak yanılgıya düştükleri ortaya çıkmıştır. Örneğin, öğrenciler bir dağa tırmanan bisikletlinin hızını gösteren bir grafiği, o dağın resmedilmiş hali gibi görerek yanılmaktadırlar.

Asiala ve diğerleri (1997) ise türevin grafiksel olarak anlaşılması için bilişsel yapılarına ayırarak APOS teorisi çerçevesinde incelemişlerdir Türevin grafiksel olarak anlaşılmasında “doğru grafiğinin eğiminin” ön koşul bilgilerden birisi olduğunu göstermiştir. Buna benzer olarak Zandieh (2000), çalışmasında öğrencilerin türev kavramını oluşturmasına yönelik bir teorik çerçeve ortaya koymuştur. Çalışmanın sonucunda türevin anlaşılması için değişim oranı ve eğim kavramlarının önkoşul bilgi olduğunu ileri sürülmüştür. Araştırmacı ayrıca türevin farklı temsillerinin öğrenilmesi ve bu temsiller arası ilişkilerin içselleştirilmesine vurgu yapmıştır. Türev kavramını oluştururken, bu sürece değişim oranı ve eğim kavramlarının yansıtılmasının gerekliliğini vurgulamıştır.

Eğim kavramı ve bu kavram hakkında sahip olunan matematiksel anlayışları ortaya koymak için pek çok araştırma yapan Stump (1996), doktora tezinde ortaokul matematik öğretmenlerinin eğim kavramı hakkındaki kavram tanımlarını ve pedagojik alan bilgileri ve matematiksel anlayışlarını araştırmıştır. Araştırmacı öğretmen adaylarının eğim kavramını oluştururken cebirsel, trigonometrik ve fonksiyon temsilleri ile bağlantı kurmada güçlük yaşadıklarını eğimi daha çok geometrik temsiller ile anlamlandırdıklarını ortaya koymuştur. Stump (1999) ise çalışmasını 18 hizmet öncesi ve 21 aktif öğretmen ile eğim kavramına yönelik tanımları, matematiksel anlayışları ve pedagojik alan bilgilerini ortaya çıkaracak çeşitli eğim temsillerini içeren matematiksel problemlerden oluşan ve pedagojik alan bilgilerini incelemeye yönelik anket ve görüşmelerden oluşturmuştur. Bu araştırma neticesinde öğretmenlerin eğim kavramını yorumlarken geometrik oran, fiziksel oran, fonksiyonel özellik, cebirsel özellik, trigonometrik kavram, parametrik ilişki ve kalkülus kavramı olmak üzere 7 başlık altında odaklanıldığı görülmüştür. Ayrıca aktif öğretmenlerin öğretmen adaylarına göre fiziksel tanımdan daha çok bahsettikleri ancak cebirsel ve fonksiyonel tanımlara hizmet öncesi öğretmenlerin daha çok başvurduğu görülmüştür. Öğretmenlerin yalnızca dörtte biri gerçek yaşam probleminden bahsedememiştir ancak öğretmenlerin eğimi pedagojik olarak yorumlamaları istendiğinde daha çok fiziksel ve fonksiyonel durumlara başvurdukları görülmüştür. Çünkü öğretmenlere göre eğim kavramının anlaşılmasında en yararlı yöntemin fiziksel durumlar olduğu tespit edilmiştir. Buna karşın hiçbir öğretmenin eğim kavramının anlaşılmasında temsillerin ön koşul olduğundan bahsetmedikleri görülmüştür. Bu durum, çalışmanın ortaokul matematik öğretmenlerinin eğitiminde eğimin farklı temsillerinin ele alınmasının gerekliliğini ortaya çıkarmıştır. Stump (2001), öğretmenlerin eğim hakkındaki pedagojik alan bilgisinin gelişimine yönelik yaptığı çalışmada ise hizmet öncesi altı öğretmeni bir dönem boyunca üniversitedeki ortaokul matematik kursuna almış ve bu kişiler arasından beş katılımcı seçmiştir. Araştırma, katılımcıların kursta öğrenmelerine rağmen eğimi fonksiyonel ve fiziksel temsilleri ile yorumlamaya pek başvurmadıklarını ortaya çıkarmıştır. Katılımcılardan üçünün eğimi hem kavramsal hem de işlemsel öğrenmeye yönelik ele alıp farklı temsillerden yararlanırken, bir katılımcı sadece fiziksel, diğeri ise sadece fonksiyonel temsil olarak ele almıştır. Stump (2001) için, 22 lise öğrencisi ile gerçekleştirdiği çalışmasında öğrencilerin eğim kavramını diklik ve değişim oranı yönünden nasıl anladıklarına bakmıştır. Öğrencilerin eğimi, diklikten ziyade değişim oranı olarak yorumlamaya meyilli olduklarını ancak eğimin cebirsel ifadesini grafiksel olarak yansıtmakta zorluk yaşadıklarını göstermiştir. Öğrencilerin eğimin farklı temsilleri arasında bağlantı kurarken zorluk yaşamalarının nedeni eğimi görsel olarak gördükleri ve analitik olarak bir ilişki kuramadıkları söylenebilir.

Beck (2000)’in Topological Panorama Camera (Topocam) kullanımının eğim kavramı öğretimi üzerindeki etkililiği araştırdığı doktora tezi için üç sınıfta geleneksel eğitim bir sınıfta ise Topocam uygulamalı olarak eğitim verilmiştir. Öğretim deneyi sonucunda deney ve kontrol gruplarında, istatistiksel olarak anlamlı bir sonuç çıkmıştır. Topocam kullanılarak dersin işlendiği sınıfta eğim kavramının daha iyi anlaşıldığı ve bu kavramı farklı durumlara daha kolay transfer ettikleri ve Topocam’la öğretimin öğrencilerin derse daha aktif katılmalarını sağladığı görülmüştür.

Crawfort and Scott (2000) ise, eğimin anlamlandırılması yönelik gerçekleştirdiği bu teorik çalışmasında eğimin önemini vurgulamıştır. Buna yönelik olarak eğimin daha çok işlemsel olarak algılanan kavram olduğunu bunun için eğimin değişim oranı olarak anlamlandırılmasın yönelik gerçek yaşam probleminin tablolaştırılması, tablodan elde edilen sıralı ikililerle grafik üzerinde doğru denkleminin oluşturulmasının öğrencilerin eğim ile değişim arasındaki ilişkiyi dinamik olarak görmesinde önemli olacağını vurgulamıştır. Ayrıca eğim ile ilgili yaşanan genel zorluklara değinmiştir.

Lobato and Thanheiser (2002), Geometer's Sketchpad (GSP) ve MathWorld programlarından yararlanılarak bilgisayar ortamında gerçekleştirdiği araştırmasında eğimin temelini oluşturan oranın bir ölçüm olarak anlaşılmasına odaklanmıştır. Bu maksatla, dokuz lise öğrencisiyle 30 saatlik birinci öğretim deneyi, altı lise öğrencisiyle bir haftalık ikinci öğretim deneyi gerçekleştirilmiştir. Neticesinde en başarılı öğrencilerin bile bir doğrunun eğimini, "dikey mesafe/ yatay mesafe" ile bulup eğimi sadece bir sayı olarak gördükleri, bir ölçüm olarak algılamadıklarını ortaya koymuştur. Araştırmacılar eğimdeki oranın bir ölçüm olarak anlaşılması için dört bileşen ortaya atmışlardır:

1. Ölçülecek özelliği ayırabilmek
2. Hangi özelliklerin eğime etki ettiğini belirleyip bu niceliklerle ölçülecek özellik arasındaki ilişkiyi kurma.
3. Bir ölçümün karakteristiğinin anlaşılması.
4. Bir oran oluşturma.

Yapılan etkinliklerde öğrenciler eğimin dikey ve yatay uzaklıkların oranına bağlı olarak değişen ilişkisini dinamik olarak gözlemleme fırsatı bulmuşlardır. Yükseklik, yatay mesafe, doğrunun uzunluğu ve açı ölçümleri yapılarak, doğrunun kendi uzunluğunun ölçülmesinin iyi bir gösterge olmadığı açının ve yükseklik ile yatay mesafe arasındaki oranın da işe yarar olduğu sonucuna varmışlardır.

Zaslavsky, Sela ve Leron (2002), Geometer's Sketchpad (GSP), "Being Sloppy About slope: The Effect of Changing the Scale" isimli çalışmasını 11. sınıf düzeyinde 124 öğrenci ile gerçekleştirmiş olup öğrencilerin eğim, ölçü ve açının cebirsel ve geometrik temsilleri arasında ilişki kurulması konusunda karmaşa yaşadıklarını göstermiştir.

Moschkovich (2004), Dynamic Grapher isimli bir bilgisayar programının etkililiğini araştırmak amacıyla 16 yaşında bir kız öğrenci ile gerçekleştirdiği çalışmasını doğruların eğimini içeren problemler üzerinde gerçekleştirmiştir. Öğrenci ile yapılan Dynamic Grapher isimli bir bilgisayar programı çalışmasından altı gün sonra öğrencinin eğim kavramı hakkındaki tutumunun değiştiği görülmüştür. Başlangıçta öğrenci bir doğrunun eğimini nasıl hesaplayacağını bilemezken, çalışma sonunda eğim formülleri kullanarak doğruların eğimlerini hesaplayabildiği görülmüştür.

Adamson (2005), “Student Sense-Making in an Intermediate Algebra Classroom: Investigating Student Understanding of Slope” isimli doktora çalışmasında öğrencilerin eğim kavramı hakkındaki anlayışlarına yardım etmek için 7 farklı durum ve öğrencilerin etkin katılımda bulunabileceği bir sınıf atmosferi oluşturmuştur Bu modelleme yaklaşımının eğim kavramını tam anlamıyla kavramada etkili olduğu göstermiştir. Sınıf içinde yapılan faaliyetler, öğrencilerin eğim kavram ile ilgili bilgilerini tartışarak ve değerlendirmelerini paylaşıp yansıtmalarına olanak sağlamıştır.

Olive ve Çağlayan (2007), 24 sekizinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirdiği çalışmasında eğime ait geçmişlerin ve nicel muhakemeye dayalı bir öğrenmenin eğimin anlaşılmasına etkisini incelemiştir. Bu amaçla yapılan öğretim deneyi sonucunda katılımcılar eğimi yön, pozitif ya da negatif artış, ortogonal vektörler birleşim, doğru oluşturan bir vektör ya da sıralı ikililer arasındaki eşlik gibi çeşitli şekillerde yorumlamışlardır. Araştırmacı ortaya konan eğimin bu farklı yorumlarının, bireylerin eğim hakkında sahip oldukları tarihsel gelişim olarak yorumlamıştır. Araştırmacının denklemi verilen bir doğrunun, o denklemi sağlayan sıralı ikililerden ve bu sıralı ikililerin koordinat düzleminde bir doğru oluşturduğunu lise ve üniversite öğrencilerin anlamlandırabileceğini fakat sekizinci sınıf seviyesi için bu tanımın çok soyut kaldığını ileri sürmesi öğrencilerin eğim hakkındaki geçmiş yaşantıların ve tarihsel gelişiminin önemini destekler niteliktedir.

Reiken (2008)’in eğim konusuyla ilgili yapılan önceki çalışmaları değerlendirdiği doktora tezinde öğrencilerin çoklu temsiller ya da geleneksel ödevlerden oluşan görevlerini yaparken bu kavramlar hakkında nasıl düşündüklerini ortaya koymaya çalışmıştır. Bunun sonucunda öğrencilerinin bu kavramları anlamada güçlük çektiklerini fark etmiştir. İşlemsel ve kavramsal anlayış açısından ve görsel ve analitik yorumlamalar arasında sınıflandırma yapıldığında, belirgin olan kavramsallaştırmalar arasındaki bağlantılara odaklanılmıştır. Bu merceğin altında beş ana eğim bileşeni ortaya çıkmıştır: (1) sabit oran, (2) özellik belirleme, (3) davranış göstergesi, (4) trigonometri ve (5) hesap. Ayrıca, beş bileşenden her biriyle gerçek dünya durumlarının mümkün olabileceği belirlenmiştir.

Önür (2008), eğim ve doğru denklemi konusunun öğretiminde grafiksel hesap makinelerinin etkinliğinin araştırdığı yüksek lisans tezinde grafiksel hesap makinelerinin kullanımının öğrencilerin eğim kavramına yönelik başarısını ve tutumlarını olumlu yönde etkilediğini göstermiştir.

Demir (2009), iki farklı yaklaşım kullanarak bilgisayar tabanlı, dinamik ve görsel bir program olan Virtual Manipulatives (VMs)'in öğrencilerin eğim kavramını öğrenmesi üzerindeki etkileri araştırıldığı doktora tezinde VMs kullanımının öğrencilerin matematiksel bilgilerini geliştirmek için olumlu yönde etkili olduğunu göstermiştir.

Tabaghi, Mamolo ve Sinclair (2009), DGS kullanımına dayalı olarak desenlenen bir öğretim sürecinin eğimin kavramsallaştırılmasına etkisini incelemiştir. Bir hafta sonra yapılan son testte DGS temelli öğretime katılan öğrencilerinin pozitif ve negatif eğimi ayırt etmede betimleyici öykülemeler kullanabildikleri, bir doğrunun dikliğini hesaplayabildikleri ve sözel problemleri çözebildikleri görülmüştür. Ayrıca geleneksel yaklaşıma göre desenlenen sınıftaki öğrencilere göre problem çözmede daha başarılı oldukları görülmüştür. Aynı zamanda DGS temelli ders yürütülen öğrenciler DGS'nin doğruyu kaydırma özelliğinden faydalanarak doğrunun hareketine göre eğim değerindeki değişimi gözlemleyebildikleri için nesne düzeyinde soyutlama gerçekleştirebilirken, geleneksel yaklaşımla ders yürütülen öğrenciler ancak süreç düzeyinde kavramsallaştırma yapılabildikleri gözlemlenmiştir.

Cheng (2010), 6,7 ve 8. sınıf ortaokul öğrencilerinden oluşan 453 katılımcı ile gerçekleştirdiği çalışmasında eğim ile orantısallık arasındaki ilişkinin varlığını belirlemek amacıyla oran-orantı ve diklik ölçümüne yönelik iki farklı test içeren bir anket ve altıncı ve sekizinci sınıf seviyesindeki 16 öğrenci ile birebir görüşmeler gerçekleştirmiştir. Sonuç olarak diklik problemlerini çözebilme becerilerinin orantısal muhakeme becerileriyle ilişkili olduğu sonucuna varmıştır. Bunun yanında katılımcıların diklik hakkındaki muhakeme becerilerinin ise problemin bağlamına göre değişkenlik gösterdiğini; doğrunun eğimi problemlerinde %80, çatı problemlerinde %66 ve basamak problemlerinde ise %56 oranında başarı sağlandığını saptamıştır.

Duncan and Chick (2013), 25 öğretmen adayı ile gerçekleştirdiği çalışmasında eğimin algılanması, analiz edilmesi ve ölçülmesinin nasıl gerçekleştiğini araştırmıştır. Katılımcılara dikliğin ölçümünü matematikselleştirmeye yönelik bir test uygulamıştır ayrıca 10 öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirmiştir. Çalışmanın sonucunda dikliğin ölçümünün doğru anlaşılabilmesinin lineer cebirdeki başarıyla ve eğimin bir oran olarak algılanmasıyla ilişkili olduğu ortaya çıkmıştır.

Yapılan çalışmalar incelendiğinde eğim kavramı ile ilgili pek çok farklı perspektif ve kavramsallaştırma kategorisinin yer aldığı görülmektedir. Bu kavramın matematikteki çoklu gösterimler olan tablo, bağlam, sözel açıklama, sembol, grafikler gibi konuların da temel yapısını oluşturduğu görülmüştür. Yapılan çalışmalar incelendiğinde eğim kavramının anlaşılmasında öğrencilerin çeşitli zorluklar yaşadığı tespit edilmiştir. Bu zorluklar incelendiğinde eğimi; cebirsel, trigonometri ve fonksiyon içeren temsillerle ilişkilendiremedikleri görülmüştür. Bu durum öğrencilerin eğim konusunun ön koşulu olan temsilleri geçmiş yaşantılarında (tarihsel gelişimlerinde) içselleştiremediklerinden kaynaklanmaktadır. Bunun neticesinde öğrenciler eğimi daha çok işlemsel olarak yorumlamakta, geometrik ve sayısal ölçü birimi olarak görmektedirler. Ancak bu süreçte de karşılarına çıkan “oran” konusunda karışıklık yaşamaktadırlar ayrıca görsel olarak gördükleri eğimi analitik olarak ilişkilendirememektedirler. Bu zorlukların giderilmesi için yapılan çalışmalarda çok yönlü sınıf içi faaliyetlerin ve teknoloji destekli öğretim modellerinin öğrencilerin eğim konusunu kavramsallaştırmalarında olumlu yönde etkili olduğu görülmüştür. Teknoloji destekli öğretim, öğrencilerin eğimi etkileyen yatay, dikey mesafe ve açı gibi değişkenler arasındaki ilişkiyi dinamik olarak görmelerine olanak sağlamıştır.

Öğrencilerin bu sayede temsili gösterimleri grafiksel olarak daha kolay yansıtabildikleri ve cebirsel ve geometrik temsiller arasında yaşadıkları karmaşanın azaldığı görülmüştür. Etkileşimli sınıf ortamlarında öğrencilerin eğim kavramını daha kolay anladıkları, paylaşımlarını yansıttıkları ve farklı durumlara kolaylıkla transfer ettikleri gözlemlenmiştir.

3. YÖNTEM

Bu araştırma, farklı akademik başarıya sahip 8. sınıf öğrencilerinin eğim bilgisini oluşturma süreçlerinin RBC+C teoremi ile incelenmesini amaçlamaktadır.

Bu bölümde; araştırmanın modeli, katılımcılar, verilerin toplanması, uygulama süreci, araştırmacının rolü, verilerin çözümü ve yorumlanmasında kullanılan yöntem ve teknikler üzerinde durulmaktadır.

3.1. Araştırma Modeli

Bu araştırma nitel bir çalışma olup; 8. sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemleri, grafikleri ve ilgili tabloları eğimle ilişkilendirme ve eğim bilgisini oluşturma süreçlerini RBC+C modeli ile analiz etmeyi amaçlayan bir araştırmadır.

Bu çalışmada öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini ayrıntılı ve derinlemesine incelemek amaçlandığından araştırma yöntemi olarak örnek olay yöntemi seçilerek nitel araştırma modellerinden tanımlayıcı durum çalışması yapılmıştır. Örnek olay incelemesi bilgi toplama, toplanan bilgileri organize etme, yorumlama ve araştırma bulgularına ulaşma gibi basamakları içeren sistematik desen türlerinden biridir (Vural ve Cenkseven, 2005). Örnek olay çalışması "karmaşık sosyal olayları anlama arzusundan ortaya çıkmıştır ve gerçek yaşam olaylarının bütünsel ve anlamlı özelliklerini araştırmaya olanak tanımaktadır" (Yin, 1994).

Durum çalışması; araştırmacının gerçek yaşam, güncel sınırlı bir sistem ya da belirli zaman içerisindeki çoklu sınırlandırılmış sistemler hakkında çoklu bilgi kaynakları aracılığıyla detaylı ve derinlemesine bilgi toplandığı nitel bir yaklaşımdır (Creswell, 2012). Tanımlayıcı durum çalışması ise bir olgu veya olayın geçtiği kendi doğal koşulları içerisinde tanımlanması olarak ifade edilmektedir (Yin, 2003). Bu yöntem diğer araştırmalarda olduğu gibi verileri sistematik bir şekilde toplar, faktörlerin ve delillerin birbirleriyle olan ilişkilerini inceler ve sebep-sonuç ilişkileri üzerine yoğunlaşır (Çepni, 2014).

Bu çalışmada seçilen 6 öğrencinin doğrunun denklemini yazabilme, doğru denklemini uygun tablo ve grafikler ile ifade edebilme ve bu becerileri eğim kavramıyla ilişkilendirme şeklinde sıralanan düşünme becerileri irdelenmiştir. Öğrencilerin bu matematiksel düşünme ve soyutlama süreçlerinin dört epistemik eylem altında gözlenmesi ve sistematik bir şekilde betimlenmesi amaçlandığı için tanımlayıcı durum çalışması yöntemi benimsenmiştir.

3.2 Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu Balıkesir ili, Sındırgı ilçesinde yer alan bir devlet okulunda öğrenim gören altı, sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışma grubunun seçildiği okul seçkisiz olmayan örnekleme yöntemlerinden uygun örnekleme yöntemiyle belirlenmiştir. Uygun örnekleme ya da kolay ulaşılabilir durum örneklemesi, çoğu zaman araştırmacının zaman, para ve işgücü vb. sınırlılıklar nedeniyle diğer örnekleme yöntemlerini kullanma olanağının bulunmadığı durumlarda kullanılır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Çalışma grubunun belirlenmesinde uygun örnekleme yönteminin seçilme nedeni zaman ve iş gücü açısından var olan sınırlılıklar nedeni ile kolay ulaşılabilir olması, yapılacak yarı yapılandırılmış görüşmelerde öğrencilerin kendilerini daha rahat ifade etmelerini sağlanması amacı ile araştırmacının matematik öğretmeni olarak çalıştığı kurum tercih edilmiştir.

Seçilen ortaokulda 11 ortaokul 8. sınıf öğrencisi öğrenim görmektedir. Çalışma grubuna katılan 6 öğrencinin belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden maksimum çeşitlilik yöntemi kullanılmıştır. Amaçlı örnekleme, araştırmacı tarafından kimlerin seçileceği konusunda kendi yargısının kullanıldığı ve araştırmanın amacına en uygun olanların örnekleme alınmasıdır (Balcı, 2004, s.90). Amaçlı örnekleme zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak vermektedir. Olgu ve olayların keşfedilmesinde ve açıklanmasında yararlıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Maksimum çeşitlilik örneklemesindeki amaç ise, göreli olarak küçük bir örneklem oluşturmak ve bu örneklemde çalışılan probleme taraf olabilecek bireylerin çeşitliliğini maksimum derecede yansıtmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2008).

Bu amaçla öğrencilerin seçiminde maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemi temel alınarak öğrenim gören 11 öğrenci, 7. sınıf matematik dersi not ortalamalarının sıralaması yapılarak üst orta ve alt düzeyde başarılı öğrenci grupları oluşturulmuştur. Çalışma grubuna ait tanımlayıcı verilere Tablo 3.1' de yer verilmiştir.

Tablo 3.1: Gruplara göre belirlenen örneklem sayısı.

Başarı Düzeyi	Öğrenciler	Ortalama
Üst Başarı Düzeyi	$Ö_1$	92.08
	$Ö_2$	90.60
	$Ö_3$	81.71
Orta Başarı Düzeyi	$Ö_4$	69.85
	$Ö_5$	58.80
Alt Başarı Düzeyi	$Ö_6$	37.40
Toplam	$Ö_T$	430,44

3.3 Veri Toplama

Bu araştırmada kullanılan, veri toplama teknikleri yarı yapılandırılmış görüşme ve katılımcı gözlem olarak belirlenmiştir. Veriler altı öğrenci ile yapılan klinik görüşmeler, video kayıtları ve araştırmacı notları yardımıyla toplanmıştır.

Görüşme yöntemi bireylerin çeşitli konulardaki bilgi, düşünce, tutum ve davranışları ile bunların olası nedenlerinin öğrenilmesinde en kestirme yol olarak kullanıla gelmiştir (Karasar, 2005). Görüşme önceden belirlenmiş ve ciddi bir amaç için yapılan, soru sorma ve yanıtlama tarzına dayalı karşılıklı ve etkileşimli bir iletişim süreci olarak tanımlanabilir (Stewart and Cash, 1985; Akt. Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu çalışma da görüşme türlerinden olan yarı yapılandırılmış görüşme tekniği kullanılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme tekniği ana konuya bağlı açık uçlu sorulardan oluşur. Katılımcılar sorulara özgürce yanıtlamaları için yönlendirilerek derinlemesine bir inceleme yapılmış olur. Bu teknikte, görüşmeyi yapan kişi sorulara verilen cevapları netleştirmek için önceden görüşmenin başlıkları ile ilişkili olarak hazırladığı soruları görüşme sırasında sorar ve gerektiğinde açıklayıcı sorulara yönlendirir (Minichiello vd., 1990). Problemlerde yer alan açık uçlu soruların sorulmasının amacı cevapların kaydedilmesi ve ilişkili ilave sorularla araştırma konusunun detaylı bir şekilde incelenmesine imkân sağlaması nedeniyle (Kümbetoğlu, 2005: 71) tercih edilmiştir. Etkinliklerde yer alan bu açık uçlu sorular konusunda öğrencilerin ne şekilde yönlendirileceğinin, ne gibi uygun dönütler verileceğinin, nasıl düşünmelerinin sağlanacağının kesin kalıplarla belirlenmemiş olması nedeniyle, bu araştırmada yarı yapılandırılmış görüşme yöntemi uygulanmıştır. Ayrıca yarı yapılandırılmış görüşmeler sırasında soru sorma yöntemi olarak öğrencilerin problem çözme süreçlerinde bilişsel süreçlerin derinlemesine olarak keşfedilmesine imkân sağlayan ve bilişsel düzeyleri incelemek amacıyla esnek yapıda soru sorma yöntemi olarak kabul edilen (Karataş ve Güven, 2003) klinik mülakat yöntemi kullanılmıştır.

Katılımcı gözlemde, gözlem yapan kişi gözlenenlerle birlikte olup onlardan biri gibi davranmaktadır ve bu sayede davranışların nedenleri daha derinliğine ve daha geçerli bir biçimde öğrenilebilmektedir (Karasar, 2005, s.158). Ayrıca bu araştırmada, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerinin daha doğru ve detaylı anlamlandırılması için, öğrencilerin kendilerine yöneltilen sorulara verdikleri cevapların bulunduğu çalışma yaprakları yazılı materyal olarak incelenmiştir

Bu çalışmada veri toplama aracı olarak durum çalışmasının yürütüldüğü etkinliklerin bulunduğu ve öğrencilerin kendilerine yöneltilen sorularla ilgili çözümler yaptıkları çalışma yaprakları ile görüşme sırasında kaydedilen video kayıtları kullanılmıştır.

Bu doğrultuda araştırmacı; öğrencilerin bilgi, düşünce, davranışlarını derinlemesine ve nedeniyle ortaya koymayı amaçladığı yarı yapılandırılmış görüşme formunu oluştururken ilk olarak; öğrencilerin eğim bilgisini oluşturmaları için daha önceden kazandıkları matematiksel kavram ve kuralları tanımaya ve uygulamaya; bunun yanında matematiksel akıl yürütme sürecinde ilişkilendirme ile yeni bilgiler edinmelerine fırsat tanıyan, ayrıca bu süreci RBC+C ile kolay bir şekilde analiz etmeye olanak sağlayan tüm kriterler incelenerek ortaokul matematik dersi öğretim programı dikkate alınarak 20 sorudan oluşan madde havuzu oluşturulmuştur.

Bu doğrultuda öğrencilerin var olan bilgilerini ortaya nasıl koyduklarını, tanıdığı kavram ve kuralları nasıl kullanıp ne şekilde ifade ettiklerini, problemi nasıl çözdükleri, yeni bilgiyi oluştururken nasıl akıl yürüttüklerini ve soyutlama sürecindeki ilişkilendirme yöntemlerini ayrıca karşılaştıkları zorlukları ve kavram yanılgılarını açıkça ortaya koymaları amaçlamaktadır.

Eğim: $(x_{1,}y_1)$ ve $(x_{2,}y_2)$ birbirinden farklı iki nokta olmak üzere bu iki noktayı birleştiren doğrunun eğimi “$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$” olarak tanımlanır. Farklı parametrelere sahip “y=mx+b” lineer denkleminde eğim “m” dir. Ayrıca bir doğrunun x ekseni ile yaptığı dar açının tanjantı da eğim olarak tanımlanarak “m=tanq” olarak gösterilebilir.

Problemlerin bu amaçları yani iki noktadan geçen doğrunun eğimini formüle edebilmeleri, denklemi verilen doğrunun eğimini keşfedebilmeleri ve doğrunun eğiminin x ekseni ile yaptığı açıyla ilişkili olduğunu keşfedebilmelerini belirlemek amacıyla literatür taranarak ve öğretim programı dikkate alınarak sorular belirlenmiştir. Çalışma grubunda yer alan 6 öğrenci dışında aynı sınıfta öğrenim gören ve 7. Sınıf Matematik dersi ortalamaları bakımından üst ve alt grupta yer alan 1 er öğrenci ile pilot çalışma gerçekleştirilmiştir.

Araştırmacının görüşmeler sırasındaki etkinlik ve uygulamaların yapılabilirliğinin incelenmesi, bilgiyi oluşturma sürecinin ortaya konulmasında en uygun öğrenme ortamının sağlanması ve etkinliklerin düzenlenmesi için pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışma grubuna üst ve alt başarı grubundan iki öğrenci seçilmesiyle farklı başarı düzeyine sahip öğrencilerin etkinlikleri anlama düzeyleri değerlendirilmiş bu doğrultuda etkinlikler öğrencilerin anlayabileceği düzeyde yeniden düzenlenmiştir. Bu uygulamanın amacı asıl uygulamada yapılacak çalışmanın tüm öğrenciler için geçerliğinin sağlanmasıdır.

Oluşturulan madde havuzundaki 20 soru için pilot çalışma öncesinde, uzman görüşü alınmıştır. Önerilen değişiklikler yapıldıktan sonra problemlerin pilot çalışması gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmaya katılan öğrenciler çalışmaya gönüllü olarak ve matematik başarısı göz önüne alınarak seçilmiştir. Pilot çalışmada, problemlerin; öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerini açığa çıkarmada etkili olup olmadığı, soruların açık ve anlaşılır olup olmadığı ve sürenin yeterliliği belirlenmeye çalışılmıştır. Pilot uygulama sonucunda sorular öğrenci tarafından verilen 80 dakika sürecinde yetiştirilmiştir. Öğrenci ile yapılan klinik mülakat sürecinde sorulardan ne anladığını ifade etmesi istenmiş, bu doğrultuda öğrenci tarafından yeterince anlaşılmayan, açık olmayan ve soyutlama sürecinde akıl yürütmeye, ilişkilendirmeye imkân vermeyen sorular çıkarılmıştır.

Araştırma kapsamında gerçekleştirilen durum çalışmasında yer alan problemlerin ve etkinliklerin öğrencilerin matematiksel düşünmelerini ve bilgiyi oluşturma süreçlerini açığa çıkartmada etkili olması hedeflenmiştir. Bu doğrultuda RBC+C modeli temel alınmıştır. Bu teoride bilginin oluşturma sürecinde gerçekleşen düşünme eylemlerinin problem çözme sürecindeki bilişsel eylemlerden çıkarılması gerektiği savunulmaktadır

Bu doğrultuda öğrencilerin eğim bilgisini oluşturması yönünde bilişsel eylemleri ortaya çıkaracak problemler seçilmiştir. Seçilen problemler görüşmelerden istenen verilerin elde edilmesi öğrencilerin problem çözme süreçlerinin ayrıntılı olarak ortaya konulması amacıyla açık uçlu yapıda problemler seçilmiştir. Bu problemler gerçek modeller ve günlük yaşam problemleri temel alınarak belirlenmiştir. Öğrencilerin problem çözme süreci içinde RBC+C teorisi çerçevesinde belirlenen tanıma, kullanma, oluşturma, pekiştirme aşamalarına yönelik bilişsel eylemleri sergilemelerini sağlayacak yapıda problemler tercih edilmiştir. Problemler öğrencilerin bu dört bilişsel eylem sonunda eğim kavramına ulaşabilmelerini sağlayacak aşamalı bir yapıda oluşturulmuştur.

Bu kapsamda ülke çapında yapılan merkezi sınavlar ile MEB tarafından hazırlanan ders kitapları taranmış ve araştırmacı tarafından hazırlanan sorular ile madde havuzu oluşturulmuştur. Bu maddeler uzman görüşüne sunulmuştur.

Test maddelerinin kapsam geçerliğini belirlemek için Lawshe (1975), tarafından geliştirilen teknik kullanılmıştır (Lawshe, 1975.akt. Yurdagül, 2005). Bu teknik altı aşamada gerçekleştirilmiştir:

a) Alan uzmanları grubunun oluşturulması;

Lawshe tekniğinde, en az 5 en fazla ise 40 uzman görüşüne ihtiyaç vardır. Buna paralel olarak maddeler bir lisansüstü öğrencisi ve 7 alan eğitim uzmanının görüşüne sunulmuştur.

b) Aday ölçek formlarının hazırlanması

c) Uzman görüşlerinin elde edilmesi;

Soruların açıklığı, belirginliği, kazanımlara uygunluğu yönünden uzman görüşleri alınmıştır. Ayrıca Türkçe yazım kurallarına ve anlatımın yaş düzeyine uygunluğu yönünden alan uzmanları grubundan değerlendirme istenmiştir.

Her bir madde uzman görüşleri “madde hedeflenen yapıyı ölçüyor”, “madde yapı ile ilişkili ancak gereksiz”, “madde hedeflenen yapıyı kısmen ölçüyor” “madde hedeflenen yapıyı ölçmez” şeklinde derecelendirilmiştir.

d) Maddelere ilişkin kapsam geçerlik oranlarının elde edilmesi.

Uzmanların test maddelerine ilişkin görüşleri toplanarak kapsam geçerlik oranları elde edilmiştir. Kapsam geçerlik oranları (KGO), herhangi bir maddeye ilişkin “Gerekli” görüşünü belirten uzman sayılarının maddeye ilişkin görüş belirten toplam uzman sayısına oranının 1 eksiği ile elde edilmiştir.

$$\text{KGO} = \frac{\text{NG}}{\text{N}/2} - 1 \quad \text{(Yurdagül, 2005)}$$

Burada; NG, maddeye “Gerekli” görüşünü belirten uzmanların sayısını ve N ise maddeye ilişkin görüş belirten toplam uzman sayısını göstermektedir. Eşitlikten 101 elde edilen KGO değeri eğer 0 veya negatif ise madde testten atılmış pozitif ise α = 0,05 anlamlılık düzeyinde KGO minimum değeri 0.78 (Veneziano ve Hooper, 1997) ve üstü ise anlamlı kabul edilmiş, madde ön deneme testine dâhil edilmiştir.

e) Ölçeğe ilişkin kapsam geçerlik indekslerinin elde edilmesi;

Maddelere ilişkin olarak elde edilen tüm KGO’ların ortalaması alınarak ölçeğin tamamına ait kapsam geçerlik indeksi (KGİ) hesaplanmıştır. Ölçeğin KGİ> KGO (0.78) ise ölçeğin kapsam geçerliğinin istatistiksel olarak anlamlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

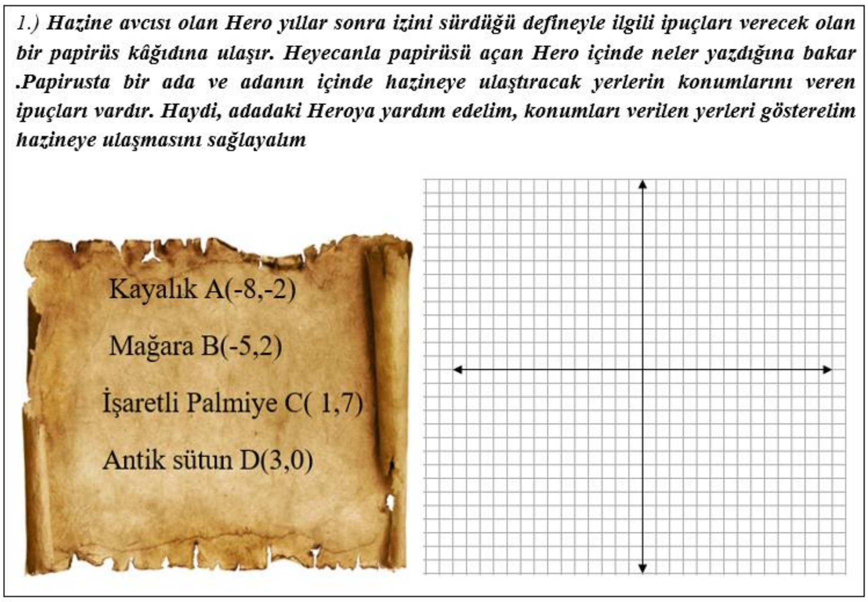
f) Kapsam geçerlik oranları/indeksi ölçütlerine göre nihai formun oluşturulması;

Elde edilen görüşler neticesinde gerekli düzeltmeler yapıldıktan sonra ön deneme erişi testleri elde edilmiştir.

3.3.1 Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplama aracı olarak örnek olay çalışması kullanılmıştır. Örnek olay çalışmasında 11 tane açık uçlu problem kullanılarak veri toplanmıştır. Problemler öğrencilerin doğrusal denklemleri, grafikleri ve ilgili tabloları eğimle ilişkisini kurarken tanıma, kullanma ve problemin hedeflediği yapıyı oluşturma ve oluşan yeni yapıyı pekiştirme süreçlerini gözlemlemeyi amaçlamaktadır. Genel anlamda bakıldığında problemde öğrencilerin zihinlerinde var olan yapıları tanıyıp ve kullanarak eğim bilgisini oluşturma daha sonra eğim bağıntısını geometrik, cebirsel ve parametrik olarak yorumlamaları beklenmektedir. Ayrıca öğrencilerin eğim bağıntısını formüle edip yeni bir günlük hayat problemine transfer ederek eğim bilgisini pekiştirmeleri amaçlanmaktadır. Çalışmada kullanılan açık uçlu sorular aşağıda verilmiştir.

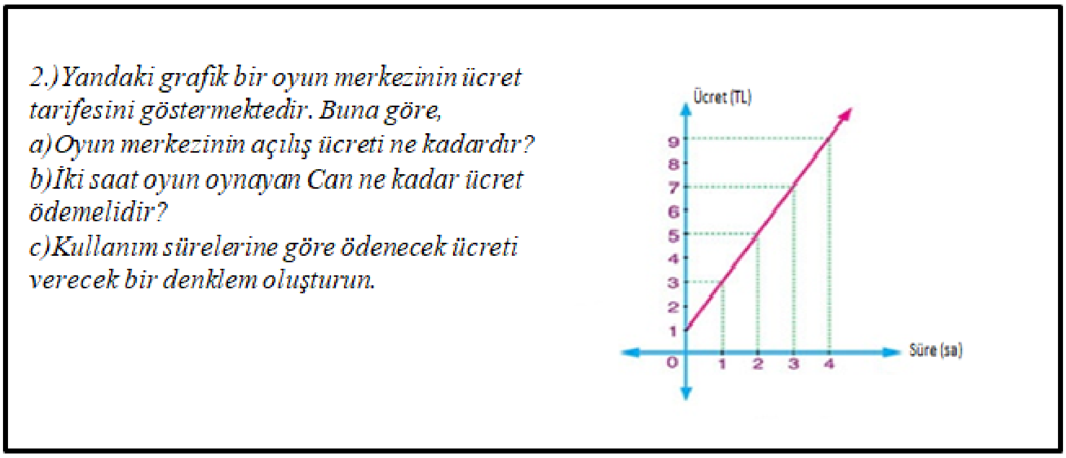
Birinci problemde öğrencilerin koordinat sistemini ve özelliklerini fark edip sıralı ikilileri koordinat sisteminde göstermesi istenmektedir. Tanıma ve kullanma sürecinin gözlemlenmesi amaçlamaktadır. Bu kapsamda birinci problemin metni Şekil 3.1'de verilmiştir.



Şekil 3.1: Problem 1'e ait görsel.

Birinci problemin çözüm sürecinde öğrencilerden beklenen; problemde verilen A, B, C, D noktalarını apsis ve ordinatı tanıyarak koordinat sisteminde hangi noktalara karşılık geldiğini bulması ve işaretlemesidir. Problem 1'de öğrencilerin eğimin geometrik oran, cebirsel oran, parametrik katsayı (Stump, 1999) anlamlarına bilişsel olarak ulaşmaları için gerekli olan koordinat sistemi ve özellikleri bilgisini fark ederek tanıması ve kullanmasını kapsayan süreçlerin gözlemlenmesi amaçlanmıştır. Problemde öğrencilerin problemi anladıktan sonra zihinlerinde var olan önceden öğrendikleri koordinat sistemi ve sıralı ikililere ilişkin yapıyı tanıyarak kullanmaları ve problemin çözümüne ulaşmaları beklenmektedir.

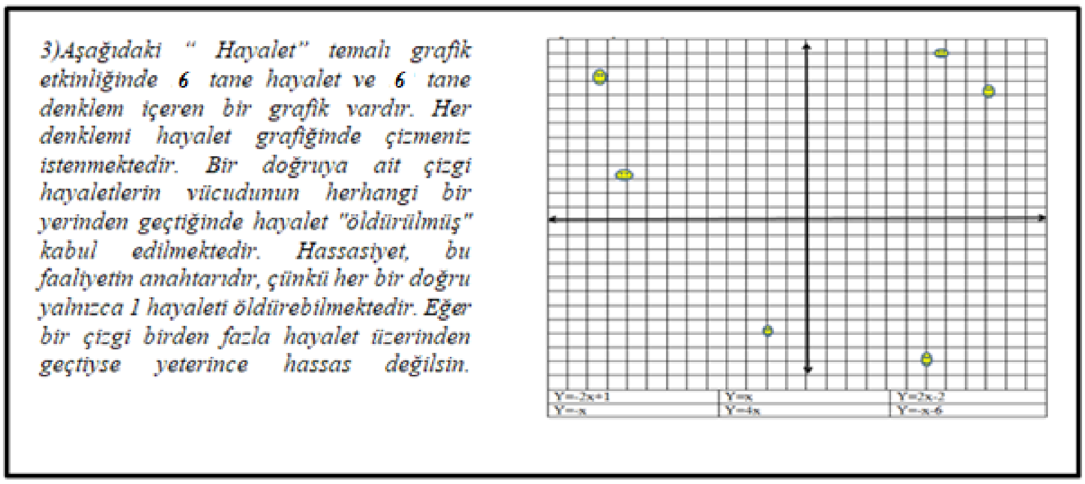
İkinci problemde öğrencilerin koordinat sisteminde verilen iki değişkene ait doğru grafiğini yorumlaması, verilen iki değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmesi, aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birisinin diğerine göre nasıl değiştiğini ifade etmesi beklenmektedir. Bu süreçte gerekli bilgileri tanıma ve kullanma süreçlerini gözlemlemeyi amaçlanmaktadır. Problem 2' ye ait görsel Şekil 3.2'de verilmiştir.



Şekil 3.2: Problem 2’ ye ait görsel.

Çözüm sürecinde öğrencilerden ücret ve zaman değişkenleri arasındaki doğrusal ilişkiyi görmesi, grafiğin başlangıç noktasını tanıması ve bilmesi, grafik üzerindeki sıralı ikililerin koordinatlarını tanıması ve okuması beklenmektedir. Ayrıca ücret ve zaman değişkeleri ile sıklık tablosu oluşturması, bu değişkenleri arasındaki ortak özelliği fark ederek ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmesi beklenmektedir. Ya da doğrusal bir doğrunun denkleminin “y=mx +n” olduğunu hatırlaması ve bu denklemi kullanarak oluşturduğu sıklık tablosundaki verileri değerlendirip y ve x parametrelerini hesaplaması beklenmektedir. Çözüm sürecinde tanıdığı bilgileri, verilen günlük hayat probleminin çözümünde kullanması gerekmektedir. Bu süreçte önceki sınıflarda gördüğü koordinat sistemini özellikleriyle tanıma, grafik okuma, grafiği verilen doğrunun denklemini yazma, örüntüyü genelleme süreci gibi konuları tanımaları ve kullanmaları beklenmektedir.

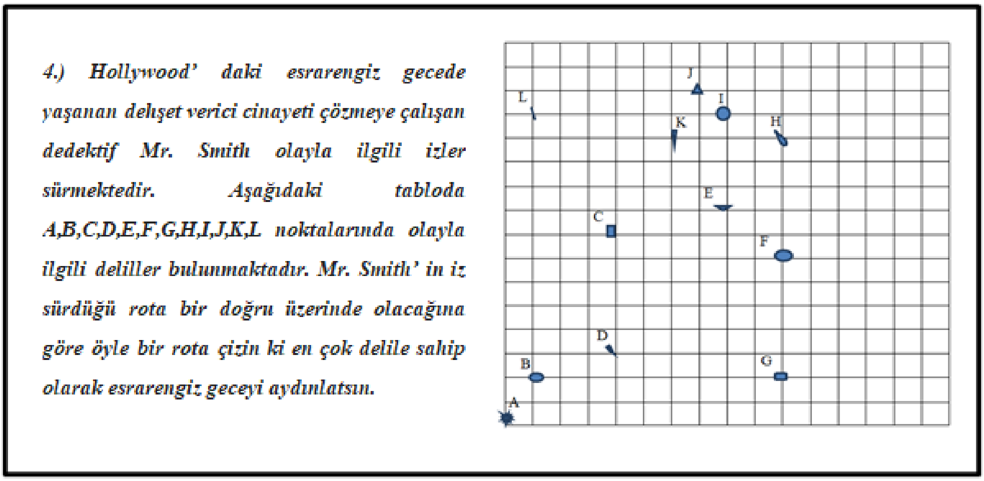
Üçüncü problemde hayalet vurma etkinliği yer almaktadır. Öğrencilerin hayaleti vurabilmeleri için denklemi verilen doğruların grafiğini çizmesi istenmektedir. Problem 3’e ait görsel Şekil 3.3’de verilmiştir.



Şekil 3.3: Problem 3’e ait görsel.

Üçüncü problemin çözüm sürecinde öğrencilerden ilk olarak bu doğru denklemini sağlayan en az iki nokta belirleyerek koordinat düzleminde işaretlemesi beklenmektedir. Daha sonra öğrencilerin bu noktalar üzerinden geçebilecek doğruyu çizmesi ve belirlenen noktalar arasındaki yatay ve dikey mesafelerin ilişkisine göre doğruları hayaleti vurabileceği mesafeye kadar uygun bir şekilde uzatabilmesi gerekmektedir. Örneğin y=2x+1 doğrusu için apsis ve ordinatlar arasındaki ilişkiye dikkat ederek doğruyu hayaletlerin bulunduğu koordinatlara kadar uzatabilmesi ve belirlenen hayaletin ilgili doğru üzerinde olup olmadığını tespit etmesi gerekmektedir. Bu süreçte öğrencilerin sahip oldukları bilgileri tanımaları ve bu bilgileri işe koşarak kullanmaları ayrıca çizdikleri doğruyu hayaletlerin bulunduğu koordinatlara kadar uzatabilecek genel bir kural ya da bağıntı oluşturmalarının gözlemlenmesi amaçlanmaktadır.

Dördüncü problemde kareli zemin üzerinde delillerden oluşan noktalar verilmiştir. Öğrencilerden bu noktalar üzerinden geçen doğrusal çizgiler oluşturmaları ve bu doğrusal çizgiler arasından en çok delile sahip olan doğrusal rotayı göstermeleri istenmiştir. Problem 4’e ait görsel Şekil 3.4’de verilmiştir.

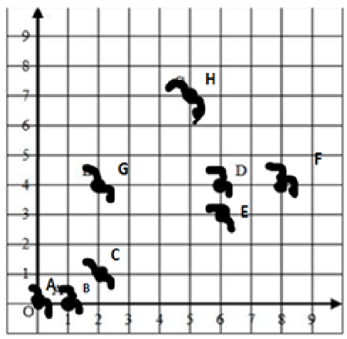


Şekil 3.4: Problem 4'e ait görsel.

Dördüncü problemin çözüm sürecinde öğrencilerden kareli zemin üzerinde bir noktanın (delilin) diğer bir noktaya (delile) göre konumunu yön ve birim bilgilerini kullanarak belirlemelerini, bu bilgiler ışığında iki nokta üzerinden geçecek doğruyu bu konum ilişkisine göre devam ettirmeleri beklenmektedir. Yani doğrusal rotaların bir birim yatay mesafede ne kadar dikey mesafe kat ettiğini geçmiş bilgilerini kullanarak bulmaları bu kurala göre rotayı en çok delil bulunduran noktaların üzerinden geçebilmesi için uzatması beklenmektedir. Böylelikle öğrencilerin eğimle ilgili geometrik yoruma sahip olabilmesi diğer aşamadaki sorularda eğimin ön bilgisini oluşturacak olan yatay dikey mesafe oranlarıyla ilgili zihinlerinde bir yapı oluşturması beklenmektedir.

Beşinci problemde öğrencilerin koordinat sisteminin özelliklerini ve konum bilgilerini kullanarak doğrudaş noktaları belirlemesi ve belirlediği noktalardan geçen bir doğru grafiği çizmesi istenmiştir. Ayrıca öğrencilerden çizdikleri doğruların denklemiyle ilgili ya da uğrak noktalarını temsil eden sıralı ikililer arasında cebirsel bir bağıntı oluşturması istenmiştir. Problem 5'e ait görsel Şekil 3.5'de verilmiştir.

5.)Aşağıdaki şekilde göçmen kuşlarının göç sırasındaki uğrak yerlerini gösteren A,B,C,D,E,F,G,H noktalarının konumları yer almaktadır. Buna göre doğrusal bir rota çizecek olan bir göçmen kuş en az üç noktada konaklama şartıyla hangi konaklama yerlerini tercih etmelidir?

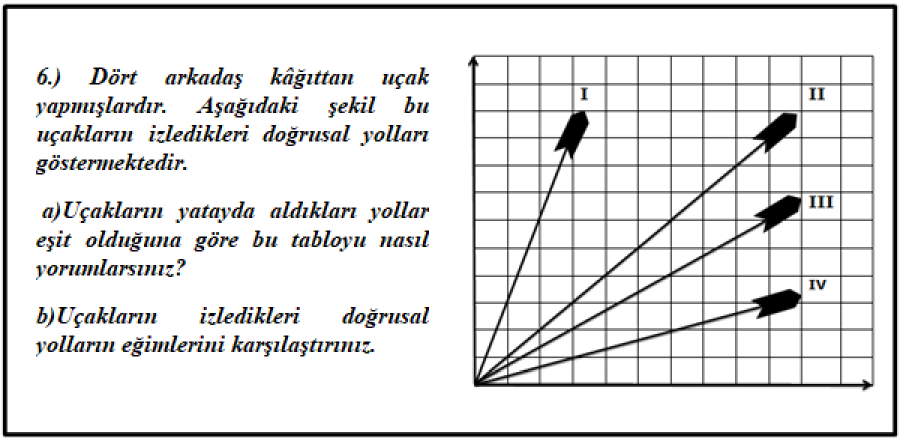


a)Çizdiğiniz doğrunun denklemini nasıl ifade edersiniz?
b) Bu konaklama yerleri arasındaki ilişki nedir.
c)Bu doğrusal rotanın devamında uğranabilecek bir uğrak yeri noktası oluşturun
d)Bu uğrak noktalarının konumlarını sıralı ikili olarak ifade ediniz ve arasındaki ilişkiyi belirtiniz.

Şekil 3.5: Problem 5' e ait görsel.

Çözüm olarak öğrencilerin koordinat sisteminin özelliklerini tanıması, bir noktanın diğer bir noktaya göre konumunu belirlemesi, bu bilgileri kullanarak doğrudaş noktaları belirleyip bir doğru grafiği çizmesi gerekmektedir. Sonrasında bu doğruların denklemiyle ilgili cebirsel bir bağıntı oluşturması ve sıralı ikililer arasında ilişki kurması gerekmektedir. Aynı zamanda öğrencilerin aralarında doğrusal ilişki bulunan değişkenlerden birinin diğerine göre nasıl değiştiğini ön bilgilerini kullanarak bulmaları ve doğrusal ilişki içeren gerçek yaşam durumlarına ait tablo, grafik ve denklemleri oluşturup yorumlaması beklenmektedir. Böylelikle öğrencilerin eğimle ilgili cebirsel yoruma sahip olabilmesi diğer aşamadaki sorularda zihinlerinde eğimin ön bilgisini oluşturacak bir yapı oluşturmaları beklenmektedir. Bu problemde tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemlerinin gözlemlenmesi amaçlanmaktadır.

Altıncı soruda öğrencilerden doğrusal çizgilerin birbirlerine göre durumlarını daha önceden tanıdığı bilgiler ışığında değerlendirmeleri istenmektedir. Ayrıca eğim kavramını oluşturmaları beklenmektedir. Problem 6'e ait görsel şekil 3.6'da verilmiştir.



Şekil 3.6: Problem 6' ye ait görsel.

Altıncı problemin çözüm sürecinde öğrencilerden, uçakların izlediği doğrusal rotaları veren grafiklerin denklemlerini, doğru grafikleri üzerindeki sıralı ikililer arasındaki ilişkileri ve yatay dikey mesafe oranlarını dikkate alarak karşılaştırma yapmaları beklenmektedir. Yani eğim kavramını "biri diğerine göre daha eğimli" , "daha eğik", "daha dik" gibi kelimelerle ifade ederek eğimin fiziksel yorumunu yapabilmeleri beklenmektedir. Aynı zamanda öğrencilerden doğrusal denklemlerin ve grafiklerin eğim ile ilişkisini geometrik ya da cebirsel olarak yorumlayıp eğimin parametrik bağıntısını fark etmeleri beklenmektedir. Öğrencilerin eğim kavramını oluşturma sürecinin gözlemlenmesi amaçlanmaktadır.

Yedinci problemde öğrencilerin aynı doğru üzerinde bulunan iki nokta seçerek bu doğrudaş noktaların birbirlerine göre konumunu yön ve birim bilgisini kullanarak yatay dikey mesafe oranlarına ve yönlerine dikkat ederek şekillerde verilen doğru parçalarının eğimlerini bulmaları ve karşılaştırarak sıralamaları gerekmektedir.

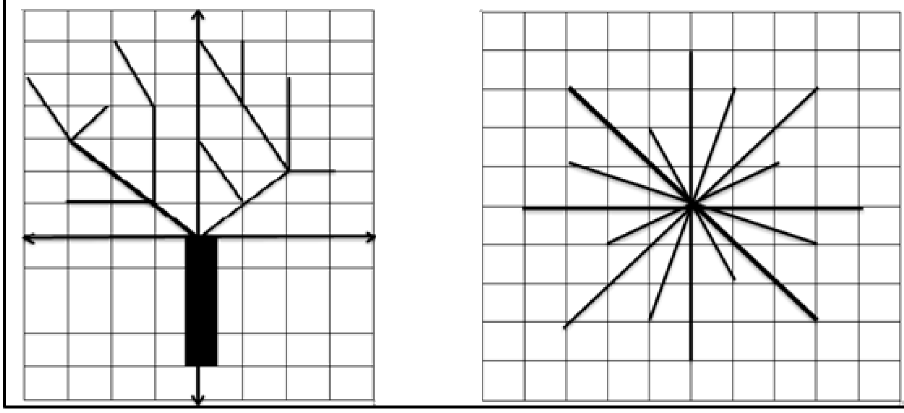
Problem 7'ye ait görsel Şekil 3.7'de verilmiştir.

7.)Matematik Öğretmeni; öğrencisi Ayşe'yi bir türlü derse katamıyor ilgisini derse çekemiyordur. Bir gün Ayşe'yi okul bahçesinde resim yaparken görmüştü. Ayşe kış temalı bir resim için üzerinde kar taneleri olan bir ağaç resmi çizmişti. Matematik öğretmeni Ayşe'nin resim dersine ilgisi olduğunu anlamış çizdiği resmi çok beğendiğini söylemiştir. Ayşe'den böyle bir ağacı koordinat sisteminde çizip eğimleri aynı olan dalları aynı renge boyamasını, aynı zamanda bir kar tanesini oluşturup kar tanesinin her bir doğru parçasının eğimlerinin karşılaştırmasını istemiştir. Ayşe heyecanla koşup aşağıdaki kış temalı çalışmayı yapmış ve bu konuyu çok iyi anladığını söylemiş, o günden sonra matematik dersinde hep başarılı olmuştur.

a)Sizce Ayşe hangi dalları aynı renge boyamıştır.

b)Aynı renge boyadığı dalların denklemleriyle eğimlerini karşılaştırınız.

c)Sizce kar tanesini oluşturduğu çizgilerin eğimini nasıl sıralamıştır.



Şekil 3.7: Problem 7' ye ait görsel.

Yedinci problemde öğrencilerden, şekillerde verilen modellerle doğrunun eğimini açıklayıp her bir doğru parçasının eğim bağıntısını cebirsel ya da geometrik olarak oluşturabilmeleri ve eğimlerin büyüklüklerini yön ve değer açısından karşılaştırabilmeleri beklenmektedir. Ayrıca aynı doğrultuda, yönde ya da paralel durumda olan doğruların aynı eğime sahip olduğu ve x ekseni ile yaptığı açıya göre eğimin pozitif ya da negatif olacağı bilgisini oluşturması beklenmektedir. Problemin çözüm sürecinde tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemlerinin gözlemlenmesi amaçlanmaktadır.

Sekizinci soruda öğrencilerin farklı iki noktadan geçen doğrunun eğimini bulmaları ve bağıntı oluşturmaları istenmiştir. Problem 8'e ait görsel Şekil 3.8'de verilmiştir.

8.) Bir bilgisayar oyununda böcek istilasından kurtulmak isteyen Can; böceklerin geleceği yöne bariyer kurmak amacıyla seçeceği iki noktadan geçecek şekilde doğrular çizmektedir. Buna göre Can'ın çizdiği;

a)A (8,0) ve B(0,-3) noktalarından geçen doğrunun eğimi nedir?

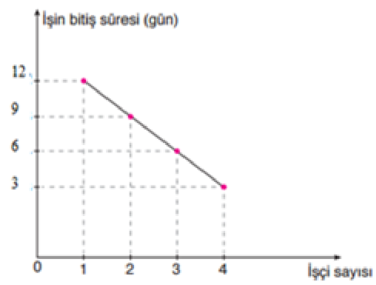
b) Orijinden ve C(-3,5) noktalarından geçen doğrunun eğimi nedir?

Şekil 3.8: Problem 8' e ait görsel.

Sekizinci problemin çözümünde öğrencilerin verilen noktaları koordinat sisteminde gösterme, denklemi cebirsel olarak ifade etme ve konum bilgilerini yorumlama gibi geçmiş bilgilerini tanıyıp kullanarak iki noktadan geçen doğrunun eğimini koordinat sisteminde çizip yatay dikey mesafe oranıyla geometrik olarak ya da apsis ve ordinatlar arasındaki mesafeye dikkat ederek cebirsel olarak bulmaları beklenmektedir. Ayrıca iki noktadan geçen doğrunun eğim bağıntısını cebirsel olarak oluşturmaları ve bu bağıntıyı formüle ederek pekiştirmesi beklenmektedir. Bu problemde tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemlerinin gözlemlenmesi amaçlanmaktadır.

Dokuzuncu problemde öğrencilerden daha önceden oluşturduğu bilgileri bir araya getirerek verilen doğrusal grafikteki eğimi oluşturmaları istenmiştir. Problem 9'a ait görsel Şekil 3.9'da verilmiştir.

9.) Aşağıdaki grafik bir işin bitme süresinin işçi sayısıyla ilişkisini göstermektedir. Bu grafiğin eğimini bulunuz.



Şekil 3.9: Problem 9'a ait görsel.

Dokuzuncu problem de çözüm olarak öğrencilerden daha önceki problemlerde iki noktadan geçen doğru eğimi ya da doğrusal bir grafiğin eğimini cebirsel ve ya geometrik olarak oluşturması beklenmektedir. Öğrencilerden oluşturdukları bu bilgileri derleyip düzenleyerek gerçek yaşam probleminde uygulamasına fırsat verilerek oluşturduğu bilgileri sağlamlaştırması ve pekiştirmesi beklenmektedir. Bu problemde tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemlerinin gözlemlenmesi amaçlanmaktadır.

Onuncu problemde öğrencilerden denklemi verilen doğrunun eğimini ve eğimi verilen doğrudaki bilinmeyeni bulması istenmiştir. Problem 10'a ait görsel Şekil 3.10'da verilmiştir.

10.) Hero yıllardır aradığı defineye ulaşması için artık son aşamaya gelmiştir. Aşağıdaki a ve b seçeneğindeki soruların yanıtı hazinenin şifresini oluşturmaktadır. Haydi Hero'ya yardım edelim defineye ulaşmasını sağlayalım.

a) 4y+12x-12=0 doğrusunun eğimi nedir?

b) 5y-ax+35=0 doğrusunun eğimi -2 olduğuna göre, a kaçtır?

Şekil 3.10: Problem 10' a ait görsel.

Onuncu problemde çözüm için öğrencilerden strateji geliştirmeleri oluşturdukları bilgiler ışığında eğimi parametrik olarak açıklaması beklenmektedir. Problemin b seçeneğinde öğrenciler eğimi verilen bir denklemin içindeki bilinmeyeni bulacağı farklı bir problemle karşılaşır ve bunun da üstesinden gelerek eğimi parametrik bağlamda formüle ederek pekiştirmesi beklenmektedir.

Onbirinci problemde öğrencilerden eğim ile ilgili bir problem kurmaları istenmiştir. Problem 11'e ait görsel Şekil 3.11'de verilmiştir.

11.) Eğim ile ilgili problem kurunuz.

Şekil 3.11: Problem 11' e ait görsel.

Problem kurma hem öğrenme aracı hem de öğrencilerin matematiksel bilgi ve yetenekleri hakkında önemli bir değerlendirme aracıdır. Problem kurma sürecinde öğrenciler sadece matematiksel olarak düşünmekle kalmayıp matematik bilgisini geliştirmekte, eleştirel düşünmekte, yeni bir matematik problemini yeniden formüle edip yaratıcı düşünmektedir. Problem kurma etkinlikleri öğrencilerin kendilerine sunulan durumlarla etkileşime girmelerini sağlayarak kendi anlayışları, matematik bilgileri ve becerileri hakkında pek çok bilgi verdiği için öğrencilerden problem kurması istenmiştir. Buna bağlı olarak öğrencilere verilen problem kurma görevi öğrencilerin oluşturduğu eğim bilgisini güçlendirerek pekiştirmesini imkân sağlayacağı düşünülmektedir. Bu nedenle bu süreçte pekiştirme eyleminin gözlemlenmesi amaçlanmıştır.

3.4 Veri Analizi

Bu araştırmadaki verilerin analizi nitel veri analizi türlerinden biri olan betimsel analiz ile gerçekleşmiştir. Betimsel analizde amaç, elde edilen bulguları düzenlenmiş ve yorumlanmış bir şekilde sunmaktır. Betimsel analiz, nitel çözümlemelerde yer alan kelimelere, ifadelere, kullanılan dile, diyalogların yapısına ve özelliklerine, kullanılan sembolik anlatımlara ve benzetmelere dayanarak tanımlayıcı bir analiz yapılmasını sağlar (Kümbetoğlu, 2005). Karadağ (2010)'a göre araştırmada kullanılan betimsel analiz dört aşamadan oluşmuştur. Bunlar (i) Betimsel analiz için bir çerçeve oluşturulması: Bu aşamada araştırmanın kavramsal çerçevesi dâhilinde yer alan boyutlardan yola çıkılarak veri analizi için bir çerçeve oluşturulmuştur. Böylece verilerin hangi temaların altında sunulacağı belirlenmiştir. (ii) Verilerin işlenmesi: Bu aşamada, bir önceki aşamada oluşturulan genel çerçeveye göre elde edilen veriler okunarak düzenlenmiştir. (iii) Bulguların tanımlanması: Bu aşamada düzenlenen verilerin tanımlanması ve gerekli olan yerlere doğrudan alıntılar yapılmıştır. (iv) Bulguların yorumlanması: Bu aşamada tanımlanan bulguların açıklanması, ilişkilendirilmesi ve açıklanması yapılmıştır.

Bu bağlamda araştırmada verileri tanımlama amacıyla seçilmesi, anlamlı ve mantıklı bir biçimde bir araya getirilmesi için veriler öncelikle sistematik ve açık bir şekilde betimlenmiş ve yapılan bu betimlemeler açıklanarak yorumlanmıştır.

Neden-sonuç ilişkisi kurularak ulaşılan sonuçlar ve ortaya çıkan temalar yorumlanarak, temalar anlamlandırılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2005: 224).

Bu maksatla öncelikle görüşmeler sırasında kaydedilen konuşma ve görüntüler yazılı metne dönüştürülmüştür. Elde edilen verilerin analizinde bilgisayar, yazıcı, tarayıcı vb. elektronik aletler kullanılmıştır. Kaydedilen konuşma ve görüntüler nitel araştırmalarda verilerin nasıl analiz edileceği konusunda uzman kişi tarafından yeniden analiz edilmiş, daha önceden oluşturulmuş olan yazılı metinler yeniden incelenerek karşılaştırılmıştır. Daha sonra öğrencilerin yapılan görüşmelerde göstermiş oldukları bilişsel süreç kaydedilen konuşma videoları, yazılı dokümana dönüştürülmüş olan konuşma metinleri ve araştırmacı notları RBC+C soyutlama modeli ile bilişsel açıdan yorumlanması ile gerçekleştirilmiştir.

Bunun için RBC+C Soyutlama Modeli ile öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme temaları altında dört epistemik eylem ile ilişkilendirilerek incelenmiştir. Öğrencilerin verdiği yanıtlar araştırmacı ve matematik eğitimi uzmanı tarafından farklı zamanlarda RBC+C teorisi epistemik eylemleri dikkate alınarak incelenmiştir. Kendilerine verdikleri kod isimlerle anılan farklı matematik başarı düzeylerindeki öğrencilerin problemlere ilişkin çözümleri değerlendirilmiş ve epistemik eylemleri betimlenmiştir. Farklı yönler tekrar tartışılmış ve öğrencilerin epistemik eylemleri gerçekleştirme durumları konusunda ortak bir görüş birliği elde edilerek veriler betimsel olarak ortaya konulmuştur. Yani öncelikle toplanan verilerin kavramsal bir çerçevesi oluşturulmuş, veriler bu dört tema altında yerleştirilmiştir ve ardından hangi metnin hangi temaya ait olduğu belirlenmiştir. Görüşme metinleri dört epistemik eylem altında sistematik bir şekilde düzenlenip analiz edildikten sonra bilişsel süreci daha iyi ortaya koymak için verilere bağlı olarak yorumlar yapılmıştır.

Son olarak ayrıntılı bir biçimde sunulan bulgulara anlam kazandırmak ve bulgular arasındaki ilişkilerden sonuçlar çıkarmak için verilere dayalı tasarlanan öğretim uygulamalarının niteliği yani eğim bilgisinin öğrenciler tarafından ne ölçüde oluşturulduğu rapor edilmiştir.

3.4.1 Geçerlik ve Güvenirliği

Nitel araştırmada geçerlik ve güvenirlik terimleri nicel araştırma ile benzerlik gösterse de farklı terimlerle adlandırılmaktadırlar. Guba and Lincoln (1989) "inandırıcılık" ifadesi ile iç geçerliği, "aktarılabilirlik" ifadesi ile dış geçerliği, "güvenirlik" ifadesi ile güvenirliği, "teyit edilebilirlik" ifadesi ile tarafsızlığı eşdeğer görmektedir. Bu araştırmanın geçerlik ve güvenirliği de bu stratejiler bağlamında incelenecektir. Guba and Lincoln (1989, s.181) inandırıcılığı "katılımcının yapıyı algılama şekli ile araştırmacının kendi bakış açısını betimleme şekli arasında uyum" olarak tanımlamaktadır. Araştırmacının birden çok stratejiyi kullanması, araştırmanın inanılırlığını artıracaktır (Mertens, 1998). Bu araştırmada, inandırıcılığın sağlanması amacıyla uzman incelemesi ve çeşitleme stratejilerine başvurulmuştur. Uzman incelemesinde: "araştırmacı tarafsız bir akranı ile bulgular, sonuçlar, analizler ve hipotezler üzerine geniş tartışmalar yapmalıdır… bu kişi araştırmanın sonraki adımlarına rehber olmak ve yardımcı olmak için araştırmacının karşılaşabileceği araştırma soruları yöneltmelidir" (Mertens, 1998, s.182). Uzman incelemesinde, araştırma bulguları bilgi oluşturma ve soyutlama üzerine çalışan tarafsız bir araştırmacı ile tartışılmış ve tartışmanın oluşturduğu perspektifle bulgular yeniden ele alınmıştır. Aynı zamanda, örnek olay çalışmasında görüşme, katılımcı gözlem ve doküman incelemesi veri toplama yöntemlerinin bir arada kullanılarak yöntem çeşitlemesi yapılmıştır. Yöntem çeşitlemesinde, çalışılan bir problem ya da programla ilgili olarak görüşme, gözlem, doküman ve anket gibi çoklu veri toplama yolları kullanılmaktadır (Patton, 1987). Campbell and Fiske (1959) çeşitlemenin nitel araştırmalarda geçerliği sağlamada güçlü bir yol olduğunu belirtmiştir (akt. Cohen, Manion, Morrison, 2002).

Guba ans Lincoln (1989:183) aktarılabilirliği , "Aktarılabilirlik post-pozitivist anlayıştaki dış geçerlik anlamındadır. Bu anlayışa göre dış geçerlik, ulaşılan sonuçların diğer durumlara genelleme derecesidir. Nitel araştırmalarda ise çalışma alanı ile ulaşılan bağlam arasındaki benzerliğin derecesidir. Araştırmacının sorumluluğu, okuyucunun bir yargıya varması için yeterli detayı vermektir" şeklinde açıklamıştır. Bu araştırma kapsamında gerçekleştirilen örnek olay çalışmasında aktarılabilirlik, öğrencilerin bilgi oluşturma yani soyutlama süreçlerinin çoklu durum deseni kullanılarak incelenmesi ile sağlanmaya çalışılmıştır. Yin (1994), örnek olay çalışmalarında çoklu durum deseni kullanımının sonuçların dış geçerliğini arttırdığını belirtmektedir. Araştırmada öğrencilerin bilgi oluşturma ve matematiksel düşünme süreçleri, farklı matematik düzeylerine göre öğrencilerin problemlere yönelik çözümleri değerlendirilmiş ve epistemik eylemleri betimlenmiştir. Bu şekilde oluşturulan çoklu durum deseninin araştırmanın aktarılabilirliği (dış geçerliği) sağladığı düşünülmektedir.

Nitel araştırmalarda tutarlılık stratejisinin amacı, araştırmaya dışarıdan bir gözle bakılması ve araştırmacının baştan sona gerçekleştirdiği araştırma sürecinde tutarlı davranıp davranmadığının ortaya konulmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2005: 271). Örnek olay çalışmasının tutarlığı, araştırma sürecinin her aşamasının detaylarını belirten örnek olay çalışması protokolü ile sağlanabilir (Yin, 1994). Ayrıca verilerin ve verilerin ele alınması ile oluşturulan rapordan oluşan örnek olay çalışması veri tabanının oluşturulması, tutarlığı artırabilir (Yin, 1994). Bu araştırmada; altı öğrenciyle gerçekleştirilen on bir örnek olay çalışmasının görüşmeleri çözümlenmiştir ve her biri için rapor hazırlanmıştır. Görüşmelerin çözümlenmiş halinden ve araştırmacı raporundan bir veri tabanı oluşturulmuştur. Böylelikle, öğrencilerin matematik başarılarına göre bilgi oluşturma ve matematiksel düşünme süreçlerini içeren görüşme metinleri ve araştırma raporu ile takip ve kontrol edilebilmesi sağlanmıştır. Bununla birlikte; araştırmada görüşme, katılımcı bir arada kullanılan gözlem ve doküman incelemesi veri toplama yöntemlerinin, görüşmede ortaya çıkan bulguların yapılan gözlemlerle ve yazılı dokümanlarla / çalışma yaprakları ile desteklenmiştir.

Guba and Lincoln (1989) teyit edilebilirliği "Teyit edilebilirlik post-pozitivist anlayıştaki tarafsızlık anlamındadır. Bu anlayışa göre tarafsızlık, araştırmacının düşüncelerinin etkisinin en aza indirilmesidir. Nitel araştırmada teyit edilebilirlik ve verilerin yorumlarının araştırmacının hayal ürününün uydurması olmaması anlamındadır" şeklinde açıklamaktadır. Nitel araştırmada teyit edilebilirlik ile nitel araştırmacıdan beklenen ulaştığı sonuçları topladığı verilerle sürekli olarak teyit etmesi ve bu çerçevede araştırma raporunda mantıklı açıklamalar sunmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Araştırmada yapılan yorumları ve ulaşılan sonuçları "araştırmacı yanlılığı" açısından değerlendirmektir (Şencan, 2005). Araştırmada; teyit edilebilirliği sağlamak için ham veriler, nitel araştırmalarda konuşmaların ve görüntülerin nasıl kaydedileceği, yazılı metinlerin araştırma kapsamında belirlenen temalar altında nasıl toplanacağı konusunda uzman kişi tarafından analiz edilmiş ve elde edilen her iki analiz sonucunda ortak görüş olan kısımlar ile uyuşmazlık görülen kısımlar tartışılarak teyit edilebilirlik sağlanmaya çalışılmıştır.

4. BULGULAR

4.1 Eğim Bilgisini Oluşturmaya Yönelik Sürecin Değerlendirilmesi

4.1.1 Birinci Probleme İlişkin Bulguların Değerlendirilmesi

Birinci problemde öğrencilerin verilen noktaların apsis ve ordinat değerlerini tanımaları, koordinat sisteminde hangi noktalara karşılık geldiğini göstermeleri beklenmektedir. Bu süreçte öğrencilerin koordinat sistemi ve özellikleri bilgisini fark edip tanıma ve kullanma süreçlerinin gözlemlenmesi amaçlanmıştır.

Tanıma, bilinen bir matematiksel yapının verilen problemde tanınması sürecini içerir. Kullanma ise problemde uygulanabilir bir çözümü oluşturmak için var olan yapısal bilginin kullanılmasıdır (Dreyfus, Hershkowitz and Schwarz, 2001). Birinci problemde beklenen öğrencilerin verilen koordinatların apsis ve ordinatlarını tanıyarak koordinat sisteminin yapısal özelliklerini dikkate alıp doğru işaretlemelere yapmasıdır. Üst başarı düzeyine sahip Melisa ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Melisa: Kayalık A noktasına -8 e -2 evet -8 noktasını grafiğimizden bulalım.

Melisa: 1,2,3,4,5,6,7,8 -8 noktası burası.

Melisa: -2 noktasını bulalım. Burası oluyor.

Melisa: Burada kayalığımız var.

Melisa: Mağara, Mağara -5’ e 2 noktasındaymış. B Noktası (Grafik üzerinde gösterir).

Melisa: İşaretli Palmiye 1’ e 7 noktasındaymış, 1 noktası ve 7 noktası.

Melisa: Palmiye ağacı çizelim.

Melisa: Antik Sütün 3’ e 0 noktasındaymış.

Melisa: Bunu da buraya çizebiliriz (çiziyor).

Melisa: Evet kontrol edelim şuan. Şimdi kayalık A -8’ e -2, Kayalık A, Yanlış yaptım.

Araştırmacı: Yanlış olan nedir?

Melisa: y noktasını yanlış göstermişim. -2 diyor ama ben artı 2 noktasını yapmışım (düzeltiyor).

Melisa: (Grafik üzerinde işaretleyerek) A noktası, B noktası mağaramız var burada ve işaretli palmiye C noktası, sütunumuz da D noktası.

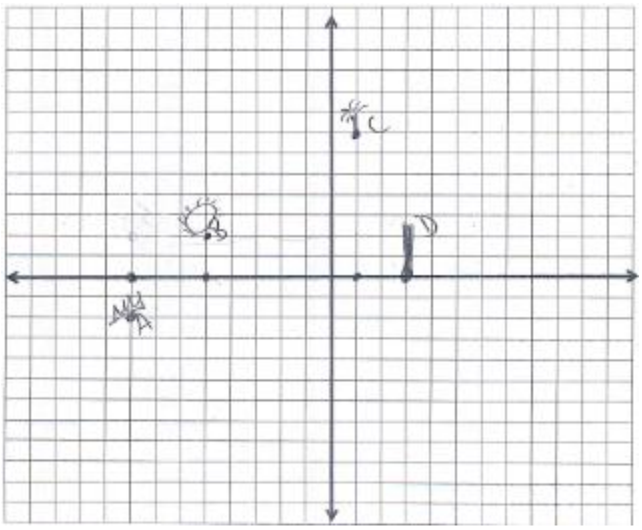
Araştırmacı: Nerede D noktası?

Melisa: D noktası burada.

Araştırmacı: D noktasının koordinatları nelerdir?

Melisa: (3,0).

Üst düzey başarı grubundaki Melisa'nın 1. problemin çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.1'de verilmiştir.



Şekil 4.1: Melisa'nın problem 1'e ilişkin yanıtı.

Melisa ile yapılan problem çözme uygulamasında problemin anlaşılmasının ardından zihninde önceden var olan koordinat sistemi ve sıralı ikililere ilişkin yapıyı tanıyıp kullandığı ve koordinatları doğru bir şekilde işaretleyerek verilen noktaların yerini doğru tespit ettiği görülmektedir. Ayrıca koordinat eksenlerinin negatif ve pozitif noktalarını tanıyarak yanlış gösterdiği A noktasının ordinatını düzelttiği belirlenmiştir. Benzer şekilde üst başarı düzeyine sahip Mustafa ve Zeynep adlı öğrencilerinde 1.problemin çözümüne yönelik bilgileri tanıyarak ve kullanarak sonuca doğru bir şekilde ulaştıkları gözlemlenmiştir.

Orta başarı düzeyine sahip Çiğdem isimli öğrencinin birinci probleme yönelik verdiği cevaplar aşağıdaki gibidir.

(Çiğdem 1. problemi okur)

Çiğdem: Kayalık -8,x ; -2,y (Sıralı ikilinin birinci bileşeninin üstüne y yazar).

Çiğdem: A noktası kayalık (Koordinat sisteminde gösterir).

Çiğdem: B noktası mağara (Koordinat sisteminde gösterir).

Araştırmacı: D noktası neresi?

Çiğdem: D noktası antik sütun.

Araştırmacı: Koordinatı nedir?

Çiğdem: (3,0).

Çiğdem: C işaretli palmiye (1,7) mağara (-5,2), kayalıkta (-8,-2), bitti.

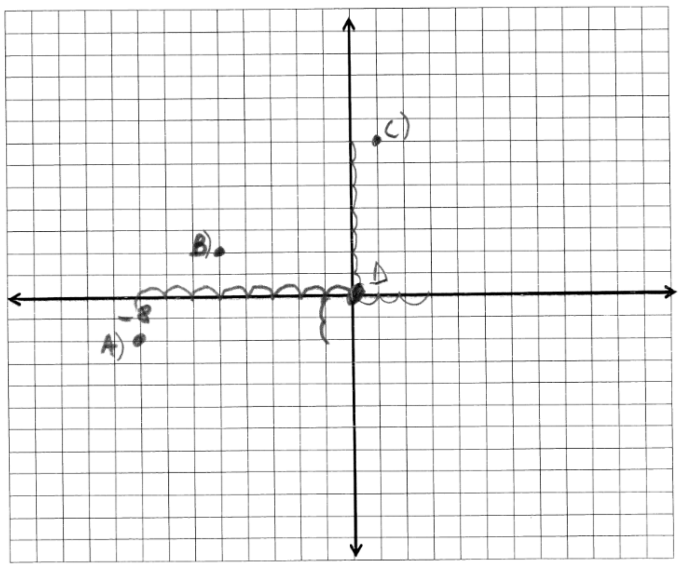
Araştırmacı: Noktaları biraz daha belirginleştirebilir misin?

(Orijinde ki noktayı belirginleştirir çünkü orijini D noktası olarak seçmiştir).

Araştırmacı: Burası D noktası mı?

Çiğdem: Evet.

Orta düzey başarı grubundaki Çiğdem'in 1.problemin çözümüne yönelik olarak yaptığı çizimler Şekil 4.2'de verilmiştir.



Şekil 4.2: Çiğdem'in problem 1'e ilişkin yanıtı.

Elde edilen görüşme verileri ve Şekil 13 incelendiğinde Çiğdem isimli öğrencinin koordinat sistemi ve özelliklerini genel olarak tanıdığı A,B,C'nin koordinat sisteminde hangi noktalara karşılık geldiğini gösterdiği görülmüştür. Ancak D(3,0) noktasının apsis ve ordinatını tanımada zorluk çektiği koordinat sisteminde hangi noktaya karşılık geldiğini doğru bir şekilde bulamadığı ve D(3,0) noktası yerine yanlış bir konum olarak (0,0) noktasını işaretlediği görülmüştür. Problem 1' de Çiğdem adlı öğrencinin problemi anladığı, koordinat sistemini tanıdığı ancak sıralı ikililere ilişkin yapıyı kullanırken eksen üzerinde olmayan noktaları doğru bir şekilde işaretlediği eksen üzerinde olması gereken D(3,0) noktasını yanlış konumda gösterdiği gözlemlenmiştir. Ordinatı "0" olan D noktasını orijin olarak işaretlediği görülmüştür.

Orta başarı düzeyine sahip olan diğer öğrenci Ayşe'nin birinci probleme yönelik verdiği cevaplar aşağıdaki gibidir.

(Ayşe birinci problemi okur)

Araştırmacı: Anladın mı soruyu?

Ayşe: Anladım hocam. Bize hazineye ulaşmasını sağlayan şeyleri istiyor.

Ayşe: İpuçları istiyor. Kayalık. (Düşünür) burada göstereceğiz hocam. (Eliyle koordinat düzlemini gösterir.)

Ayşe: Bu x, burası da y idi. (Eksenleri parmağıyla gösterir)

Ayşe: Ama çok karıştı kafam. (Soruyu tekrar içinden okur.)

Ayşe: Konumlarını istiyor o zaman kayalıkları önce kayalığın şeyini bulmamız lazım. Burada şekiller olacak.(Koordinat düzlemini göstererek.)

Araştırmacı: Devam et.

Ayşe: x, y oluyor. (Eksenlerin yanına yazarak.)

Ayşe: Bunları çizecek miyiz hocam. (İpucu olan konumları göstererek.)

Araştırmacı: Evet nasıl yapmayı düşünüyorsan uygula, seni izliyorum.

Ayşe: Tamam. A, -8 oluyor. -8 olduğuna göre -8 burada (x ekseninde -8 i göstererek.)

Ayşe: Burada hocam o zaman -2'yi de buradan göstereceğiz. (Y eksenin de -2'yi göstererek.)

Araştırmacı: Tamam

Ayşe: -2'yi (İşaretler).

Ayşe: Böyle bir üçgen oluşturacağız hocam.

Araştırmacı: Nerede peki?

Ayşe: Buradan böyle. (x ekseninde ki -8 noktası ile y eksenindeki -8 noktasını bir doğru parçası ile birleştirir.)

Ayşe: Mağarayı göstereceğiz hocam.

Araştırmacı: Tamam

Ayşe: Mağara -5, x ekseninde -5' e 2 oluyor.

Araştırmacı: Mağara nerede o zaman?

Ayşe: Mağara burada oluyor. (x ekseninde işaretlediği -5 noktası ile y ekseninde işaretlediği 2 noktasını parmağı ile birleştirerek)

Ayşe: Burası 2 olduğuna göre burasıda -5 oluyor üçgen çizdiğimizde.

Araştırmacı: Mağaranın nerede olduğunu gösterebilir misin?

(Eksendeki 2 ve -5 noktalarını doğru parçası ile birleştirir.)

Araştırmacı: Mağara nerede?

Ayşe: Çizdiğim doğrunun üzerinde hocam.

Ayşe: Burayı bulacağız şimdi. O zaman burasıda 5 oluyor. Burası 5 oluyor hocam. (Doğru parçasını göstererek üzerine 5 yazar.)

Araştırmacı: Nasıl buldun 5'i?

Ayşe: 2 ile -5 i çarptım çünkü üçgenin şey oluyordu ya tabanla yüksekliği çarpıyorduk yüksekliği buluyorduk.

Araştırmacı: Alanı mı buldun?

Ayşe: Evet.

Ayşe: O zaman burası 5 oluyor. İşaretli palmiye, işaretli palmiyeyi bulalım…(x ekseninde 7 noktasını işaretler.)

Ayşe: Üçgen yapacağız aynı hocam. (y eksinindeki 1 noktası ile x eksenindeki 7 noktasını doğru parçası ile birleştirerek çizer.)

Ayşe: 1 kere 7'yi 2 ye bölmek $3\sqrt{2}$ oluyor hocam burası.

Araştırmacı: Nasıl oluyor?

Ayşe:7 ile …. Im şeyy 7'yi ayırıyorduk hocam ebob, ekok filan ayırıyorduk ya. O zaman 7= $3\sqrt{2}$ oluyor hocam.

Araştırmacı:7'yi nasıl buldun?

Ayşe: Burası 7 olmuyor mu hocam. (x ekseninde ki mesafeyi göstererek.)

Ayşe: Burası da 1 oluyor. Bir ile 7 yi çarpıp…(y eksenindeki mesafeyi göstererek)

Araştırmacı: 1 ile 7'yi çarptın sonra ne yaptın?

Ayşe: 2'ye böldüm.

Araştırmacı: Tamam

Ayşe: O zaman $3\sqrt{1}$ oluyor. (2 ye böldüğü için.) Araştırmacı: 7 yi 2'ye böldün ve $3\sqrt{1}$ mi buldun?

Ayşe: Evet, burası o zaman $3\sqrt{1}$ oluyor. $3\sqrt{2}$ oluyor pardon.

Araştırmacı: Neden?

Ayşe: Hocam çünkü x falan hani veriyorduk. 0 falan veriyorduk ya o zaman burada -8 x olması gerekiyor. (D(3,0) noktasını bulamamıştır.)

Ayşe: (Kafasını sallar, önce ki noktalardan bahseder.)

Ayşe: Burası (-8,-2) yani 5 oluyor hocam.

Araştırmacı: Hıhı

Ayşe: Burayı bulmadık sadece mağaranın

Ayşe: Burası ((-8,-2) noktası için çizdiği doğruyu göstererek)

Araştırmacı: Nasıl buldun?

Ayşe: Heee 2-8-10 üçgeni vardı.

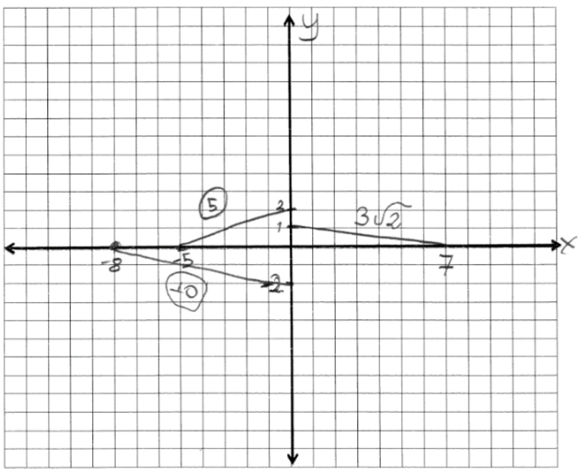
Araştırmacı: Hıhı

Ayşe: Burası 10 oluyor hocam. Bulamadım.

Araştırmacı: Tamam. Neresini bulamadın?

Ayşe: Üçgen oluşturamıyoruz ama hocam, yapamadım.

Orta düzey başarı grubundaki Ayşe'nin 1. problemin çözümüne yönelik olarak yaptığı çizimler Şekil 4.3'de verilmiştir.



Şekil 4.3: Ayşe'nin problem 1'e ilişkin yanıtı.

Elde edilen veriler incelendiğinde öğrencinin öncelikle problemi okuyup anladığı, koordinat sistemindeki x ve y eksenlerini tanıyarak eliyle gösterdiği belirlenmiştir. Ancak sıralı ikilileri gösterirken sıralı ikilinin apsisini x ekseninde, ordinatını y ekseninde bir nokta olarak gösterip sonra eksenler üzerindeki bu noktaları birleştiren bir doğru parçası çizdiği görülmüştür. Koordinatları verilen A, B, C, D noktalarının bu doğru parçalarının üzerinde olduğunu söyleyerek, doğru parçaları ile eksenler arasında kalan üçgenin alanını bulması gerektiğini düşünmüştür. Alan bağıntısının taban ve yüksekliğin çarpımının yarısı olduğunu ifade etmekte ancak çarpımın sonucu tek sayı olduğu zamanlar yarısını tam sayı olarak bulamadığı için kareköklü cevaplar verir. Cevabı nasıl bulduğu sorulduğunda "EBOB ve EKOK" diyerek asal çarpanlarına ayırmak istediği düşünülmektedir. Örneğin C (1,7) noktasını göstermek isterken koordinat sisteminin eksenlerini tanımasına rağmen C noktasının sıralı ikililerinden apsis ve ordinatlarının yerlerini karıştırdığı için x ekseninde 7 yi, y ekseninde 1 noktasını seçerek doğru parçasıyla birleştirmiş ve eksenle arasında kalan üçgenin alanını bulmak için 7 ile 1'i çarparak bulmuş sonrasında y'yi 2'ye bölerek bulmuştur. Ayrıca x ekseni üzerindeki D notasını bulurken üçgen oluşturamadığı için yanlış yaptığını ifade etmiştir. Orta başarı düzeyine sahip olan Ayşe'nin koordinat sisteminin eksenlerini tanıdığı ancak bir noktanın koordinatlarına göre düzlemde yerinin bulunmasına ilişkin bilgiyi hatırlayamadığı görülmüştür. Ayşe'nin zihninde mevcut durumda önceki öğrenmeleri olan üçgenin alanı, köklü sayılar, ebob, ekok gibi konuları koordinat sistemi ve sıralı ikililer için kullandığı ve tanıma ve kullanma eylemlerinde hata yaparak problemin çözümüne ulaşamadığı belirlenmiştir.

Düşük başarı düzeyine sahip olan Ayşegül'ün birinci probleme yönelik verdiği cevaplar aşağıdaki gibidir.

(Ayşegül birinci problemi okur).

Ayşegül: Kayalık.. eee hocam A var B var C var (noktalardan bahseder).

Ayşegül: Kayalık (8,-2), Mağara (-5,2), işaretli palmiye (1,2), antik sütun (3,0).

Araştırmacı: Soruda ne yapılmasını istiyor bizden?

Ayşegül: Hocam bu parantez içindeki sayıları yerleştireceğiz.

Araştırmacı: Tamam.

Ayşegül: Hocam kayalık mağara var ya hocam.

Araştırmacı: Evet.

Ayşegül: Onları böyle buraya yerleştireceğiz (koordinat düzlemini göstererek).

Araştırmacı: Tamam, yerleştir öyleyse.

(Pozitif x ekseni yönündeki bir noktaya palmiye ağacı, negatif x ekseni yönündeki bir noktaya mağara ve pozitif y ekseninin yönündeki bir noktaya kayalık, negatif y ekseni yönündeki bir noktaya antik sütun yazar).

Ayşegül: Hocam kayalık diyor (soruyu göstererek), A olarak yazacağız.

Araştırmacı: Tamam, yanındaki sayıların bir anlamı var mı? (A noktasının koordinatını belirten sıralı ikili kavramını bilip bilmediği anlaşılması için).

Ayşegül: Neyin?

Araştırmacı: Sayılar yazıyor demiştin.

Araştırmacı: Onların bir önemi var mı? Niye yazmış olabilir onları?

Ayşegül: Harf olarak yazmış. A olarak.

Araştırmacı: Tamam ne yazıyor peki yanında.

Ayşegül: -8 virgül -2.

Araştırmacı: Hıhı nedir bu?

Ayşegül: Bu kayalığın sayısı, mesela hocam buralara -8, -2 olarak yazacağız. (koordinat sisteminin genelini göstererek).

(Ayşegül koordinat eksenlerinin yanlarındaki sayıları yazmaya başlar. +y ekseni yönünde sayıları -1 den başlayarak -12 ye kadar yazar.)

Araştırmacı: Sesli okur musun yazdıklarını.

Ayşegül: -1,-2,-3 ve -4,-5 diye devam edecek. (+y eksenini göstererek) Hocam buraya eksi olanları yazdık aşağıya da (-y eksenini göstererek) eksi olmayanları yazacağız.

Araştırmacı: Tamam.

Ayşegül: (-y ekseni yönünde +1 den başlayarak +10'a kadar yazar ve bittikten sonra) Hocam aynı şekilde (x eksenini göstererek)buradakileri de böyle yazacağız.

Ayşegül: (-x ekseni yönünün ok tarafından orijine doğru negatif değerleri yazar) aynı şekilde hocam buraya eksiler (+x yönünü göstererek) buraya da eksi olmayanları yazacağız.

Araştırmacı: Hıhı..

(Ayşegül bu sefer orijinden başlayarak +x yönüne doğru 1 den 10 'a kadar yazar).

Araştırmacı: Tamam şimdi ne yapacağız?

Ayşegül: Şimdi hocam bu -8 ve -2 imiş, bu kayalık, bunları sayı doğrusunda göstereceğiz.

Ayşegül: Hocam ilk önce -8 bulacağız -8 burada (+y ekseni yönündeki kendi yazdığı -8'i göstererek)şimdi hocam -2'yi bulacağız (+x ekseni yönündeki 2'yi göstererek).

Ayşegül: Immm -2 ile -8. Hocam ok mu atacağız şöyle?

Araştırmacı: Bilmiyorum ki, ne düşündüğünü göster bakalım.

Ayşegül: Şöyle hocam.(+y yönünde yazdığı -8 ile -2 yi bir ok ile birleştirir)

Araştırmacı: Tamam orda ne var? Kayalık mı?

Ayşegül: -8, -2 kayalık hocam.

Araştırmacı: Tamam.

Ayşegül: Yazalım mı hocam parantez içinde?

Araştırmacı: Yaz bakalım.

Ayşegül: (Çizdiği okun yanına koordinata bakmaksızın rastgele (-8,-2) kayalık yazar) kayalık olur burası.

Ayşegül: Sonra hocam mağaraya geçtik.

Ayşegül: Mağara -5,2 imiş.-5 burada hocam 2 de burada ,(her iki noktayı da x ekseninden alarak) bu iki noktayı yine birleştirerek(gene hocam parantez içinde -5,2 yazacağız.

Ayşegül: Böyle hocam. Sonra işaretli palmiye var hocam.

Ayşegül: O da 1 virgül 7 hocam. O da burada (her iki değeri +x ekseni yönünde göstererek birleştirir.

Araştırmacı: Palmiye mi?

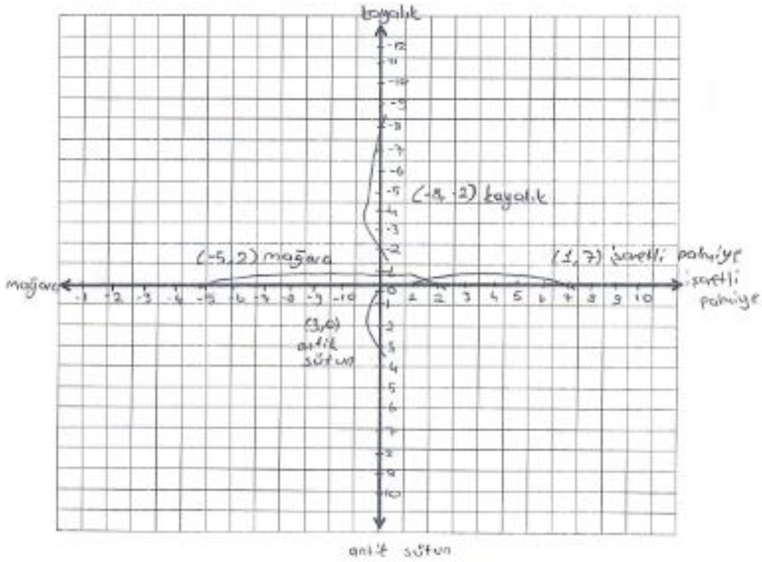
Ayşegül: Evet hocam sonra parantez içinde yazacağız.

Ayşegül: Sonra hocam antik sütun var.

Araştırmacı: Hıhı.

Ayşegül: Bu da 3 virgül 0 hocam, burası olacak (her iki değeri –y ekseni yönünde göstererek birleştirir). Burası da antik sütun yazacağız hocam.

Alt başarı düzeyinde yer alan Ayşegül 'ün 1.probleme yönelik verdiği cevaba ilişkin görsel Şekil 4.4' de verilmiştir.



Şekil 4.4: Ayşegül' ün problem 1'e ilişkin yanıtı.

Alt düzey başarıya sahip Ayşegül adlı öğrencinin koordinat sistemindeki eksenleri, eksenlerin pozitif ve negatif olan yönlerini ve eksenler üzerindeki tam sayıların yerleştirilme biçimlerini tanımadığı ve hata yaptığı görülmüştür. Sıralı ikilileri bir nokta koordinatı olarak düşünmemektedir. Öğrencinin problemde verilen A, B, C, D noktalarının apsis ve ordinatını tanıyamadığı, koordinat sistemi özelliklerini bilmediği buna bağlı olarak verilen noktaların koordinat sisteminde hangi noktalara karşılık geldiğini gösteremediği ve problemin sonucuna ulaşamadığı gözlemlenmiştir. Bu nedenle bilişsel olarak ulaşılması gereken koordinat sistemi ve özellikleri bilgisini tanıma ve kullanma eylemlerini kapsayan süreçler gözlemlenememiştir.

4.1.2 İkinci Probleme İlişkin Bulguların Değerlendirilmesi

İkinci problemde öğrencilerin koordinat sisteminde verilen iki değişkene ait doğru grafiğini yorumlaması, verilen iki değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmesi, aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birisinin diğerine göre nasıl değiştiğini ifade etmesi beklenmektedir. Bu problemde sıralanan bilgileri tanıma ve kullanma süreçlerinin gözlemlenmesi amaçlanmaktadır. Üst başarı düzeyine sahip Zeynep ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

(Zeynep ikinci problemi okur).

Zeynep: Açılış süresinin istiyor. Açılış ücreti 1 liradır.

Araştırmacı: Nasıl buldun?

Zeynep: Çünkü 1 noktasından başlıyor. 2 saat oynayan Can ne kadar öder diyor.(2.problemin b seçeneği için)5 lira ücret ödemelidir.(grafikte (2,5) noktasını eliyle göstererek) Kullanım sürelerine göre denklem oluşturun diyor (Problemin c seçeneğini okur ve sıklık tablosu çizerek) böylemi bulacağım? (3,2) yani x =?

Araştırmacı: Amacını açıklar mısın?

Zeynep: Denklemi bulmaya çalışıyorum ama bulamadım galiba.

Araştırmacı: Hangi denklemi bulacaksın?

Zeynep: Verilen grafiğin denklemini bulacağım. Burada üçgen oluşturacağız hocam, yani y=mx+n yatay uzaklık 1, dikey uzaklık 2.
x=1 iken +n =1, y=mx+1, y=m.1+1, 3=2+1, m=2 oluyor burada. Diğerini yazayım;

Zeynep: 5=m.2+1, m=2 idi, 5 yazayım m=2, n=1 olacak.

Araştırmacı: Aradığın denklemi bulabildin mi?

Zeynep: y=2x+1 olur.

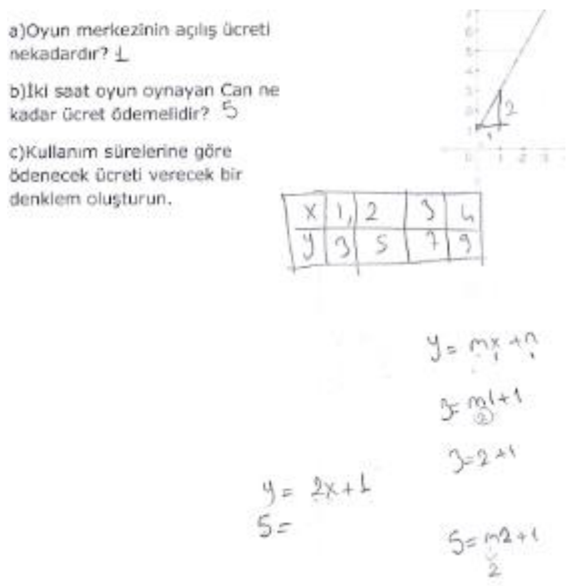
Araştırmacı: Bunu nasıl buldun?

Zeynep: y'si 1 hocam bunu 1 yapmak için 1m =…..(düşünür).

Zeynep: Burada yaptığımı burada neden yapamadım ..Evet x burada 0 iken y'si 1 oluyor .0 ile 2 yi çarparsak 0 oluyor, 1 eklersek 1 oluyor (0,1) noktası için....

Zeynep: Diğerlerini denediğimizde, diyelim x=2 olursa y'si 5 oluyormuş. 2 kere 2 eşittir dört, 1 eklediğimizde 5 oluyor. (sıklık tablosunda yazdığı sıralı ikilileri bulduğu doğru denkleminde yerine yazarak sağlamasını yapar).

Üst başarı grubunda yer alan Zeynep'in problem 2'ye ilişkin çözümü Şekil 4.5.'de verilmiştir.



Şekil 4.5: Zeynep'in problem 2'ye ilişkin yanıtı.

Zeynep'in sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 16'da verilmektedir. Zeynep 2. problemin çözüm sürecinde ücret ve zaman değişkenleri arasındaki doğrusal ilişkiyi görmüş, grafiğin başlangıç noktasını tanımıştır. Ayrıca ücret ve zaman değişkeleri için sıklık tablosu oluşturmuş, bu değişkeler arasındaki ortak özelliği fark ederek ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmiştir. Aynı zamanda doğrunun denkleminin y=mx +n şeklinde olduğunu belirtmiştir. Bu doğrusal doğru denklemini kullanarak oluşturduğu sıklık tablosundaki verileri değerlendirerek y ve x parametrelerinin yerine yazmış ve sağlamasını yapmıştır. Üst başarı grubundaki öğrenci ikinci problemin çözümünde gözlemlenmesi amaçlanan grafiğin başlangıç noktasını, grafik üzerindeki sıralı ikililerin koordinatlarını ve doğrunun denkleminin y=mx +n olduğunu tanımış ve bu bilgileri problemin çözümünde kullanarak problemin sonucuna ulaşılmıştır.

Üst başarı düzeyine sahip Melisa ile araştırmacı arasında gerçekleşen ikinci problemin çözümüne yönelik görüşme metni şöyledir.

Melisa: Açılış ücreti 1 liradır.

Araştırmacı: Nasıl anladın?

Melisa: Çünkü (0,1) noktası.

Araştırmacı: Neyi 0 aldın burada?

Melisa: x'i 0 aldım. Süre x ekseninde, ücret y ekseninde.

Araştırmacı: Tamam.

Melisa: Yani (0,1) noktası 1TL.

Melisa: (Problemin b seçeneğini okuyarak) (2,5)noktasına göre cevap 5TL.

Melisa: (Problemin c seçeneğini okuyarak) (1,3), (2,5), (3,7) şimdi burada düşünelim nasıl bir denklem oluşturacağımızı.

Melisa: 2x+1=y

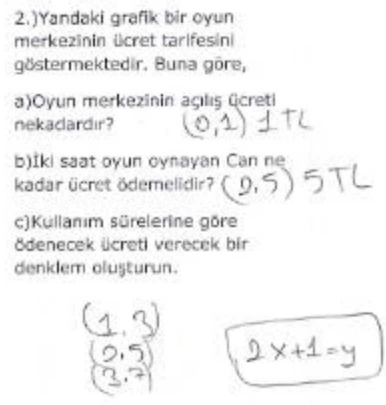
Melisa: x'i deneyelim. x=1 bir kere iki, iki. Bir eklediğimizde 3 oluyor yani y'yi veriyor.

Melisa: 2'yi x'in yerine koyalım. 2 kere 2 dört, bir ile topladığımızda 5 oluyor, y'yi veriyor. 3 koyduğumuzda 3 kere 2 altı, bir eklediğimizde 7 oluyor, y'yi veriyor, denklemimiz 2x+1=y oluyor.

Araştırmacı: Bu denklemi nasıl elde ettin peki?

Melisa: Bu denklemi verilen süreye baktım ve ücretlere baktım, (grafiğe bakarak söyler) İçindeki orantıyı buldum orantıya göre.

Üst başarı düzeyinde yer alan Melisa'nın ikinci probleme ilişkin yanıtı Şekil 4.6.'da verilmiştir.


2.)Yandaki grafik bir oyun merkezinin ücret tarifesini göstermektedir. Buna göre,

a)Oyun merkezinin açılış ücreti nekadardır? (0,1) 1TL

b)İki saat oyun oynayan Can ne kadar ücret ödemelidir? (2,5) 5TL

c)Kullanım sürelerine göre ödenecek ücreti verecek bir denklem oluşturun.

(1,3)
(2,5)
(3,7)

$\boxed{2x+1=y}$

Şekil 4.6: İkinci probleme ilişkin Melisa'nın yanıtı.

Üst düzey başarı grubundaki Melisa koordinat sisteminin özelliklerini hatırlayarak grafiğin başlangıç noktasının koordinatlarını tanımıştır. Grafiği okuyarak ücret ve zaman değişkenleri arasındaki doğrusal ilişkiyi görebilmiştir. Değişkenler arasındaki ortak özelliği orantı kurarak fark etmiş ve ilişkiyi örüntüyü genelleme sürecinden yola çıkarak cebirsel olarak ifade etmiş ve denklemi yazabilmiştir. Melisa bu süreçte koordinat sistemini özellikleriyle tanıma, grafik okuma, grafiği verilen doğrunun denklemini yazma, örüntüyü genelleme süreci gibi konuları tanıyarak kullanmış ve problemin sonucuna ulaşmıştır. Benzer şekilde üst başarı düzeyine sahip Mustafa adlı öğrenci de problemin sonucuna ulaşmış ve tanıma ve kullanma epistemik eylemlerini gerçekleştirmiştir.

İkinci probleme yönelik olarak orta başarı düzeyine sahip Çiğdem ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir**.**

Çiğdem: Açılış ücreti (1,3)ten başlıyor.

Çiğdem: 2.a' yı anlamadım. (ikinci problemin a seçeneği.)

Araştırmacı: a seçeneğinde ne diyor?

Çiğdem: Oyun merkezinin açılış ücreti ne kadardır diyor?

Araştırmacı: Hıhı açılış ücreti ne demek?

Çiğdem: Yani kaç lira verip başlıyor.1 lira ile başlıyor

Çiğdem: (problemin b seçeneğini okur okur.) 2 lira öder.

Araştırmacı: 2 saat oynayan Can'ın 2 lira ödeyeceğini nasıl anladın?

Çiğdem: Çünkü 1 liradan başlıyor…

Çiğdem: Hayııırr. (Hatasını fark eder).

Çiğdem: 1 saatte 3 lira ödüyor, 2 saatte 5 lira ödüyor, 3 saatte 7 lira ödüyor, yani iki katının 1 fazlası. İki saat oyun oynayan Can ne kadar ücret ödemelidir diyor.5 lira öder.

Araştırmacı: O zaman hangisinin cevabı 5 lira?

Çiğdem: 2b'nin.

Çiğdem: (problemin c seçeneğini okur.)

Çiğdem: Yani 1 saat oynadığında kaç lira, 2 saat oynadığında kaç lira? 1 saat oynadığında 3 lira veriyor, 2 saat oynadığında 5 lira veriyor, 3 saat oynadığında 7 lira.

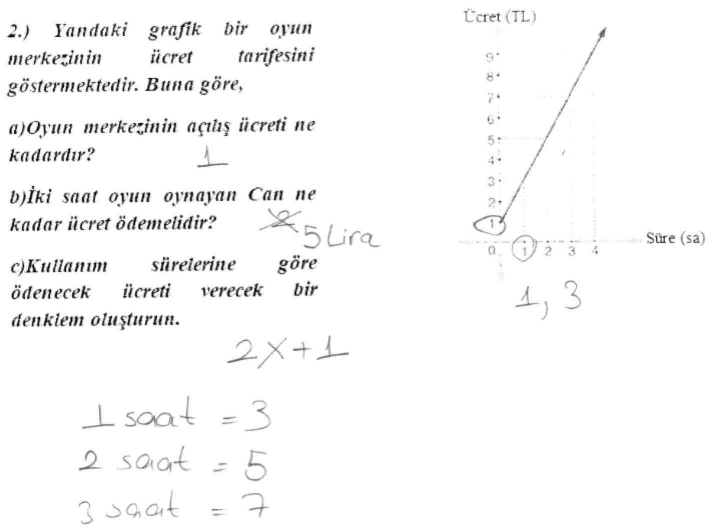
Araştırmacı: Öyleyse denklemi nasıl yazabilirsin?

Çiğdem: 2 katının bir fazlası.

Araştırmacı: Cebirsel ifade edersen…

Çiğdem: 2x+1

Orta başarı düzeyinde yer alan Çiğdem'in 2.probleme ilişkin çözümü Şekil 4.7.de verilmiştir.



Şekil 4.7: Çiğdem'in problem 2'ye ilişkin yanıtı.

Orta başarı düzeyindeki Çiğdem ikinci problemde koordinat sisteminde verilen iki değişkene ait doğru grafiğini yorumlayabilmiş, verilen iki değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmiştir, aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birisinin diğerine göre nasıl değiştiğini örüntü kurarak genellemiş ve doğru denklemini cebirsel olarak ifade etmiştir. Zihninde önceden var olan koordinat sistemi özellikleri, grafiği verilen doğrunun denkleminin yazılması, örüntüyü genelleme süreci gibi bilişsel yapıları tanıyarak kullanmış ve problemin çözümüne ulaşmıştır.

Orta başarı düzeyine sahip diğer öğrenci olan Ayşe ile araştırmacı arasında ikinci probleme ilişkin gerçekleşen görüşme metni şöyledir.

Ayşe: 9 (oyun merkezinin açılış ücreti).

Araştırmacı: Nasıl anladın?

Ayşe: Çünkü hocam burada en son olduğu için grafikteki doğrunun en son noktasına bakarız

Araştırmacı: Açılış ücreti nedir peki, açılış ücretinden ne anlıyorsun?

Ayşe: Süre ve ücreti.

Araştırmacı: Açılış ücreti?

Ayşe: Ne kadar olduğu, kaç lira falan olduğu,

Araştırmacı: Tamam ne kadarmış açılış ücreti?

Ayşe: 9 …. Hayır, 4'ten açılmıyor mu? Ama 1'de de açılabilir. (Soruyu tekrar okur)

Araştırmacı: Ne düşünüyorsun?

Ayşe: Hocam şimdi açılış ücreti ne kadardır diyor. O zaman 9 olur.

Ayşe: İki saat diyor o zaman 18 olur.

Araştırmacı: Nasıl anladın?

Ayşe: Çünkü 2 saat oynuyorsa ımmm 1 saat mesela…. O zaman hocam 9 olduğuna göre 1 saat, 2 ile çarpıyoruz 18.

Araştırmacı: 1 saatte 9 olduğunu nasıl anladın?

Ayşe: (Soruyu tekrar okuyarak şaşırır.)

Ayşe: Aaaa ama hocam burada 2 saat diyor 1 saatte 9 dediğine göre 2 saat diyor.

Araştırmacı: 1 saatte 9 olduğunu nasıl buldun?

Ayşe: 4 saatte 9 lira veriliyor. 1 saatte 3 lira veriliyor o zaman. Burada süre olduğuna göre saat yani (x eksenini gösterir.)1 saatte 3 TL veriliyor o zaman bu oyun merkezinin açılış ücreti ne kadardır dediğinde 3 lira oluyor.

Ayşe: Açılış ücreti ne kadar olduğu

Araştırmacı: Ne zaman verilir? Hiç gittin mi daha önceden bir oyun merkezine?

Ayşe: Gittim. İzmir'e gittik. Hocam bu açılış ücreti mesela bir oyuna bir şeye binmek için verilmiyor mu? Ya da oyun merkezi açılırken mi?

Araştırmacı: Evet daha başlamadan önce verdiğin para.

Ayşe: O zaman başlamadan önce verdiğin paraysa 1 ya da … 1 dir yani.

Araştırmacı: Nasıl anladın?

Ayşe: Çünkü hocam açılış ücreti ne kadardır diyor o zaman daha yeni açılacak 1 tl o zaman 1 lira.

Araştırmacı: Nasıl anladın bunu?

Ayşe: Evet hocam buradan. (grafiği gösterir, 9 u siler 1 yazar.)

(Ayşe problemin b seçeneğini tekrar okur)

Ayşe: 2 saat diyor o zaman 5 lira ödemeli hocam. (Grafikten bakarak gösterir.)

(Ayşe problemin c seçeneğini tekrar okur)

Ayşe: Ne kadar?... 1 x o zaman….(Düşünerek). +5y olur.

Araştırmacı: Nasıl buldun bunu?

Ayşe: Hocam 2 saat oyun oynayınca ne kadar ücret ödemelidir? O zaman 1x+5y oluyor.

Araştırmacı: Peki.

Ayşe: Eşittir ücret…. (Düşünür, denklemi neye eşitleyeceğini bulamaz.)

Ayşe: 9 olamaz. (Grafiğe bakar)

Ayşe: Kullanım süreli diyor (Yazdığı denklemi siler.)

Araştırmacı: Kullanım süresi ile ücret arasında bir ilişki görebiliyor musun peki?

Ayşe: Kullanım süresini.. ücret.. cıx. (Hayır, anlamında kafa sallayarak.)

Araştırmacı: Tamam.

Ayşe: (Soruyu tekrar okur). O zaman saatleri toplarız. Araştırmacı: Peki sonra?

Ayşe: 10x oluyor sonra. Bunun 1 saatte 3 lira verildiğine göre 2 saatte 5 lira veriliyor, 8, 24 ım…

Ayşe: 1 saatte 3 lira, 2 saatte 5 lira, 3 saatte 7 lira veriliyor, 4 saatte 9 lira veriliyor, o zaman 24 oluyor, 24… 10x+24y oluyor.

Ayşe: Buraya karşıya 0 verelim. (Eşittirin yanına ne koyacağını düşünür).

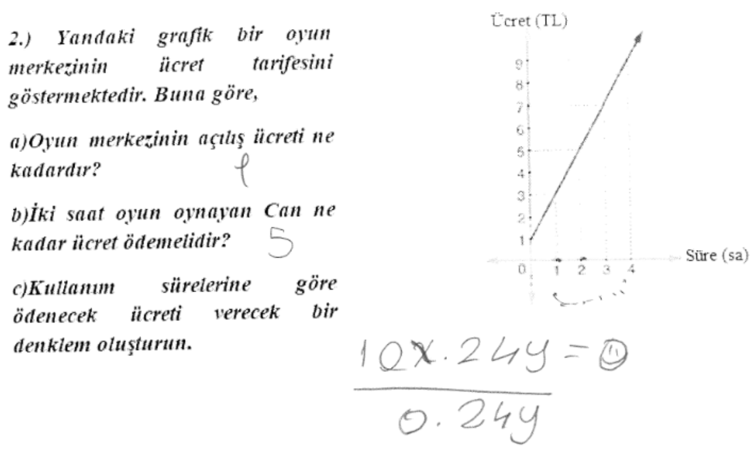
Araştırmacı: Ne düşünüyorsun?

Ayşe: Buraya 0 versek hocam.

Ayşe: O zaman bunun denklemini çözmekte şey oluyor burası 0 oluyor.10 ile de 0 çarparsak 0 oluyor, 24y kalıyor o zaman.(x için 0 değerini verir)

Ayşe: En son 10x+24y=0 oluyor.

Orta düzey başarı grubunda yer alan Ayşe'nin ikinci probleme ilişkin yanıtı Şekil 4.8'de verilmiştir.



Şekil 4.8: Ayşe'nin problem 2'ye ilişkin yanıtı.

Ayşe'nin ikinci problemin çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil Şekil 4.8.'de verilmektedir. Ayşe öncelikle problemin b seçeneğinde geçen açılış ücretinin ne demek istediğini kavrayamamıştır. Daha sonra sorunun ne demek istediğini anlayarak oyun merkezinin açılış ücretini koordinat sistemi özellikleri ve başlangıç noktası bilgisini kullanarak cevaplandırmıştır. Aynı şekilde grafik üzerindeki sıralı ikililerin koordinatlarını tanıyarak ve grafiği okuyarak iki saat sonunda ödenecek ücreti de doğru olarak cevaplandırmıştır. Ancak problemin c seçeneğinde süre ve ödenecek ücret arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak yazamamıştır. 2a. ve 2b. Sorularının çözümüne yönelik bilgileri tanımış ve kullanmıştır ancak önceki sınıflarda gördüğü grafiği verilen doğrunun denklemini yazma, örüntüyü genelleme süreci gibi konuları tanıyamadığı için 2c.' de ki sorunun çözümüne ulaşamamıştır.

İkinci probleme yönelik alt başarı düzeyine sahip Ayşegül ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Ayşegül: Soru yandaki grafik bir oyun merkezinin ücret tarifesini göstermektedir buna göre oyun merkezinin açılış ücreti ne kadardır diyor hocam. Oyun merkezinin açılış ücreti ne kadardır.

Ayşegül: Bir, dokuz

Araştırmacı: Ne kadarmış açılış ücreti?

Ayşegül: Dokuza kadar yani dokuz.

Araştırmacı: Çözümü açıklar mısın?

Ayşegül: E dokuz tane var çünkü (eliyle grafiği gösterir) dokuza kadar.

Ayşegül: (problemin b seçeneğini okur) iki saat oyun oynayan Can ne kadar ücret ödemelidir.

Ayşegül: İki saat oyun oynayan Can iki saat oyun oynamış hocam.

Ayşegül: İki saat dediği hocam üç, üçtür (3 yazar).

Ayşegül: (problemin c seçeneğini okur).

Araştırmacı: Ne düşünüyorsun?

Ayşegül: Hocam denklem oluşturacağız kullanım sürelerine göre

Araştırmacı: Hıhı bir denklem oluşturacak olsan nasıl oluşturursun?

Ayşegül: (grafikteki doğruyu göstererek) Hocam bu şekilde bir şey çizeceğiz. (Soruda verilen grafiğin aynısını çizer ancak doğruyu orijinden geçirir) Kullanım sürelerine göre süre diyor hocam süre burada var 1, 2, 3, 4 (grafiği göstererek) bunları yazıyoruz hocam.

Ayşegül: Sonra ödenecek ücreti verecek bir denklem (grafikteki ücreti veren değerleri gösterir, kendi çizdiği grafiğe değerleri yazar).

Ayşegül: Sonra hocam ücreti verecek bir denklem diyor. Sonra ok çizeriz (Ve doğruyu orijinden geçirerek çizer). Böyle hocam.

Araştırmacı: Neden orijinden geçti?

Ayşegül: Çünkü doğru grafiği.

Alt başarı düzeyinde yer alan Ayşegül'ün ikinci probleme ilişkin çözümü Şekil 4.9'da verilmiştir.

Şekil 4.9: Ayşegül'ün problem 2' ye ilişkin yanıtı.

Problemin çözüm sürecinde Ayşegül, koordinat sistemi özelliklerini tanıyamamıştır. Buna bağlı olarak grafik üzerindeki sıralı ikililerin koordinatlarını ve grafiğin başlangıç noktasını tanıyamamıştır. Bu nedenle grafiği okuyamamış ve değişkenler arasındaki doğrusal ilişkiyi fark edemediği için grafiği verilen doğrunun denklemini yazamamıştır. Ayrıca ücret ve süre arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmek yerine yeni bir grafik çizmiştir. Çizdiği grafiği orijinden geçirerek çizmiş, niçin bu şekilde çizdiğini de "doğru grafiği olduğu için" şeklinde açıklamıştır. Literatür incelendiğinde tüm doğru grafiklerinin orijinden başlaması gerektiği düşüncesinin bir kavram yanılgısı olduğu görülmektedir. Bu durum literatürde "orijinden başlama eğilimi" olarak tanımlanmaktadır. Orijin, bu tip düşünen öğrenciler için grafiğin vazgeçilmez noktasıdır ve tüm grafiklerin orijinden geçeceğine inanırlar (Capraro Kulm and Capraro, 2005). Sonuç olarak bu süreçte gerekli bilgileri tanıma ve kullanma süreçlerini gözlemlenememiştir.

4.1.3 Üçüncü Probleme İlişkin Bulguların Değerlendirilmesi

Üçüncü problemde yer alan hayalet vurma etkinliğinde öğrencilerden hayaletleri vurabilmeleri için denklemi verilen doğruların grafiğini çizmeleri istenmektedir. Bu süreçte öğrencilerin sahip oldukları bilgileri tanımaları ve bu bilgileri işe koşarak kullanmaları ayrıca çizdikleri doğruyu hayaletlerin bulunduğu koordinatlara kadar uzatabilecek genel bir kural ya da bağıntı oluşturmaları beklenmektedir. Oluşturma eylemi bireylerde var olan matematiksel bilgi bileşenlerinin bir araya getirilerek bu bilgiler arasında yeniden bir düzenlemeye gidilmesi ve ardından organize edilen bilgilerle yeni bir anlam oluşturulmasıdır (Ahsbahs, 2004).

Üst başarı düzeyine sahip Melisa ile araştırmacı arasında üçüncü probleme yönelik gerçekleşen görüşmeye metni şöyledir.

Melisa: x'e 0 verip y'yi bulacağız. 0 verelim y= 1 oluyor, x'e 0 verdiğimizde y=0 oluyor.0'a 0 oluyor. (y=-2x+1denklemi için)

Melisa: Evet sıfır verdiğimizde 1 oluyor. 1 verdiğimizde 1 oluyor. 2 verdiğimize -3 oluyor. Yani (0,1), (1,1), (2,-3). x'e veriyorum y'yi buluyorum.

Melisa: x'e 1 verdiğimde 1 oldu.

Araştırmacı: Nasıl buldun?

Melisa: 1 ile -2 yi çarptığımızda -2 oluyor. -2 ile +1 i topladığımızda -1 oluyor. Eksiyi unutmuşum.

Melisa: x'e 2 verdiğimde -4 oluyor. +1 ile topladığımızda -3 oluyor. Bunları buraya yerleştireceğiz.(Koordinat sisteminde bu doğruları yerleştirir.)

Araştırmacı: Noktaları düzleme nasıl yerleştirdin?

Melisa: Buradaki denkleme bakıyoruz. Üçgen çiziyoruz. 1'e 1, yine üçgen çiziyoruz 2'ye 3 aynı orantıda gitmesi lazım. Böyle çizdiğimizde doğru oluyor.

(Noktaları üzerinden geçirecek şekilde 2. Bölgeden 4. Bölgeye doğru bir doğru çizer.)

Melisa: Yani üçgenimiz. 1'e 2 yani üçgen çizdiğimizde 1 x'ini veriyor. 2 ise y'sini veriyor yani dik kenarlarını veriyor.

Melisa: Mesela bu noktamız orijinden geçiyor (y=x denklemine geçer) çünkü (0,0) ((0,0) noktasını koordinat düzleminde gösterir, (1,1), (-1,-1) noktalarını da işaretler.)

Melisa: Bu da böyle devam edecek çünkü deneyerek de yapabiliriz. (Denkleme değerler vermektedir)

Melisa: (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5) noktalarını gösterir.

Melisa: Burada 1' e 1 üçgenimiz var.(çizerek)

Melisa: Yani bu hayaletimiz öldü (y=x doğru grafiğinin üzerindeki hayalet).

Melisa: Bu denkleme geçtiğimizde (y=2x-2 denklemi) yine x'e sıfır vererek bulabiliriz, y'ye de sıfır verebiliriz.

Melisa: 0 verdiğimizde y=-2 oluyor. Yani (0,-2) noktası (Grafikte gösterir)

Melisa: Sonra 1 verebiliriz. x'e 1 verdiğimizde 0 oluyor. Sıfıra sıfır noktası

Melisa: x'e 2 verdiğimizde.

Araştırmacı: x'e ne vermiştin?

Melisa: x'e sıfır vermiştim 0 verdiğimde -2 oluyor. 1 verdiğimde de y=0 oluyor.

Melisa: 2 veriyoruz, 2 kere 2 =4, 4 den 2 çıktığında 2 kalıyor 2 ye 2 noktası. (Grafikte(2,2)noktasını gösterir.)

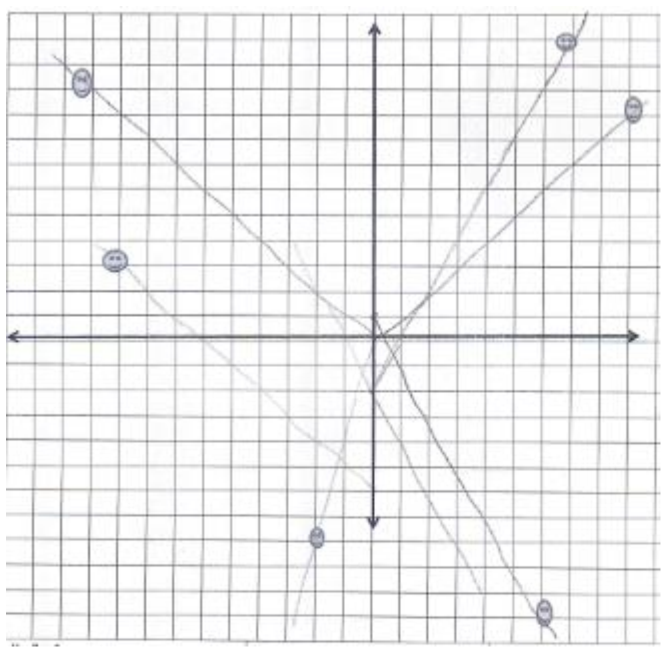
Melisa: 3 verdiğimizde 3 kere 2=6, 6 dan 2 çıktığında 4 oluyor. Yine aynı şekilde üçgenimiz oluşacak, 1 e 2, 1 e 2, 1 e 2, 1 e 2 (Grafikte bu kural ile noktaları ilerleterek işaretler, sonra bu noktaları doğru ile birleştirir).

Melisa: Bu hayalette gitti, diğer denkleme geçebiliriz.(y=-x denklemi) y=-x bu da orijinden geçiyor. Orijine noktamızı koyalım. x'e 1 verdiğimizde y=-1 oluyor, x'e 2 verdiğimizde y=-2 oluyor, x'e 3 verdiğimizde y=-3 oluyor. (Bu noktaları koordinat düzleminde gösterir).

Melisa: Bunu y'ye değer vererek de gösterebiliriz. y'ye 0 verdiğimizde x sıfır oluyor. y'ye 1 verdiğimizde x= -1 oluyor. y'ye 2 verdiğimizde x= -2 oluyor. (Diğer bölgeye geçerken x yerine y'ye değer vermeyi tercih eder. Bu noktaları da düzleme yerleştirir).

Melisa: Yine bir üçgen oluşuyor dik bir üçgen 1'e 1 üçgeni(noktaları doğru ile birleştirir). Burada bu hayaletimizi öldürüyor.

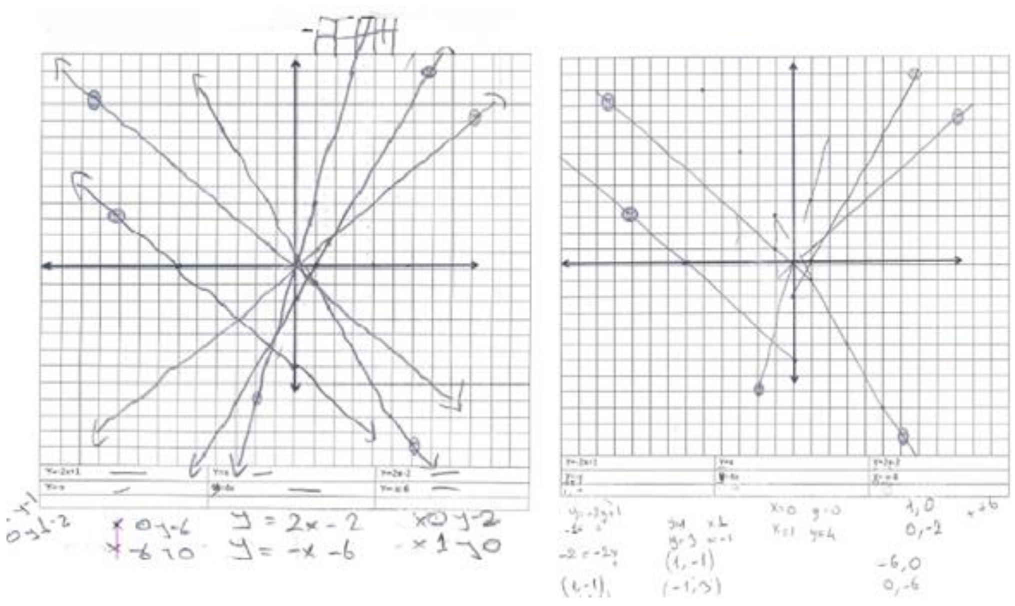
Üst başarı düzeyinde yer alan Melisa'nın üçüncü probleme ilişkin çözümü Şekil 4.10'da verilmiştir**.**



Şekil 4.10: Melisa'nın problem 3'e ilişkin yanıtı.

Melisa problemin çözüm sürecinde ilk olarak denklemlerde verilen x ve y parametrelerine değerler vererek problemdeki doğru denklemlerini sağlayan en az iki nokta belirlemiş ve koordinat düzleminde göstermiştir. Yani problem denklemi verilen doğruların grafiğini çizebilmek için gerekli olan en az iki noktanın koordinatlarını tanımış ve kullanmıştır. Daha sonra noktalar üzerinden geçebilecek doğruyu çizmek için belirlediği noktalar arasındaki yatay ve dikey mesafelere göre ilişki belirlemeye yönelik üçgenler oluşturmuştur. İki nokta arasındaki yatay ve dikey mesafeyi veren üçgenlere bakarak bir birim yatay mesafede kaç birim dikey yol alacağını yön ve konum bilgisini kullanarak her doğru grafiği için bir kural oluşturmuştur. Belirlediği kurala göre çizdiği doğruları hayaleti vurabileceği mesafeye kadar uygun bir şekilde uzatabilmiş ve belirlenen hayaletin ilgili doğru üzerinde olup olmadığını yani hayaletlerin bulunduğu nokta koordinatlarının çizdiği doğru üzerinde olup olmadığını bulmuştur. Problemin doğru çözümüne ulaşan Melisa doğru denklemine ilişkin bilgileri tanımış ve kullanmıştır. Ayrıca doğru grafiğini hayaleti vurabileceği mesafeye kadar uzatabilmesi için kullandığı sıralı ikililere ilişkin üçgenler ve bu üçgenlere bağlı genel kurallar oluşturmuştur. Örneğin "y=-x" denkleminde "üçgenlerimiz hep 1'e 1 şeklinde ilerleyecek" diyerek eğimin geometrik ve cebirsel yorumunu oluşturmuştur. Çünkü bir doğru grafiğindeki dikey yer değişiminin yatay yer değişimine oranı eğimin geometrik oranını, y değişiminin x'deki değişime oranı ise eğimin cebirsel oranını vermektedir (Nagle ve Moore-Russo, 2013; Stump, 2001a).

Üst başarı düzeyine sahip diğer öğrenciler olan Mustafa ve Zeynep adlı öğrencilerin üçüncü probleme yönelik çözümlerini veren görsel aşağıdaki Şekil 4.11'de verilmiştir.



Mustafa'nın problem 3'e ilişkin yanıtı — Zeynep'in problem 3'e ilişkin yanıtı

Şekil 4.11: Üst başarı düzeyindeki öğrencilerin problem 3'e yönelik yanıtları.

Üst başarı grubundaki Mustafa ve Zeynep isimli öğrencilerde benzer şekilde gerekli bilgileri tanıyarak kullanmıştır. Doğru grafiklerini çizmiş ve hedeflerin çizilen doğruların üzerinde olup olmadığını tespit etmek için doğruların cebirsel denklemini ve koordinatların dikey ve yatay uzunluklarını değerlendirmişlerdir. Hedeflere ait koordinatların verilen doğrular üzerinde olup olmadığına karar verebilmişlerdir.

Üst başarı grubundaki öğrencilerin tümü verilen doğru denkleminin grafiğini çizme bilgisini tanımış ve kullanmış ayrıca çizdikleri doğruyu hayaletlerin bulunduğu koordinatlara kadar uzatabilecek genel bir kural ya da bağıntı oluşturmuşlardır.

Orta başarı düzeyine sahip Çiğdem ile araştırmacı arasında gerçekleşen üçüncü probleme yönelik görüşme metni şöyledir.

Çiğdem: y= -2x+1 diyor, 0 vererek yapabiliriz, sıfır verdiğimizde y de 1 oluyor,

Çiğdem: (y=x doğrusu için) x'e sıfır verdiğimizde y=0, x= 1 olduğunda y =1 olur,

Çiğdem: x= 2 olduğunda y = 2 olur.

Çiğdem: (y=4x doğrusu için) x'e 0 verdiğimizde y= 0 oluyor, Çiğdem: (y=-x-6 doğrusu için.) x'e 0 verdiğimizde y, -6 oluyor.

Araştırmacı: Ne düşünüyorsun şuan?

Çiğdem: y ve x'leri eşitliyorum.

Araştırmacı: Nasıl eşitliyorsun?

Çiğdem: İlk önce x'lere sıfır verip y'yi bulacağım, sonra y'ye sıfır verip x'i bulacağım.

Çiğdem: (y=x doğrusu için). Burada x'e 1 verince y de 1 oluyor.

Çiğdem: x'e 2 verince y de 2 oluyor.

Çiğdem: Yani; 0 oluyor (Orijini işaretler ancak y=x doğru grafiğini çizemez).

Çiğdem: (y=-x-6 doğrusu için) Yani bu (0,-6) noktasından geçiyor. (Koordinat sistemini işaretler.)

((-6,0) noktasını işaretlemek yerine birinci problem de olduğu olduğu gibi orijini işaretler.)

Araştırmacı: Peki şimdi ne yapacaksın?

Çiğdem: Bir tane daha yapayım.(y=2x-2 denklemini çözmeye çalışır.)

Çiğdem: x'e sıfır verdiğimizde y=-2 oluyor.

Çiğdem: y'ye sıfır verdiğimizde… (y=0 iken x değerini bulamaz).

Çiğdem: Çözemedim bu soruyu hocam.

Çiğdem sorunun çözümüne yönelik verilen denklemlerde x ve y parametrelerine sırasıyla 0 vererek doğrular üzerindeki noktaların koordinatlarını bulmaya çalışmıştır. Bazen işaretlere yönelik bazen de işlemsel hatalar yapmıştır. Tekrar eden denemelerinde bazı sıralı ikilileri bulma konusunda başarılı olmuştur. Verilen doğruların bir kaçının üzerinde bulunan noktaları koordinat sisteminde göstermiştir. Ancak belirlediği noktalar üzerinden geçecek doğruları çizememiştir. Çiğdem problemin çözümüne yönelik koordinat sistemi özelliklerini, doğru denklemlerini ve verilen bazı bilgileri tanımış ve kullanmıştır ancak genel olarak başarısız olmuş ve problemin çözümüne ulaşamamıştır. Oluşturma eylemi çözüm süresince gözlenememiştir.

Orta başarı düzeyine sahip Ayşe ile araştırmacı arasında gerçekleşen üçüncü probleme yönelik görüşme metni şöyledir.

Ayşe: x'e "0" verelim. y+1 (y=-2x+1 denklemi için x e 0 verir).

Araştırmacı: Yani?

Ayşe: x'e 0 verince iki tarafı da 0 oluyor o zaman +1 kalıyor.

Araştırmacı: Tamam.

Ayşe: y'den hesaplayalım +1 oluyor. (y=-2x+1doğrusu için y ekseninde +1'i işaretler).

Ayşe: y=x diyor (y=x doğrusu).

Ayşe: x=0 zaten 0 bulduk. O zaman 0 oluyor ikisi de aynı. Burası sıfırsa (Orijini gösterir.)

Ayşe: 0 veriyoruz x'e (y=2x-2 doğrusu).O zaman y kalır, 2x=0, y=0-2 oluyor. -2 burada y olur (y ekseninde -2 noktasını işaretler.)

Ayşe: Aynen burada da sıfır veriyoruz hocam. (y=-x denklemine geçer.)

Ayşe: x=1 demek zaten -1 (Düzelterek) O zaman -1, sıfır verirsek sıfır oluyor yani.

Ayşe: x'e sıfır verirsek, sıfır (y=4x doğrusu)

Araştırmacı: Hıhı

Ayşe: x=0 veriyoruz (y=-x-6 doğrusu)

Ayşe: Sıfır verirsek -6 ile çarparsak sıfır oluyor yine.

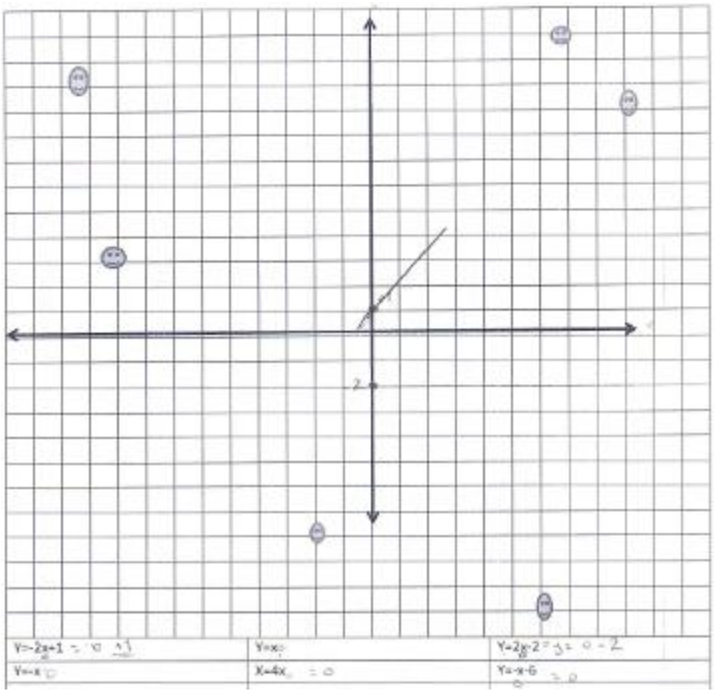
Ayşe: Hocam -2, +1 sadece (Koordinat düzleminde işaretleyebildiği iki nokta.)

Araştırmacı: Ne yapmayı düşünüyorsun?

Ayşe: Hocam bizim her hayaleti, hayalet grafiği çizmemizi istiyor. Bunu bulduk (Denklemleri gösterir)

Ayşe: +1 o zaman buradan çizgi. (Grafikte çizer)

Orta başarı düzeyine sahip Ayşe adlı öğrencinin üçüncü probleme yönelik çözümlerini veren görsel aşağıdaki Şekil 4.12'de verilmiştir.



Şekil 4.12: Ayşe’nin problem 3’e ilişkin yanıtı.

Orta başarı düzeyindeki Ayşe üçüncü problemin sonucuna ulaşamamıştır. Problemin çözümüne yönelik olarak denklemi verilen doğrunu üzerinden geçen sıralı ikilileri bulmak için x ve y parametrelerine değerler vermesi gerektiği bilgisini hatırlamıştır. Ancak hatırladığı bilgileri kullanma konusunda başarısız olmuştur. Ayrıca bir doğru üzerindeki sıralı ikilileri tespit etmede, denklem çözmede başarılı olamamıştır. Oluşturma eylemi ise hiç gözlenmemiştir.

Alt başarı düzeyine sahip Ayşegül ile araştırmacı arasında üçüncü probleme yönelik gerçekleşen görüşme metni şöyledir.

Ayşegül: Hocam bu tema hayalet temasıymış.

Ayşegül: Bu temada hocam altı hayalet altı tanede denklem içeren grafik varmış. Altı hayalet altı tanede denklem içeren grafik var diyor hocam. Denklemi hayalet grafiğine çizmemi istiyor hocam.

Araştırmacı: Nasıl yapabilirsin bunu?

Ayşegül: Aynı şekilde hocam sayılar vereceğiz.

(birinci soruda yaptığı gibi koordinat eksenlerinde tamsayıları sıralar)

Ayşegül: Bu hayaletleri denklemlere çizeceğiz hocam.

Araştırmacı: Nasıl yapmayı düşünüyorsun?

(Bütün hayaletlere bakarak içeresinden birini rastgele seçerek hayaletin üzerinden orijine doğru bir doğru çizer)

Araştırmacı: Neye göre yapıyorsun burada?

Ayşegül: Hayaleti grafiğe göre,

Ayşegül: (Diğer hayaletleri de orijine doğru birleştirir) Bu şekilde hocam.

Araştırmacı: Bitti mi?

Ayşegül: Bitmedi hocam denklemler var onları yapacağız.

Ayşegül: Tamam hocam hayaletler bir çizginin vücudunun herhangi bir yerinden geçtiğinde öldürülmüş olacaklardır. Hassasiyet bu faaliyetin anahtarıdır çünkü bir hayalet üzerinden geçecektir. Bir doğru bir hayaletin üzerinden geçecektir.

Ayşegül: Hocam bir doğrudan üzerinden hayalet geçecek.

(Daha önceden çizmiş olduğu doğruları hayaletleri tamamen geçecek şekilde uzatır)

Ayşegül: Şimdi denklemlere geçeceğiz. y ile x doğruları var. y=-2x+1.

Araştırmacı: Hıhı

Ayşegül: y=-2x+1 imiş buradan bulacağız hocam.

Ayşegül: İlk olarak hocam -2 diyor.-2'yi bulacağız buradan sonra x+1 diyor hocam

Araştırmacı: Hıhı.

Ayşegül: Buradan -2 diyor hocam (grafikte göstererek).

Ayşegül:+1 diyor -2'den 1 diyor hocam

Araştırmacı: Hıhı.

Ayşegül: Bu eksi hocam, artı değil ama -2'den -1'e geçireceğiz.

Araştırmacı: Neden?

Ayşegül: Çünkü -2x+1 diyor hocam -2,1 diyor hocam y ve x diyor ama x bulacağız x içinde çünkü. -2'yi hocam buradan bulacağız -2 burada, +1 de buradan geçireceğiz hocam (her ikisini de x ekseninden seçerek birleştirir.)

Ayşegül: Doğruyu yazayım üzerine (-2x+1 yazar).

Araştırmacı: Bu y=-2x+1 doğrusu mu?

Ayşegül: y var hocam y'si –x imiş, - x,

Araştırmacı: Nasıl yapacağız bunu?

Ayşegül: Hocam burada sayı demiyor mu?

Araştırmacı: O zaman nasıl yapmalısın?

Ayşegül: x bulacağız –x yapacağız yalnız hocam x burada olduğu için (x ekseninin göstererek).

Ayşegül: Eksiden x e doğru yapacağız. Bu şekilde (-x yazar).

Ayşegül: Tamam hocam. y=4x diyor.

Araştırmacı: y=4x

Ayşegül: Evet y burada 4x'i bulacağız.

Ayşegül: 4 burada, x burada, buradan buraya yollayacağız.(y eksenindeki 4 değeri ile x eksenini rastgele birleştirir). Bu şekilde hocam,

Ayşegül: (y=2x-2 doğrusu için) Şimdi y'ye geldik. y=2x-2 diyor, y den 2x i bulacağız hocam, 2'yi bulacağız hocam sonrada x i bulacağız, buradan buraya götüreceğiz sonra da yazacağız hocam bu şekilde hocam.(y eksenindeki 2 değeri ile x eksenini rastgele birleştirir).

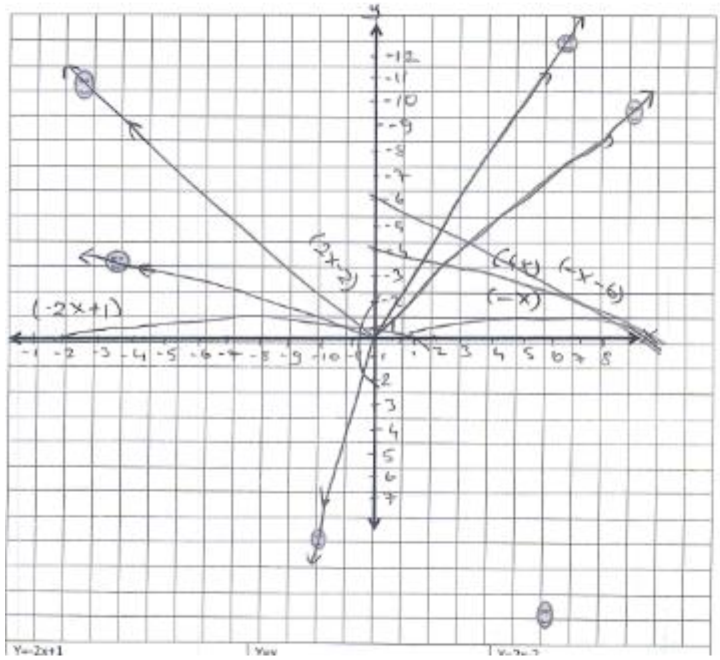
Ayşegül:(y=-x-6 doğrusu için) y var –x, -6 diyor x burada hocam y'den -6'yı bulacağız -6'dan x'e götüreceğiz, yazacağız sonra (y eksenindeki 6 değeri ile x eksenini rastgele birleştirir).

Ayşegül: Evet hayaletleri öldürdüm.

Araştırmacı: Onları nasıl öldürdün o çizdiğin doğruları neye göre çizdin

Ayşegül: Grafiğe göre (koordinat sistemini gösterir).

Alt başarı düzeyinde yer alan Ayşegül'ün üçüncü problemin çözümüne ilişkin görsel Şekil 4.13'de verilmiştir.



Şekil 4.13: Ayşegül'ün problem 3'e ilişkin yanıtı.

Ayşegül öncelikle koordinat sisteminde eksenler üzerinde verilmeyen noktaları yerleştirmek istemiştir. Ancak eksenlerin yönü, eksenlerin üzerine yerleştirdiği tam sayıların sıralanışı ve başlama noktası gibi birçok koordinat sistemi bilgisi gerektiren konularda hata yapmış ve gerekli bilgileri tanımamıştır. Sonrasında hayaletlerin verildiği koordinat sistemine bakarak hedefleri vuracak ve orijinden geçecek şekilde rastgele doğrular çizmiştir. Ayşegül çizdiği doğrulara her defasında ok demiştir. Doğru kavramına yönelik tanıdığı bir bilgi olmamıştır. Daha sonra denklemlere geçmek istemiştir. Ancak Ayşegül verilen grafik ile doğru denklemleri arasında ilişki kurarak problemin çözümüne ulaşacağını düşünmemiştir. Denklemlere baktıktan sonra denklemlerde yer alan katsayıları rastgele x ve y eksenlerinde göstererek ok adı verdiği çizimle birleştirmiştir. Çözüm süresince tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerine rastlanmamıştır.

4.1.4 Dördüncü Probleme İlişkin Bulguların Değerlendirilmesi

Dördüncü problem bir olayı çizmek için delil toplayan bir dedektifin hikâyesi üzerine kurgulanmıştır. Buna göre dedektifin doğrusal bir rota çizerek en çok delile ulaşması gerekmektedir. Bu doğrultuda etkinlikte kareli zemin üzerinde delillerden oluşan noktalar verilmiştir. Öğrencilerden verilen noktalar üzerinden geçen doğrusal çizgiler oluşturmaları ve seçilecek rotalar arasından en çok delile sahip olan doğrusal rotayı göstermesi beklenmektedir. Yani doğrusal rotaların bir birim yatay mesafede ne kadar dikey mesafe kat ettiğini geçmiş bilgilerini tanıyıp kullanarak bulmaları bu kurala göre rotayı belirleyerek eğimin fiziksel, cebirsel ve geometrik yorumunu oluşturmaları beklenmektedir.

Üst başarı düzeyine sahip Melisa ile araştırmacı arasında dördüncü probleme ilişkin gerçekleşen görüşme metni şöyledir.

Melisa: İlk önce hangi doğrunun üzerinde daha çok delil var ona bakacağız.

Melisa: Çizeyim.(H,F,G delillerinden geçen dikey doğruyu çizer)

Araştırmacı: Evet bunun bir doğru olduğunu düşünüyor musun?

Melisa: Evet. Bu dik bir doğru y eksenine paralel bir doğru grafiğini çizersek eğer.

Melisa: Çizdiğim doğrudan 3 tane delil geçti.

Araştırmacı: Daha fazla delil üzerinden geçen bir rota çizebilir misin?

Melisa: Hayır çünkü öyle bir doğru yok.

Melisa: Aslında bir doğru oluşturup onun üzerinde deliller bulabiliriz.(Farklı bir doğru çizer.)

Melisa: Evet buda bir doğru ve üstünde 5 tane delilimiz var.

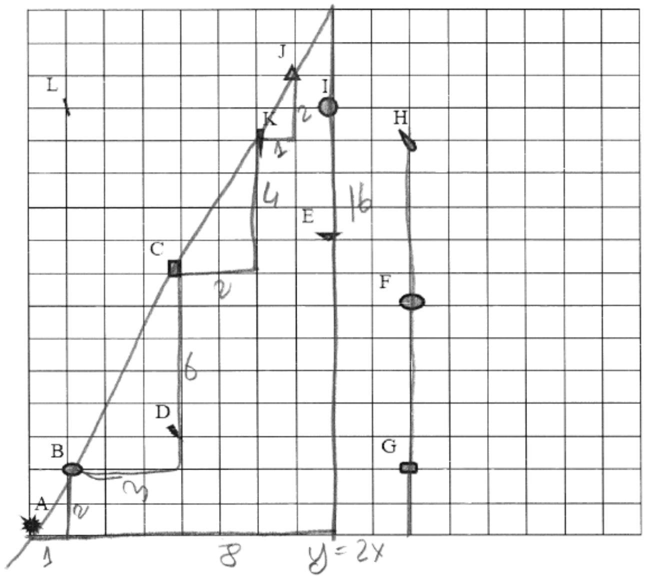
Araştırmacı: Peki bunun bir doğru olduğunu nasıl anladın, açıklar mısın?

Melisa: Kesinlikle doğrudur diyemiyorum çünkü bir doğru olmayabilir. Bunun bir denklem olması gerekiyor. Bunu da bir üçgen çizerek anlayabiliriz. (Büyük bir üçgen çizer, kareli bölgenin sağ alt başlangıcından sağa doğru 8 birim, yukarı doğru 16 birim sayarak bir dik üçgen oluşturur. Daha sonra çizdiği doğru üzerinde yer alan B noktasının A noktasını orijin kabul ederek dikey ve yatay uzaklıklarını (1,2) hesaplar. Benzer biçimde C hedefi için dikey ve yatay uzaklıkları hesaplar ancak referans olarak B noktasını alır. (3,6) bulur. K noktası için C noktasını referans alarak düşeyde 4 yatayda 2 birim olarak hesaplar. J noktası içinde K noktasını referans alıp (1,2) bulur).

Melisa: Yani bu örüntünün kuralı y=2x, rotanın denklemi budur.

Üst başarı düzeyinde yer alan Melisa'nın dördüncü probleme ilişkin çizimi Şekil 4.14'de verilmiştir.

4.) Hollywood'daki esrarengiz gecede yaşanan dehşet verici cinayeti çözmeye çalışan dedektif Mr. Smith olayla ilgili izler sürmektedir. Aşağıdaki tabloda A,B,C,D,E,F,G,H,I,J,K,L noktalarında olayla ilgili deliller bulunmaktadır. Mr. Smith'in iz sürdüğü rota bir doğru üzerinde olacağına göre öyle bir rota çizin ki en çok delile sahip olarak esrarengiz geceyi aydınlatsın.



Şekil 4.14: Melisa'nın problem 4'e ilişkin yanıtı.

Melisa'nın sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 25'de verilmektedir. Melisa çözüm sürecinde öncelikle yatay ve dikey doğrular çizerek en çok hangi doğrunun verilen hedeflerden geçeceğini incelemiştir. Daha sonra en çok delil üzerinden geçen rotaya karar vermiştir. Çizdiği rotanın doğrusal olup olmadığını ifade etmek için kareli zemin üzerinde bir noktanın (delilin) diğer bir noktaya (delile) göre konumunu yön ve birim bilgilerini kullanarak belirtmiştir. Bu bilgiler ışığında çizdiği doğrunun üzerindeki ikişer nokta seçerek sıralı ikililerin yatay ve dikey uzunlukları arasında ilişki kurmuştur. Son olarak geometrik olarak yorumladığı doğrusal rotanın denklemini cebirsel olarak yazmıştır. Yani doğrusal rotaların bir birim yatay mesafede ne kadar dikey mesafe kat ettiğini geçmiş bilgilerini kullanarak oluşturmuş ve bu kurala göre rotayı en çok delil bulunduran noktaların üzerinden geçirerek problemin çözümüne ulaşmıştır. Öğrenci belirlediği delilleri referans alarak diğer delillere yönelik konum ve birim bilgilerini kullanmış, bu bilgiler doğrultusunda doğruyu konumlandırmıştır. Ayrıca hedeflerin dikey ve yatay uzunluklarını önceki hedeflere referans alarak belirlemiş ortaya çıkan orandan yararlanarak doğru denklemini y=2x şeklinde oluşturmuştur.

Üst başarı düzeyine sahip Zeynep ile araştırmacı arasında gerçekleşen dördüncü probleme ilişkin görüşme metni şöyledir.

Zeynep: Soruda cinayet çözmeye çalışmış, dedektif izler sürüyor. Sürdüğü izle rotada doğru çizeceğiz. Yani bir doğru çizeceğiz. En çok delile sahip olacak

Araştırmacı: Nasıl bir rota çizeceksin?

Zeynep: Nasıl bir doğru çizebilirim. Dik doğru çizsem (H,F,G hedeflerini birleştirir) 3 tane delile sahip olur, diğer türlü 2 tane delil geçer.

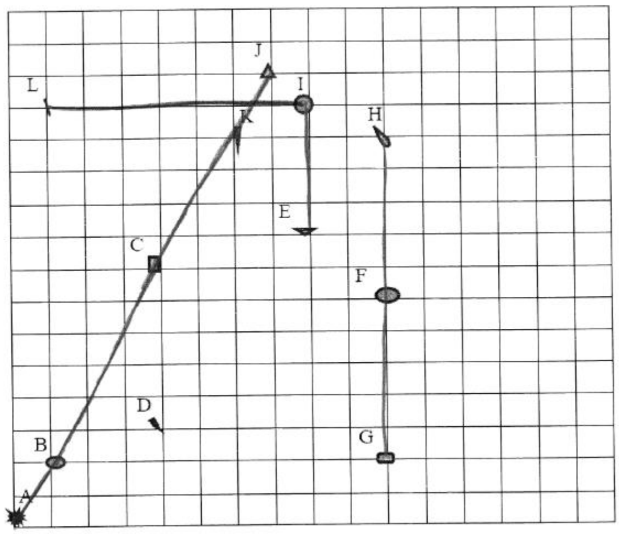
Zeynep: Galiba buldum şöyle çizeriz. (A,B,C,K,J delillerini birleştiren bir rota çizer).

Araştırmacı: Kaç tane delile sahip oldu?

Zeynep: Beş.

Üst başarı düzeyinde yer alan Zeynep'in dördüncü probleme ilişkin çizimi Şekil 4.15'de verilmiştir.

4.) Hollywood'daki esrarengiz gecede yaşanan dehşet verici cinayeti çözmeye çalışan dedektif Mr. Smith olayla ilgili izler sürmektedir. Aşağıdaki tabloda A,B,C,D,E,F,G,H,I,J,K,L noktalarında olayla ilgili deliller bulunmaktadır. Mr. Smith'in iz sürdüğü rota bir doğru üzerinde olacağına göre öyle bir rota çizin ki en çok delile sahip olarak esrarengiz geceyi aydınlatsın.



Şekil 4.15: Zeynep'in problem 4'e ilişkin yanıtı.

Benzer şekilde üst başarı grubundaki Zeynep ve Mustafa adlı öğrenciler de rota çizerken öncelikle yatay ve dikey rotaları düşünmüşlerdir. Daha sonra doğrunun eğik olma durumunu düşünmüşlerdir. Buna bağlı olarak en az iki nokta üzerinden geçecek doğruyu hedeflerin konumlarının ilişkisine göre devam ettirmişlerdir. Yani doğrusal rotaların bir birim yatay mesafede ne kadar dikey mesafe kat ettiğini geçmiş bilgilerini kullanarak bulmuşlar ve bu kurala göre rotayı en çok delil bulunduran noktaların üzerinden geçecek şekilde uzatmışlardır. Sonuç olarak doğrusal grafiklerle ilgili bilgilerini kullanıp bunu geometrik yorumlarıyla birleştirerek en çok delili veren noktalardan geçen doğrusal rotayı çizerek çözüme ulaşmışlardır.

Dördüncü probleme yönelik orta başarı düzeyine sahip Çiğdem ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Araştırmacı: Bu çizdiğin doğru ile sadece iki delili birleştirdin. Aynı doğru üzerinde farklı deliller birleştirebilir misin?

Çiğdem: Bunları da birleştirebilirim.

Araştırmacı: Başka birleştirebilir misin?

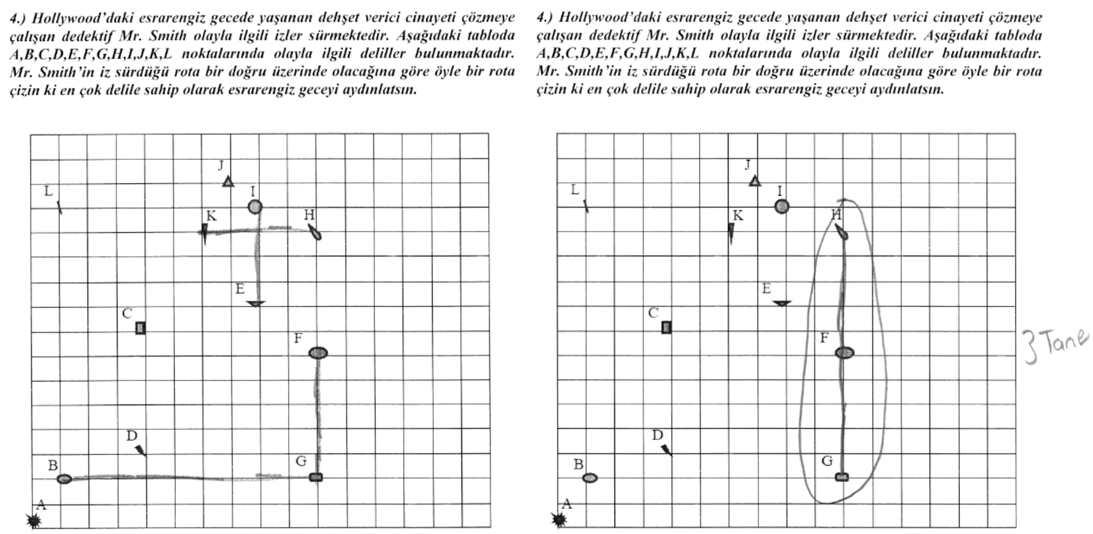
Çiğdem: Hayır. (H,F,G hedeflerini birleştiren bir rota çizer.)

Araştırmacı: Peki bir tane mi rota çizebilirsin?

Çiğdem: Başka bunlar…. (Denemeler yaparak en fazla ikişer delilden geçen rota çizer. O yüzden ilk yaptığı rotayı işaret eder).

Çiğdem: En çok burada oluyor.(H,F,G noktalarından geçen rota).

Orta başarı düzeyine sahip olan Çiğdem ve Ayşe isimli öğrenciler ile araştırmacı arasında geçen dördüncü problemin çözümüne yönelik olarak yaptıkları çizimler Şekil 4.16’da verilmektedir.



Ayşe'nin problem 4'e ilişkin yanıtı   Çiğdem'in problem 4'e ilişkin yanıtı

Şekil 4.16: Orta düzey başarı grubundaki öğrencilerin problem 4'e ilişkin yanıtı.

Orta başarı düzeyine sahip Çiğdem ve Ayşe problemin çözümüne yönelik denemeler yapmışlardır. Deneme ve yanılma yoluyla Çiğdem en fazla üç, Ayşe en fazla 2 delilden geçebilen doğrusal rotalar çizmişlerdir. Ancak problemin çözümünü veren rota 5 delile sahip olmalıdır. Aynı zamanda orta başarı düzeyindeki öğrencilerin denedikleri tüm doğrusal rotalar dikey ve yatay doğru durumundadır. Doğrunun eğik olma durumunu fark edememişlerdir. Yani bir doğru üzerinde çizilebilecek rotanın sadece yatay ve dikey olarak çizilebileceğini düşünmüşlerdir. A, B, C, K, J'nin aynı doğru üzerinde olduğunu geometrik olarak kanıtlayamamışlardır.

Dördüncü probleme yönelik alt başarı düzeyine sahip Ayşegül ile araştırmacı arasında gerçekleşen dördüncü probleme ilişkin görüşme metni şöyledir.

Ayşegül: Mr Smith in iz sürdüğü bir rota var ve cinayet çözmeye çalışan bir dedektif olayla ilgili izler sürüyormuş (soruyu okuyarak cevaplar verir).

Araştırmacı: Hıhı.

Ayşegül: Mr. Smith'in iz sürdüğü bir rota bir doğru üzerinde olacakmış öyle bir rota çizecekmişiz ki en çok delile sahip olarak esrarengiz geceyi aydınlatacakmış (soruyu okuyarak cevaplar verir).

Ayşegül: Bir doğru çizeceğiz hocam.

Araştırmacı: Tamam.

Ayşegül: Üzerine çizeyim buraya. (Ayşegül delillerin bulunduğu noktaların üzerinden geçmeyecek şekilde dik doğrular çizer). Bu şekilde hocam. Bir doğru çizeceğiz sayılarla belirteceğiz. Daha sonra oklarla şekilleri göstereceğiz.

Araştırmacı: Tamam. (Ayşegül A noktası dışında kalan tüm noktaları belirlediği nokta ile birleştiren çizimler yapar.)

Araştırmacı: Hangi doğruyu seçmeli sence dedektif? (Ayşegül düşünür.)

Araştırmacı: Sorunun cevabı hakkında ki düşüncen nedir?

Ayşegül: Aynı şekilde hocam, dışında kalanlarda var onlarıda çizecekmiyiz?

Araştırmacı: Bilmiyorum, ne düşünüyorsun?

Ayşegül: Çizeceğiz hocam onları da göstereceğiz.

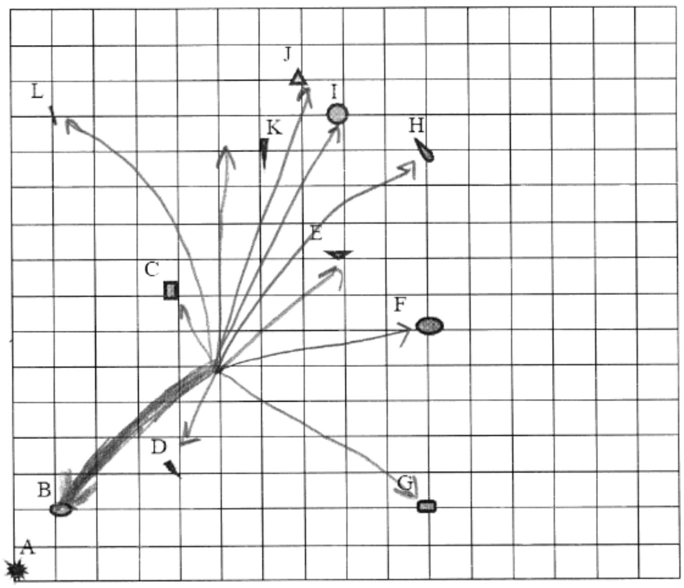
Araştırmacı: Hangisini seçtiğini renkli kalemle gösterir misin?

Ayşegül: Bence bu hocam ([BA’ nını işaretler, delilin üzerini siyah kalemle boyar).

Araştırmacı: Nasıl anladın bu doğruyu seçeceğini?

Ayşegül: Çünkü bu şekillere göre en uzakta olan bu var. (diğer delilleri göstererek) diğerleri birbirine yakın ama benim seçtiğim baya dışta kalmış hocam o yüzden (B noktası).

Alt düzey başarı grubundaki Ayşegül’ün dördüncü problemin çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.17.’de verilmektedir.



Şekil 4.17: Ayşegül’ün problem 4’e ilişkin yanıtı.

Ayşegül problemi anlamakta zorluk çekmiştir. Problemin çözümüne yönelik başlangıç noktası belirlemiş ve bu noktadan başlayarak diğer delillere doğru rastgele rotalar (Ayşegül'ün tabiriyle oklar) çizmiştir. Çizdiği rotaların doğrusal olmasına dikkat etmemiştir. Çözüm için en çok delile sahip olacak rotayı seçmek yerine başladığı noktaya en uzakta bulunan delile doğru çizdiği rotayı seçmiştir. Ayşegül bir noktanın diğer bir noktaya göre konumunu belirleyememiş, doğrusal ilişki bulunan değişkenlerin birbirine göre ilişkisini farkedememiş ve problemin çözümüne yönelik bilgileri tanıyamamıştır. Dolayısıyla doğrusal bir rota çizememiştir. En çok delilden geçen rotayı seçmek yerine en uzakta olanı seçmesi gerektiğini söyleyerek hataya düşmüş olup problemin çözümüne ulaşamamıştır.

4.1.5 Beşinci Probleme İlişkin Bulguların Değerlendirilmesi

Beşinci problemde öğrencilerin koordinat sisteminin özelliklerini ve konum bilgilerini kullanarak doğrudaş noktaları belirlemesi ve belirlediği noktalardan geçen bir doğru grafiği çizmesi istenmiştir. Ayrıca öğrencilerden çizdikleri doğruların denklemiyle ilgili ya da uğrak noktalarını temsil eden sıralı ikililer arasında cebirsel bir bağıntı oluşturması istenmiştir. Bu problemde tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemlerinin gözlemlenmesi amaçlanmaktadır.

Beşinci problemin çözümüne yönelik üst başarı düzeyinde yer alan Melisa ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Melisa: İlk önce yine bir doğru bulmamız gerekiyor.

Melisa: (0,0) dan geçtiğine göre x=y yani orijinden geçmesi gerekiyor.

Melisa: Ama (0,0) dan geçmesi ile ilgili bir cümle yok.

Araştırmacı: Ne istiyor senden soru?

Melisa: En az 3 noktada konaklamak şartıyla hangi konaklama yerlerini tercih etmelidir.

Araştırmacı: Evet konaklama yerlerini istiyor.

Melisa: (Soruyu içinden tekrar okur)

Araştırmacı: Bu konaklama noktaları nasıl olması gerekiyor.

Melisa: Doğrusal olması lazım. Doğrusal olmasını istiyorsak ilk önce bir denklem bulmamız gerekiyor. İlk önce bu noktaların x ve y yerlerini teker teker yazalım.(sıralı ikililerin koordinatlarını yazar)

Melisa: A (3,0), B (1,0), C (2,1), D (6,4), E (6,3), F(8,4) ,G (2,4), H (5,7) bunların içinden bir örüntü, denklem oluşturanları bulmamız gerekiyor.

Araştırmacı: Denklem derken?

Melisa: Yani bunları veren, denklemi bulmamız gerekiyor. (Noktaları göstererek)

Melisa: C ve E noktaları birbirlerine benzeyen noktalar çünkü 2x=y,

Melisa: Şekilden, aslında yine üçgen çizebiliriz ama…(Melisa denemeler yapar).

Melisa: Doğru yok gibi geldi.

Araştırmacı: Aynı doğru üzerinde olduğunu düşünmüyor musun bazı noktaların?

Melisa: Evet mesela E ile F aynı doğru üzerindeler mesela.

Melisa: D de doğru üzerinden geçiyor.

Araştırmacı: D ile E aynı doğru üzerinden mi geçiyor?

Melisa: Hayır C ve A noktası aynı doğru üzerinden geçiyor.

Melisa: A,C, E ve F (Noktaların koordinatlarını işaretleyerek)

Melisa: Bunların arasındaki ilişki denklemin tam tersi (İlk yazdığı y=2x denklemini siler, yerine 2y=x yazar.

Melisa: 2y=x çünkü y' yi 2 ile çarptığımızda x' i veriyor.

Araştırmacı: Yani kaç tane konaklama yeri buldun?

Melisa: Bir doğru üzerinde 4 tane var.

Araştırmacı: Peki.

Melisa: Bu konaklama yerleri arasında ilişki nedir? (Sorunun b seçeneğini okur).

Melisa: Aynı doğrunun üzerinden geçiyorlar. Denklem sistemleri aynıdır.

Melisa: Aynı doğruların üzerinden geçtikleri için aynı denklemi veriyorlar (2y=x yazar).

Araştırmacı: Aynı denklemi veriyorlar dedin peki nasıl buldun bu denklemi? Bir şeyler çizmiştin şekilde neler yapmıştın anlatır mısın?

Melisa: Üçgenler çizdim bu üçgenler…(Düşünür).

Araştırmacı: Evet.

Melisa: Bu üçgenlerin tabanı ve dik kenarları bize arasındaki ilişkiyi veriyor.

Araştırmacı: Tabanlar hangi mesafeyi veriyor bize?

Melisa: Tabanlar x’ i veriyor, yükseklikler y’ yi veriyor.

Araştırmacı: Aynı doğru üzerinde olduğunu nasıl anladın?

Melisa: x ve y mesafelerine bakarak buldum.

Melisa: Bu doğrusal rotanın devamında uğranabilecek bir uğrak yeri nokrası oluşturun (Sorunun c seçeneğini okur).

Melisa: Bu denklemle aynı şekilde başka bir doğru oluşturabilirim. x’ e bir sayı veririm. 4 ve 2, x e 4 verdiğimde 2 oluyor. Yani (4,2) noktası bu nokta oluyor.

Melisa: Böyle bir konum oluşturabiliriz.

Melisa: Bu uğrak noktalarının konumlarını sıralı ikili olarak ifade ediniz ve arasında ki ilişkiyi belirleyiniz (Sorunun d seçeneğini okur).

Melisa: (A(0,0), C(2,1), E(6,3), F(8,4) noktalarını alt alta yazar).

Araştırmacı: Peki burada yazdığın noktalar arasındaki ilişkiye baktığın zaman bir şey fark ediyor musun? Yazdığın bu noktalar sana bir ipucu veriyor mu bu ilişkiyle ilgili?

Melisa: Evet veriyor. x’ ler y’ ler, x’ ler y’ lerin iki katı.

Araştırmacı: Peki ikişer ikişer aldığın zaman ne görüyorsun, ikişer ikişer seçtiğin zaman mesela ilk iki noktan neydi senin?

Melisa: (0,0) ve (2,1) noktası. x’ lerine ve y’ lerine bakarsak x’ler 2 artmış.

Melisa: C(2,1), E(6,3) ve F(8,4) için bakarsak 2 den 6 ya geçerken 4 artmış, 6 dan 8’e geçerken 2 artmış. Birde y’ lerine bakabilirim. (0,0) ve (2,1) için 1 artmış. C (2,1) ve E(6,3) de 2 artmış.

Araştırmacı: Tamam.

Melisa: Burada da 1 artmış. ((6,3) ve (8,4) için).

Araştırmacı: Peki bir şey dikkatini çekti mi?

Melisa: Evet. Bir orantı var.

Araştırmacı: Nasıl açıklar mısın?

Melisa: 2 ye 2 artırıp 2 eksiltiyoruz(x’ ler arasında ki artışı göstererek). 2’ye 1 sonra 4’e 2 sonra tekrar 2’ ye 1.

Araştırmacı: Evet yani.

Melisa: Yani yarısı kadar artıyor.

Araştırmacı: Peki bunun yarısı olduğunu nasıl anladın?

Melisa: Çünkü 2’ nin yarısı 1, 4’ ün yarısı 2 bu yüzden yarısı kadar artmış y’ ler x’lerin yarısı kadar artmış.

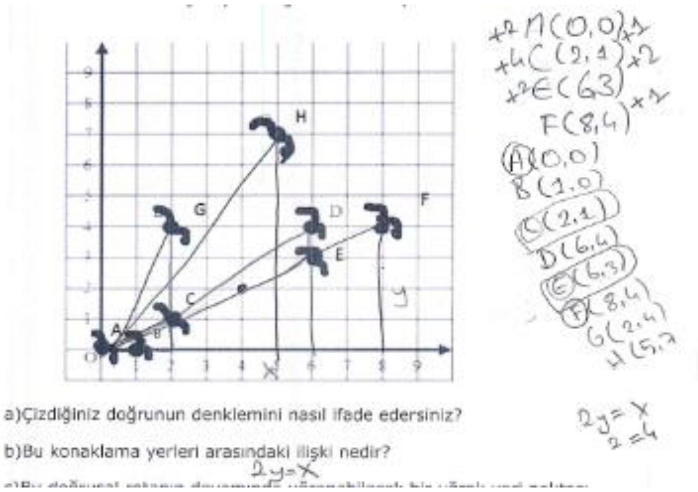
Araştırmacı: Peki başka bir nokta yazsaydın yine aynı mı olurdu?

Melisa: Evet yazdım buraya zaten ((10,5) yazmıştır).

Araştırmacı: Bu noktalar aynı doğru üstündeydi. Bu doğrultuda nasıl bir sonuç çıkarabiliriz?

Melisa: x’ lerin ve y’ lerin artış miktarının oranı aynı sayı oluyor. Hep böyle çünkü aynı doğru üstünde.

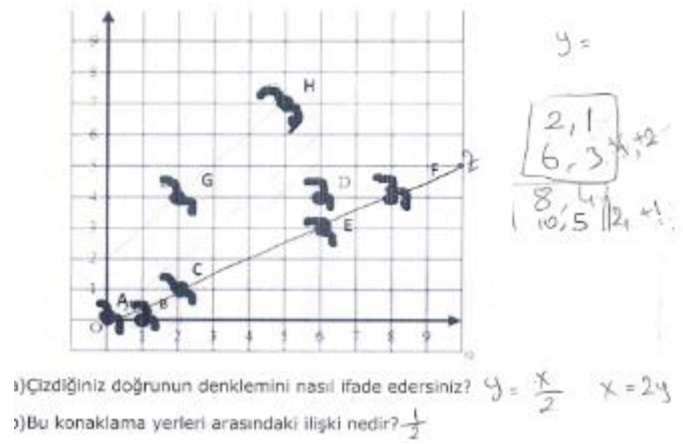
Melisa’nın problemin çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.18.’de da verilmektedir.



Şekil 4.18: Melisa’nın problem 5’e ilişkin yanıtı.

Melisa problemin çözüm sürecinde koordinat sisteminin özelliklerini tanımış, bir noktanın diğer bir noktaya göre konumunu belirterek doğrudaş noktaları belirlemiştir. Problemin çözümü için en az üç noktadan geçen iki tane doğrusal rota bulunmaktadır. Bunlardan biri G,D,F konaklama noktalarından geçen yatay doğru diğeri ise A,C,E,F noktalarından geçen doğrudur. Melisa A,C,E,F noktalarından geçen doğrusal rotayı çizmiştir. Değişkenlerden birinin diğerine göre nasıl değiştiğini incelemiş ve mevcut bilgilerini kullanarak doğrunun denklemini yazmıştır. Aynı zamanda bu doğrusal rotanın devamında bulunabilecek verilmeyen bir konaklama noktası koordinatı oluşturarak bu noktanın konumunu belirtmiştir. Daha sonra bu konaklama noktalarını veren sıralı ikililer arasında ilişki kurarak cebirsel bir bağıntı oluşturmuştur. Doğru denklemini yazmıştır. Ayrıca kurduğu bağıntıya göre eğimle ilgili ilk tanımını yapmıştır. Melisa eğimi x' lerin ve y' lerin artış miktarının oranın aynı sayı olduğunu bulmuş ve eğimi sabit bir sayı olarak informal bağlamda oluşturmuştur. Çözüm sürecinde tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemleri gözlemlenmiştir.

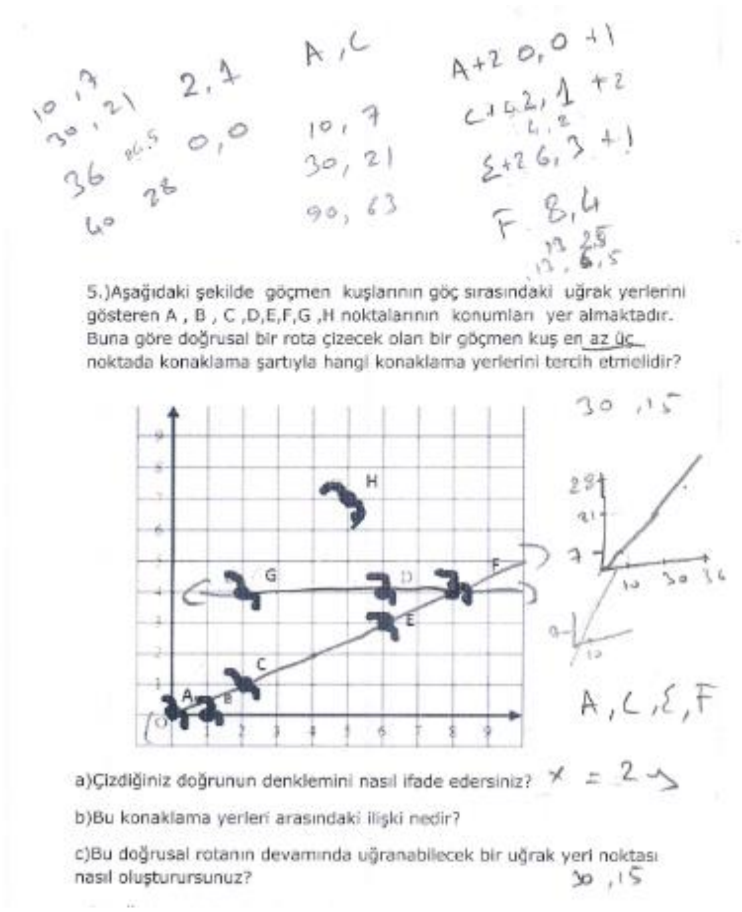
Beşinci probleme yönelik üst başarı düzeyine sahip Zeynep'in problemin çözümüne ilişkin görseller Şekil 4.19.' da verilmiştir.



Şekil 4.19: Zeynep'in problem 5'e ilişkin yanıtı.

Zeynep'in sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 30' a bakıldığında üst başarı grubundaki Melisanın çözümüne benzer şekilde A,C,E,F konaklama noktalarından geçen doğrusal rotayı tercih etmiştir. Bu doğrusal rotanın denklemini oluşturarak rotanın devamındaki konaklama noktasını (10,5) olarak belirtmiştir. Ayrıca bu konaklama noktaları arasındaki cebirsel bağıntıyı oluşturarak problemin çözümüne ulaşmıştır. Çözüm sürecinde tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemleri gözlemlenmiştir.

Beşinci probleme yönelik üst başarı düzeyine sahip Mustafa'nın problemin çözümüne ilişkin görseller Şekil 4.20'de verilmiştir.



Şekil 4.20: Mustafa'nın problem 5'e ilişkin yanıtı.

Mustafa'nın sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 31' e bakıldığında en az üç konaklama noktasından geçebilecek doğrusal rotaların her ikisini de görebilmiştir. Mustafa bu rotanın hem G,D,F konaklama noktalarından geçen doğru olabileceğini hem de A,C,E,F noktalarından geçen doğru olabileceğini çizerek göstermiştir. Diğer üst düzey grubundaki arkadaşları gibi sıralı ikililer arasındaki ilişkiye ve grafikte çizdiği geometrik oran ilişkisine bakarak cebirsel bir bağıntı oluşturmuştur ve problemin çözümüne ulaşmıştır. Çözüm sürecinde tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemleri gözlemlenmiştir.

Beşinci probleme yönelik orta başarı düzeyinde yer alan Çiğdem ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Çiğdem: En az üç noktada toplanan bir doğru çizeceğim.

Çiğdem: Bu hangi doğru olabilir. G,D,F doğrusu oluyor.

Araştırmacı: Başka var mı peki?

Çiğdem: Bakayım. Başka yok.

Çiğdem: Çizdiğiniz doğrunun denklemini nasıl ifade edersiniz? (Çiğdem sorunun a seçeneğini okur. Önce G'nin koordinatını, sonra D nin sonra da F nin koordinatını bulur ve yazar.

Çiğdem: 8'de 4 oluyor, bu yüzden 2x oluyor. G (3,4) noktası, D (6,4) noktası, F (8,4) noktası.

Araştırmacı: Evet bu 3 noktanın üzerinden geçen doğrunun denklemini nasıl bulacağız?

Çiğdem: Doğru denklemi için toplayabiliriz. Mesela 3,6,8'i (x değerlerini).

Araştırmacı: Neden toplamayı düşündün?

Çiğdem: Çünkü denklem x ve y' den oluşur o yüzden bunlarda x ve y koordinatları olduğu için doğrunun denklemini ifade etmemizi istiyor.

Araştırmacı: Peki bu noktalar arasında bir ilişki var mı?

Araştırmacı: 3' e 4, 6' ya 4, 8' e 4 var mı bir ilişki?

Çiğdem: 3' e 4, 1 fazlası;6 ya 4, 3 fazlası; 8 e 4, 4 fazlası yani hepsinin 2 katı.

Çiğdem: Çünkü burada 1 fazlası, burada 2 oluyor, 1 in 2 katı 2, 2 nin 2 katı 4, (Denklemi 2x olur.)

Araştırmacı: Peki yerine koyduğun zaman sağlıyor mu?

Çiğdem: Sağlamıyor. (Yaptığı son işlemi siler ve başka bir yol dener.)

Araştırmacı: Ne düşünüyorsun?

Çiğdem: Bunların arasında 2 kat oluyor, (G,D,F noktaları arasındaki yatay mesafeleri göstererek.)

Çiğdem: Ama sağlamıyor.

Çiğdem: Bu konaklama yerleri arasında ki ilişki nedir? (Sorunun b seçeneğini okur).

Araştırmacı: Ne dersin ilişki için?

Çiğdem: Bir fazlası. G' de dört; üçün 1 fazlası. D noktasında da 6 dördün 2 fazlası oluyor, F noktasında da 8 dördün 4 fazlası.

Araştırmacı: Yani ne diyebilirsin?

Çiğdem: 2x

Çiğdem: Bu doğrusal rotanın devamında uğranabilecek bir uğrak yeri noktası oluşturun (Sorunun c seçeneğini okur).

Çiğdem: Burada (Şekilde K(10,4) noktasını işaretler). Doğru bu şekilde devam edebilir.

Çiğdem: Bu uğrak noktalarının konumlarını sıralı ikili olarak ifade ediniz ve arasında ki ilişkiyi belirtiniz (Sorunun d şıkkını okur).

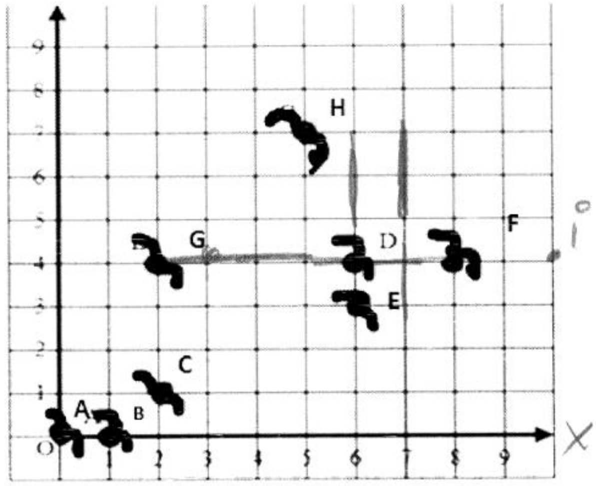
Araştırmacı: Ne istiyor soru?

Çiğdem: Bulduğum koordinatları sıralı ikili olarak ifade etmemi istiyor. (G,D,F koordinatları yazar).

Araştırmacı: Senin bulduğun nokta neydi peki?

Çiğdem: K(10,4) noktası.

Çiğdem'in 5.sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.21'de verilmektedir.



Şekil 4.21: Çiğdemin problem 5'e ilişkin yanıtı.

Çiğdem problemin çözümüne ilişkin G,D,F konaklama noktalarından geçen doğrusal rotayı tercih etmiştir. Rotanın devamındaki konaklama noktasını (10,5) olarak belirtmiştir. Ancak A,C,E,F noktalarından geçen rotayı tespit edememiştir ve tercih ettiği rotaya ait doğru denklemini oluşturamamıştır. Ayrıca koordinatlar arasındaki cebirsel bağıntıyı oluşturamamıştır. Çiğdem problemin çözümüne yönelik koordinat sistemi özellikleriyle ilgili gerekli bilgilerin bir kısmını tanıyarak kullanmıştır. Fakat doğrunun denklemini doğru bir şekilde yazamamıştır, konaklama noktalarını veren sıralı ikililer arasında hatalı bir ilişki kurmuş cebirsel bir bağıntı oluşturamamıştır. Çiğdem pronlemin çözümüne yönelik tanıma ve kullanma eylemlerini zaman zaman gerçekleştirmiş ancak oluşturma eylemine ulaşamamıştır.

Beşinci probleme yönelik orta başarı düzeyinde yer alan Ayşe ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Ayşe: (Sorunun a seçeneğini okur.)

Ayşe: G, 4 noktasında (Eksenlere x ve y yazar. G noktasının koordinatını inceler). 3x+4y oluyor.

Araştırmacı: Nasıl anladın?

Ayşe: Hocam bu x doğrusu bu da y doğrusu olduğu için, (Eksenleri göstererek) 3x+4y oluyor.

Ayşe: Soruda çizdiğiniz doğrunun denklemini nasıl ifade edersiniz diyor, üçünü de (G,D,F).

Araştırmacı: Ne düşünüyorsun?

Ayşe: Bunların denklemi yazacağım, Sonra toplayacağım hocam ondan sonra ayrı bir denklem.

Ayşe: 0 oluyor.

Araştırmacı: Yani?

Ayşe: Yani 3x+4y=0 oluyor.

Araştırmacı: Peki, denklem bu mudur?

Ayşe: Hayır hocam ikisinin denklemi kaldı. Ben G' nin kini buldum. (D,F, kalan)

Araştırmacı: G' nin denklemini yaptın?

Ayşe: Evet.

Araştırmacı: Tamam.

Ayşe: (Sorunun b seçeneğini okur.)

Ayşe: Bu konaklama yerleri arasında ki ilişki ne diyor hocam.

Araştırmacı: Bir ilişki gördün mü?

Ayşe: Hayır.

Araştırmacı: Bir ilişki gördün mü peki?

Ayşe: Evet aynı dört

Araştırmacı: Anlamadım

Ayşe: Aynı 4 y doğrusunda

Araştırmacı: 4y?

Ayşe: +4 doğrusu

Araştırmacı: Nedir +4?

Ayşe: G, D, F'nin aynı şeyde olması.

Ayşe: Yani +4 ilişkide +4, G, D, F =+4 derim.

Araştırmacı: Tamam.

Ayşe: (Sorunun c seçeneğini okur).

Araştırmacı: Bir sonraki konaklama noktası nerede olabilir? (Yeni bir uğrak yeri noktası)

Ayşe: F' den E' ye gidebilir, aşağıya.

Araştırmacı: Neden öyle düşündün?

Ayşe: Çünkü E yakın olduğu için.

Araştırmacı: Peki aynı doğru üzerinde mi?

Ayşe: Hayır değil.

Araştırmacı: Senin bir konaklama noktası koymanı istiyor, senin bir yer göstermeni istiyor?

Ayşe: x' e, o zaman burada buraya bir nokta koyacağım.

(İşaretler).

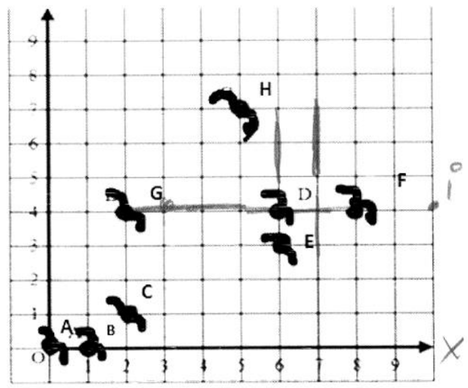
Ayşe: Harf verelim mi hocam?

Araştırmacı: Verebilirsin.

Ayşe: A verebiliriz… Ama A var..İ harfi verelim. (İ(10,4) noktasını işaretler).

Ayşe: (Sorunun d seçeneğini okur). İşaretli olarak G ve D yi şey yapacağız, F ve İ' yi. G, D zaten +4 de o zaman F ve İ de aynı +4 de olur. Yazarsak ilişkiyi (G D)=+4, (F İ)=+4 olur.

Ayşe'nin sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.22'de verilmektedir.



Şekil 4.22: Ayşe'nin problem 5'e ilişkin yanıtı.

Ayşe'nin 5.problemin çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 33' de verilmektedir. Ayşe problemi defalarca okumuştur. Çözüm için gerekli koordinat sisteminin özellikleri ile ilgili bir takım bilgileri tanımasına rağmen doğru grafiği ile ilgili bilgileri tanıyamamıştır. En az iki noktadan geçen doğru denklemi yazmak yerine her bir noktanın ayrı ayrı denklemini yazmaya çalışmış, bu işlemi ise koordinatları katsayı kabul ederek devam ettirmiş ve yanılgıya düşmüştür. Aralarında doğrusal ilişki bulunan değişkenlerden birinin diğerine göre nasıl değiştiğini fark edememiştir. Çözüm için sıralı ikililerin x değerlerini toplaması gerektiği gibi yanlış fikirler öne sürmüştür. Aynı doğru üzerinde bulunan bir konaklama noktası belirtmesi beklenirken bu noktayı en yakın olduğunu düşündüğü ancak bu doğrudan geçmeyen yanlış bir nokta göstererek cevaplamıştır. Dolayısıyla problemin çözümüne ulaşamamıştır.

Beşinci problemde alt başarı düzeyinde yer alan Ayşegül ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir**.**

Ayşegül: A, B, C, D, E, F, G, H noktalarının konumları yer alacakmış burada.

Araştırmacı: Sen bu konaklama noktalarının konumlarını gördün mü şekilde?

Ayşegül: Evet hocam (gösterir).

Araştırmacı: Evet bunlardan ne oluşturmanı istiyor?

Ayşegül: Ee bunlardan (noktaları göstererek) okla göstermeyi istiyor.

Ayşegül: En az üç noktadan bir doğru geçecekmiş hocam.

Araştırmacı: Tamam, nasıl çizebilirsin bu doğruyu peki?

Ayşegül: Ee 3’ den başlayarak (en az üç nokta dendiği için 3’ e odaklandı).

Araştırmacı: Nasıl olacak gösterebilir misin?

Ayşegül: Bu uç, yani üçüne gidecek ok (y ekseni üzerinde yer alan 3 sayısını verilen noktalarla doğrusal olmayan oklar kullanarak birleştirir).

Araştırmacı: Ne yaptın şuan (Çizdiği oklardan bahsederek).

Ayşegül: Doğruları çizdim.

Araştırmacı: Tamam.

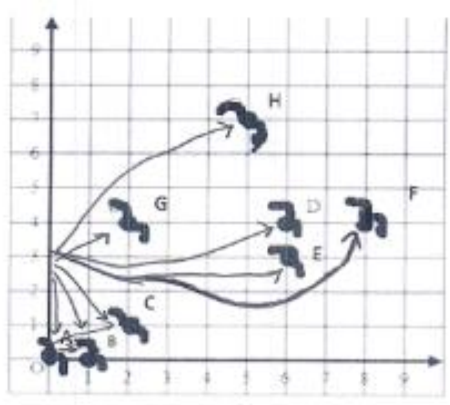
Ayşegül: Soruda nasıl ifade edersiniz diyor hocam. Harf verilmiş burada harfler sıra sıra gidiyor A, B, C, D diye.

Ayşegül: Bir rota oluşturacak olsak bu çizdiğim rota olurdu. (F noktasına giden doğruyu belirginleştirir).

Araştırmacı: Neden onu seçtin peki?

Ayşegül: Çünkü F daha uzak hocam bunlar hep yakın birbirlerine, bu dışta kalmış.

Ayşegül'ün beşinci sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.23'de verilmektedir.



Şekil 4.23: Ayşegül'ün problem 5'e ilişkin yanıtı.

Ayşegül koordinat sistemi özelliklerini ve konum bilgileri gibi problemin çözümüne yönelik bilgileri tanıyamamıştır. Dolayısıyla doğrudaş noktaları belirleyememiştir. Önceki sorularda olduğu gibi doğrusal bir rota çizememiş bunun yerine kendine rastgele bir başlangıç noktası seçerek her bir rotayı rastgele çizimlerle göstermiştir ve bu çizimlere yine ok adı vermiştir. Bu soruda özel oalrak üç uğrak noktası ifadesine yönelik y ekseninde 3 noktasını başlangıç kabul etmiştir. Önceki sorularda olduğu gibi çizmeye çalıştığı rotaları koordinat düzleminde verilen diğer noktaların üzerinden geçirmemiştir. Ayrıca her bir noktaya ayrı bir rota çizmiştir. Aynı doğru üzerinde bulunan bir konaklama noktası belirtmesi beklenirken bu noktayı en uzak olduğunu düşündüğü bir noktayı (F noktasını) göstererek cevaplamıştır. Ayşegül problemin çözümüne ilişkin gerekli bilgileri tanıyamamıştır. Dolayısıyla problemin çözümünde tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemleri gözlenememiştir.

4.1.6 Altıncı Probleme İlişkin Bulguların Değerlendirilmesi

Altıncı soruda öğrencilerden verilen doğrusal rotaların birbirlerine göre durumlarını daha önceden tanıdığı bilgiler ışığında değerlendirmeleri istenmektedir. Problemin çözüm sürecinde öğrencilerden, uçağın izlediği doğrusal yolu veren grafiklerin denklemlerini, doğru grafiği üzerindeki sıralı ikililer arasındaki ilişkileri ve yatay dikey mesafe oranını dikkate alarak karşılaştırma yapmaları beklenmektedir. Doğrusal denklemleri ya da grafikleri eğim ile ilişkilendirmesi, eğim kavramını "biri diğerine göre daha eğimli" , "daha eğik", "daha dik" gibi kelimelerle ifade etmesi beklenmektedir. Öğrencilerin eğim kavramını oluşturma sürecinin gözlemlenmesi amaçlanmaktadır.

Altıncı probleme yönelik üst başarı düzeyine sahip Mustafa ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Mustafa: Bir numaralı daha hızlı kalkış yapmıştır. Birinci doğru dikey olarak 3 tane, yatay olarak 1 gidiyor. İkinci doğru yatay olarak 2 dikey olarak 2, üçüncü doğru yatay olarak 3 dikey olarak 2, dördüncü doğru yatay olarak 3 dikey olarak 1 gidiyor.

Araştırmacı: Yani?

Mustafa: En fazla giden şudur 1'e 3 (1 ile numaralandırdığı uçağı gösterir).

Araştırmacı: Nasıl anladın açıklar mısın?

Mustafa: Böyle gittiğinde bu daha büyük gibi geliyor bana (1 numaralı doğruyu uzatarak). Diğerlerin yatayını aynı aldığımızda, uzattığımızda daha az oluyor (yüksekliği çizerek).

Mustafa: Mesela 3 e 1, 3 e 1 (1 ile numaralandırdığı rotayı uzatır).

Mustafa: Diğerlerine baktığımızda en uzakta bu kalmış olacak (1 numaralı rota).

Araştırmacı: Peki bu uçakların geçtiği noktalardan geçecek bir doğru için denklem yazmanı istesem nasıl yazarsın?

Mustafa: Birinci uçak 1 e 3 gideceği için x,1 olacak; y, 3 olacak y=3x, mesela burası 1 e 3, yani x e 1 yazdığımızda y=3 oluyor, 2 verdiğimizde 6 oluyor.

Mustafa: İkinci uçak hep böyle dik gitmiş, dikey 1 yatay 1 o da y=x, 1 verdiğimizde 1, 2 verdiğimiz de 2, kaç verirsek karşısı da aynı olur. (Verilen rota üzerine noktalar seçerek x ve y değerlerinin eşit olduğunu gösterir).

Mustafa: Üçüncü uçakta 3 e 2 gitmiş, 2 dikeye 3 yataya gitmiş, kaç vermemiz lazım? 6 yatay 4 dikey gidiyor.

Araştırmacı: Yani?

Mustafa: 2 eklesek olmaz, 3 eklesek olmaz, y+1=x, y=2 olduğunda x=3 oluyor, 4'e 6 olduğunda +2 oluyor, o yüzden olmuyor. y=x orijinden gittiği için.

Mustafa: x; 6 ya 4 (3. Uçak için).

Mustafa: Bunda da öyle yapsam, şöyle kaç gidiyor? Yatayda 3 gidiyor, yatayda 3 gidiyor ise 3y, dikeyde 2 gidiyor ise 2x,

Mustafa: 3y=2x böyle olsa, kaçtı? 2' ye 3 vardı… 3'e 2 var… 3 kere 2 = 2 kere 3 = 6 oldu.

Araştırmacı: Sonra.

Mustafa: 4'e 6 var. 6' ya 4, 6 kere 2 =12, 4 kere 3 =12 buda oldu.

Mustafa: Yani 3y=2x denklemi oldu. O halde y = $\frac{2}{3}$ x yazarız.

Araştırmacı: Peki burada ki $\frac{2}{3}$ nereden gelmiş olabilir.

Mustafa: Uçak yatay da 3 dikey de 2 gittiği için.

Mustafa: Dördüncü doğruyu da aynı diğerleri gibi yapacağım.

Mustafa: 3 yatayda 1 dikey gidiyor, 3x =1y böyle yaptığımızda x=3 verdiğimizde olmaz, x=1 verdiğimizde 3 olur yani 3y=1x

Araştırmacı: Sonra.

Mustafa: x=3 için 1 kere 3 =3, 3 kere 1 =3, 3 =3 oluyor. Bu da aynı 3 e böleceğiz y' yi, x'i de 3 e böldüğümü de y =1/3x.

Araştırmacı: Bulduğun denklemleri doğruların yanına yazabilir misin?

Mustafa: (Sıra ile yazar.)

Araştırmacı: Uçaklar yatayda aynı mesafede iken bulduğun denklemleri incelediğinde neler söyleyebilirsin?

Mustafa: 1.doğrudan den 4.doğruya doğru gittiğimizde x' in katsayıları azalıyor. 3, 1, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$

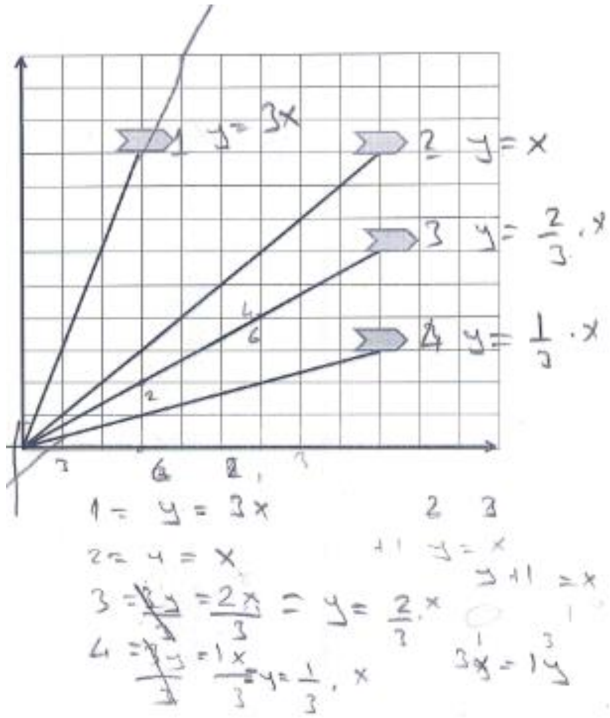
Araştırmacı: Yani bir denklem verildiğinde x lerin kat sayısı sana bir ipucu verir mi?

Mustafa: Mesela yatayda 6 gitseler sırayla y' ler 18, 6, 4, 2 oluyor.

Araştırmacı: O halde.

Mustafa: x’ in kat sayısı en büyük olan y eksenine en yakın olur. Rota daha dik gidiyor.

Mustafa’nın sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.24’ de verilmektedir.



Şekil 4.24: Mustafa’nın problem 6’ya ilişkin yanıtı.

Mustafa’nın problemdeki uçakların izlediği doğrusal yolu veren grafiklerin denklemlerini oluşturduğu, doğru grafiği üzerindeki sıralı ikililer arasındaki ilişkileri ve yatay dikey mesafe oranlarını dikkate alarak karşılaştırabildiği gözlemlenmiştir. Bulduğu y=3x, y=x, y= $\frac{2}{3}x$, y= $\frac{1}{3}x$, denklemlerindeki x katsayıları arttıkça doğrunun y eksenine yaklaştığını daha dik olduğunu belirtmiştir. En yükseğe çıkan uçağın yüksekliğinin x in katsayısı ile ilişkisini keşfetmiştir. Öğrenci problemle ilgili tanıdığı bilgileri kullanarak eğim kavramını geometrik olarak oluşturmuştur. Ayrıca doğru denklemlerinin x katsayısı yani eğimi veren m parametresinin değeri arttıkça doğrunun y eksenine yaklaştığını söylemesi eğim kavramını parametrik olarak oluşturduğunu desteklemektedir.

Benzer şekilde altıncı probleme yönelik üst başarı düzeyinde yeralan Zeynep ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Zeynep: Burada eğimlerini mi bulmamı istiyor?

Araştırmacı: Neden öyle düşündün?

Zeynep: Çünkü eğimleri farklı, eğimleri, kalkışları, boyutları

Araştırmacı: Nasıl bulabilirsin peki?

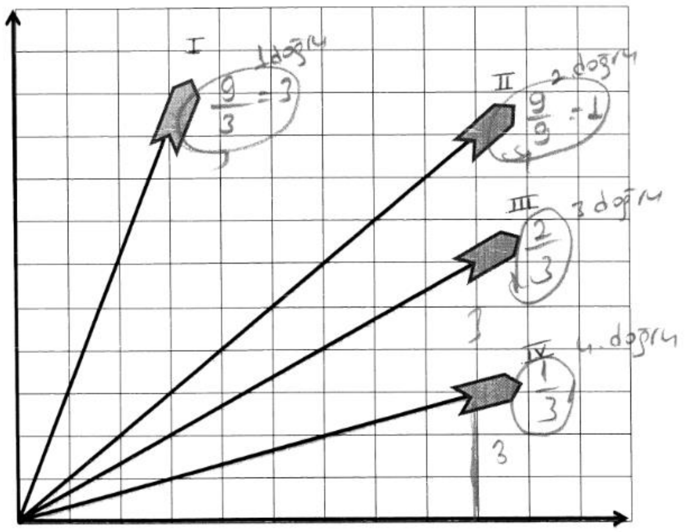
Zeynep: Üçgen yapıp bakabilirim, bunun eğimi mesela 3/9 yani 1/3 (4.doğrudan bahseder). Bunun eğimi burası yani 2/3 (3.doğrudan bahseder).

Araştırmacı: Yanlarına yaz istersen.

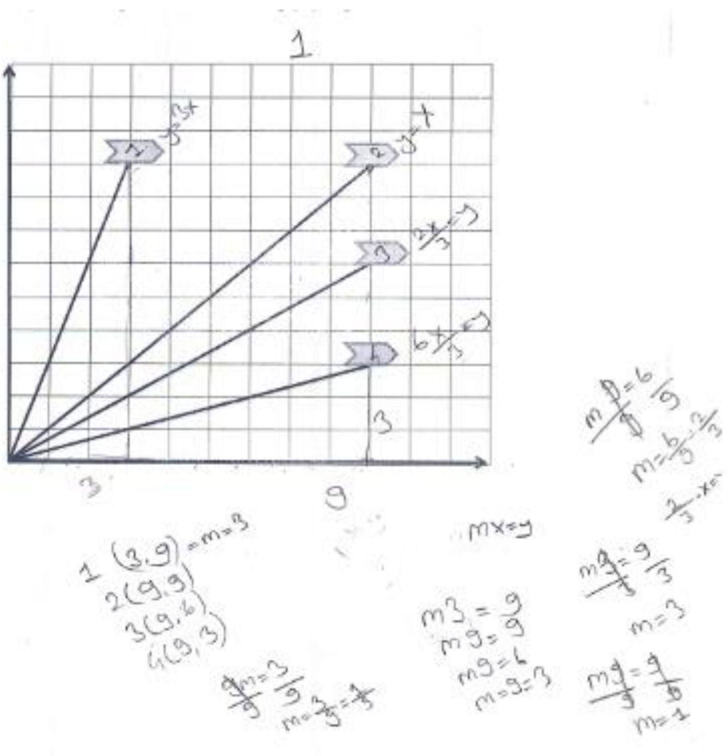
Zeynep: Bunun burası 9, burası da 9, yani 9/9 eşittir. (2.doğrunun)

Zeynep: Bunun 9' a 3yani 9/3= 3 (1.doğrunun).

Benzer şekilde üst başarı düzeyinde yer alan Zeynep ve Melisa' nın 6. problemin çözümüne yönelik olarak yaptığı çizimler Şekil 4.25. ve Şekil 4.26'da verilmektedir.



Şekil 4.25: Zeynep'in problem 6'ya ilişkin yanıtı.



Şekil 4.26: Melisa’nın problem 6’ya ilişkin yanıtı.

Öğrencilerin altıncı problemin çözümüne yönelik yaptıkları açıklamalar ve çözümler incelendiğin de üç öğrencinin de uçağın izlediği doğrusal yolu veren grafikleri tanıdığı ve tanıdığı bilgileri işe koşarak doğru denklemlerini yazabildiği, doğru grafiği üzerindeki sıralı ikililer arasındaki ilişkileri ve yatay dikey mesafe oranını dikkate alarak karşılaştırma yapabildikleri görülmüştür. Yani üç öğrenci de doğrusal denklemleri ilk olarak geometrik olarak yorumlamış ardından cebirsel olarak ifade etmiştir. Bu bilgiyi kullanarak denklemde x katsayısı yani eğimi veren m parametresinin değeri arttıkça doğrunun y eksenine yaklaştığını ya da doğrunun eğiminin denklemdeki m değerine bağlı olduğu çıkarımında bulunmuşlardır. Bu durum öğrencilerin eğim kavramını parametrik olarak oluşturduğunu göstermektedir.

Altıncı probleme yönelik orta başarı düzeyine sahip Çiğdem ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Çiğdem: Önce bunların doğrularını bulayım. Denklem üzerinde. (Koordinat noktaları demek ister ve şekillerin üzerine yazar).

Çiğdem: (9,9) değil, (3,9) noktası.

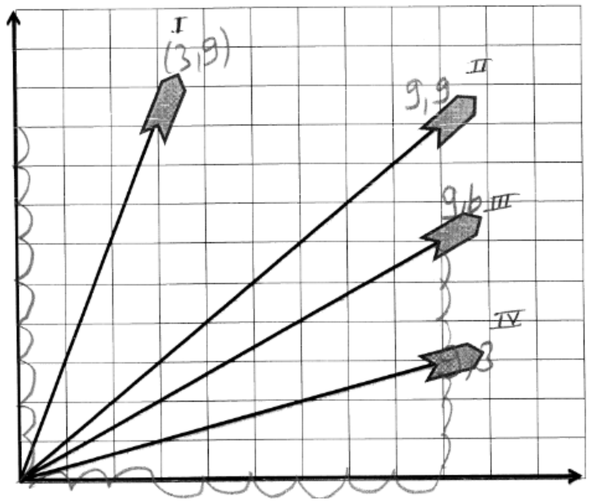
Araştırmacı: Nasıl karar verdin buna?

Çiğdem: Çünkü bunlar biraz daha x eksenine yakın.

Araştırmacı: Hıhı.

Çiğdem: Ama bu y eksenine daha yakın, yani daha biraz daha dik olduğu için (3,9) noktası.

Çiğdem'in sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.27'de verilmektedir.



Şekil 4.27: Çiğdem'in problem 6'ya ilişkin yanıtı.

Çiğdem problemin çözüm sürecinde uçağın izlediği doğrusal yolu veren doğru denklemini yazması gerektiği bilgisini tanımış ancak bu bilgiyi kullanamamıştır. Doğru denklemi yazması gerektiğini söyleyip doğrular üzerinde birer sıralı ikili seçerek yazmıştır. Ancak doğru grafiği üzerindeki seçtiği sıralı ikililer arasında cebirsel ilişkiyi kuramamıştır. Çiğdem eğimle ilgili zihninde mevcut durumda olan informal bilgilerine dayanarak eğim kavramı yerine "biri diğerine göre daha dik", ya da "x eksenine daha yakın" gibi cümlelerle eğim kavramını fark etmiş ancak eğim bilgisini geometrik ya da cebirsel olarak yorumlayamamış, eğimin bağlı olduğu parametreleri oluşturamamıştır.

Altıncı probleme yönelik orta başarı düzeyine sahip Ayşe ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Ayşe: Eşitler. O zaman bu olur hocam (y eksenine yakın olan).

Araştırmacı: Nasıl anladın?

Ayşe: Çünkü daha dik olduğu için (Parmağıyla gösterir).

Araştırmacı: Hıhı.

Ayşe: Ama bunlar eğik, o zaman daha dik olanı da daha çok daha iyi kalkış yapmıştır.

Ayşe problemin çözümüne yönelik olarak işlem yapmamıştır. Daha dik olanın daha iyi kalkış yaptığını ifade etmiştir. Yani doğrusal denklemleri ve grafikleri eğim ile geometrik ya da cebirsel olarak yorumlayamamış buna bağlı olarak eğimin parametrik bağıntısını fark edememiştir. Eğim kavramını informal bilgisine dayanarak "biri diğerine göre daha eğimli", "daha eğik", "daha dik" gibi kelimelerle ifade etmiştir.

Altıncı probleme alt başarı düzeyine sahip Ayşegül ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Ayşegül: Boyayım mı üstünü hocam.

Araştırmacı: Uçağın kendisini işaretleyebilirsin, neden onu düşündün?

Ayşegül: İkinci uçak hocam çünkü daha uzakta daha uzağa gitmiş.

Ayşegül uçağın izlediği doğrusal yolu veren grafiklerin denklemlerini ve doğru grafiği üzerindeki sıralı ikililer arasındaki ilişkileri belirlemesi gerektiğini ve yatay dikey mesafe oranını dikkate alarak karşılaştırma yapması gerektiğini fark edememiştir. Eğim kavramını "biri diğerine göre daha eğimli" ,"daha eğik", "daha dik" gibi kelimelerle ifade edememiştir. Dolayısıyla doğrusal denklemleri fark edemediği için grafikleri eğim ile geometrik ya da cebirsel olarak ilişkilendirememiştir. Sadece doğru cevabın bu doğrusal yollardan biri olacağına odaklanarak doğru cevabın uçağın en uzakta olan doğru olduğunu belirtmiştir. Bu süreçte Ayşegül'ün eğim kavramını oluşturma süreci gözlemlenememiştir.

4.1.7 Yedinci Probleme İlişkin Bulguların Değerlendirilmesi

Yedinci problemde öğrencilerden, ağaç ve kar tanesi modellini oluşturan doğru parçalarının eğim durumunu açıklamaları, geçmiş bilgilerini kullanarak her bir doğru parçasının eğim bağıntısını cebirsel ya da geometrik olarak oluşturabilmeleri ve eğimlerin büyüklüklerini yön ve değer açısından karşılaştırabilmeleri beklenmektedir. Ayrıca aynı doğrultuda, yönde ya da paralel durumda olan doğruların aynı eğime sahip olduğu ve x ekseni ile yaptığı açıya göre eğimin pozitif ya da negatif olacağı bilgisini oluşturması beklenmektedir. Bu problemde tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemlerinin gözlemlenmesi amaçlanmaktadır.

Yedinci probleme yönelik üst başarı düzeyinde yer alan Melisa ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Melisa: İlk önce burada eğimleri aynı olan dalları bulacağız ve onları boyayacağız. Bu dalımız aynı bu dalımızda aynı 1'e 1, sonra bu da aynı 3'e 3, eğimler. (x=y doğrusu için inceleme yapmaktadır).

Araştırmacı: Eğimlerinin aynı olduğuna nasıl karar verdin?

Melisa: Çünkü üçgen çizdim ve kenarlarına baktım.

Araştırmacı: Üçgen çizdiğin noktalar arasında hangi kenarlara baktın?

Melisa: Dik kenarlara baktım.

Melisa: x' i y ye, x ve y' yi oranlıyorum.

Araştırmacı: x ile y' yi mi oranlıyorsun?

Melisa: Evet

Araştırmacı: Peki eğime nasıl karar veriyorsun?

Melisa: y' nin x' e oranı.

Araştırmacı: Peki y'yi x'e oranlaman için kaç tane noktaya ihtiyacın var?

Melisa: 2.

Araştırmacı: 2 nokta sana verilirse sen iki noktadan bir doğrunun eğimini bulabilir misin?

Melisa: Evet (Melisa bütün doğrular için üçgenler oluşturarak yanlarına değerler yazmaya devam eder kurşun kalemini dallar üzerinde gezdirerek değerleri karşılaştırır).

Araştırmacı: Evet, soruya yönelik cevabın ne olurdu?

Melisa: Bir, iki. İki tane eğimi aynı olan dalımız var. (y=x ve y=-x doğrularını gösterir).

Araştırmacı: Onlar aynı eğimde mi görünüyor?

Melisa: Hayır

Araştırmacı: Neleri farklı?

Melisa: İşaretleri farklı ve yönleri farklı.

Araştırmacı: Yönleri farklı olduğu için mi işaretler farklı?

Melisa: Evet.

Araştırmacı: Tamam, o zaman aynı yönde olup hem de eğimleri aynı olduğu doğrular görüyor musun?

Melisa: Evet görüyorum. Bu dik bir doğru, buda dik doğru, bunların hepsi aynı yönde. (x=-1, x=1 ve x=2 doğruları)

Melisa: Bide bu var. (x=-1, x=1 ve x=2 doğrularını kırmızı renge boyar).

Araştırmacı: Peki bu doğruların eğimi nedir sence?

Melisa: Diktir, eşittir eğimleri.

Araştırmacı: Eğimleri eşit ise kaçtır sence?

Melisa: (Düşünür).

Araştırmacı: Eğim için ne gerekir demiştin?

Melisa: x ve y gerekir bir de 2 tane nokta.

Araştırmacı: Nesine bakacaksın peki bu seçtiğin noktaların?

Melisa: x ve y'sine bakacağım.

Araştırmacı: Tamam

Melisa: Bunun noktası (İki nokta arası mesafeyi göstererek x=1doğrusu üzerinde (-1,4) ve (-1,1) noktalarını seçer ve arasındaki dik ve yatay mesafeleri inceler).

Araştırmacı: Ne kadar değişiklik var peki x de, iki nokta arasında?

Melisa: Yok ikisi de aynı çünkü

Araştırmacı: Bi daha gösterir misin peki doğru üzerindeki bu iki noktayı.

Melisa: Bunların y leri farklı, x leri aynı ama y leri farklı.

Araştırmacı: O zaman?

Melisa: 3, ama bunlar dik, eğim yok.

Araştırmacı: Başka aynı eğimli doğru var mı?

Melisa: Evet var.

Araştırmacı: Hangileri?

Melisa: Bu doğruyla bu doğru var. (y=-2x+3 doğrusu ve y=-2x+6 doğrusu)

Araştırmacı: Nasıl anladın bunu?

Melisa: Çünkü ikisi de üçgen çizdiğimizde 2 ye 4 yani aynı oranda, bunları da aynı renge boyayalım. (y=-2x+3, y=-2x+6, doğrularını yeşile boyar).

Araştırmacı: Sence bunların eğimi nedir?

Melisa: Eğimi 2x=y, yönleri aynı, aynı yöndeler.

Araştırmacı: Bir doğrunun grafiğini nasıl çizersin? Grafiği verilen bir denklemi nasıl çizersin?

Melisa: x’ ine ve y’ sine bakarım, yazarım ve buradaki ilişkiyi bulurum. Mesela bu doğru üzerinde iki tane nokta var.

Melisa: (1,1) noktası ve (0,3) noktası.

Araştırmacı: Tamam.

Melisa: x=0 iken y=3 oluyor. x=0 iken… x+3= y denklemi. (Sağlama yapar ve siler.)

Araştırmacı: Başka nasıl bulabilirsin? İki noktadan yola çıkamıyorsan.

Melisa: Zaten doğrular y=mx+n biçiminde oluyordu.

Melisa: Evet. y=mx+3

Araştırmacı: +3 ü nasıl buldun?

Melisa: Çünkü x=0 iken y=3 olduğu için.

Araştırmacı: Tamam.

Melisa: 3 olması gerekiyor.

Araştırmacı: Peki “m” değeri neydi?

Melisa: x’ in kat sayısı.

Araştırmacı: Tamam. m’yi nasıl bulabilirsin sence?

Melisa: x’ e 0 verip, x’ e 0 verdiğimizde y=3 oluyorsa m’ yi bulabiliriz.

Melisa: Bu doğruyu da kullanabiliriz.

Melisa: x’ e 1 verdiğimizde 1m+3=1 (İşlemini çözer.)

Melisa: 1m=-2, m=-2 oluyor.

Araştırmacı: Neden -2 oluyor? Sence neden işaret eksi oldu?

Melisa: Çünkü. Immm..

Araştırmacı: Şekle baktığında anlayabilir misin eksi olacağını?

Melisa: Bu tarafa baktığımızda anlarız (2. Bölgedeki doğruları göstererek).

Melisa: Az önce (2. Bölge) bu taraftaki doğruların eğimi eksi çıkmıştı.

Araştırmacı: Nasıl olsaydı pozitif olurdu bu şekil?

Melisa: Orijinden geçseydi. Sağ tarafta olsaydı.

Melisa: Ama bu taraftan geçtiği için -2 ((2. Bölge)).

Araştırmacı: Tamam. Bu doğrunun denklemi nedir o halde?

Melisa: m’yi -2 bulmuştum. y=-2x+3

Araştırmacı: Evet. Başka var mı sence aynı renge boyayacağın dallar? Ya da bunlarla aynı renk olabilecek dallar var mı?

Melisa: Evet bu doğruyla, bu doğru (y=-2x+2 ve y=-2x-3 yeşil dal doğrularını gösterir).

Araştırmacı: Neden?

Melisa: Çünkü y=-2x+3 doğrusuna benziyor. (Boyadığı yeşil dalları göstererek.)

Araştırmacı: Nasıl anladın?

Melisa: Çünkü ikisinde de üçgen çizdiğimizde 1' e 2 bu da 1' e 2 bu da 1' e 2 zaten eşit bunların ikisi, bu dallar. O yüzden aynı renge boyarız (yeşile boyar).

Araştırmacı: Gösterdiğin 1 ve 2 mesafeleri bize neyi gösterir?

Melisa: Eğimi.

Araştırmacı: Başka var mı?

Melisa: Bu doğru ile bu doğru (y=x+6 ve y=x doğrularını maviye boyar).

Araştırmacı: Niçin iki doğruyuda maviye boyadın?

Melisa: Çünkü bunların eğimleri +2 dir.

Araştırmacı: Nasıl anladın +2 olduğunu?

Melisa: Çünkü bu tarafa olan -2' ydi (Yeşil renge boyadığı y=-2x+3, y=-2x+6, y=-2x+2, y=-2x-3 doğrularını göstererek)

Melisa: Yönü farklı olduğu için +2.

Araştırmacı: Yönü farklı olduğu için artı dedin, peki 2 olduğunu nasıl anladın?

Melisa: Çünkü +2 değil (Tekrar mesafeleri sayarak).

Araştırmacı: Kaç?

Melisa: (İçinden değerleri sessizce mırıldanır).

Araştırmacı: Az önce 2 yi şekilden anlayabiliriz demiştin?

Melisa: Evet. Eğimi 2 olur.

(Öğrenci benzer çalışmayı diğer şekiller içinde yapar son olarak yatay dalları gösterir).

Melisa: Bu ikisi olabilir (Yatay dalları göstererek).

Araştırmacı: Onları da boyayalım. Hangi renk olabilir? Farklı bir renk mi, aynı renk mi?

Melisa: Kahverengi (Farklı renk kullanır).

Araştırmacı: Evet.

Melisa: Evet şimdi bunların eğimini bulacağız. Ama bunlar dikey olduğu için yani yatay olduğu için diğerleri dikeydi ama bunlar yatay o yüzden bunların eğimleri sıfır. Yani eğimleri yok.

Araştırmacı: Tamam

Melisa: (Sorunun b şıkkını okur).

Melisa: Evet şimdi bu doğruların eğimini bulacağız. İlk önce üçgen çiziyoruz.2’ye 1 üçgeni, y’ sine y=mx formülünü uygulayacağız. x’ imiz 2, y=1 olur (Denklemde yerine yazar). y=2m daha doğrusu m i bulmak için her tarafı 2 ye bölüyoruz. 2’ ler sadeleşti =m, yani bunun eğimi, şimdi bu doğrunun (bi üstteki doğru) eğimini bulalım. Yine orijinden geçtiği için y =mx, (3,3) noktası (denklemde yerine yazar) 3m olduğu için yine eğimi bulabilmek için her tarafı 3 e bölüyoruz. m=1yani bunun eğimi 1.

Araştırmacı: Peki denklemini kurmadan eğimi bulabilir misin?

Melisa: Grafikten anlayabiliriz

Araştırmacı: Evet nasıl anlarsın?

Melisa: Üçgen çizip de yapabiliyoruz.

Araştırmacı: Üçgen çizdiğin zaman nelere bakacaksın?

Melisa: x’ lere bakıyoruz ve y’ lere bakıyoruz.

Araştırmacı: Evet.

Melisa: Birbirini oranlıyoruz. Aslında bu doğruların x’ lerini ve y’ lerini bulduğumuzda da bunu yapabiliriz.

Araştırmacı: Evet

Melisa: Teker teker yazalım bunlara isim verelim A,B,C diye (doğrulara isim verdi büyük harf ile).

Melisa: A(1,3)noktası, B(3,3) noktası.

Araştırmacı: Peki hangi doğrunun eğimini bulacaksın?

Melisa: Bu doğrunun (y=3x denklemi olan doğruyu gösterir).

Melisa: İki nokta gelecek, orijinden geçen noktayı seçerim.

Araştırmacı: Evet.

Melisa: (0,0) noktası, diğeri (1,3), ((1,3) (0,0) arasında oklar çizerek) bu bir artmış (apsis), bu 3 artmış (ordinat) yani +1,+3.

Araştırmacı: Buraya da bir isim verelim (orijin için) D diyelim.

Melisa: A(1,3) D(0,0) evet burada 1 artmış burada 3 artmış 1 e 3 yani 1e 3 oranı üçgenin oranına benziyor.

Araştırmacı: Evet.

Melisa: Yani eğimin oranıyla artış oranı, iki nokta arasındaki oran birbirine eşit, birbirine oranlamalıyım.

Araştırmacı: Tamam

Melisa:1’e 3 bulmuştuk zaten bu oranı.

Araştırmacı: Tamam o zaman bunun eğimim nedir? (y=1/2x denklemi için).

Melisa: Bunun eğimi $\frac{1}{3}$ hayır eğimi $\frac{1}{2}$ ’ ydi.

Araştırmacı: Hangisinde?

Melisa: $\frac{1}{2}$ C doğrusunundu, bunun eğimi (y=1/3x denklemi için) $\frac{1}{3}$ tür.

Melisa: Üçgenin dik kenarı ile yatay kenarını oranladım.

Araştırmacı: Evet

Melisa: Yani tam tersi olacak (siler) $\frac{3}{1}$ yani 3 tam tersi olması gerekiyor. 3 yani bunun eğim oranı yani x’ in katsayısı. (y=3x doğrusu)

Melisa: Yapmadıklarımıza bakalım (yatay doğruyu gösterir). Ama bu yatay olduğu için zaten 0’ a 0. Bu da dikey olduğu için yine (0,0), eğimi 0.

Araştırmacı: Tamam, şimdi burada eğimi pozitif olanları bize aynı renkle gösterir misin?

Melisa: Evet (yeşil renk kalemini alarak) eğimi pozitif olan (y= 3x, y=x, y=1/2x doğrularını yeşil renge boyamaya başlar).

Araştırmacı: Geriye kalanlar nedir peki?

Melisa: Geriye kalanlar (0,0) yani eğimleri yok.

Araştırmacı: Eğimleri 0 olanları da aynı renk yapalım o zaman.

Melisa: (Mavi kalemini çıkarır ve x ve y eksenlerini boyar).

Araştırmacı: Doğrular ve eğimleri hakkında ne söyleyebilirsin?

Melisa: Bunun eğimi 3’dü, bunun 1’ di ve bunun eğimi $\frac{1}{2}$ ’ ydi (Parmağıyla göstererek).

Araştırmacı: Yani?

Melisa: (y=3x doğrusu için) bunun eğimi 3, (y=x doğrusu için) bunun eğimi 1, (y=1/2x doğrusu için) bunun eğimi $\frac{1}{2}$ ’ ydi; O halde eğimler arttıkça diklik oranıda artıyor, yani doğru dikleşiyor. Dik olanların eğimi 1 oluyor.

Melisa: Eksilere (4. Bölge pembe) baktığımızda (Eğim oranlarına dikkat ederek). Yine aynı şekilde (2.bölgeden bakar) eğimler arttıkça açılar büyüyor.

Araştırmacı: Nereye doğru?

Melisa: y doğrusuna doğru (180’den 90 dereceye doğru eliyle göstererek).

Araştırmacı: Peki 90’ dan 180’ e doğru (derece) giderken ne oluyor eğimler?

Melisa: Azalıyor.

Araştırmacı: Peki hangi dereceler arası pozitif, hangi dereceler arası negatif? Bunu genelleyebilir misin?

Melisa: 0 ve 90 derece arasındakiler artı, yani pozitif.

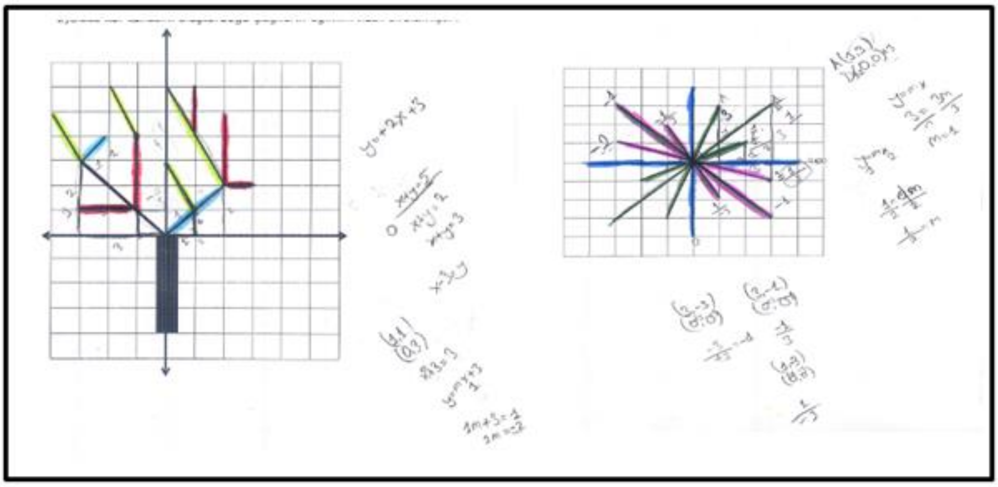
Araştırmacı: Evet?

Melisa: 90 ile 180 arasındakiler negatif, eğimler azalıyor.

Araştırmacı: Tamam şimdi nasıl genellersin son olarak.

Melisa: Şimdi eğimler 0' dan 90' a doğru gidince artıyor, sonra 90' dan 180' e doğru azalıyor, 0 la 90 arası pozitif, 180 le 90 arasında negatif, eğim 0 olduğunda da 0 oluyor.

Melisa'nın sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.28'de verilmektedir.



Şekil 4.28: Melisa'nın problem 7'ye ilişkin yanıtı.

Melisa şekillerde verilen modellerle doğrunun eğimini bulmak için geçmiş bilgilerini kullanarak her bir doğru parçasının denklemini yazmış denklemdeki m parametresine göre karşılaştırma yapmıştır, aynı zamanda iki nokta arasındaki dikey ve yatay uzunluğu oranlayarak geometrik olarak da eğimi yorumlamıştır Melisa eğim bağıntısını cebirsel ya da geometrik olarak oluşturduktan sonra ve eğimlerin büyüklüklerini yön ve değer açısından karşılaştırabilmiştir. Doğruların x ekseniyle yaptığı açının 0 dereceden 90 dereceye kadar arttığında eğimin artacağını ve pozitif olacağını 180 dereceden 90 dereceye doğru ise eğimin azalıp işaretinin negatif olacağını kullandığı bilgiler doğrultusunda oluşturmuştur. Ayrıca aynı doğrultuda, yönde ya da paralel durumda olan doğruların aynı eğime sahip olduğu belirtmiştir Bu süreçte Melisa sadece x ve y eksenlerine paralel doğruların eğimlerini karşılaştıramamıştır. Ancak problem çözme sürecinde tanıma kullanma ve oluşturma epistemik eylemleri pek çok kez gözlemlenmiştir.

Yedinci probleme yönelik üst başarı düzeyine sahip Mustafa ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Mustafa: Eğimlerine bakacağız.

Araştırmacı: Hıhı,

Mustafa: Eğimleri şu ile şu (y=x ile y =-x i gösterir).

Araştırmacı: Nasıl anladın?

Mustafa: Bunda yatay 1 dikey 1 gidiyor. Bunda da yatay 1 dikey 1 gidiyor.

Araştırmacı: Yani bunların aynı eğimli mi olduğunu düşünüyorsun?

Mustafa: Bence aynı eğimde. (Biraz duraksar.). Ya da şununla aynı olabilir. Eksilik (negatif yön) olabilir o yüzden bu ikisi (y=x ve y=x+6 doğrularını göstererek) y = x olabilir.

Araştırmacı: Yani negatif işaret nereden geliyor peki?

Mustafa: Yönden geliyor. Yani şöyle yaptığımızda (eliyle dar açı çizerek) artı oluyor. Şöyle yaptığımızda (eliyle geniş açı çizerek) eksi oluyor.

Araştırmacı: Biraz daha açıklar mısın?

Mustafa: Bu y =x, bu y=-x pozitif olanların x eksenine daha yakın.

Araştırmacı: Peki (y=x ve y=-x doğrularının) eğimlerinin ne olduğunu düşünüyorsun?

Mustafa: Pozitif?

Araştırmacı: Peki kaçtır değeri?

Mustafa: y=x

Araştırmacı: Peki y=x ise bunun eğimi nedir sence?

Mustafa: Eğimi…

Mustafa: Eğim için yöne bakarım birde ne kadar gittiğine bakarım, denkleme bakarak da söyleyebilirim, y ve x’ e bakarız.

Araştırmacı: Yani eğimi nasıl buluyormuşsun öyle ise?

Mustafa: y’ yi x’e bölüyorum. Yatay 1, dikey 1, yani eğim 1.

Araştırmacı: Doğru grafiği verildiği zaman eğimi bulmak için ne yapman gerektiğini söylüyorsun?

Mustafa: y’ yi x’ e bölmemiz gerekiyor. Denklem verirse x’ in katsayısı önemli olur.

Araştırmacı: Tamam (y=x ve y=x+6 doğrularını) başka aynı renge boyayabileceğin ya da farklı renge boyayabileceğin doğru kaldı mı?

Mustafa: Şurası ile şurası. (Denklemleri ile verilen doğruları gösterir).

Araştırmacı: Nasıl anladın?

Mustafa: Hepsinde 1 yatay 2 dikey (Kahverengi ile boyar)

Araştırmacı: Peki bu kahverengi ile boyadığın doğruların eğimleri nedir sence?

Mustafa: -x olur. Yönü eksi olur. Değeri 1 e 2. Yani 2y=-x olur.

Araştırmacı: Eğimleri nedir peki?

Mustafa: Eğimi 2’ yi 1’ e böldüğümüzde -1/2 çarpı x, x olmaz -1/2 olur.

Araştırmacı: -1/2… Eksi olmasının sebebi.

Mustafa: Yönünün ters taraf olması.

Mustafa: y’ yi x’ e oranlamışım (Tekrar soruya dönerek). Yanlış oldu 2/1 işareti eksi yani -2.

Araştırmacı: Başka eğimi aynı olanlar var mı?

Mustafa: Şunlar var, şu var, şu var (y=2 ve y=1 doğrularını siyah ile boyar).

Araştırmacı: Dikey ve yatay mesafeleri nasıl bulabilirsin?

Mustafa: Dikey 1, yatay 1 oluyorlar.

(Mor ile boyalı olanlarda iki nokta seçer (x=2 doğrusu için (2,5) ve (2,2) noktalarını seçer).

Mustafa: Yatay ve dikey mesafeyi oranlarsak 3 e 0, y yukarıda olacak, yani 3/0 olacak

Araştırmacı: Yani eğimi?

Mustafa: 3’ ü 0’ a böl =1

Araştırmacı: 3’ ü 0’a bölünce 1 mi oluyor?

Mustafa: Hayır 0. Yanlış yaptım eğimi yok. Mor ile boyanan doğruların eğimi yok.

Araştırmacı: Kahverengi ile boyananları karşılaştırır mısın?

Mustafa: -2, yeşillerde 1, siyahta yok.

Araştırmacı: Siyahta olmadığını nasıl anladın?

Mustafa: Aynı eğim olmadığı için bunun gibi yaptım, 2’ ye 0 oluyor, 0/2 oluyor. 0/2 =0 dır. Eğim sıfırdır.

Mustafa: (Sorunun b şıkkını okur)

Mustafa: Bizden eğimlerin nasıl sıralandığını istiyor.

Mustafa: Şöyle yaptığımızda hocam orijinden geçen şu dördü eşit. (y=x ve y=-x i gösterir, alt ve üst kısımlarını farklı doğru olarak görür).

Araştırmacı: Orada kaç tane doğru var sence?

Mustafa: Böyle yaptığımızda 1, şöyle yaptığımızda 2 (alt ve üstü aynı olduğunu görür).

Araştırmacı: İki tane doğru var ve ikisinin de eşit olduğunu düşünüyorsun. İsim verir misin peki bu doğrulara?

Mustafa: a,b,c,d,

Araştırmacı: Dört tane mi doğru var.

Mustafa: AC, BD

Araştırmacı: Başka doğru yok mu peki orada?

Mustafa: Başka şuralarda var, EF, GH, bunlar var. Biraz da ufaklar var, KL, MN, OÖ, PR, hepsi bitti. (Doğrulara isim verirken iki nokta seçerek isimlendirdi).

Mustafa: Bu böyle gittiği için x=1, y=1 (DB doğrusu için) Burayı hep y/x yapıyorduk. 1 e 1, burası 1, hangisini alta yazıyorduk, burada y=3, x=1 (KL doğrusu için) y' yi hep yukarı yazıyoruz 3/1, (işlemler yaparak) DB doğrusunun eğimi 1, o zaman AC doğrusunun eğimi -1 olur.

Araştırmacı: Sonra

Mustafa: Sonra şöyle bir tane var. (EF doğrusunu gösterir).

Mustafa: EF doğrusuna şuradan baksak (1,0), x=1, y=0 (bir nokta seçer).

Mustafa: 0/1 =0 Eğimi sıfır. Bununda eğimi sıfır, sonra şuraya baksak (PR doğrusu gösterir)

Mustafa: Önce HG doğrusuna bakalım. Burası sıfır olduğu için az çok buda benzer. Buda sıfır olur. (EF doğrusuna benzetir.)

Mustafa: Sonra KL var. KL nin Y si =3 X i =1 , 3/1 =3 KL =3 , 3 değil hayır, (Kafası karışır), sonra MN var. Dikeyde 2, yatayda 1, 2/1 =2, sonra PR var. Dikeyde 1, yatayda 3 gitmiş, 1/3, sonra OÖ var. Dikeyde 1, yatayda 2 gitmiş 1/2.

Araştırmacı: Tamam bir kontrol et bakalım.

Mustafa: (Kontrol eder.)

Araştırmacı: Eğimleri eşit yazdıklarını görüyorum. Sende görüyor musun? Mesela OÖ ile MN nin eğimlerini 1/2 dedin.

Mustafa: (Şekle bakar) biraz daha eksilikler olması gerekiyor. Mesela şuraya baktığımızda (PR doğrusunu gösterir)

Mustafa: Yatayda -3 olması gerekir, dikeyde 1. -1/3 olması gerekir. Şu da 2/-1 = -2 olması lazım. (MN doğrusu için)

Araştırmacı: Şimdi sıralama yaptığın zaman nasıl gidiyor eğimler.

Mustafa: Eğimler şöyle gittiği zaman küçülüyor. (90 dereceden 0 dereye doğru gösterir.)

Mustafa: Saat yönünde gittiğinde küçülür.

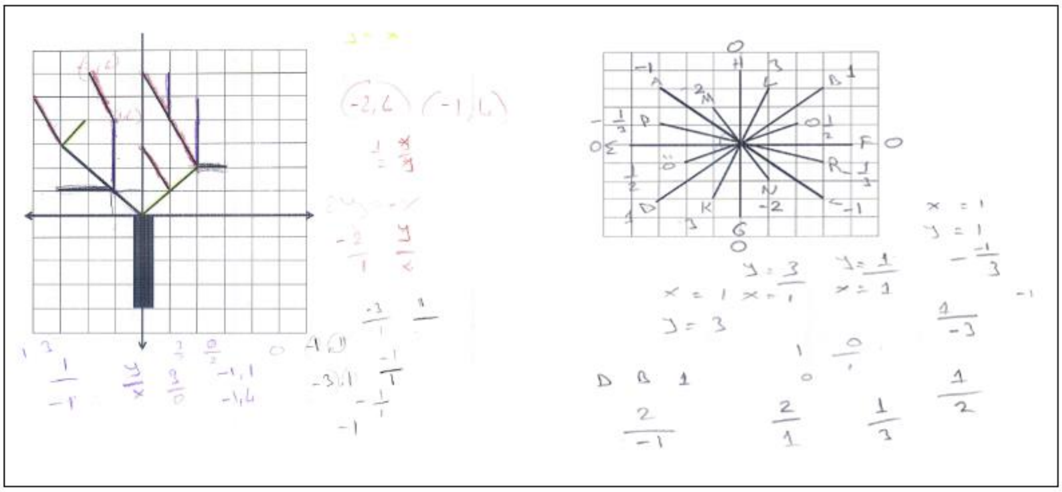
Araştırmacı: Nerede?

Mustafa: Birinci bölgede saat yönüne doğru gittiğimizde, eğimler küçülüyor.

Araştırmacı: Sonra ikinci bölge için?

Mustafa: İkinci bölgede saat yönünde gittiğimizde, eğimler küçülüyor (180 den 90 dereceye).

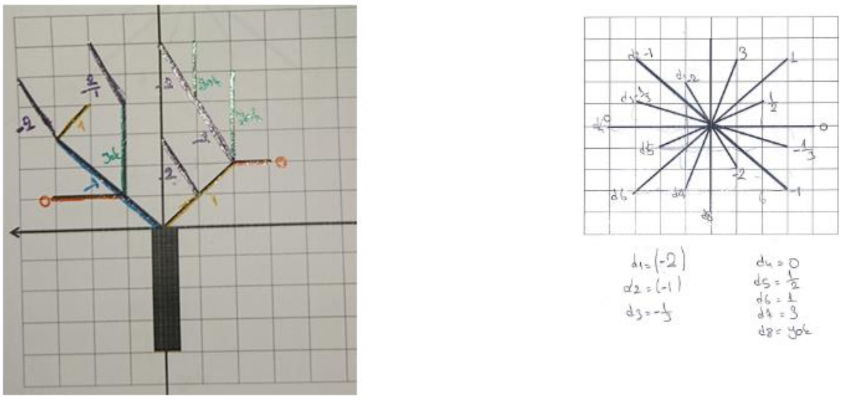
Mustafa'nın sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.29'da verilmektedir.



Şekil 4.29: Mustafa'nın problem 7'ye ilişkin yanıtı.

Mustafa şekillerde verilen modellerle doğrunun eğimini bulmak için geçmiş bilgilerini kullanarak her bir doğru parçasının denklemini yazmış denklemdeki m parametresine göre karşılaştırma yapmıştır, aynı zamanda iki nokta arasındaki dikey ve yatay uzunluğu oranlayarak geometrik olarak da eğimi yorumlamıştır. Mustafa eğim bağıntısını cebirsel ve geometrik olarak oluşturduktan sonra ve eğimlerin büyüklüklerini yön ve değer açısından karşılaştırabilmiştir. Eğimin alacağı pozitif veya negatif işaret hakkında doğruların x ekseniyle yaptığı açıyı eliyle göstererek doğru bir şekilde yorumlamış ancak derece olarak ifade etmekten çekinmiştir. Bunun yerine saat yönü olarak ifade etmiş ancak birinci ve ikinci bölge için eğimin artış azalış yaptığı durumları, yön farkını, net bir şekilde ifade edememiştir. Buna rağmen sorularda eğimlerin yönlerini doğru bir şekilde yazarak hesaplamıştır. Ayrıca aynı doğrultuda, yönde ya da paralel durumda olan doğruların aynı eğime sahip olduğu fark etmiş ancak Melisa gibi yatay ve dikey doğruların eğimlerini karşılaştıramamış her ikisine de 0 demiştir. Ancak problem çözme sürecinde tanıma kullanma ve oluşturma epistemik eylemleri pek çok kez gözlemlenmiştir.

Benzer şekilde üst başarı düzeyinde yeralan Zeynep'in sorunun çözümüne yönelik çizim Şekil 4.30'da verilmiştir.



Şekil 4.30: Zeynep'in problem 7'ye ilişkin yanıtı.

Zeynep şekillerde verilen modellerle doğrunun eğimini bulmak için geçmiş bilgilerini kullanarak iki nokta arasındaki dikey ve yatay uzunluğu oranlayarak geometrik olarak eğimi yorumlamıştır. Aynı zamanda eğimi bağıntısını cebirsel ve geometrik olarak oluşturmuş ve sonra ve eğimlerin büyüklüklerini yön ve değer açısından karşılaştırabilmiştir. Eğimin alacağı pozitif veya negatif işaret hakkında doğruların x ekseniyle yaptığı açıyı eliyle göstererek doğru bir şekilde yorumlamış sorularda eğimlerin yönlerini doğru bir şekilde yazmıştır. Ancak eğimin hangi durumlarda büyüyüp hangi durumlarda küçüleceğini ifade ederken koordinat sistemi özelliklerinden bölge isimleri ve dereceler ile ilgili geçmiş bilgileri tanıyamadığı için genellemeyi doğru bir şekilde yapamamıştır Ayrıca aynı doğrultuda, yönde ya da paralel durumda olan doğruların aynı eğime sahip olduğu fark etmiştir. Diğer üst düzey başarı grubundaki arkadaşlarından farklı olarak yatay ve dikey doğruların eğimlerini karşılaştırabilmiştir. Yatay doğrunun eğiminin olmadığını, dikey doğrunun eğiminin 0 olacağını gerekli bilgileri kullanarak oluşturmuştur. Problem çözme sürecinde tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemleri pek çok kez gözlemlenmiştir.

Yedinci probleme yönelik orta başarı düzeyinde yer alan Çiğdem ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Çiğdem: Anladım. Aynı eğimli olanları aynı renge boyayacağız. ((0,0), (-3,0), (3,-3) noktalarından geçen bir dik üçgen çizer ve hipotenüsü kırmızıya boyar).

Çiğdem: 3 e 3 oluyor. (Dik kenarlarının uzunluğu 1' e 2 birimlik üçgenler çizerek yeşil kalemiyle boyar). (2 ye 2 lik üçgen çizerek kırmızıya boyar.)

Çiğdem: Yeter mi hocam.

Araştırmacı: Nasıl yaptın açıklar mısın?

Çiğdem: Üçgen çizdim hocam, tabanı 1' di yüksekliği 2, bunun da tabanı 1 yüksekliği 2 olduğu için eğimleri aynı o yüzden yeşile boyadım.

Araştırmacı: Peki başka var mı?

Çiğdem: 3 e 3 lük ve 2 ye 2 dallar olabilir. Şu dalla bu dal (Kırmızı dalları göstererek).

Araştırmacı: Nasıl anladın?

Çiğdem: Bu 3 e 3, yani tabanı 3 yüksekliği 3, Bununda tabanı 2 yüksekliği 2 yani aralarında aynı ilişki var. Yani ikisi de 3 e 3, 2 ye 2 aynı.

Araştırmacı: Peki başka var mı?

Çiğdem: Başka yok.

Çiğdem: (Sorunun b seçeneğini okur).

Çiğdem: Denklemi –x+2 olur.

Araştırmacı: Nasıl anladın?

Çiğdem: (Doğru parçalarının eğimlerini bulması gerekirken doğru parçası üzerinde belirlediği iki noktayı referans kabul ederek bir dik üçgen oluşturur).

Çiğdem: Burası eksidir (yön gösterir), burası x i veriyor (tabanı gösterir), yüksekliği y' yi veriyor, denklemde de birde okun bu tarafında olduğu için (y ekseninin sol tarafını gösterir.) -1 oluyor, -1'e … -x' e +2

Araştırmacı: Aralarında ki ilişki nedir yani +2 demenin sebebi neydi?

Çiğdem: 2 fazlası, y, x' in 2 fazlası.

Çiğdem: x=1 olduğunda y=2 olduğunda, x; y nin 2 fazlası, yok iki katı. Bir dakika… x=1 oluyor. Ama denklem dediği için –x+2 oluyor. Bir dakika… o zaman -2x sadece.

Çiğdem: Aralarında ki ilişki +2 yani denklem -2x+2

Araştırmacı: Tamam anladın mı?

Çiğdem: Evet.

Araştırmacı: Peki kırmızı ile işaretlediğin doğru hakkında düşüncen nedir?

Çiğdem: 3’ e 3 olduğu için x=y (y=x denklemi için).

Araştırmacı: Nasıl karar verdin? Açıklar mısın?

Çiğdem: Tabanı 3 yüksekliği de 3 yani x, 3 iken y de 3 oluyor. (Köşeleri (0,0), (-3,0) ve (-3,3) noktaları olan dik üçgen çizer ve yorumlar).

Araştırmacı: Evet daha sonra?

Çiğdem: O yüzden bunlar eşit.

Araştırmacı: Peki sorumuza geçelim, sorumuzda ne diyordu bize?

Çiğdem: (Soruyu tekrar okur) Yeşil ile boyadığım (y=x denklemi olan doğru) eğimi buldum. (Denklemi y=-x olan doğru için) şimdi yeşile boyadığım diğer doğrunun eğimi bulunacak.

Çiğdem: Onun da -x+2 deriz.

Araştırmacı: Peki diğer kırmızıya boyadığın y=x denklemi olan doğru?

Çiğdem: Onun 2 ye 2 ayy.. Ne yaptım, bunun da x=y

Çiğdem: Kırmızıya boyadıklarımın denklemi aynı eğime sahipler. (y=3x ve y=-1/3x doğrusu için)

Araştırmacı: Problemde yapılması istenen neydi?

Çiğdem: Eğimlerini karşılaştıracağız.

Araştırmacı: Evet.

Çiğdem: Bu 3’ e 3, bu 1’ e 3 (denklemi y=3x ve y=-1/3x olan doğruları yorumlar)

Çiğdem: 2 ye 2, 3 e 3 de burası. (denklemi y=x,y=-x ve bu doğrular üzerinde kesişerek üçgen oluşturan y=3 ve x=-2 doğrularını çizerek yeşile boyar ve karşılaştırır.)

Çiğdem: Üçgen çizerek tabanı 2, yüksekliği oluyordu bu eğimde.

Çiğdem: Yoo tabanı burası, yüksekliği burası. (Taban ve yüksekliği yanlış tespit etmiştir. Mavi ve kırmızıya boyadığı diğer üçgenlerin taban ve yüksekliklerine ilişkin çeşitli hatalı yorumlar yapmaya devam eder).

Çiğdem: Şimdi siyah olanları inceleriz.

Araştırmacı: Tamam incele bakalım.

Çiğdem: Onlar olmuyor…. Oluyor mu? (x ve y eksenleri için)

Araştırmacı: Eğimleri hakkında ne söyleyebilirsin?

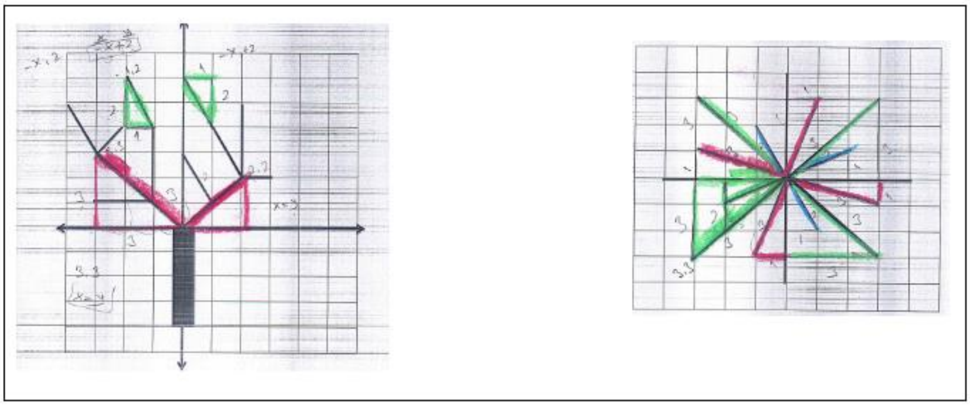
Çiğdem: Eğimleri yok?

Araştırmacı: Nasıl anadın?

Çiğdem: Çünkü üçgen çizemediğim için olmuyor.

Araştırmacı: Tamam.

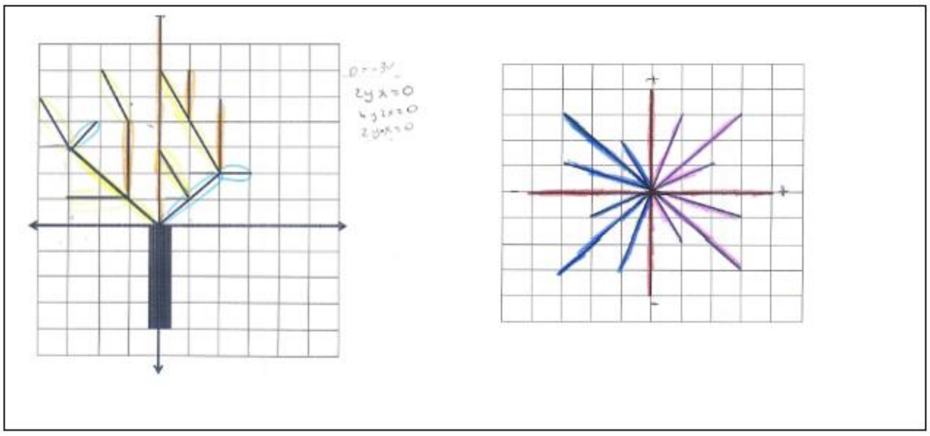
Çiğdem'in 7.sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.31'de verilmektedir.



Şekil 4.31: Çiğdem'in problem 7'ye ilişkin yanıtı.

Çiğdem şekillerde verilen modellerle doğrunun eğimini açıklamak için geçmiş bilgilerini kullanmaya çalışmış ancak hatalar yapmıştır. Doğru parçasının eğim bağıntısını cebirsel olarak ifade edememiştir. İki nokta arasındaki yatay ve dikey mesafeye bakarak oranlama yapmış eğimi geometrik olarak oluşturmak istemiş ancak çoğu defa dikey mesafeyi yatay mesafeye oranlamak yerine üçgen oluşturarak hipotenüs uzunluğunu diğer kenarlara oranlamıştır ve hatalı cevaplar vermiştir. Eğimlerin büyüklüklerini yön ve değer açısından karşılaştıramamıştır. Çiğdem aynı doğrultuda olan doğruların aynı eğime sahip olacağını düşünmüştür. Ancak üçgen oluşturamadığı için yatay ve dikey doğruların eğimlerinin olmayacağını ifade etmiştir. Eğimi oluşturduğu üçgenlerle ilişkilendirmiştir. Çiğdem problemle ilgili bazı bilgileri tanıyarak kullanmış ancak oluşturma eylemini bu süreçte gerçekleştirememiştir.

Ayşe'nin sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.32'de verilmektedir.



Şekil 4.32: Ayşe'nin problem 7'ye ilişkin yanıtı.

Orta başarı seviyesinde yer alan Ayşe'de Çiğdem ile benzer şekilde epistemik eylemler sergilemiştir. Ayşe şekillerde verilen modellerle doğrunun eğimini gerekli bilgilerini kullanarak açıklamaya çalışmıştır. Soruyu sık sık okumuş anlamaya çalışmıştır. Her bir doğru parçasının eğimini yön olarak değerlendirmiş eliyle sağ yöne yatık olanları göstererek pozitif olacağını söylemiş ve ağacın dallarını maviye boyamış sola yatık olan dalların eğiminin negatif olacağını belirterek sarıya boyamıştır. Ancak dikey ve yatay konumdaki dalların sonsuza gittiğini belirtmiş eğimlerinin olmayacağını söylemiştir. Eğimi üçgen oluşturarak bulabileceğini söylemiş ancak bu bağıntıyı kuramamıştır. Çünkü Ayşe doğru denklemini de doğru bir şekilde kuramamıştır. Dolayısıyla Ayşe eğim bağıntısını cebirsel ya da geometrik olarak yorumlayamamış ve oluşturamamıştır. Ağaç temalı modelin dalların oluşturan doğru parçalarının eğimlerin büyüklüklerini değer olarak olmasa da yön olarak kısmen karşılaştırabilmiştir. Ancak kar tanesini oluşturan doğru parçalarını bir bütün olarak almadığı için yanılgıya düşerek yön olarak karşılaştırma konusunda da başarısız olmuştur. Epistemik eylemleri gözlenmiştir.

Yedinci probleme yönelik alt başarı düzeyinde yeralan Ayşegül ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Ayşegül: İlk baş hangi dalları aynı renge boyamıştır diyor hocam.

Araştırmacı: Hepsini aynı renk mi boyamayı düşünüyorsun?

Ayşegül: Hayır hocam farklı olacakmış.

Araştırmacı: Hangileri farklı olacakmış?

Ayşegül: Farklı olanlar renkli olacak.

Araştırmacı: Tamam.

Ayşegül: (Koordiat sistemi üzerinde birinci bölgede yer alan y=2, x=2, y=-2x+6 doğrularını maviye, ikinci bölgedeki y=-2x-3 ve y=x+6 doğrularını turuncuya boyar).

Araştırmacı: Tamam neden bir kısmını mavi bir kısmını turuncu boyadın?

Ayşegül: Hocam bunlar daha dağınık birbirinden ayrı duruyorlar mesela bu çizgi tamamen birleşik (Siyah ve turuncu boyadığı y=-x ve y=-2x-3 doğrularını göstererek)

Araştırmacı: Hıhı boyamadıkların için ne düşünüyorsun?

Ayşegül: Onlar birleşik hocam şu mesela birleşik (y=-x ve y=-2x-3 olan doğruyu göstererek).

Ayşegül: Bitti diğer soruya geçelim.

Ayşegül: (Sorunun c şıkkını okur)

Araştırmacı: Eğimlerini sıralayacağız.

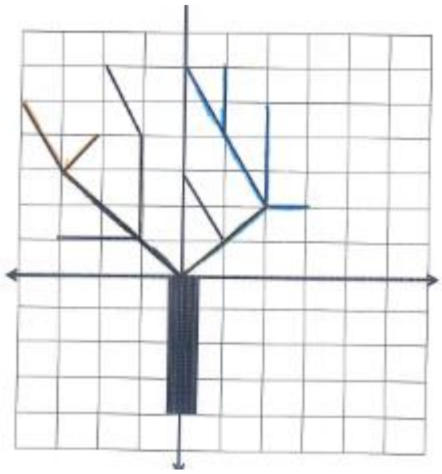
Araştırmacı: Nasıl yaparız?

Ayşegül: Ee birbirlerine yakın şekilde hocam birisi uzun birisi kısa hocam bir uzun bir bir uzun bir kısa.

Araştırmacı: Bu şekilde mi?

Ayşegül: Evet hocam sıralama böyle kısa (parmaklarıyla kar tanesini oluşturan doğru parçalarının uzunluklarını karşılaştırır).

Ayşegül'ün 7. sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.33'de verilmektedir.



Şekil 4.33: Ayşegül'ün problem 7'ye ilişkin yanıtı.

Ayşegül 7a.problemin çözümüne yönelik aynı eğime sahip dalları birbirlerine yakınlık uzaklık ve dağınık bulunma durumlarına göre aynı renge boyamıştır. 7b'deki kar tanesi temalı modelin içindeki doğru parçalarının eğimlerini yönlerine ve değerlerine göre sıralaması gerekirken; sıralamayı modeli oluşturan doğru parçalarının uzunluklarını dikkate alarak yapmıştır. Ayşegül problemin çözümüne ulaşamamıştır. Tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemlerini gerçekleştirememiştir.

4.1.8 Sekizinci Probleme İlişkin Bulguların Değerlendirilmesi

Sekizinci problemde öğrencilerden geçmiş bilgilerini tanıyıp kullanarak iki noktadan geçen doğrunun eğimini koordinat sisteminde çizmesi ayrıca iki noktadan geçen doğrunun eğim bağıntısını cebirsel olarak oluşturmaları ve bu bağıntıyı formüle ederek pekiştirmesi beklenmektedir. Pekiştirme yeni yapının güçlendirilmesinin sağlandığı aşamadır (Dreyfus vd., 2001a; Hershkowitz vd., 2001). *Y*eni oluşturulmuş matematiksel bir bilginin pekiştirilmesi daha sonraki aktivitelerde bu matematiksel yapının daha kolay tanınmasını ve kullanmasını sağlamaktadır. (Monaghan ve Özmantar, 2006). Bu problemde tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemlerinin gözlemlenmesi amaçlanmaktadır.

Sekizinci probleme yönelik üst başarı düzeyinde yer alan Melisa ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Melisa: Bir grafik çizeceğiz ve bu noktaları bulacağız (Koordinat sistemi çizer ve verilen (8,0), (0,-3) noktalarını koordinat düzleminde doğru olarak gösterir. Ardından verilen noktlardan geçen doğruyu çizer).

Melisa: x' i 8, y' si 3 (Doğrunun eksenleri kestiği parçaları inceleyerek (0,0) ile (8,0) noktaları arasındaki mesafeyi "8", (0,0) ile (0,-3) noktaları arasındaki mesafeyi "3" olarak belirtir).

Araştırmacı: Denklemi bulabilir misin?

Melisa: Denklem y=mx+n gibi olacak.

Araştırmacı: Tamam.

Melisa: x'e 8 i yazalım 8m+n, y' ye 3 ü yazalım.

Araştırmacı: Peki 8 ve 3' ü hangi noktaları için kabul ettin.

Melisa: (8,0) ve(0,3) noktası.

Araştırmacı: Hangisini tercih edeceksin peki?

Melisa: ikisini tercih ettim burada (Emin olmayarak yanlış yaptığını fark ederek ve çözüme yeniden başlar).

Melisa: Eğimi bulmam gerek önce, y' yi x' e oranlamamız gerekiyordu.

Melisa: O yüzden.

Melisa: Yön olarak işaret artı çünkü küçük 90' dan küçük bir açı.

Melisa: Bu da bu tarafa doğru olduğu için artı.

Melisa: (Sorunun b seçeneğini okur). Orijinden geçtiği için (koordinat sistemini çizmeye başlar ilk y eksenini çizer).

Araştırmacı: Neler biliyorsun bu soruda?

Melisa: Ee orijinden geçtiğini biliyorum.

Araştırmacı: Evet, yani?

Melisa: Yani y=mx olduğunu biliyorum.

Araştırmacı: Kaç tane nokta biliyorsun?

Melisa: 2 tane;(-3,5) noktası ve (0,0) noktası. Bu x, -3 artmış, 5 artmış o yüzden y yi x e oranladığımız için 5' e, -3, yani eğim $\frac{5}{-3}$

Araştırmacı: Peki denklemden gitseydin, bir de denklemi yazmak istiyordun.

Melisa: Evet.

Araştırmacı: Oradan gitseydin aynı sonucu bulabilir miydin?

Melisa: Bulurum (y=mx olacaktı. x=-3, y=5 için m yi bulmsk için her tarafı -3' e böleriz.

Araştırmacı: Evet.

Melisa: m= $\frac{-5}{3}$ yine aynı sonucu buluruz.

Araştırmacı: Peki sana bir arkadaşın eğim sorusu çözmeye çalıştığında ona öneri olarak ne diyebilirsin?

Melisa: Orjinden geçiyorsa y=mx formülünü uygula derim.

Araştırmacı: Tamam nasıl uygulasın?

Melisa: x ve y'ye baksın x ve y'yi yazsın

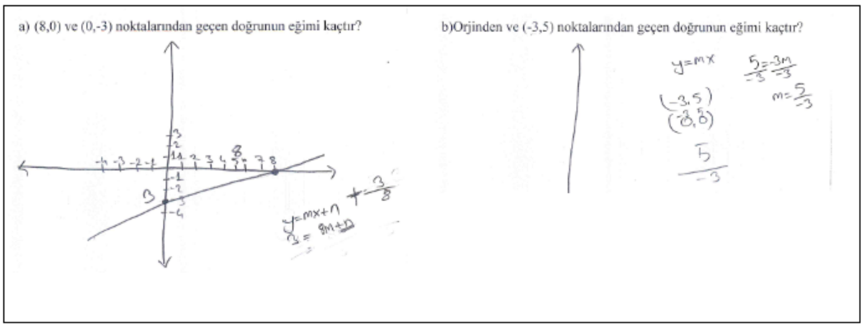
Araştırmacı: Tamam.

Melisa: m'yi de yazsın ve m' yi bulmak için x ve y sini yazsın, y' i yalnız bıraksın katsayısına bölsün ve eğimi bulsun, x' in katsayısını veriyor eğim.

Araştırmacı: Peki grafik varsa?

Melisa: Grafik varsa da üçgen çizmesini öneririm, çünkü üçgen çizdiğimizde y' nin x' e oranına bakıyoruz, y' nin x' e oranı neyse eğimi de o oluyor.

Melisa'nın sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.34'de verilmektedir.



Şekil 4.34: Melisa'nın problem 8'e ilişkin yanıtı.

Sekizinci probleme yönelik üst başarı düzeyine sahip Zeynep ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

(Sorunun a seçeneğini okur).

Zeynep: İki nokta vermiş, biz bunlardan geçen doğrunun eğimini bulacağız.

Zeynep: Koordinat sistemi çizebiliyor muyuz?

Araştırmacı: Çizebilirsin.

Zeynep: (Grafikte gösterir) bunların eğimi 3/8, işareti artı olmalı.

Araştırmacı: Nasıl anladın?

Zeynep: Çünkü bu tarafa gidiyor (Eli ile pozitif yönlü dar açıyı gösterir).

Araştırmacı: İki nokta verdiği zaman bunların arasındaki eğimi bulmak için grafik çizmeyi tercih ettin. Grafik çizme şansın olmasaydı başka nasıl yapardın?

Zeynep: Nasıl yapabilirdim?

Araştırmacı: Hıhı.

Zeynep: Bunun x' ini alırdım ((8,0) noktasının apsisini gösterir), bunu y'sini alırdım ((0,-3) noktasının ordinatını gösterir). Yani bunun y'sini x' ine bölerdim.

Araştırmacı: Peki farklı bir nokta verseydi mesela (3,5) olsun diğer nokta da (7,9) olsun eğimi nasıl bulabilirsin?

Zeynep: 9 dan 5' i çıkarırdım, 7' den de 3' ü.

Araştırmacı: Niye çıkarma gereği duyuyorsun?

Zeynep: Çünkü arasındaki mesafeye bakıyoruz.

Araştırmacı: Hıhı, sonra?

Zeynep: Sonra oran bulurdum.

Araştırmacı: Yapabilir misin bize bunu?

Zeynep: 9-5=4, 7-3=4

Zeynep: Bunu buna oranlarsak, 4 bölü 4 oluyor yani 1.

Araştırmacı: Peki bir doğrunun eğimini nasıl bulabilirsin, bir tanımlama yapsan ne dersin?

Zeynep: (a,b) ile (c,d) noktalar olsa doğrudaki.

Araştırmacı: Hıhı.

Zeynep: Nasıl bulurum, yani bundan bunu çıkartacağız, aradaki farkı bulacağız sonra bundan bunu çıkartıp aradaki farkı bulacağız.

Araştırmacı: Yazabilir misin bize bu söylediklerini?

Zeynep: (b-d)/(a/c) hep böyle olur çünkü orana bakacağız.

Zeynep: (Sorunun b seçeneğini okur). Yani (0,0) ve (-3,5) noktalarından geçen eğimi soruyor bunun gibi yapabiliriz yani 0 dan 5 çıkarırsak 5 kalır (düşünür).

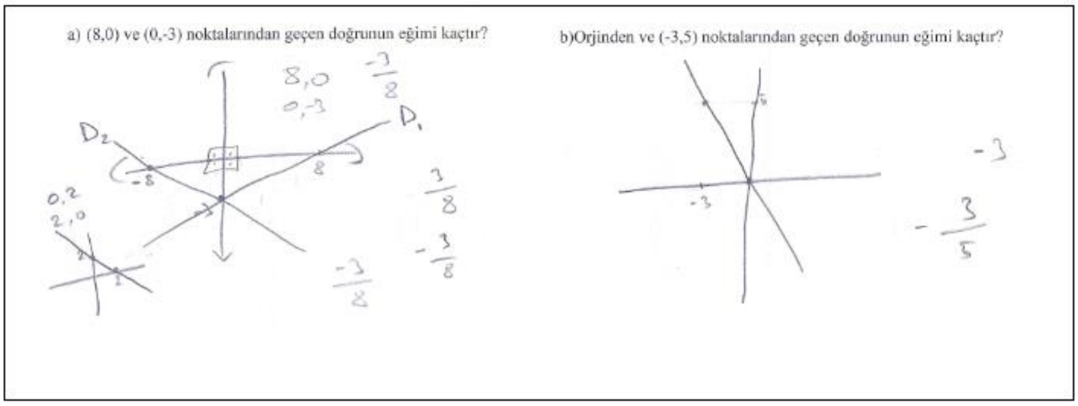
Araştırmacı: Yaz istersen.

Zeynep: (0-5/0-(-3) yazar). Yani 0 dan -3 çıkartacağız +3 olur; 0 dan 5 çıkartacağız.

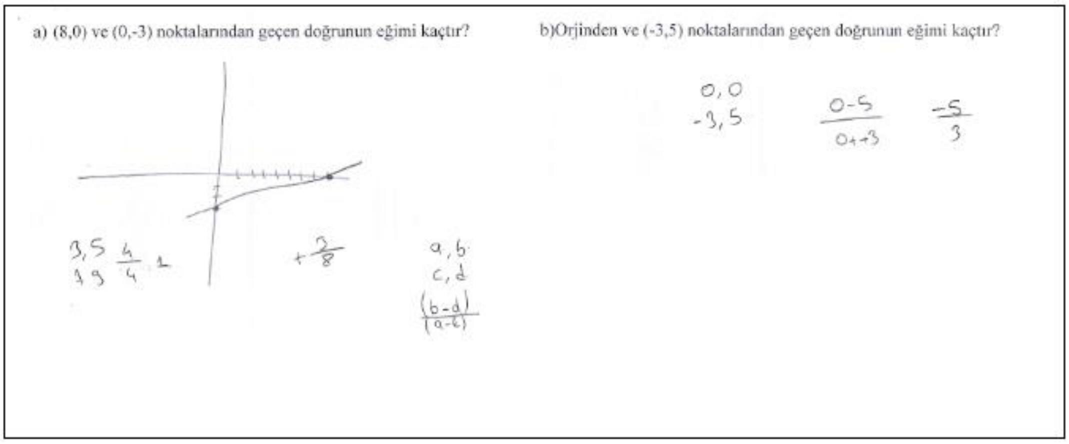
Araştırmacı: Nedir eğim?

Zeynep: -5/3

Üst başarı grubunda yer alan Zeynep ve Mustafa'nın problemin çözümüne ilişkin yanıtı Şekil 4.35 ve Şekil 4.36'da verilmektedir.



Şekil 4.35: Mustafa'nın problem 8'e ilişkin yanıtı.



Şekil 4.36: Zeynep'in problem 8'e ilişkin yanıtı.

Üst başarı grubundaki öğrencilerin 8. Probleme ilişkin yanıtları Şekil 45, Şekil 4.35 ve Şekil 4.36'da bakıldığında üç öğrencinin de çözümünde geçmiş bilgilerini tanıyıp kullanarak iki noktadan geçen doğrunun eğimini buldukları görülmüştür. Öğrenciler noktaları koordinat sisteminde çizip yatay dikey mesafe oranıyla geometrik olarak eğim bağıntısını oluşturabilmiştir. Aynı zamanda apsis ve ordinatlar arasındaki mesafeye dikkat ederek cebirsel olarak eğimi yorumlayabilmişlerdir. Melisa ve Mustafa iki noktadan geçen doğrunun eğim bağıntısını cebirsel olarak oluşturmuş ancak bir genelleme yapamamışlardır. Zeynep ise hem geometrik olarak eğim bağıntısını oluşturmuş hem de (a,b),(c,d) sıralı ikilisinden geçen doğrunun eğim bağıntısını "(b-d)/(a/c)" şeklinde formüle ederek oluşturduğu bilgileri genellemiştir. 8. Problemin çözümüne üç öğrencide ulaşmıştır. Melisa ve Mustafa tanıma, kullanma ve oluşturma aşamasını bu süreçte gerçekleştirmiştir. Zeynep ise bu eylemlerin bir üst basamağına geçerek oluşturduğu bilgileri güçlendirecek genel bir formül yazmış; pekiştirme eylemini de gerçekleştirmiştir.

Sekizinci probleme yönelik orta başarı düzeyinde yer alan Çiğdem ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Çiğdem: (Koordinat sistemi çizer.)

Çiğdem: (8,0) yani burası (x ekseninde 8' i işaretler ancak ilk soruda yaptığı gibi (8,0) noktası olarak orijini işaretler).

Çiğdem: (0,-3) burası. ((0,-3) noktasını koordinat sisteminde doğru olarak işaretler). Burada ki eğimi soruyor. Şöyle bir üçgen oluşturalım. ((0,0), (8,0) ve (0,-3) den geçen dik üçgen çizer).

Çiğdem: -3 e 5 (Hipotenüs üzerine "5" yazar).

Araştırmacı: 5 i nasıl buldun?

Çiğdem: Burası -3 oluyor, burası 8 oluyor, arasında ki fark 5. ((0,0) ile (0,-3) arasındaki mesafeye -3 yazar, (0,0) ve (8,0) arasındaki mesafeye 8 yazar).

Çiğdem: Eğim 5 olur.

Araştırmacı: Peki bu iki noktayı bana gösterebilir misin? (8,0) ve (0,-3) noktalarını yazabilir misin?

Çiğdem: (8,0). (Noktayı tekrar orijinde gösterir).

Araştırmacı: Yani bizden istediği doğru neresi?

Çiğdem: 5' i bulduğum yer. ((8,0) ve (0,-3) noktaları arasında çizdiği doğru parçasını gösterir).

Araştırmacı: Orası istediğimiz doğrunun eğimi mi?

Çiğdem: İki noktadan geçen -3 var, (0,-3) den geçti, eğim -3 olur.

Çiğdem: (Sorunun b seçeneğini okur), (Koordinat sistemi çizer).

Çiğdem: Orijinden burası ((0,0) noktasını işaretler) ve -3 e 5 noktasından geçen doğruların eğimi nedir? Bu iki noktadan geçen eğimi soruyor.

Araştırmacı: Hıhı

Çiğdem: -3 buldum.

Araştırmacı: Nasıl anladın?

Çiğdem: -3 e 5 noktasını çizdim,((-3,5) noktasını işaretler).

Araştırmacı: Hıhı

Çiğdem: Tabanı 5 oluyor, eğimi de -3 oluyor. ((0,0) ile (-3,5) noktalarını birleştiren doğru parçasını çizer. Daha sonra (0,0), (-3,5) ve (-3,0) noktalarını göstererek dik üçgeni inceler.

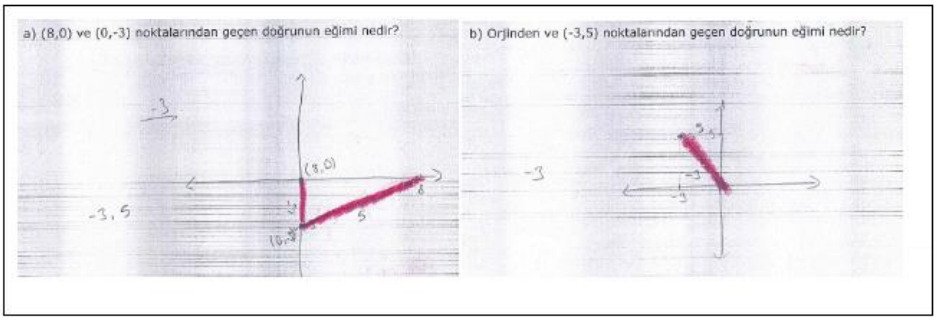
Araştırmacı: Peki.

Çiğdem: Birde iki noktadan geçtiği için -3. Yani yukarıdaki doğru aşağıdaki doğruya eşit. (Sorunun a ve b seçeneğinin çözümüne yönelik çizdiği doğrulardan bahseder).

Araştırmacı: Eşit olduğunu düşünüyorsun, peki şekil olarak benziyorlar mı birbirlerine?

Çiğdem: Hımmm benziyorlar.

Çiğdem'in sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.37'de verilmektedir.

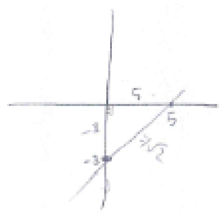


Şekil 4.37: Çiğdem'in problem 8'e ilişkin yanıtı.

Çiğdem 8. Problemin çözümüne yönelik koordinat sistemine sıralı ikilileri yerleştirmesi gerektiği bilgisini tanımış ancak hatalı kullanmıştır. Çünkü 1. Problem de olduğu gibi x ekseni üzerindeki (8,0) noktasını yine orijinde göstermiştir. Ayrıca yatay dikey mesafe oranına bakmak yerine (8,0) ile (0,-3) noktasındaki 8 ile -3'ün arasındaki farka bakmış ve 5 bulmuştur. Burada eğime yönelik koordinatlar arasındaki geometrik yorumu yapamamış ve apsis ve ordinatlar arasındaki ilişkiyi hatalı yapmıştır. Ayrıca 8 ile -3 ün farkını 5 bularak işlemsel olarak da hata yapmıştır. Daha sonra hipotenüsü 5 olarak yazmış, ilgili noktaların buradan geçmediğini fark edince her iki nokta da ortak olduğunu iddia ettiği -3 cevabını eğim yanıtı olarak vermiştir. 8.b de benzer şekilde eğimi -3 bulmuştur. Çiğdem koordinat sistemi özellikleri ve gerekli bilgileri tanıyamadığı ve (8,0) noktasının orijinde olduğu yanılgısına sahip olduğu için problemin çözümüne ulaşamamıştır. Çiğdem problemin çözüm sürecinde birtakım bilgileri tanısada kullanma ve oluşturma epistemik eylemlerini gerçekleştirememiştir.

Ayşe'nin sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.38' de verilmektedir.

b)Orjinden ve (-3,5) noktalarından geçen doğrunun eğimi kaçtır?



Şekil 4.38: Ayşe'nin problem 8'e ilişkin yanıtı.

Ayşe 8. problemin a sorusu konusunda yorum getirememiştir. 8. problemin b seçeneğinde ise (-3,5) sıralı ikilisi yerine eksenleri (0,5) ve (-3,0) noktasında kesen sıralı ikilileri koordinat sisteminde göstermiştir. Bu durum Ayşe'nin koordnat sistemi özelliklerini tanımadığını göstermektedir. Ayrıca önceki problemlerde yaptığı gibi seçtiği iki noktadan geçen doğrunun eğimini bulmak yerine bu doğrunun alanını bulmaya çalışır 5 ile 3' ü çarpar 15 bulur. Sonuç tek sayı çıktığı için 2' ye bölerken 7,5 yazması gerekirken 7√2 yazmıştır. Ayşe problemin çözümüne yönelik bilgileri tanıyamadığı için ve kavram yanılgılarına düştüğü için problemin çözümüne ulaşamamıştır.

Sekizinci probleme yönelik alt başarı düzeyinde yer alan Ayşegül ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Ayşegül: (Sorunun a seçeneğini okur).

Ayşegül: Bir doğru çizeceğiz hocam buna (8,0) ve (0,-3) noktası geçecekmiş.

Araştırmacı: Tamam

Ayşegül: (Koordinat düzleminin birinci bölgesini çizer, pozitif x eksenine 0’ dan 8’e kadar sayıları işaretler, pozitif y eksenine ise 0’dan -9’ a kadar sayıları işaretler).

Ayşegül: Bu şekilde hocam. Sonra parantez içindeki sayılara bakacağız (8,0) buradan 8’i bulacağız, buradan önce 0’ a bakacağız (x ekseninde de 0 ve 8 sayılarını birleştiren bir yay çizer).

Ayşegül: 8 burada 0’ da burada, buradan buraya götüreceğiz, (8,0) yazacağız. (Yayın altına (8,0) yazar). Sonra (0,-3), 0 burada -3 burada oradan oraya şey yapacağız (Pozitif y ekseni üzerinde işaretlediği 0 ve -3 noktalarını birleştiren bir yay çizerek üzerine (0,-3) yazar).

Araştırmacı: Bitti mi?

Ayşegül: Bitti hocam. Şimdi eğimi bulacağız bu sayıyla toplayarak.

Araştırmacı: Tamam.

Ayşegül: 0 ve -3 artı 8 virgül 0.

Araştırmacı: Hıhı daha sonra ne düşünüyorsun?

Ayşegül: -11 eğim olur.

Ayşegül: (Sorunun b seçeneğini okur). Bir doğru çizeceğiz hocam yaptığımız gibi.

Araştırmacı: Sonra ne yapacaksın?

Ayşegül: Orijinden geçecekmiş.

Araştırmacı: Daha sonra.

Ayşegül: -3 ve 5 noktalarından geçecekmiş, sonra bu doğrunun eğimini bulacakmışız.

Araştırmacı: Tamam peki.

Ayşegül: (Koordinat düzleminin 1. Bölgesini çizer, pozitif x eksenine 1’ den 7’ ye kadar sayıları işaretler, pozitif y eksenine -1’ den -7’ ye kadar sayıları yerleştirir).

Araştırmacı: Orijin neresi peki?

Ayşegül: Orijin hocam burası (Koordinat eksenlerinin kesişimi olan noktayı gösterir).

Araştırmacı: Tamam.

Ayşegül: -3 virgül 5 i bulacağız, -3 burada, 5 de burada, oradan onları şey yapacağız (Pozitif y ekseni üzerinde -3 noktasını, pozitif x ekseni üzerinde +5 noktasını işaretler. -3 ve 5’ i birleştiren bir doğru parçası çizer. Üzerine (-3,5) yazar).

Ayşegül: Sonra orijinden geçecekmiş hocam.

Araştırmacı: Hıhı

Ayşegül: Böyle geçecek hocam orijinden (orijinden de bir doğru çizer). Bu şekilde.

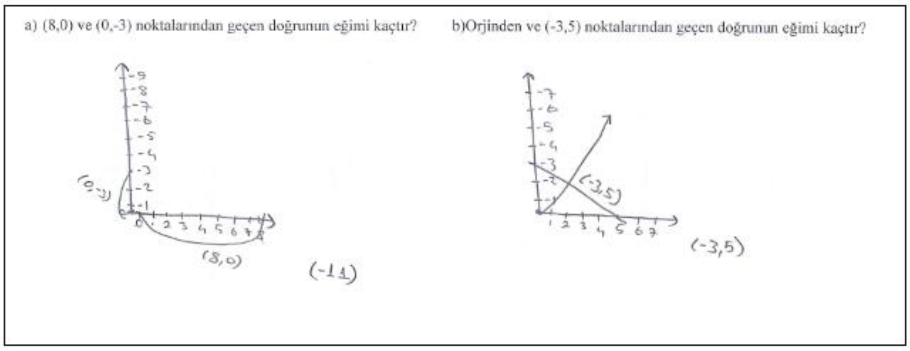
Araştırmacı: Tamam bitti mi?

Ayşegül: Yok hocam bitmedi, bu doğrunun eğimini bulacağız.

Araştırmacı: Nasıl bulacaksın?

Ayşegül: Sadece bu sayı var burada hocam bu sayıyı böleceğiz diyeceğim ama tek sayı var. Bunun aynısını yazacağız hocam (-3,5).

Ayşegül'ün sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.39' da verilmektedir.



Şekil 4.39: Ayşegül'ün problem 8'e ilişkin yanıtı.

Ayşegül koordinat sistemiyle ilgili önceki problemlerde yaptığı hatalara benzer hatalar yapmıştır, gerekli bilgileri tanıyamamıştır. Sadece orijini tanımıştır. Koordinat sisteminde tam sayıları, yönlerine dikkat etmeksizin yerleştirmiştir. Ayşegül sıralı ikilileri gösterememiş diğer öğrenci Ayşe gibi doğruyu ekseni kesen iki farklı nokta olarak algılamıştır. Daha sonra bu noktaları birleştirmiştir. Aynı zamanda eğimi bulmak için toplama işlemi yapacağını söylemiş fakat işlemsel hata yapmıştır. Ayrıca daha önceki problemler de yaptığı gibi orijinden başlayan rastgele bir doğru çizmiştir. Ayşegül gerekli bilgileri tanıyamadığı için problemin sonucuna ulaşamamıştır.

4.1.9 Dokuzuncu Probleme İlişkin Bulguların Değerlendirilmesi

Problem 9' da öğrencilerden iki noktadan geçen doğrunun eğimi ya da doğrusal bir grafiğin eğimini cebirsel veya geometrik olarak oluşturması ve oluşturdukları bu bilgileri düzenleyerek gerçek yaşam probleminde uygulaması istenmektedir. Öğrencilerin önceki problemlerde oluşturduğu cebirsel ve geometrik bağıntıları eğimi negatif olan bir grafiği gerçek yaşam probleminde yorumlayarak sağlamlaştırması ve pekiştirmeleri beklenmektedir. Bu problemde tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemlerinin gözlemlenmesi amaçlanmaktadır.

Dokuzuncu probleme yönelik üst başarı düzeyinde yer alan Melisa ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Melisa: Şimdi bu bir doğru olduğu için, noktalara bakabiliriz.

Melisa: İlk önce üzerinde 2 nokta alalım.

Melisa: (1,12) noktası ve (4,3) noktası buradan ne kadar arttığına bakıyoruz, -3 oranında artmış 4 olduğu için. Burada da ordinatlar -9 oranında artmış.

Melisa: O yüzden eğimi -3/-9, -3 ü -9 a böldüğümüzde 1/3 yapıyor. Eksiler gidiyor. 1/3

Melisa: Eksiyi eksiye böldüğümüzde…(Düşünür).

Araştırmacı: Ne oldu?

Melisa: Eksiyi eksiye böldüğümüzde artı oluyordu 1/3 oluyor. Eğimi bu ama şimdi üçgen çizerek de bulabiliriz.

Araştırmacı: Neden üçgen çizme gereği duydun. Yanlış yaptığını mı düşündün?

Melisa: Orijinde yaptım ama sağlamak için orijinden de böyle yapabilirim.

Araştırmacı: Tamam.

Melisa: Üçgen çizdiğimizde… (Mesafeleri hesaplar.)

Araştırmacı: Nasıl buluyorsun bu değerleri?

Melisa: x' e bakıyorum x' in oranına. 1 ve 4 ün arasında 3 fark var.

Araştırmacı: Evet.

Melisa: y' ye bakıyorum. 3 ve 12 nin arasında 9 fark var. y, x in kaç katı olduğuna bakıyorum. 3 katı, yani eğimimiz 3 ama.

Araştırmacı: Evet.

Melisa: Ama burada yanlış bulmuşum. (İlk bulduğu sonuçtan bahseder.)

Araştırmacı: Neyi yanlış yapmış olduğunu düşündün?

Melisa: y'yi x'e oranlıyorduk ama ben yine x'i y'ye oranlamışım o yüzden yanlış.

Melisa: -9'un -3'e oranı olması lazım. -9' u -3'e böldüğümüzde +3 oluyor. Yani yine eğimimiz +3 oluyor.

Araştırmacı: Peki oldu mu şimdi sence?

Melisa: Oldu. (Düşünür işlemlerini ve grafiği kontrol eder.)

Melisa: İkisinde de aynı sonucu verdi. Ama yön olarak bu tarafa gittiği için eksi olması gerekiyor. (Hatasını bulmaya çalışır.)

Araştırmacı: İşlemlerini kontrol etmek ister misin?

Melisa: Evet eksileri artıları yanlış yapmış olabilirim.

Araştırmacı: Nasıl yazmıştın -3 ,+9'u?

Melisa: Çünkü 1 ile kaçı toplarsak 4 olur? (Derken hemen silgisini alır)

Melisa: Aaaa yanlış, +3'e -9 (1 ile 4 arasında ki artışı +3 yerine -3 yazmıştı, düzeltti).

Melisa:-9 doğru ama +3 yanlış o yüzden silmeliyim.

Melisa: Tekrar işlemimizi yapıyoruz. -9' a +3 bu da bize -3'ü veriyor. Yani eğimimiz -3, yönünden dolayı da eksi.

Araştırmacı: Peki, İki tane nokta verilse bir doğrunun eğimini nasıl bulabiliriz?

Melisa: A noktası A (x,y)

Araştırmacı: Diğer nokta ne olabilir?

Melisa: B noktası B(z,w), A noktası A(x,y) olsun. (Kâğıdına bakar.)

Melisa: x,z ne kadar artmışsa bakarız.

Araştırmacı: Nasıl bulabilirsin bu artışı?

Melisa: z eksi x'in ne kadar arttığını bulabiliriz.

Araştırmacı: Sonra?

Melisa: Sonra w' dan y'yi çıkartırız, ne kadar arttığını buluruz. Ve bunları birbirine oranlarız.

Melisa: y'nin ne kadar arttığını ve x'in ne kadar arttığını birbirine oranlarız. (Eğimin cebirsel yorumunu oluşturur).

Araştırmacı: Peki bunu yazabilir misin bize?

Melisa: Yazarım.

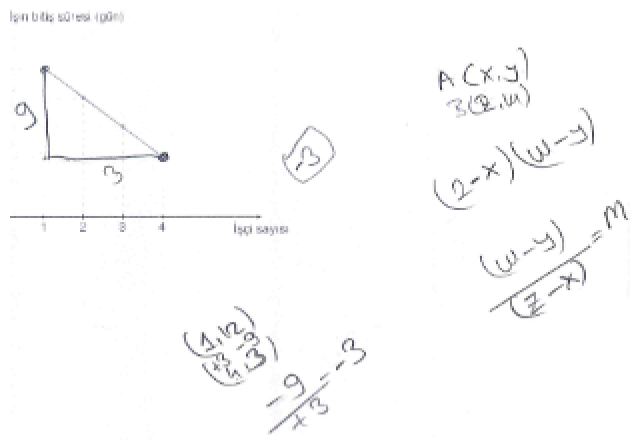
Melisa:(z-x) ve (w-y) bunları birbirine oranladığımızda ilk önce y’ nin değerini yazmamız gerekiyor (Dikey fark.)

Melisa: (w-y)/(z-x)

Araştırmacı: Bu oran neyi veriyor bize?

Araştırmacı: Eğimi yani “m” yi.

Melisa’nın sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.40’da verilmektedir.



Şekil 4.40: Melisa’nın problem 9’a ilişkin yanıtı.

Dokuzuncu probleme yönelik üst başarı düzeyine sahip Mustafa ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Mustafa: İlk yatayda 1 dikeyde 12 gitmiş, en sonunda ise yatayda 4 birim gitmiş, dikeyde 3 birim gitmiş. Ters orantı gibi geliyor. İşçi sayısı arttıkça işin bitiş süresi azalıyor. ((1,12) ile (4,3) noktalarının apsis ve ordinatlarını karşılaştırır). Önce şuraya baktım, (1, 12), (4,3), (alt alta yazar). Sonra bununla bunun arasında 3 var (Apsisler arasındaki farkı inceler). 3 artmış, 12 ile 3 arasında da 9 var. (Ordinatlar arasındaki değişimi inceler). 9, 12’ den 3 saate düşmüş, azaldığı için eksi, -3/9 ve eğim -3’tür.

Araştırmacı: Nasıl buldun açıklar mısın?

Mustafa: Yanlış yaptım, 3’ ü -9’ a böleceğiz, -1/3’ dür. Hayır dikeyi yukarı yazıyorduk. Yanlış yaptım -3/1 = -3, Eğim -3’ dür.

Araştırmacı: Grafikte belirlediğin iki noktayı kullanarak eğimi nasıl buldun?

Mustafa: İşçi sayısına baktım, 1 işçi 12 günde bitirebiliyormuş ((1,12) yazar). Sonra 2 işçi 9 günde ((2,9) yazar), 3 işçi 6 günde ((3,6) yazar), 4 işçi 3 günde ((4,3) yazar).

Mustafa: Hepsinde x' ler birer artıyor, y' ler ise hep 3' er azalıyor. Onun için 1 i aşağıya yazdım, hep azaldığı için -3 yazdım. -3/1

Araştırmacı: İki noktadan geçen bir doğrunun eğimine ilişkin bir kural bulmak istesek nasıl bulurduk?

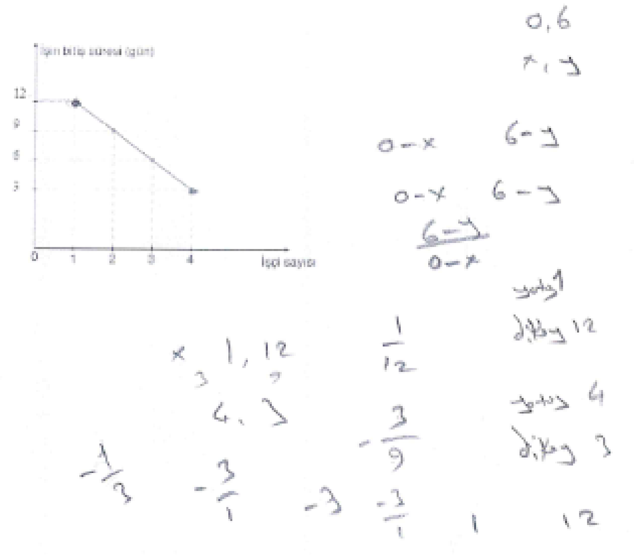
Mustafa: Şimdi iki tane noktam var, (a,b), (x,y) olsa bu iki nokta arasında ki eğimi bulmak isteyene, aradaki farkları bulun derdim. a-x, b-y olur, a-x' i alta yazacağız. b-y' yi yukarıya yazacağız.

Mustafa: b-y/a-x formül bu.

Araştırmacı: Bu neyi veriyor bize?

Mustafa: Eğimi.

Mustafa'nın sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.41' de verilmektedir.



Şekil 4.41: Mustafa'nın problem 9'a ilişkin yanıtı.

Üst düzey başarı grubunda yer alan Mustafa ve Melisa problemin çözümüne yönelik doğrusal grafiğin eğimini öncelikle geometrik olarak dikey mesafeyi yatay mesafeye oranlayıp ardından yönünü analiz edip -3 değerini bulmuşlardır. Ardından bu geometrik bağıntıyı formüle edebilmek için iki sıralı ikilinin ordinatları farkını dikey mesafe olarak, apsisler farkını yatay mesafe olarak düşünüp dikey mesafeyi yatay mesafeye oranlamış ve cebirsel olarak ifade etmişlerdir. Öğrenciler (a,b) ve (c,d) noktalarından geçen doğrunun eğiminin (b-d)/(a-c) olduğunu formüle ederek eğimin informal tanımını yapmışlardır. Böylece kullandıkları bağıntıları formüle ederek oluşturdukları bilgileri genellemişler ve güçlendirmişlerdir. Sonuç olarak pekiştirme eylemini gerçekleştirmişlerdir. Aynı bağıntıyı Zeynep adlı öğrenci ise bir önceki problemde formüle etmiş bu problemde de tekrar pekiştirmiştir. Bu problemde üst düzey başarı grubundaki üç öğrenci de tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemlerini gerçekleştirmiştir.

Dokuzuncu probleme yönelik orta başarı düzeyinde yer alan Ayşe ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Ayşe: Burayı soruyor bize hocam, eğimini. (Grafikte ki doğruyu eli ile göstererek.)

Araştırmacı: Evet.

Ayşe: Mesela burada birinci nokta burası olduğu için 4 ile 3 arasında yani. ((4,3) noktasını gösterir).

Ayşe: O zamanda 4 ile 3'ü çarpmak istedim, 2'ye bölmek istedim ama olmaz diye düşündüm o yüzden şey yapmak istemiyorum.

Ayşe: Aynı burada da aynı şeyi yapmak istedim 4, 3'e bölünmediği için, 3, 6'ya bölünür.

Ayşe: Bunlar burada aynı noktada şey oldukları için, burada 2 ile 9 şey olmuş (Noktaların koordinatları). Böyle yapmak istedim.

Araştırmacı: Yani sen o doğruların üzerindeki noktaların x ve y'lerini ne yapmak istedin?

Ayşe: Önce bunları çarpmak istedim sonra 2'ye bölmek istedim.

Araştırmacı: Neden böyle bir şey yapmak istedin?

Ayşe: Öyle düşündüm hepsini bir arada, çünkü bunun arasını bulursam, bunla bunun arasını bulursam bunları toplardım eğimi bulurdum. Öyle düşündüm.

Orta başarı düzeyi grubundaki Ayşe ve Çiğdem, dokuzuncu problemin çözümüne yönelik bilgileri tanıyamamış ya da tanıdıkları bilgileri kullanırken hata yapmışlardır. Çiğdem grafiği geometrik olarak yorumlamak istemiş ancak sadece dikey mesafeye odaklanmıştır yatay mesafeyi ve yönü dikkate almamıştır. Eğim veren bağıntıya ve eğim değerine ulaşamamıştır. Ayşe ise önceki problemlerde yaptığı yanılgılara devam etmiş, eğimi bir oran olarak değil uzunluk olarak algılamıştır. Ayşe üçgenin alan formülü ile iki nokta arası uzaklığı bulacağını ve bu uzunlukların toplamının da eğimi vereceğini düşünmüştür. Dolayısıyla her iki öğrencide problemin sonucuna ulaşamamıştır. Epistemik eylemler gözlenmemiştir.

Dokuzuncu probleme yönelik alt başarı düzeyine sahip Ayşegül ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Ayşegül: Bir tane eğim bulacağız hocam burada.

Ayşegül: Eğim hocam 12’ de başlıyor, 3 de bitiyor (Ordinat değerlerini gösterir).

Araştırmacı: Evet.

Ayşegül:12’ den 3’ ü çıkaracağız, 12 den 3’ü çıkarınca 9 kalıyor. Eğimi dokuz.

Alt başarı grubunda yeralan Ayşegül 9. problemin çözümüne yönelik olarak diğer problemlerde yaptığı gibi yakınlık uzaklık ilişkisine göre problemi yorumlayarak yanılgıya düşmüştür. Y eksenindeki en uzak durumda olan 12 ile 3 sayılarının farkını almıştır. Çünkü eğimin 12’den başlayıp 3’te bittiğini ifade etmiştir. Ayşegül problemle ilgili gereken bilgileri tanıyamadığı için problemin çözümüne ulaşamamıştır. Epistemik eylemler gözlenmemiştir.

4.1.10 Onuncu Probleme İlişkin Bulguların Değerlendirilmesi

Onuncu problemde öğrencilerden denklemi verilen doğrunun eğimini bulmaları ve eğimi bilinen doğru denklemindeki bilinmeyeni bulmaları istenmiştir. Çözüm için öğrencilerden strateji geliştirmeleri oluşturdukları bilgiler ışığında eğimi parametrik olarak açıklaması beklenmektedir. 10.b problemde ise öğrencilerin eğimi verilen bir denklemin içindeki bilinmeyeni bulmaları ve eğimi parametrik bağlamda formüle ederek pekiştirmesi beklenmektedir.

Onuncu probleme yönelik üst başarı düzeyine sahip Melisa ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Melisa: (Sorunun a seçeneğini okur.)

Melisa: İlk önce 12' yi +12 olarak yollamamız gerekiyor. (4y+12x-12=0 için)

Melisa: 4y+12x=12, sonra x' e 0 ve y' ye 0 vereceğiz. x' e sıfır verdiğimizde y=3 oluyor, y' ye 0 verdiğimizde x=+1 oluyor. Bu doğru orijinden geçmiyor çünkü ikisine de 0 verdiğimizde sonuç (0,0) çıkmıyor.

Melisa: Orijinden geçmediği için y=mx denklemini uygulayamayacağız. O yüzden y=mx+n denklemini uygulayacağız, ama üçgen yaparak da bulabiliriz ya da diğer türlü (Koordinat sistemi çizer ve bulduğu (1,0) ile (0,3) noktalarını koordinat sistemine yerleştirir).

Melisa: x' e 0 verdiğimizde y=3 oluyor. x' e 1 verdiğimizde y=0 oluyor. (İki noktayı grafikte göstererek bu noktadan geçen doğruyu çizer).

Melisa: y, x' in 3 katı yani eğimimiz 3, yine formül kullanarak da yapabiliriz. (Kendi oluşturduğu formülü gösterir. (0,3), (1,0) burada apsis +1 artmış, burada ordinat -3 artmış. +1,' e -3, yani eğimimiz; -1/3' dür.

Melisa: Yanlış yaptım çünkü y' yi x' e oranlamayı unuttum. -3' e +1 olacak ve eğim -3/+1= -3 olacak.

Araştırmacı: Peki az önce bir şey demiştin, demiştin ki bu denklem orijinden geçmiyor öyleyse bunun denklemi nasıl olması gerekiyor?

Melisa: y=mx+n

Araştırmacı: Peki verilen denklemi senin yazdığın biçime dönüştürebilir misin?

Melisa: Evet dönüştürürüm.

Araştırmacı: Nasıl yaparsın?

Melisa: 4y' yi yalnızlaştırırım ve bu tarafa atarım. +12x-12=-4y, y' yi bulmak için her tarafı -4'e böleriz.

Araştırmacı: Peki şu an bulduğun bu denklem eğim hakkında ipucu verebiliyor mu?

Melisa: Evet veriyor.

Melisa: Eğim -3' tü. m'yi bulmuş olduk, çünkü y=mx+n'dir.

Araştırmacı: Öyleyse bize denklem verildiği zaman sana hangi yol daha kolay gelir?

Melisa: O halde y'yi yalnız bırakıp m' yi bulmak?

Araştırmacı: m'yi neye bakarak buluyoruz? m bize hangi değeri veriyor?

Melisa: Eğimi veriyor. x'in kat sayısını veriyor.

Melisa: (Sorunun b seçeneğini okur).

Melisa: Bölüm durumunda, -ax/-5

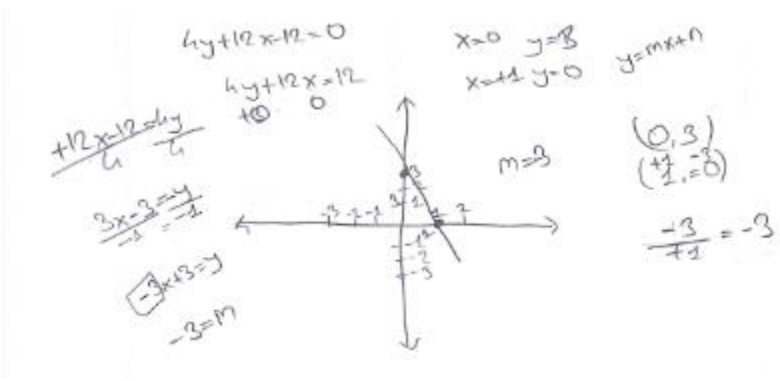
Araştırmacı: Yani?

Melisa: x' in katsayısı -5 tir… (Duraksar) –a/-5 tir, bu bize eğimi veriyor, yani "m" yi veriyor, yani -10' u veriyor.

Araştırmacı: Peki eğimi bulmak isteyen arkadaşlarına ne önerirsin?

Melisa: Eğimin bulmanın yolları orijinden geçiyorsa y=mx orijinden geçmiyorsa mx+n denklemlerindeki "m" ye bakarız ya da üçgen çizerek de bulabiliriz. Ya da iki tane nokta buluruz doğruda bu noktaları yazarız ve ikisinin artış miktarını birbirine; y nin artış miktarını x in artış miktarına oranlarız.

Melisa'nın sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.42'de verilmektedir.



Şekil 4.42: Melisa'nın problem 10'a ilişkin yanıtı.

Onuncu probleme yönelik üst başarı düzeyine sahip Zeynep'in ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Zeynep: (Sorunun a seçeneğini okur).

Zeynep: Diğer tarafa geçirip y'yi yalnız bırakacağız. Buraya atacağız her tarafı -4 e böleceğiz, -3x olur. Buradan da çözersek -3 olur.

Araştırmacı: Nasıl anladın?

Zeynep: Çünkü x' in katsayısına bakacağız eğim 3.

Araştırmacı: Peki bir arkadaşın eğim sorusu çözmek istese ona ne önerebilirsin?

Zeynep: Grafik verirse üçgen oluştursun, grafik vermezse 2 tane nokta vermek zorunda. Bu iki noktanın y'sini birbirinden çıkarıp paya yazmalı, x'leri birbirinden çıkarıp paydaya yazmalı. Bu da eğimi veriyor zaten. Doğru denklemi verirse mesela y=3x gibi, y'yi yalnız bırakırım y'yi yalnız bıraktıktan sonra orada kat sayı varsa her iki tarafı bölerim, böldükten sonra x'in katsayısı vermeli.

Zeynep: (Sorunun b seçeneğini okur).

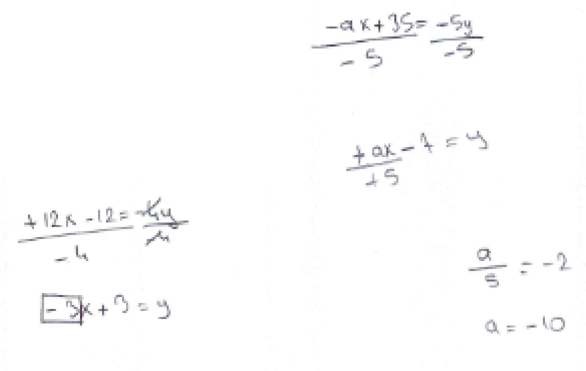
Zeynep: Burada hocam y'yi yalnız bırakacağız. x' in sayısı eğimi verecek bize

y' yi yalnız bırakmak için -5 e böleceğiz her yeri, 35' i -5' e bölersek -7 olacak. Bunuda böleyim, a= -2 oluyor o zaman

Araştırmacı: Nasıl buldun?

Zeynep: Çünkü eğim -2 diyor, x' in katsayısına bakıyorum, ama 5'e bölmüş o zaman a/5 ise o zaman a=-10 dur.

Zeynep'in sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil4.43'de verilmektedir.



Şekil 4.43: Zeynep' in problem 10'a ilişkin yanıtı.

Melisa ve Zeynep 10a. problemin çözümüne yönelik oluşturdukları bilgiler ışığında eğimi parametrik olarak açıklayarak eğimin değerini bulmuşlardır. Ancak 10b. problemde öğrenciler eğimi verilen bir denklemin içindeki bilinmeyeni bulacağı farklı bir problemle karşılaşmışlardır. Burada y'yi yalnız bıraktıklarında x'in katsayısını veren değer rasyonel çıktığı için zorlanmışlardır. Ancak daha sonra eğimin kat sayısının rasyonel olabileceği durumunu fark ederek eğimi parametrik olarak bulmuşlar ve eğimin parametrik bağıntısını formüle ederek pekiştirmişlerdir. Ayrıca Zeynep ve Melisa eğimi eğer doğru grafiği verilirse geometrik olarak, iki nokta verilirse cebirsel olarak ve doğru denklemi olarak verilirse parametrik olarak bulabileceklerini söyleyerek eğimin geometrik, cebirsel ve parametrik formülünü ortaya koymuşlardır. Böylece tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemlerini gerçekleştirerek problemin çözümüne ulaşmışlardır.

Onuncu probleme yönelik üst başarı grubunda yer alan Mustafa ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Mustafa: (Sorunun a seçeneğini okur).

Mustafa: y' yi boş bırakalım önce, bunları diğer tarafa atalım, 4y=+12-12x, sonra iki tarafı da 4' e bölmeyi düşünüyorum. y=-3x+3

Araştırmacı: Evet

Mustafa: Şimdi x' i yalnız bırakacağım, 12x=-4y+12 bunları da 12 ye bölsem, (Sadeleştirmede hata yaparak y' yi sıfır x' i 1 bulur ve y' nin yerine yazarak denklemi çözmeye çalışır).

Araştırmacı: x' in 1 olduğunu nasıl buldun?

Mustafa: 12'yi 12'ye böldüm ve 0/3 =0

Araştırmacı: y' ye ne oldu?

Mustafa: Hımmm. x=-1y+1/3.Denklem vermez, yerine yerleştirsek.

Araştırmacı: Peki verilen bir denklemden 2 bilinmeyenli denklemi çözebilir misin?

Mustafa: Olmuyor, çözemiyorum.

Mustafa: (Sorunun b seçeneğini okur).

Mustafa: Bir şeyi bir şeye böldüğümüz de 10 olması lazım.100 ü -10'a bölmüştür,.. -100 ü 10 a bölmüştür. Bunu buraya atsak -35=-ax+5y ve bunu da buraya atsak+ ax bu gidiyor.(Değerler vererek denklemi çözmeye çalışır)

Araştırmacı: Sonra ?

Mustafa: -100 versek.

Araştırmacı: Neden -100 veriyorsun?

Mustafa: -100'ü 10' a böldüğümde eğimi -10 çıksın diye.

Araştırmacı: Neden 10' a böleceğini düşünüyorsun peki?

Mustafa: 10' a böldüğümde tam -10 çıkıyor.

Araştırmacı: Peki 5' e ya da 7' ye neden bölmüyorsun, neden -10 ve 100.

Mustafa: Öyle daha kolay geldi.

Araştırmacı: Peki.

Mustafa: -10 u birine versem. (x ve y yerine 10 ve -10 değerleri vererek İşlemler yapar)

Mustafa: -50=-35+a

Mustafa: Buradan -15=1a, -10' u y için verdim. 1' i de x için verdim.

Araştırmacı: Neden öyle yaptın?

Mustafa: Sonra y/x yaptığımız için (-10 ve 1' in oranı eğimi vereceğini düşünür).

Mustafa'nın sorunun a seçeneğinin çözümüne yönelik olarak verilen doğru denklemlerini çözmeye çalışmıştır. Ancak iki bilinmeyenli denklem olduğu için çözememiştir. Sorunun b seçeneğinde ise x ve y yerine değerler vermiş daha sonra y ve x değerlerini oranlayarak eğimi geometrik olarak açıklamaya çalışmıştır ancak yanılmıştır. Mustafa doğru denkleminin eğimini parametrik olarak bulamamış eğimin parametrik bağıntısını oluşturamamıştır.

Onuncu probleme yönelik orta başarı düzeyine sahip Çiğdem ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Çiğdem: (Sorusun a seçeneğini okur). y'yi buraya +12 olarak geçiririz (Eşitliğin diğer tarafına).

Çiğdem: Buradan 4y+12x=12 oluyor. Amacımız y' yi yalnız bırakmak, (y' yi yalnız bırakmak için yok etme metodunu kullanmaya çalışarak işlem yapar).

Çiğdem: 36x=60 oluyor.

Araştırmacı: Nasıl buldun?

Çiğdem: Eee önce 12' yi bu tarafa gönderdim, sonra 4y+12x=12 oldu, sonra y' leri götürmek için -4y+ -48x =48 buldum. -4 ile çarptım sonra 4y ile -4y gidiyor,

Araştırmacı: Hıhı

Çiğdem: 12x ile -48x i topladım 36x buldum. 12 ile 48 i toplayınca 61 buldum. Sadeleştirdiğimde (Sadeleştirme işlemi yapar.) -48x = 48 oldu. Sonra 12 ile de 48 i toplayınca 60 oldu.-48x' i toplayınca 36x buldum.

Araştırmacı: Peki şimdi eğimi nasıl bulacaksın?

Çiğdem: Sadeleştirecektim. En sonunda 3' e 5 çıkıyor, eğimi 4

Araştırmacı: Eğimi nasıl 4 buldun?

Çiğdem: 3,4,5 üçgeni olduğu için. 36 ile 60' ı sadeleştirdim, 3 e 5 buldum. 3x=5 buldum, 3 ile sadeleştireceğim her tarafı x yalnız kalsın diye. x = 5/3

Araştırmacı: Peki, eğim 5/3 mü yoksa 4 mü?

Çiğdem: 5/3. (4 ü siler.)

Araştırmacı: Az önce 3,4,5 üçgeni demiştin?

Çiğdem: Cevap 5/3

Çiğdem: (Sorunun b seçeneğini okur.)

Çiğdem: Eğimi -2, x e -2 vereceğiz. (5y-a -2+35=0 yazar) -2 buraya +2 diye, buda (35) -35 diye geçecek. (5y-a=-35+2 yazar ve y' yi bulmaya çalışır). a =33 oldu.

Araştırmacı: Nasıl buldun 33' ü?

Çiğdem: x' e -2 verdim. Sonra 5y-a-2+35=0 denklemini kurdum. Sonra -2 ile +35 i eşitliğin öbür tarafına verdim.5y-a=-35+2 kaldı. Sonra bu denklemi düzenledim. 5y-a=-33 kaldı. y' yi yalnız bırakmak için her tarafı 5' e böldüm sonra y=-a/5=-33/5 kaldı. a=33 çıktı.

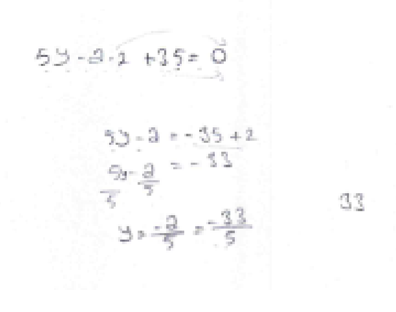
Araştırmacı: Bir arkadaşın eğimle ilgili bir problem çözmekte zorlansa ona ne önerirsin?

Çiğdem: Ben gibi üçgen yapabilir, aklında kalan değişik şekillerle çözebilir.

Araştırmacı: Ne gibi?

Çiğdem: Immm üçgen olur ya da iki üçgen de kare olduğu için kare de yapabilir.

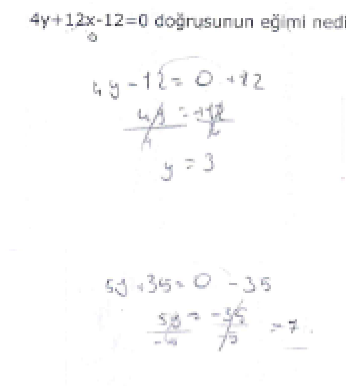
Çiğdem'in 10. sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.44'de verilmektedir.



Şekil 4.44: Çiğdem'in problem 10'a ilişkin yanıtı.

Çiğdem’de Mustafa gibi verilen doğru denkleminin eğimini bulurken denklemi çözmesi gerektiğini düşünerek yanılgıya düşmüştür. İki bilinmeyenli denklemi çözebilmek için yok etme metodu kullanmak istemiştir, verilen denklemi x’leri yok edecek şekilde genişletip yok etmeye çalışmıştır ancak işlemsel hatalar yapmıştır. Daha sonra bulduğu değerler ile 3,4,5 üçgeni oluşturmak istemiştir. Doğrunu eğimini bulmak yerine doğrunun uzunluğunu bulmaya odaklanarak kavram yanılgısına düşmüştür. Sorunun b seçeneğinde ise yine Mustafa gibi x ve y için değerler vererek denklemi az bilinmeyenli hale getirmiş daha sonra y değerine yalnız bırakarak y’nin değerini hesaplamak istemiştir. Netice itibariyle Çiğdem eğimle ilgili bilgileri tanıyamamış ve kullanamamıştır. Eğim bilgisini oluşturamadığı için parametrik bir yorum da yapamamıştır. Problemin çözümüne ulaşamamıştır.

Benzer şekilde orta başarı düzeyinde yeralan Ayşe’nin sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.45’da verilmektedir.



Şekil 4.45: Ayşe’nin problem 10’a ilişkin yanıtı.

Ayşe problemin çözümüne yönelik doğru denkleminin eğimini bulmak için denklemi çözmeye odaklanmıştır ve x yerine “0” değeri vererek denklemin kökünü bulmuştur. Bulduğu bu değeri eğim olarak düşünmüştür. Ayşe eğimi bulmak için gerekli olan bilgileri tanıyamamış, kullanamamış ve problemin çözümüne ulaşamamıştır.

Onuncu probleme yönelik alt başarı düzeyine sahip Ayşegül ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Ayşegül: (Sorunun a seçeneğini okur) burada hocam bir doğru çiziyoruz. Doğruda sayıları yazıyoruz (eksen değerleri), -1 diye +1 diye. Grafikte üst okta (y ekseni) y yazıyoruz. Yandakine x yazıyoruz (x ekseni). İlk olarak 4 diyor hocam (y ekseninden) 4’ü buluyoruz. Sonra 12x diyor. Orda hocam x’ e bakarız orda 12 yi buluruz

Araştırmacı: Hıhı

Ayşegül: Sonra x’ e bakıyoruz 12’ yi buluyoruz sonra 12’ yi çıkarıyoruz. Bu sıfır oluyor.

Araştırmacı: Yani eğimin sıfır olduğunu mu söylüyorsun?

Ayşegül: Evet.

Araştırmacı: Peki bütün söylediklerini çizebilir misin?

Ayşegül: (Koordinat sisteminin 1. bölgesini çizer vepozitif y eksenine negatif sayılar yazar). y burada x burada, y’ den 4 lazım. Mesela hocam burada 4, y’ de 4, x’ de de 12 var, burada sayılarda 12 var, sonra çıkarıyoruz eşittir 0 oluyor.

Araştırmacı: Hangi sayıdan hangi sayıyı çıkarınca 0 oluyor?

Ayşegül: 12x’ den 12’ yi. 12’ den hocam 12 çıktı 0 kalıyor.

Araştırmacı: Neden çıkarma gereği duydun?

Ayşegül: Çünkü hocam iki tane 12 var burada, x burada 0 çıkıyormuş demek ki çıkartmama göre 0 çıkmış sonuç.

Ayşegül: (Sorunun b seçeneğini okur). Bir doğru çizeceğiz hocam sonra burada 5y-ax+35=0 doğrusunu bulacağız. Sonra bu -2 olacakmış bunun a’ sını bulacağız.

Araştırmacı: Tamam.

Ayşegül: İlk baş doğruyu çizeceğiz (yine koordinat düzleminin birinci bölgesini çizer). Bu şekilde hocam. Sayıları yazacağız hocam (eksen değerleri)

Araştırmacı: İhtiyacın olan sayılar neler?

Ayşegül: -1,-2,+1,+2.

Araştırmacı: Hangisini kullanacaksın?

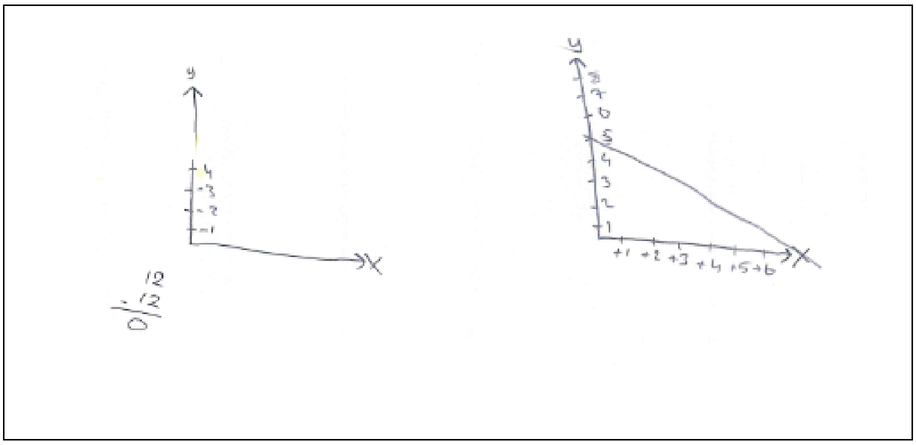
Ayşegül: Eksiler burada (pozitif y ekseni için), artılar burada (pozitif x ekseni için). Burada x ve y’ leri yazacağız, y’ den 5’ i bulacağız, 5 burada (y ekseni). -ax diyor hocam ama a yok, 5 ten x’ e götüreceğiz.(koordinat sisteminde a değerini arar bulamaz). Götüreceğiz sonra toplam 35 imiş.

Ayşegül: Ee yapamadım hocam.

Araştırmacı: Ne düşünüyorsun fikrin var mı?

Ayşegül: Yok hocam.

Ayşegül'ün sorunun çözümüne yönelik olarak yaptığı çizim Şekil 4.46'da verilmektedir.



Şekil 4.46: Ayşegül'ün problem 10'a ilişkin yanıtı.

Ayşegül problemin çözümüne ilişkin bilgileri tanıyamamıştır. Diğer sorular da olduğu gibi koordinat sisteminin de özelliklerini tanıyamamıştır. 12x den 12' yi çıkarabileceğini düşünmüş ve 0 bulmuştur. Eksenler üzerine negatif tam sayıları pozitif yönlere yazmıştır. Genel olarak denklemde ya da grafikte gördüğü değerleri rastgele bir çizgiyle birleştirme eğiliminde olmuştur. Cebirsel ifadeler ve temsili gösterimleri, değişkenler, tam sayılar, koordinat sistemi gibi eğim bilgisini oluşturacak önceki bilgileri tanıyamamış ve hatalar yapmıştır. Dolayısıyla eğim bilgisini oluşturamamıştır.

4.1.11 On Birinci Probleme İlişkin Bulguların Değerlendirilmesi

On birinci problemde öğrencilerden eğim ile ilgili bir problem kurmaları istenmiştir.

On birinci probleme yönelik üst başarı düzeyine sahip Melisa ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Araştırmacı: Eğimle ilgili bir problem kurmak istesen nasıl bir problem yazarsın?

Melisa: 5x+20=y bunun m' sini buluruz.(problemi çözmeye çalışır.)

Araştırmacı: Soru nedir peki?

Melisa: Sorum eğim miktarı. 5x+20=y denkleminin eğim miktarı nedir?

Melisa: Zaten eğim x’ in katsayısıydı bu yüzden +5 eğimi ama yine sıfır koyarak da yapabiliriz. Yani x’ e 0 verdiğimizde y=20 oluyor. y’ye 0 verdiğimizde x=-4 oluyor. (0,20) ve (-4,0)

Melisa: -20 oranında azalmış (x yatay mesafede). -20 oranında artmış (dikey mesafe), -4 oranında artmış (yatay mesafe) y’yi x’e oranlıyorduk, -20 ye -4 oranı -20/-4=+5 eğimimiz +5 oluyor. Yine aynı sonucu veriyor yani bize.

On birinci probleme yönelik üst başarı düzeyine sahip Mustafa ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Araştırmacı: Peki eğim ile ilgili bir problem kursan nasıl yazardın?

Mustafa: Kolay yazardım.

Araştırmacı: Yaz bakalım bize eğim ile ilgili bir problem.

Mustafa: (Koordinat sistemi çizer ve birim kareler üzerinden geçen bir doğru çizer)

Mustafa: Bunun eğimi nedir diye sorardım.

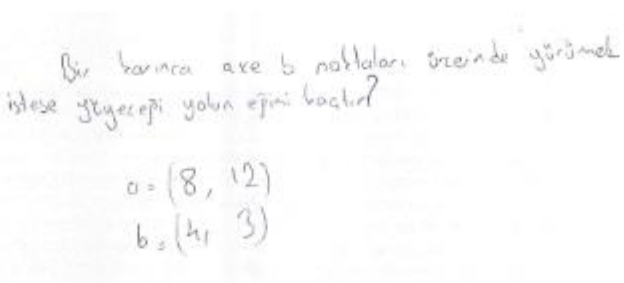
Araştırmacı: Bunun eğimi nedir peki?

Mustafa: Bunun eğimi 1 dir.

Araştırmacı: Nasıl buldun?

Mustafa: y/x yapıyoruz. 1/1 eğimi 1 olacak. y’ yi x’ e oranladım. Yani yatay ve dikey mesafeleri.

Benzer şekilde üst başarı grubunda yer alan Zeynep’in problemin çözümüne yönelik kurmuş olduğu problem Şekil 4.47’de verilmiştir.



Şekil 4.47: Zeynep’in problem 11’e ilişkin yanıtı.

On birinci probleme yönelik orta başarı düzeyine sahip Çiğdem ile araştırmacı arasında gerçekleşen görüşmeye ilişkin metin şöyledir.

Araştırmacı: Eğimle ilgili bir problem yazabilir misin?

Çiğdem: (5y+35x=50 yazıp denklemi yok etme metodu ile çözmeye başlar).

Araştırmacı: Ne yapıyorsun?

Çiğdem: Sorunun cevabını bulmaya çalışıyorum.

Araştırmacı: Soru nedir peki?

Çiğdem: 5y+35x=50 denkleminin eğimi nedir? (Denklemi yok etme metodu ile çözmeye devam eder).

On birinci problemde öğrencilerin eğim ile ilgili problem kurmaları istenmiştir. Problem kuran öğrenciler probleme başlamadan kolay çözülebilecek bir problem olmasını istemişler ya da kurdukları problem bitmeden çözmeye başlamak istemişlerdir. Üst düzey başarı grubundaki öğrencilerden Melisa bir doğrusal denklemin eğimini sormuştur ve sorduğu problemin çözümünü hem parametrik olarak bulmuş hem de bu denklemden geçen iki nokta belirleyerek bu noktalar arasındaki eğimi cebirsel olarak hesaplamıştır. Mustafa doğrusal grafiğin eğimini sormuş geometrik olarak çözüme ulaşmıştır. Zeynep ise iki noktadan geçen doğrunun eğimi ile ilgili gerçek hayat problemi kurmuş ve çözmüştür. Kısacası üst düzey başarı grubundaki öğrencilerin tümü eğim ile ilgili problem kurarak yeni bir matematik problemini yeniden formüle etmiş ve pekiştirmiştir. Orta düzey grubundaki öğrencilerden Çiğdem problem olarak doğrusal bir denklemin eğimini sormuştur. Ancak daha önceden yaptığı gibi denklemi yok etme metodu ile çözmeye çalışarak yanılgıya düşmüştür. Orta düzey grubundaki diğer öğrenci Ayşe ile alt düzey başarıya sahip Ayşegül ise problem kuramamıştır.

4.2 Eğim Kavramı ve RBC+C Soyutlama Modeline İlişkin Bulguların Karşılaştırılması ve Değerlendirilmesi

Teorilerin sürecin daha detaylı ve planlı incelenmesine ve sonuçlara daha güvenilir ve açık bir şekilde orta koymasına yardımcı olduğu düşünülmektedir. Sfard (1998)'a göre eğitimsel başarı ya da başarısızlık teorik tartışmaların yardımıyla anlaşılabilir ve açıklanabilir. Matematik eğitimindeki teoriler ise;

- Tahminleri destekler,
- Açıklama gücüne sahiptir,
- Karmaşık ve başka şeylerle de ilişkili olaylar hakkında düşünmeyi kolaylaştırır,
- Verileri analiz etmede bir araçtır,
- Öğrenme hakkında yüzeysel tanımların ötesinde iletişim kurmak için bir ortak dil oluşumunu sağlar (akt. Dubinsky ve McDonald, 2001).

Araştırmada öğrencilerin eğim bilgisini oluşturma durumunun incelenmesinde RBC+C teorisi kullanılmıştır. RBC+C soyutlama teorisi aynı zamanda bilgi oluşumunun gözlemlenmesinde metodolojik bir araç olarak rol almıştır. Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri RBC+C soyutlama teorisinde yer alan epistemik eylemler kapsamında sunulmaktadır.

Tanıma eyleminin gerçekleşme şekline bakıldığında öğrencilerin verilen bir problemi çözme sürecinde gerekli olan bilgileri tanımalarının akademik başarılarına göre değiştiği görülmektedir. Görüşme metinleri incelendiğinde üst düzey başarı grubundaki Melisa, Mustafa ve Zeynep adlı öğrencilerin tanıma epistemik eylemine yönelik verilen problemlerde, gerekli tüm bilgileri tanıdığı görülmüştür. Orta düzey başarı grubundaki Çiğdem ve Ayşe'nin ise bir takım doğru bilgileri tanıdıkları görülmüştür. Ancak bunun yanında tanıdıkları bilgilerin bir kısmını önceden doğru oluşturulmadıkları için hataya düştükleri görülmüştür. Orta düzey başarı grubundaki Çiğdem'in Ayşe'ye göre daha çok bilgiyi tanıdığı gözlemlenmiştir. Alt düzey başarıya sahip Ayşegül ise birçok bilgiyi tanımadığı ya da çoğu bilgiyi önceden yanlış olarak oluşturduğu için tanıdığı bilgileri yanlış bir şekilde açıkladığı ve gösterdiği gözlemlenmiştir.

Kullanma eylemi genel olarak öğrenciye ipucu verilmesi gibi bir kaynağın öğrenciye hatırlatılması ile de gerçekleşebilmektedir (Hershkowitz, vd., 2001). Kullanma eylemi sürecinde öğrenciler problemin çözümüne ilişkin bilgileri tanıyarak ya da ipuçlarını fark ederek ilişkilendirme yaparlar. Bunun sonucunda ürettikleri hipotezlerin doğruluğunu test ederek kullanırlar. Kullanma eyleminin gerçekleşme şekline genel olarak bakıldığında öğrencilerin tanıdıkları bilgileri ilişkilendirme konusunda farklılık yaşadıkları görülmüştür ve durumun akademik başarıyla ilişkili olabileceği düşünülmektedir. Çünkü üst düzey başarı grubundaki öğrencilerin çözüm için gerekli olan bilgileri tanıdığı ve ipuçlarını yakalayarak kullandıkları gözlemlenmiştir. Ayrıca bu süreçte hata yaptıklarında hatalarını fark ettikleri, yeni hipotezler oluşturarak çözüm için uygulanabilir sonuca ulaştıkları görülmüştür. Orta düzey başarı grubundaki öğrenciler kullanma eyleminin ön şartı olan problemi tanıma konusunda, ipuçlarını yakalama ve ilişki kurma noktasında zaman zaman güçlük yaşamışlar ve kullanma eylemini her zaman gerçekleştirememişlerdir. Alt düzey başarı grubundaki Ayşegül ise çözüme ilişkin önceki mevcut yapılarını yanlış oluşturduğu için ve verilenleri fark etmesini sağlayacak yapılara sahip olmadığı için kullanma eylemini gerçekleştirememiş ve problemin çözümüne ulaşamamıştır.

Oluşturma, var olan matematiksel bilgi bileşenlerinin bir araya getirilmesi ile bu bilgiler arasında yeniden bir düzenlemeye gidilmesi neticesinde yeni bir anlam oluşturulması sürecidir (Bikner-Ahsbahs, 2004). Buradan anlaşılacağı gibi öğrenciler problemin çözümüne yönelik gerçekleştirdikleri tanıma ve kullanma eylemleri sürecinde eğim bilgisine ulaştıracak yapı da sürekli oluşmaktadır. Yani öğrenciler mevcut yapılarını problem durumuyla ilişkilendirirken, hipotezlerini doğruluğu test ederken ve fark ettiği ipuçlarından yola çıkarak gerekli bilgileri kullanırken hep oluşturma eylemi de gerçekleşmektedir. Bunun için oluşturma eylemi, tanıma ve kullanma eylemleri ile birlikte gerçekleşmekte ve iç içe durumda yer almaktadır.

Oluşturma eyleminin tam olarak nerde başladığı ve nerede bittiği söylenememektedir. Ancak oluşturma eyleminin gerçekleşme şekline genel olarak bakıldığında yine öğrencilerin akademik başarısındaki farklılığın oluşturma eyleminin gerçekleşmesine yansıdığı görülmektedir. Üst düzey başarı grubundaki öğrencilerin eğimin geometrik, cebirsel ve parametrik bağıntısını oluşturduğu gözlenmiştir. Öğrenciler eğimin dikey mesafenin yatay mesafeye oranı olduğu belirterek eğimin geometrik bağıntısını yazmıştır. İki noktadan geçen doğrunun eğim bağıntısını; ordinatlar arasındaki mesafenin apsisler arasındaki mesafeye oranı olduğunu belirterek eğimin cebirsel bağıntısını yazmışlardır. Ayrıca doğru denklemini bağımlı bağımsız değişkenler cinsinden yazarak eğimi fonksiyonel olarak yorumlamış ve y'i yalnız bıraktığımızda x'in katsayısı bize eğimi verir diye belirterek eğimin parametrik bağıntısını oluşturmuşlardır. Orta düzey başarı grubundaki öğrenciler eğimin geometrik bağıntısını oluşturmaya çalışsa bile tam olarak ifade edememişlerdir. Alt düzey başarı grubundaki Ayşegül ise oluşturma eylemini gerçekleştirememiştir. Bu durum tanıma ve kullanma eylemlerinin gerçekleşmesi sürecinin oluşturma eylemini gerçekleştirmesine yansımasıyla açıklanabilir.

Pekiştirme yeni yapının güçlendirilmesinin sağlandığı aşamadır (Dreyfus vd., 2001a; Hershkowitz vd., 2001). Yeni oluşturulmuş matematiksel bir bilginin pekiştirilmesi daha sonraki aktivitelerde bu matematiksel yapının daha kolay tanınmasını ve kullanmasını sağlamaktadır. (Monaghan, J. ve Özmantar, M. F., 2006). Hershkowitz vd. (2001) eğer oluşturma soyutlama ise, genellikle öğrencinin yeni bilgisini ifade etmek için bir dil geliştirdiğini ve soyutlanan bilginin 'kırılgan' olduğunu, bu nedenle pekiştirmeye ihtiyaç duyduğunu iddia etmektedir. Bununla birlikte Monoghan ve Özmantar (2006) yeni ortaya çıkan matematiksel bilgi yapılarının ancak pekiştirildikten sonra soyutlama olarak değerlendirilebileceğini iddia etmektedir.

Pekiştirme eyleminin gerçekleşme şekline genel olarak bakıldığında alt ve orta başarı grubundaki öğrencilerin eğim ile ilgili bir bağıntı ve eğimle ilgili yeni bir yapı oluşturamadıkları için pekiştirecek bir eylem söz konusu olmamıştır. Sadece bu aşamada eğim ile ilgili problem kurma görevinde ya problem kuramamışlar ya da çözmeye çalıştıkları problemlere benzeyecek problemler yazmaya çalışmışlardır. Ancak hem özgün bir problem kuramamış hem de çözüme odaklanmış olmalarına rağmen kendi kurdukları problemi çözememişlerdir.

Üst düzey başarı grubundaki öğrenciler ise eğimin geometrik bağıntısını dikey "mesafe/yatay mesafe"olarak, cebirsel bağıntısını "b-d/a-c" olarak parametrik bağıntısının ise "y=mx+n" denklemindeki m'yi eğimi veren değer olarak formüle etmişlerdir. Dolayısıyla eğim bilgisini güçlendirerek pekiştirmişlerdir. Ayrıca her biri eğim ile ilgili problem kurmuş ve kurduğu problemi doğru bir şekilde çözebilmiştir. Ancak üst düzey başarıya sahip Mustafa pekiştirme sürecinde eğimin parametrik yorumuyla ilgili problemde doğru denkleminin eğimini bulmak yerine bilinmeyen x ve y değerlerine odaklanarak sonuca ulaşamamış eğimi parametrik olarak pekiştirememiştir. Diğer üst düzey başarı grubundaki Melisa ve Zeynep'te eğimin parametrik formunu pekiştirmeye yönelik problemde zorlanmış olmalarına rağmen sonuca ulaştıkları görülmüştür. Öğrencilerin problemler kapsamında eğim bilgisini oluşturma sürecinde ulaştıkları epistemik eylemlerin dağılımı Tablo 4.1'de verilmiştir.

Tablo 4.1: Eğim Bilgisini Oluşturma

Problemler	*Epistemik Eylemler*	*Üst Başarı Grubu*			*Orta Başarı Grubu*		*Alt Başarı Grubu*
		Melisa	*Mustafa*	*Zeynep*	*Ayşe*	*Çiğdem*	*Ayşegül*
P_1	*Koordinat sistemi özelliklerini tanıma*	+	+	+	+	+	-
	Sıralı ikililere ilişkin yapıyı tanıma ve kullanma.	+	+	+	-	-	-
P_2	*Koordinat sisteminde verilen iki değişkene ait doğru grafiğini yorumlaması için tanıma ve kullanma*	+	+	+	+	+	-
	Verilen iki değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmesi için tanıma ve kullanma	+	+	+	-	+	-
	Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birisinin diğerine göre nasıl değiştiğini ifade etmesi için tanıma ve kullanma.	+	+	+	+	+	-
P_3	*Doğru denkleminin doğruların grafiğini çizmesi için tanıma ve kullanma*	+	+	+	-	-	-
	Doğruyu hayaletlerin bulunduğu koordinatlara kadar uzatabilecek genel bir kural ya da bağıntı oluşturma.	+	+	+	-	-	-
P_4	*Doğrusal rotaların bir birim yatay mesafede ne kadar dikey mesafe kat ettiğini bulmak için tanıma ve kullanma*	+	+	+	-	-	-
	Bulunan kurala göre rotayı belirleyerek eğimin fiziksel, cebirsel ve geometrik yorumunu oluşturma	+	+	+	-	-	-
P_5	*Koordinat sisteminin özelliklerini ve konum bilgilerini tanıyarak kullanma*	+	+	+	-	-	-
	Doğru denklemi ya da uğrak noktalarını temsil eden sıralı ikililer arasında cebirsel bir bağıntı oluşturma	+	+	+	-	-	-

Tablo 4.1: (devamı)

P_6	*Eğimi fiziksel olarak oluşturma.*	+	+	+	+	+	-
	Eğimi geometrik olarak oluşturma.	+	+	+	-	-	-
	Eğimi parametrik olarak oluşturma.	+	+	+	-	-	-
P_7	*Doğru parçasının eğim bağıntısını cebirsel ya da geometrik olarak oluşturma*	+	+	+	-	-	-
	Aynı doğrultuda, yönde ya da paralel durumda olan doğruların aynı eğime sahip olduğu bilgisini oluşturma	+	+	+	-	-	-
	Eğimin pozitif ya da negatif olmasının doğrunun - ekseni ile yaptığı açıya bağlı olduğu bilgisini oluşturma	+	-	-	-	-	-
P_8	*İki noktadan geçen doğrunun eğim bağıntısını cebirsel olarak oluşturma*	+	+	+	-	-	-
	Oluşturulan bağıntıyı formüle ederek pekiştirme	-	-	+	-	-	-
P_9	*Doğru denklemini bağımlı bağımsız değişkenler cinsinden yazarak eğimin fonksiyonel yorumunu oluşturma.*	+	+	+	-	-	-
	Eğimi cebirsel ve geometrik olarak formüle ederek pekiştirme	+	+	+	-	-	-
	Oluşturduğu cebirsel ve geometrik bağıntıları eğimi negatif olan bir grafiği gerçek yaşam probleminde yorumlayarak pekiştirme	+	+	+	-	-	-
P_{10}	*Eğimi parametrik bağlamda formüle ederek pekiştirme.*	+	-	+	-	-	-
P_{11}	*Eğimle ilgili problem kurarak eğim bilgisinin pekiştirilmesi.*	+	-	+	-	-	-

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Eğim bilgisini oluşturma süreçlerinin incelendiği bu araştırmada çalışma grubundaki öğrencinin eğimin bağlı olduğu değişkenleri fark ettiği ve eğimi bu değişkenlere göre yorumlarken geliştirilen dik üçgensel model üzerinden çıkarımlar yaptığı görülmüştür. Öğrenciler için eğim durumunun modellemesi (model-of) olarak ortaya çıkan dik üçgensel model, eğimin ayrılmaz bir parçası olmuştur.

Üst düzey başarı grubundaki öğrencilerin pek çoğu tanıma eylemiyle ilgili gerekli bilgilerden en az birkaçını tanımıştır. Ancak alt düzey başarı grubundaki öğrenci önceden yanlış oluşturduğu bilgilerden dolayı birçok bilgiyi doğru olarak tanıyamamıştır. Dolayısıyla alt düzey başarı grubundaki öğrenci kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemini gerçekleştirememiştir.

Orta düzey başarı grubundaki öğrenciler ise eğimin ön koşul bilgileri olan koordinat sistemi özelliklerini, doğru üzerindeki noktaları ve doğrunun denklemini yorumlamakta zorlandıkları; grafik okumada koordinat düzleminde verilen doğruların grafik yorumunda güçlük yaşadıkları görülmüştür. Ayrıca araştırmacının dışsal destek ve uyarılarına ihtiyaç duydukları görülmüş. Araştırmacıdan onay bekleyen ifadelerle beklenti içine girdikleri, çözüm aşamasında zorluk yaşadıkları zaman uğraşmak ve yeni hipotezler denemek yerine pes ederek soruyu atlamayı tercih ettikleri görülmüştür. Buna bağlı olarak orta düzey başarı grubundaki öğrenciler koordinat sistemiyle ilgili bir takım bilgileri tanıyıp kullanmaya çalışsalar da hata yaptıkları ve doğru denklemi ve doğru grafiği ile ilgili bilgileri tanıyamadıkları belirlenmiştir. Bunun için oluşturma ve pekiştirme eylemini gerçekleştirememişlerdir.

RBC +C soyutlama teorisine göre yeni bilgiyi soyutlama sürecinde önceden oluşturulan yapılar tanınır ve yeni bir yapıya ulaşmak üzere tekrar düzenlenir. Koordinat sistemi özelliklerini, doğru denklemi ve doğru grafiği ile ilgili gerekli bilgileri tanıyan ve aktivitenin gerektirdiği şekilde bu bilgileri ilişkilendiren öğrencilerin tümünün eğim bilgisini de oluşturabilmeleri bu durumu destekler niteliktedir. Ayrıca bu süreci gerçekleştirerek eğim bilgisini oluşturan öğrencilerin sadece üst düzey başarı grubundaki öğrenciler olması dikkat çekici bir noktadır. Üst düzey başarı grubundaki öğrencilerin hepsi tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemini gerçekleştirmiştir. Ancak üst başarı grubunda yer alan öğrencilerden ikisi x eksenine ve y eksenine paralel durumda olan doğruların eğimini bulmakta zorlanmıştır. Dikey durumdaki doğrunun eğimi yoktur ve yatay durumdaki doğrunun eğimi sıfırdır demek yerine her iki durumda da yoktur ya da sıfırdır diyerek yanılmışlardır. Ancak üst düzey başarı grubunda yer alan Zeynep adlı öğrenci doğru bir şekilde yorumlayarak sonuca ulaşmıştır. Ayrıca öğrencilerin negatif eğimi görsel olarak anlamlandırmalarına, karşılaştıkları tüm durumlar da eğimin yönünü doğru bir şekilde yazmalarına ve negatif eğimli sonuçları da doğru bir şekilde bulabilmelerine rağmen açısal olarak ifade etmekte zorlandıkları, elleriyle göstermeyi tercih ettikleri görülmüştür. Bu durum öğrencilerin bir açının pozitif ya da negatif yönünü bilememelerinden kaynaklanmış olabilir. Üst düzey başarı grubundaki öğrencilerin zorlandıkları diğer nokta ise eğimin parametrik bağıntısını pekiştirmesi gereken onuncu proble de yaşanmıştır. Pekiştirme eylemi gerektiren diğer problemleri üç öğrencide doğru bir şekilde cevaplamıştır. Ayrıca üst düzey başarı grubunda yer alan üç öğrencide eğimle ilgili herhangi bir problemi hem geometrik hem cebirsel hem de parametrik olarak olarak açıklayarak uygun olan yöntemi seçmektedir. Doğru denklemindeki bağımlı bağımsız değişkenleri fonksiyonel olarak yorumlamış ve eğimin diğer yorumları ile ilişkilendirmişlerdir. Aynı zamanda bu bağıntıları formüle ederek yeni oluşturdukları yapıyı sağlamlaştırmışlardır. Bu durum öğrencilerin eğim bilgisini içselleştirerek pekiştirdiğinin kanıtı olarak düşünülmektedir.

Eğim bilgisi oluşturulması sürecinde öğrencilerin öncelikle doğru oluşturabiliyor olmaları önem arz etmektedir. Çünkü aynı doğru ya da doğrusal görsel üzerinde alınan herhangi iki nokta arasındaki dikey mesafe ile yatay mesafe oranın sabit olduğunu fark eden öğrenci bu bilgiler ışığında sabit oranın değişmemesi durumunun eğimi sağlayan bir ipucu olabileceğini fark edecektir.

Öğrencilerin ulaştıkları bu ipucunu ilişkilendirip anlamlandırabilmesi eğim bilgisini oluşturma larında kritik önem taşımaktadır. Öğrencilerin bu ipuçlarını yakalamaları için önceden öğretmen tarafından onları keşfe yönlendirecek sorular ve etkinlikler planlamalı ve öğrenciye gerekli süre ve fırsatlar tanınmalıdır.

Eğim bilgisini oluşturma sürecinde diğer bir kritik nokta eğimin fiziksel yorumundan geometrik yorumuna, geometrik yorumdan da cebirsel yoruma geçiş yapabilecekleri etkinlikler tasarlanmalıdır. Bu sayede hem yatay hem de dikey matematikleşme sağlanmış olacaktır. Ayrıca öğrencilerin oluşturdukları bilgileri sağlamlaştıracakları pekiştirme etkinliklerine mutlaka yer verilmelidir.

Araştırmanın katılımcılarını sekizinci sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Bu durum eğimin ilk olarak formal anlamda karşılaşıldığı seviye olması sebebiyle önem arz etmektedir. Ancak sekizinci sınıf seviyesindeki öğrencilerin sadece eğimin fiziksel, fonksiyonel, geometrik, cebirsel ve parametrik yorumları oluşturma süreçleri incelenebilmektedir. Lise yıllarında öğrenciler, eğimin türev vb. farklı yorumları ile karşılaşacakları için eğimin oluşturulma sürecinin lise düzeyinde de araştırılması yapılabilir.

6. KAYNAKLAR

Abercrombie, N. and Brian L. (2007). *Dictionary of media studies,* England: Penguin.

Adamson, S. L. (2005). Student sense making in an intermadiate algebra classroom: Investigating student understanding of slope (Doctoral Dissertation), *Arizona State University*

Akçay, İ. (2006). Farklı ülkelerde okul öncesi öğrencilerine yönelik çevre eğitimi. (Yüksek Lisans Tezi), *Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü,* Bursa.

Akın, A.B. ve Yakıncı, C.M. (2013). Hastalık konulu anlatı filmleriyle tıp eğitimi. *Çocuk Sağlığı ve Hastalıkları Dergisi*, 56, 208-217

Altaylı Özgül D. (2018). Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Soyutlama Süreçlerinin İncelenmesi: Rbc+C Modeli. (Doktora Tezi), *Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, Erzurum.

Altun M. (2008). *İlköğretim İkinci Kademe (6, 7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi*. Bursa: Aktüel Yayınları.

Altun, M. ve Yılmaz, A., (2008). Lise Öğrencilerinin Tam Değer Fonksiyonu Bilgisini Oluşturma Süreci. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 41(2), 237-271.

Asiala, M., Cottrill, J., Dubinsky, E., & Schwingendorf, K. E. (1997). The development of students' graphical understanding of the derivative. *The Journal of Mathematical Behavior*, 16(4), 399-431.

Asiala, M., Brown, A., DeVries, D., Dubinsky, E., Mathews, D., & Thomas, K. (1996). A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics education. *Research in Collegiate Mathematics Education*, 2(3), 1-32.

Balcı, A. (2004). *Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntem, Teknik ve İlkeler*, Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Barr, G. (1981). Some student ideas on the concept of gradient. *Mathematics in School*, 10(1),14-17.

Barr, G. (1980). Graphs, gradients and intercepts. *Mathematics in School*, 9(1), 5-6.

Beck, E. K. (2000). An evaluation of student learning and engagement in a technologyenhanced algebra unit on slope (Doctor of Education), *University of North Texas*.

Bell, A., & Janvier, C. (1981). The interpretation of graphs representing situations. *For the Learning of Mathematics, 2*(1), 34-42.

Bikner-Ahsbahs, A. (2004). Towards the Emergence of Constructing Mathematical Meanings, *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2: 119-126.

Boero, P. (2002). Abstraction: What theory do we need in mathematics education, *Proceedings of the 26th Annual Meeting of the International Group fort he Psychology of Mathematics Education*, England.

Bulut S. (2018). Ortaokul 6. Sınıf Öğrencilerinin Üçgende Alan Bilgisini Oluşturma Sürecinin RBC+C Modeline Göre İncelenmesi. (Yüksek Lisans Tezi), *Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, Bolu

Campbell, D.T., & Fiske, D.W. (1959). Convergent and discriminant validation by the multitraitmultimethod matrix. *Psychological Bulletin, 56,* 81-105.

Capraro, M. M., Kulm, G., & Capraro, R. M. (2005). Middle grades: Misconceptions in statistical thinking. *School Science and Mathematics Journal*, 105(4), 1–10.

Casey, S., & Nagle, C. (2016). Students‟ Use of Slope Conceptualizations when Reasoning about the Line of Best Fit. *Educational Studies in Mathematics, 92*(2), 163-177.

Charles, R.I., Thompson, A. G., Garland, T.H., Moresh, S.E., and Ross, K.A. (1996). *Secondary math: Focus on algebra.* Menlo Park, CA: Addison-Wesley.

Cheng, D. S. (2010). Connecting proportionality and slope: Middle school students' reasoning about steepness (Yayımlanmamış doktora tezi). *Boston Üniversitesi*, Boston.

Chiu, M. M., Kessel, C. , Moschkovich, J. N., and Munoz-Nunez, A. (2002). Learning to graph linear functions: A case study of conceptual change. *Cognition and Instruction.*

Clement, J. (1985). A method experts use to evaluate the validity of models used as problem representations in science and mathematics. *Paper presented at the meeting of the American Educational Research Association*, Chicago.

Cohen, L., Manion, L., Morrison, K. (2002). *Research Methods in Education*, London: Routledge.

Crawford, A. R., & Scott, W. E. (2000). Making sense of slope. *The Mathematics Teacher, 93*(2), 114-118.

Creswell, J. W. (2012). *Research Design* (SB Demir, Trans.). Ankara: Eğiten Kitap.

Çelik, D. (2007*).* Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi. (Doktora Tezi), *Karadeniz Teknik Üniversitesi*, Trabzon.

Çepni, S. (2014). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş*. Geliştirilmiş 7. Baskı, ISBN: 975-417-000-2, Tr

Davydov, V.V. (1990). *Soviet Studies in Mathematics Education: Vol. 2. Types of Generalization in Instruction: Logical and Psychological Problems in the Structuring of School Curricula*, J. Kilpatrick (ed.) and J. Teller (Trans.), National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA (Original work published in 1972).

Demir, M. F. (2009). *Effects of virtual manipulatives with open-ended versus structured questions on students" knowledge of slope.* (Doctoral Dissertation, Michigan State University).

Deniz, Ö. (2014). 8. sınıf öğrencilerinin gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımı altında eğim kavramını oluşturma süreçlerinin APOS teorik çerçevesinde incelenmesi (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). *Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, Eskişehir, Türkiye.

Dooley, T. (2006). 'It's infinity': Mathematical insights in a primary classroom, In Novotna, J., Moraova, M. Ve Stehlikova, N. (Eds). *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Sayı:1, Prague.

Dreyfus, T. (2007). Processes of abstraction in context the nested epistemic actions model. *Retrieved on November, 12*, 2008.

Dreyfus, T., & Tsamir, P. (2004). Ben's consolidaiton of knowledge structures about infinite sets. *Journal of Mathematical Behavior, 23*(3), 271-300. doi:10.1016/j.jmathb.2004.06.002

Dreyfus, T., Hershkowitz, R. & Schwarz, B. B. (2001). Abstraction in Context II: The Case of Peer Interaction. *Cognitive Science Quarterly*, 1 (3/4), 307–368.

Dubinsky, E., McDonald, M. (2001). APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research. In D. Hilton et.(Eds.) The teaching and learning of mathematics at University level: An ICMI Study, *Kluwer Academic Publishers*, 273-280.

Dubinsky, E. (2000). Mathematical literacy and abstraction in the 21st century, *School Science and Mathematics*, 100(6), 289-297.

Duncan, B., & Chick, H. (2013). How Do Adults Perceive, Analyse and Measure Slope?. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.

Eroğlu, D., & TanıÇlı, D. (2015). Ortaokul matematik öğretmenlerinin temsil kullanımına ilişkin öğrenci ve öğretim stratejileri bilgileri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *9*(1), 275-307.

Fennema, E. & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147-164). NY: Macmillan Publishing Co.

Greenes, C. ve Findell, C. (1998). *Algebra puzzles and problems (grade 7).* Mountain View, Ca: Creative Publications.

Guba, E.G. ve Lincoln, Y.S. (1989). *Fourth Generation Evaluation*. Newbury Park, CA: Sage.

Gülpek, P.(2006). İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimi. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi), *Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü*, Bursa.

Hadjidemetriou, C., & Williams, J. (2002a). Children's graphical conceptions. *Research in Mathematics Education*, *4*(1), 69-87.

Hadjidemetriou, C., & Williams, J. (2002b). Teachers' pedagogical content knowledge: Graphs from a cognitivist to a situated perspective. In *PME Conference* (Vol. 3, pp. 3-057).

Hassan, I. & Mitchelmore, M. (2006). The Role of Abstraction in Learning about Rates of Change. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen and M. Chinnappan (Eds.) *Identities, Cultures and Learning Spaces* (Proceedings of the 29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Vol. 1, pp. 278-285). Adelaide, the United States of America: MERGA.

Hawker, S. ve Cowley, C. (1997*). Oxford dictionary and thesaurus. Oxford:* Oxford University.

Hershkowitz, Hadas, Dreyfus, 2006). Diversity in the construction of a group’s shared knowledge. In Novotna, J., Moraova, M. Ve Stehlikova, N. (Eds). *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Sayı:2, 297-304, Prague.

Hershkowitz, R., Schwarz, B., Dreyfus, T., (2001). “Abstraction in Context: Epistemic Actions”, Journal for Research in Mathematics Education, 32(2): 195-222.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. In: J. Hiebert (Ed.), Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics (pp. 1–28). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Kaf Y. (2007*).* Matematikte model kullanımının 6. sınıf öğrencilerinin cebir erişilerine etkisi. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi), *Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü,* Ankara.

Karataş, G. ve Güven, B. (2003). Problem Çözme Davranışlarının Değerlendirilmesinde Kullanılan Yöntemler: Klinik Mülakatın Potansiyeli. İlköğretim-Online 2 (2).

Karasar, N. (2005). *Bilimsel Araştırma Yöntemi: Kavramlar-İlkeler-Teknikler*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım

Kerslake, D. (1981). *Graphs.* In K. Hard (Ed), Children‟s understanding of mathematics. London: John Murray

Kılıç, G.B. (2006). *Yeni Yaklaşımlar Işığında İlköğretim Bilim Öğretimi*. Morpa Kültür Yayınları, İstanbul, s.36

Kramarski, B. ve Mevarech, Z. (2003). Enhancing mathematical reasoning in the classroom: The effects of cooperative learning and meta-cognitive training, *American Educational Research Journal*, 40(1), 281- 310.

Kuutti, K. (1996). Activity Theory as Potential Framework for Human – Computer Interaction Research. In B. A. Nardi (Ed.). Context and Consciousness; *Activity Theory and Human Computer Interaction*",17-44, Cambridge, MA; MIT Press.

Kümbetoğlu, B. (2005). *Sosyolojide ve antropolojide niteliksel yöntem ve araştırma*. İstanbul: Bağlam Yayıncılık

Leont'ev, A.N., (1981). The problem of activity in psychology, in J.V. Wertsch (ed. And Trans.), *The Concept of Activity in Soviet Psychology*, M.E. Sharpe, Armonk, NY, 37–71.

Lobato, J., & Siebert, D. (2002). Quantitative reasoning in a reconceived view of transfer. *The Journal of Mathematical Behavior*, *21*(1), 87-116.

Lobato, J. ve Thanheiser, E. (2002). Developing understanding of ratio-as measure as a foundation for slope. B. Litwiller (Ed.), Making sense of fractions, ratios, and proportions: 2002 yearbook içinde (s. 162- 175). Reston, VA: *National Council of Teachers of Mathematics.*

McDermott, L. C., Rosenquist, M. L., & Van Zee, E. H. (1987). Student difficulties in connecting graphs and physics: Examples from kinematics. *American Journal of Physics*, 55, 503-512.

MEB, (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı*. Ankara.

MEB, (2017). *Matematik Dersi Öğretim Programı*. Talim ve Terbiye Kurulu Bakanlığı. Ankara.

Merriam-Webster, 1993; "Merriam Webster's Collegiate Dictionary", 10th edn., *MerriamWebster*, Inc., Springfield, Mass., 1345.

Mertens, D. (1998). *Research Methods in Education and Psychology*", Sage Publications, London.

Minichiello, V., Aroni, R., Timewell, E. & Alexander, L. (1990). In-Dept Interviewing: Researching People. In K. Punch (Eds.), *Introduction to Social Research*, (pp.166-167). London: Sage Publications.

Mitchelmore, M. & White, P. (2004). Teaching Mathematical Concepts: Instruction for Abstraction. *Invited Regular Lecture Presented at the 10th International Congress on Mathematical Education*. Copenhagen, Denmark.

Mitchelmore, M. (2002). *The Role of Abstraction and Generalization in the Development of Mathematical Knowledge*. East Asia Regional Conference on Mathematics Education, Singapore.

Mitchelmore M. C. and White P.(2000). Development of Angle Concepts by Progressive Abstraction and Generalisation, *Educational Studies in Mathematics*, 41(3):209-238.

Monaghan, J. ve Ozmantar, M. F. (2006). Abstraction and consolidation. *Educational Studies in Mathematics*, 62(3), 233-258.

Monaghan, J. & Özmantar, M. F. (2004). Abstraction and Consolidation. In M. J. Hoines and A.B. Fuglesad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 55-68). Bergen, Norway: PME.

Moore-Russo, D., Conner, A. ve Rugg, K. (2011). Can slope be negative in 3-space? Studying concept image of slope through collective definition construction. *Educational studies in Mathematics,* 76(1), 3-21.

Moschkovich, (2004). Appropriating Mathematical Practise: A Case Study of Learning to Use and Explore Functions Through Interaction with a Tutor. *Educational Studies in Mathematics,* 55, 49-80.

Moschkovich J. (1999). Students' Use Of The x-Intercept As An Instance Of a Transitional Conception, *Educational Studies in Mathematics*, 37, 169–197.

Nagle, C., & Moore-Russo, D. (2014). Slope Across the Curriculum: Principles and Standards for School Mathematics and the Common Core State Standards. *The Mathematics Educator*, 23(2), 40-59.

NCTM. (2000*). Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* http://www.nctm.org/standards.htm (Erişim Tarihi 14.10.2012).

NRC. (2001). *Nutrient requirement of dairy cattle*. 7th rev. ed. National Research Council, Washington, DC.: National Academy Press.

Olive, J. and Çağlayan, G. (2007) 8th grade students' understanding of slope and its antecedents in a learning situation based on quantitative reasoning. In D. K. Pugalee, A. Rogerson & A. Schinck (Eds.) *Proceedings of the Ninth International Conference of the Mathematics Education into the 21st Century Project: Mathematics Education in a Global Community*, 491-496. Charlotte, NC: University of North Carolina at Charlotte.

Orton, A. (1984). Understanding rate of change. Mathematics in School, 3(5), 23-26.

Önür, Y. (2008). Effects of graphing calculators on eight grade students‟ achievement in graphs of linear equations and concept of slope (Yüksek Lisans Tezi*), Ortadoğu Teknik Üniversitesi*.

Özmantar, M.F. & Monaghan, J. (2007) A Dialectical Approach to the Formation of Mathematical Abstractions, *Mathematics Education Research Journal,* Vol. 19, No. 2, pp. 89–112.

Özmantar, M. F. (2005). An Investigation of the Formation of Mathematical Abstractions Through Scaffolding. (Unpublished Doctoral Thesis), *University of Leeds*, Leeds, United Kingdom.

Patton, M. Q. (1987). *How to Use Qualitative Methods in Evoluation*. Newbury Park, CA: Sage.

Reiken, J.J. (2008). Coming to understand slope and the cartesian connection: An invesitigation of student thinking (Doctoral dissertation), *University of California*.

Rosch, E. and Mervis, C.B. (1975). Family Resemblances: Studies in the Internal Structure of Categories. *Cognitive Psychology*: 7, 573-605.

Roth, W. M. & Bowen, G. M. (2001). Professionals read graphs: A semiotic analysis. *Journal for Research in mathematics Education*, 159-194.

Russell, B., (1926). *Education and Good Life*, NY: Boni and Liveright

Sarıtaş, E. (1999). İlköğretim I. Devrede İşbirlikli Öğrenme Yöntemi İle Geleneksel Öğrenme Yöntemlerinin Başarılı ve Başarısız Öğrenciler Üzerindeki Etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *6*(6), 97-104.

Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N., & Hershkowitz, R. (2004). Teacher guidance of knowledge construction. M. J. Hoines & A. B. Fuglesad, (Eds.). *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Norveç: Bergen University College, 169-176. Retrieved from http://emis.ams.org/proceedings/PME28/RR/RR175_Schwarz.pdf

Senemoğlu, N. (2001). *Gelişim, Öğrenme ve Öğretim (Kuramdan Uygulamaya)*. Ankara: Gazi Kitabevi Yayınları.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics*, 22(1), 1-36.

Sierpinska, A. (1994). *Understanding in Mathematics*. p.61, London: Falmer.

Simon, M. A. & Blume, G. W. (1994). Mathematical modeling as a component of understanding ratio-as-measure: A study of prospective elementary teachers. *Journal of Mathematical Behavior, 13, 183-197.*

Stanton, M., & Moore-Russo, D. (2012). Conceptualizations of slope: a review of state standards. *School Science and Mathematics*, *112*(5), 270- 277.

Stump, S. (2001). High school precalculus students' understanding of slope as measure. *School Science and Mathematics*, *101*, 81–89.

Stump, S. (1999). Secondary mathematics teachers' knowledge of slope. *Mathematics Education Research Journal,11*, 122-144.

Stump, S.L. (1996). Secondary mathematics teachers‟s knowledge of the concept of slope (Doctoral dissertation), *Illinois State Unıversity*.

Şencan, H. (2005). *Sosyal ve Davranışsal Ölçümlerde Güvenilirlik ve Geçerlilik*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Tabaghi, S. G., Mamolo, A., & Sinclair, N. (2009). *The Effect Of Dgs On Students' Conception Of Slope*.

Tairab, H. H., & Khalaf Al-Naqbi, A. K. (2004). How do secondary school science students interpret and construct scientific graphs? *Journal of Biological Education*, *38*(3), 127-132.

Tall, D. (1991). Intuition and rigour: The role of visualization in the calculus. In W. Zimmermann & S. Cunningham (Eds.), *Visualization in Teaching and Learning Mathematics* (pp. 105-119). Washington, DC: MAA.

Tsamir, P., & Dreyfus, T. (2002). Comparing infinite sets—a process of abstraction: The case of Ben. *The Journal of Mathematical Behavior, 21*(1), 1-23.

Tunalı, Ö. K. (2010). Açı kavramının gerçekçi matematik öğretimi ve yapılandırmacı kurama göre öğretiminin karşılaştırılması. (Master's Thesis), *Uludağ University Institute of Social Sciences.*

Wongyai, P. ve Kamol, N. (2004). *A framework in characterizing lower secondary school students' algebraic thinking*. (Erişim Tarihi: 15 Haziran 2012).

Van Oers, B., (2001). Contextualisation for abstraction, *Cognitive Science Quarterly*, 1(3): 279-305.

Vural, R. A., & Cenkseven, F. (2005). Eğitim araştırmalarında örnek olay (vaka) çalışmaları: Tanımı, türleri, aşamaları ve raporlaştırılması. *Süleyman Demirel Üniversitesi Burdur Eğitim Fakültesi Dergisi*, *6*(10), 126-139.

Yeşildere İmre, S. ve Türnüklü, E., (2016). *RBC Soyutlama Teorisi* (Ed.) Bingölbali E., Arslan S. Ve Zembat İ.Ö, Matematik *Eğitiminde Teoriler*, Ankara: Pegem Akademi

Yeşildere, S. ve Türnüklü, E.B., (2008). İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerin Bilgi Oluşturma Süreçlerinin Matematiksel Güçlerine Göre İncelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 485-510.

Yeşildere, S., (2006). Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi, (Doktora Tezi*), Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, İzmir.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Ankara: Seçkin Kitabevi.

Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods.* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Yin, R. K. (1994). Evaluation: A Singular craft. In C. Reichardt & S. Rallis (Eds), *New directions in program evaluation*, Jossey Bass, San Francisco.

Yurdagül H. (2005). *Ölçek geliştirme çalışmalarında kapsam geçerliği için kapsam geçerlik indekslerinin kullanılması*. In: XIV. Eğitim Bilimleri Kurultayı; 28-30; Pamukkale Üniversitesi, Denizli.

Zandieh, M. J. (2000). A theoretical framework for analyzing student understanding of the concept of derivative. *Research in Collegiate Mathematics Education. IV. CBMS Issues in Mathematics Education*, 103-127.

Zaslavsky, O., Sela, H., and Leron, U. (2002). Being sloppy about slope : The effect of changing the scale. *Educational Studies in Mathematics* 49: 119–140, 2002.

Zembat, İ. Ö. (2007). Yansıma dönüşümü, doğrudan öğretim ve yapılandırmacılığın temel bileşenleri. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *27*(1).

EKLER

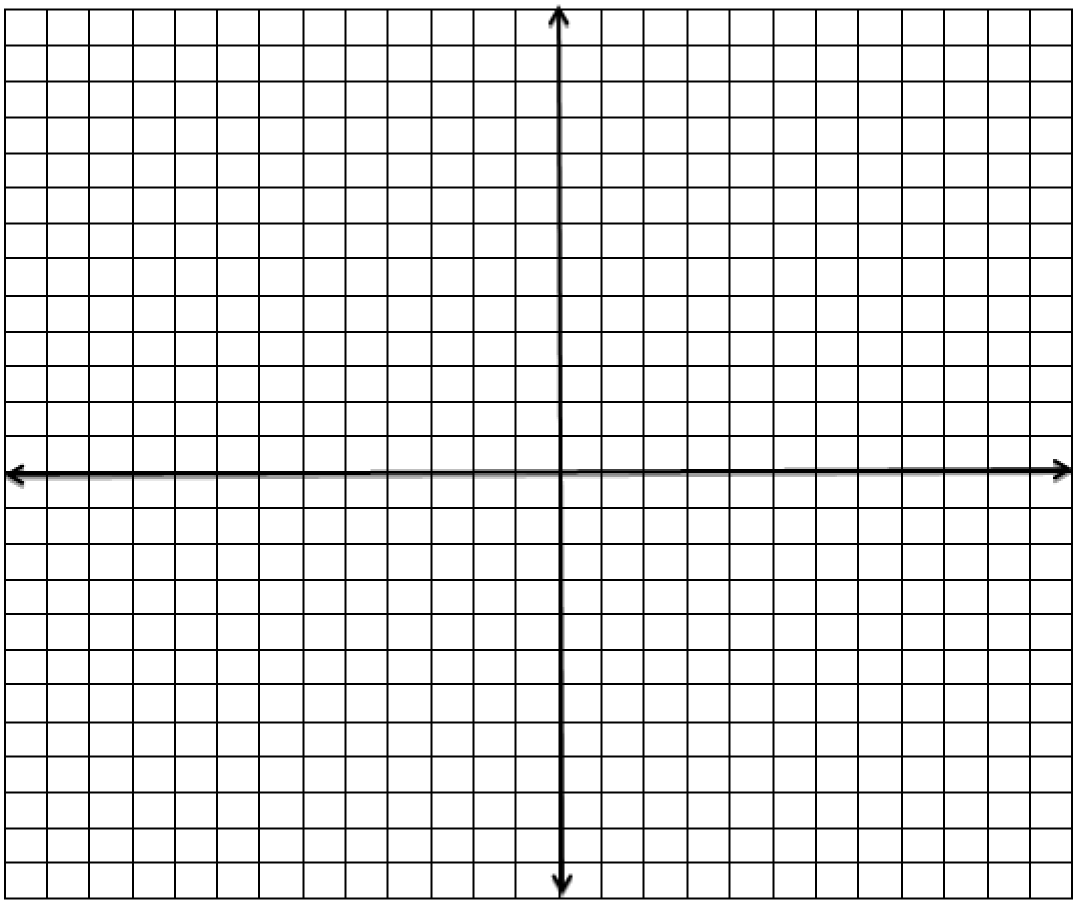
7.EKLER

EK-A Görüşme Formu

Merhaba ben Büşra AYDIN ÇINAR. Balıkesir Üniversitesi'nde yüksek lisans tezim kapsamında 8. sınıf öğrencilerinin eğim bilgisini oluşturma süreçlerinin incelenmesi üzerine bir araştırma yapıyorum. Araştırma kapsamında; Eğim bilgisinini oluşturma süreçlerini inceleyerek düşünsel süreçlerinin nasıl olduğunu belirlemek amacıyla seninle görüşme yapmak istiyorum. Bu nedenle görüşme sırasında düşündüğün her şeyi sözel olarak ifade etmen araştırmamız için önemlidir. Düşündüğünün doğruluğundan emin olmasan veya aklına gelen fikrin yanlış olabileceğini düşünsen bile fikirlerini açıkça ifade etmen, araştırmanın doğru şekilde yapılması için önemlidir. Sorduğum soruların yanıtlarını yazarak veya aklına gelen şeyleri çizerek de verebilirsin bunun için masada bulunan renkli kalemler ve kâğıtları kullanabilirsin. Görüşme süreci kayıt altına alınacak ve kayıtlar gizli tutularak başka kimse ile paylaşılmayacaktır. Görüşme sırasında sorulara verdiğiniz cevaplara ilişkin doğru-yanlış değerlendirmesi yapılarak düşünceleriniz yargılanmayacaktır. Bu nedenle düşüncelerinizi rahat ve içtenlikle paylaşacağınızı umuyor ve katılımınız için teşekkür ediyorum. Görüşmeye başlamadan önce belirtmek istediğiniz ya da sormak istediğiniz bir şey var mı?

EK-B KLİNİK GÖRÜŞME SORULARI

1. Hazine avcısı olan Hero yıllar sonra izini sürdüğü defineyle ilgili ipuçları verecek olan bir papirüs kâğıdına ulaşır. Heyecanla papirüsü açan Hero içinde neler yazdığına bakar. Papirusta bir ada ve adanın içinde hazineye ulaştıracak yerlerin konumlarını veren ipuçları vardır. Haydi, adadaki Hero'ya yardım edelim, konumları verilen yerleri gösterelim

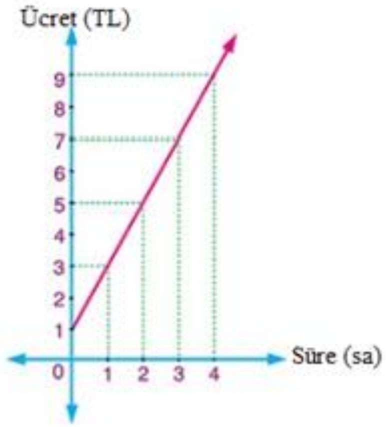


2. Yandaki grafik bir oyun merkezinin ücret tarifesini göstermektedir. Buna göre,

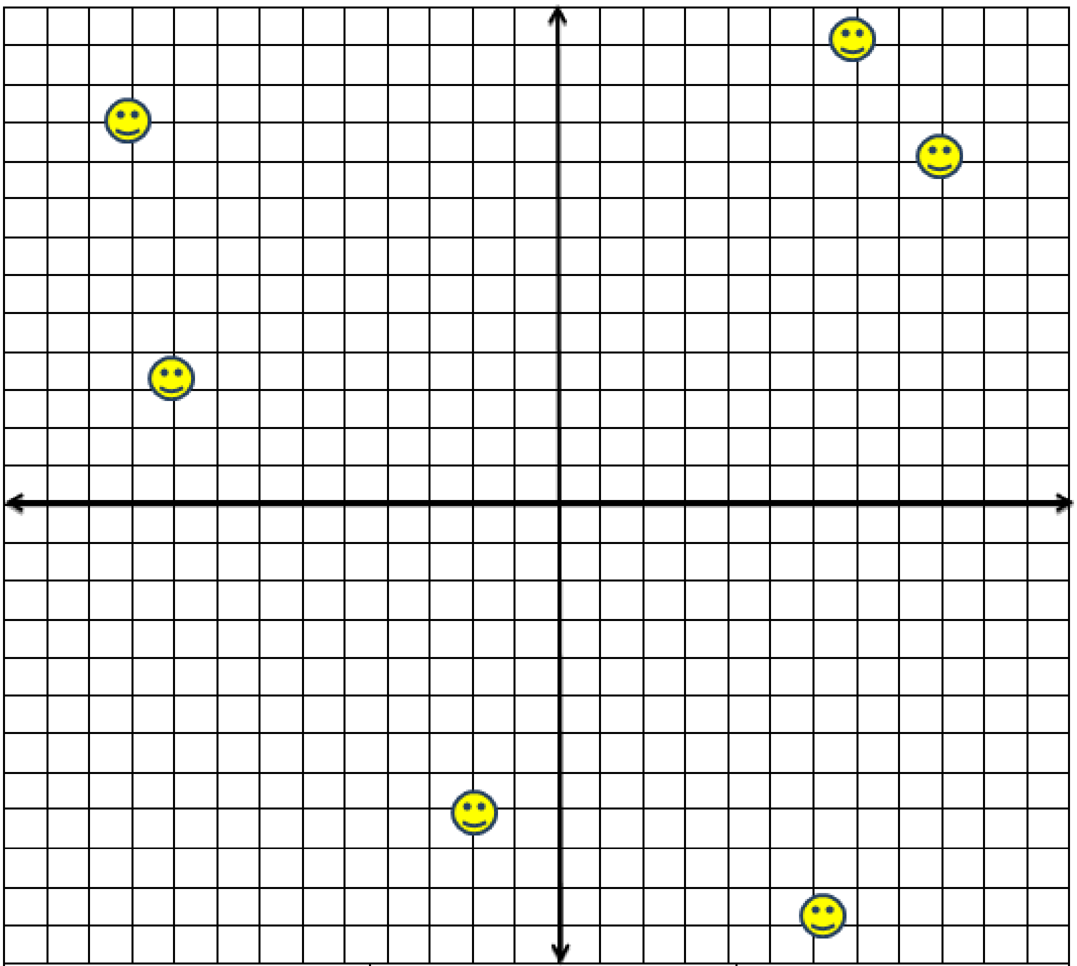
a)Oyun merkezinin açılış ücreti ne kadardır?

b)İki saat oyun oynayan Can ne kadar ücret ödemelidir?

c)Kullanım sürelerine göre ödenecek ücreti verecek bir denklem oluşturun.

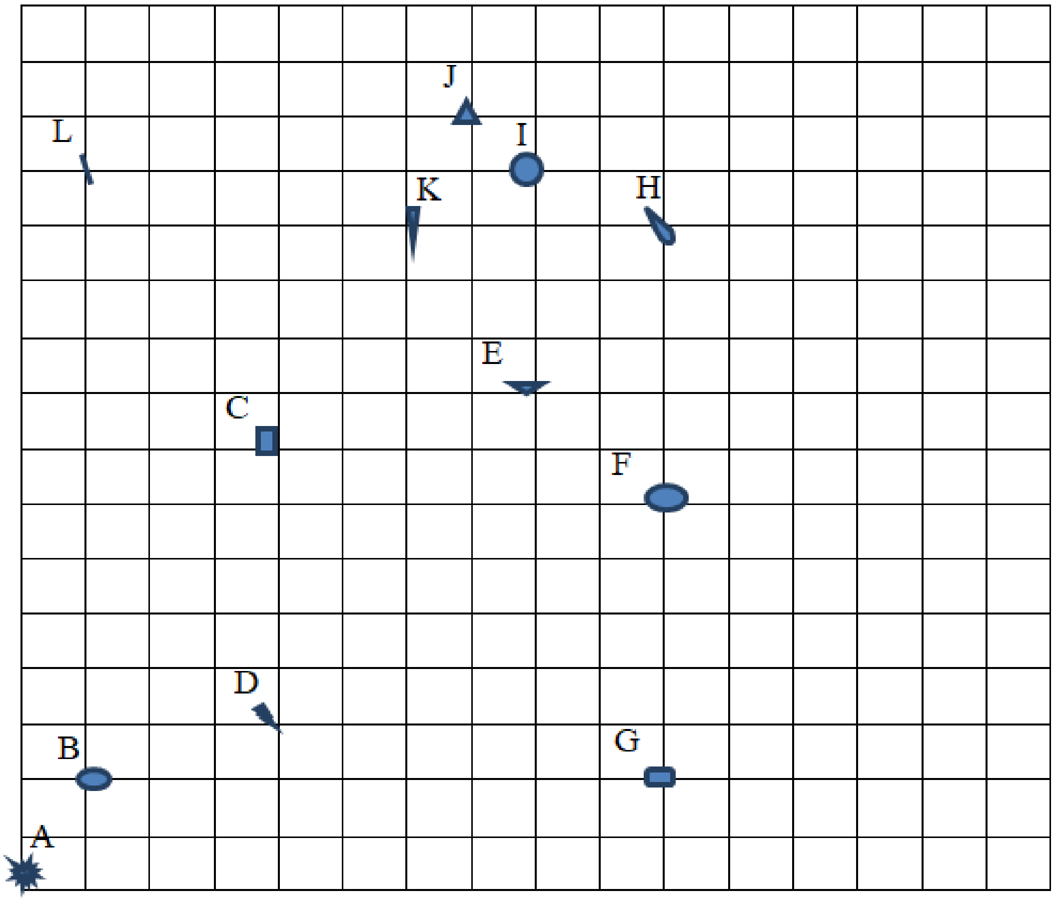


3. Aşağıdaki "Hayalet" temalı grafik etkinliğinde 6 tane hayalet ve 6 tane denklem içeren bir grafik vardır. Her denklemi hayalet grafiğinde çizmeniz istenmektedir. Bir doğruya ait çizgi hayaletlerin vücudunun herhangi bir yerinden geçtiğinde hayalet "öldürülmüş" kabul edilmektedir. Hassasiyet, bu faaliyetin anahtarıdır, çünkü her doğru yalnızca 1 hayaleti öldürebilmektedir. Eğer bir çizgi birden fazla hayalet üzerinden geçtiyse yeterince hassas değilsin.

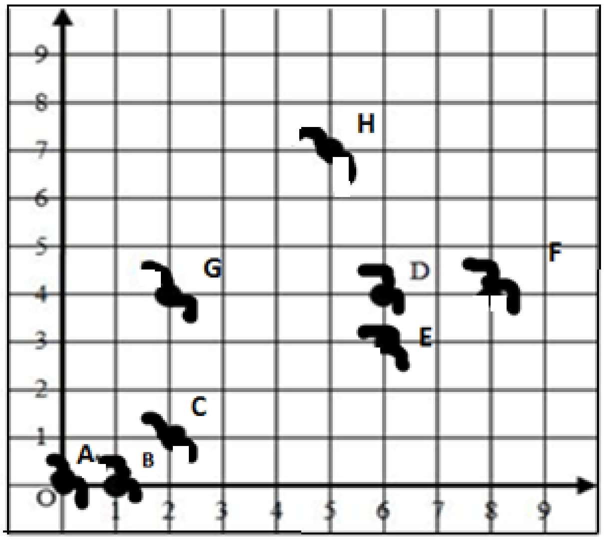


y=-2x+1	**y=x**	**y=2x-2**
y=-x	**y=4x**	**y=-x-6**

4. Hollywood' daki esrarengiz gecede yaşanan dehşet verici cinayeti çözmeye çalışan dedektif Mr. Smith olayla ilgili izler sürmektedir. Aşağıdaki tabloda A,B,C,D,E,F,G,H,I,J,K,L noktalarında olayla ilgili deliller bulunmaktadır. Mr. Smith' in iz sürdüğü rota bir doğru üzerinde olacağına göre öyle bir rota çizin ki en çok delile sahip olarak esrarengiz geceyi aydınlatsın.



5. Aşağıdaki şekilde göçmen kuşlarının göç sırasındaki uğrak yerlerini gösteren A,B,C,D,E,F,G,H noktalarının konumları yer almaktadır. Buna göre doğrusal bir rota çizecek olan bir göçmen kuş en az üç noktada konaklama şartıyla hangi konaklama yerlerini tercih etmelidir?



a)Çizdiğiniz doğrunun denklemini nasıl ifade edersiniz?

b)Bu konaklama yerleri arasındaki ilişki nedir?

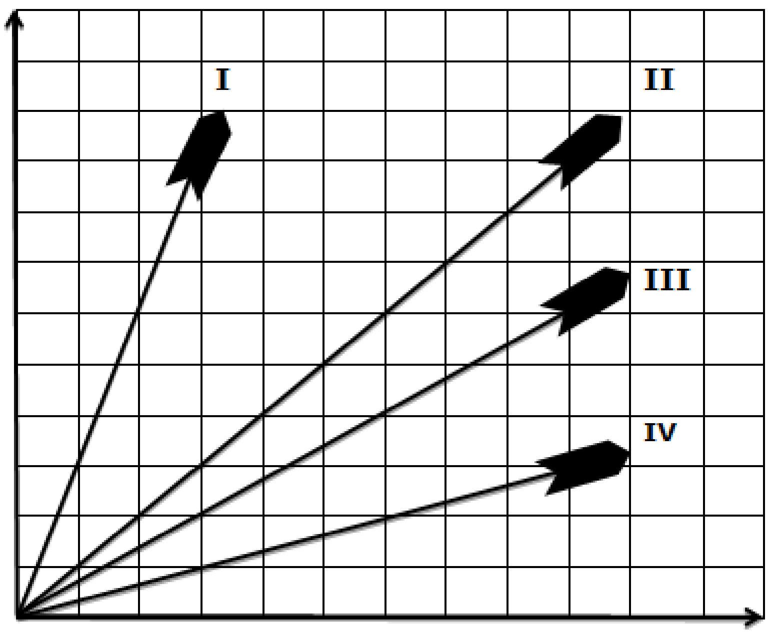
c)Bu doğrusal rotanın devamında uğranabilecek bir uğrak yeri noktası nasıl oluşturursunuz?

d)Bu uğrak noktalarının konumlarını sıralı ikili olarak ifade ediniz ve arasındaki ilişkiyi belirtiniz.

6. Dört arkadaş kâğıttan uçak yapmışlardır. Aşağıdaki şekil bu uçakların izledikleri doğrusal yolları göstermektedir.

a) Uçakların yatayda aldıkları yollar eşit olduğuna göre bu tabloyu nasıl yorumlarsınız.

b) Uçakların izledikleri doğrusal yolların eğimlerini karşılaştırınız.



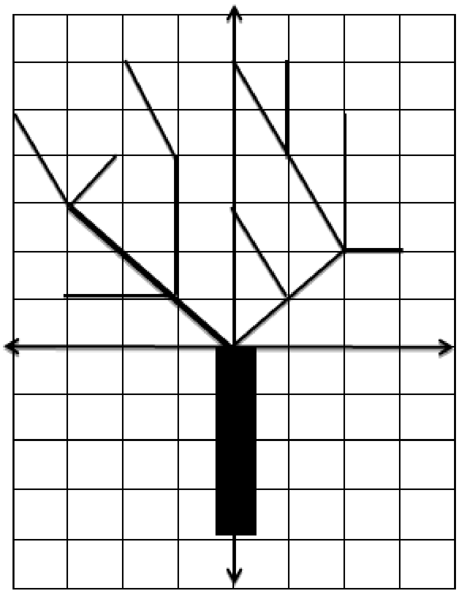
7. Matematik Öğretmeni öğrencisi Ayşe' yi bir türlü derse katamıyor ilgisini derse çekemiyordur. Bir gün Ayşe' yi okul bahçesinde resim yaparken görür. Ayşe kış temalı bir resim için üzerinde kar taneleri olan bir ağaç resmi çizmiştir. Öğretmeni Ayşe' nin resme ilgisi olduğunu anlamış resmi çok beğendiğini ve böyle bir ağacı koordinat sisteminde çizip eğimleri aynı olan dalları aynı renge boyamasını aynı zamanda bir kar tanesini oluşturmasını kar tanesinin her bir doğru parçasının eğimlerinin karşılaştırmasını istemiştir. Ayşe heyecanla koşup aşağıdaki kış temalı çalışmayı yapmış ve bu konuyu çok iyi anladığını söylemiş, o günden sonra matematik dersinde hep başarılı olmuştur.

a)Sizce Ayşe hangi dalları aynı renge boyamıştır.

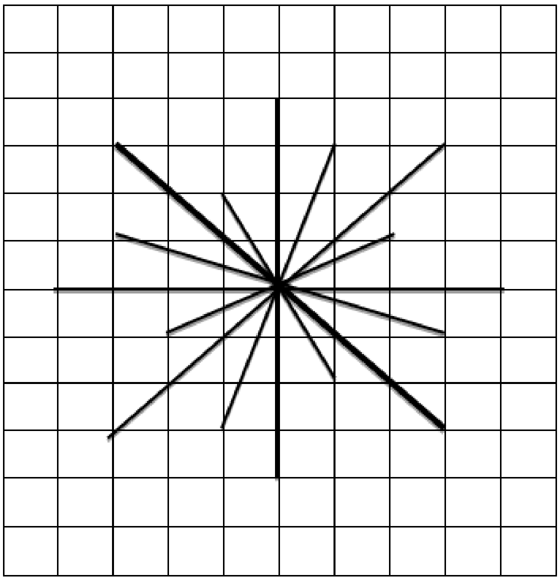
b)Aynı renge boyadığı dalların denklemleriyle eğimlerini karşılaştırınız.

b)Sizce kar tanesini oluşturduğu çizgilerin eğimini nasıl sıralamıştır.

Ağaç Modeli



Kar Tanesi Modeli

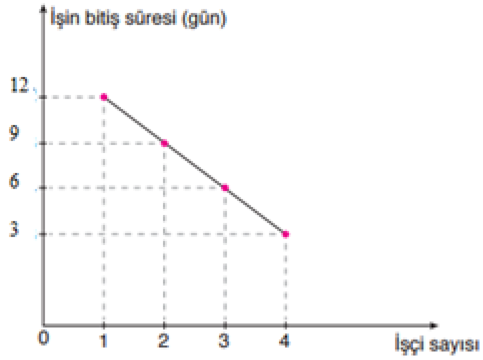


8. Bir bilgisayar oyununda böcek istilasından kurtulmak isteyen Can; böceklerin geleceği yöne bariyer kurmak amacıyla seçeceği iki noktadan geçecek şekilde doğrular çizmektedir. Buna göre Can'ın çizdiği;

a)A (8,0) ve B(0,-3) noktalarından geçen doğrunun eğimi nedir?

b) Orijinden ve C(-3,5) noktalarından geçen doğrunun eğimi nedir?

9. Aşağıdaki grafik bir işin bitme süresinin işçi sayısıyla ilişkisini göstermektedir. Bu grafiğin eğimini bulunuz.



10. Hero yıllardır aradığı defineye ulaşması için artık son aşamaya gelmiştir. Aşağıdaki a ve b seçeneğindeki soruların yanıtı hazinenin şifresini oluşturmaktadır. Haydi Hero'ya yardım edelim defineye ulaşmasını sağlayalım.

a) 4y+12x-12=0 doğrusunun eğimi nedir?

b) 5y-ax+35=0 doğrusunun eğimi -2 olduğuna göre, a kaçtır?

11. Eğim ile ilgili problem kurunuz.

T.C.
SINDIRGI KAYMAKAMLIĞI
İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 87154582-745.01.02-E.8946420 07/05/2019

Konu : Büşra AYDIN ÇİNAR ın
Yüksek Lisans Tez Çalışması Araştırması

KAYMAKAMLIK MAKAMINA

İlgi : Büşra AYDIN ÇİNAR ın 06.05.2019 tarihli dilekçesi.

İlçemiz Büyükdağdere Ortaokulu Matematik Öğretmeni Büşra AYDIN ÇİNAR Yüksek Lisans Tez Çalışması için ilçemiz ortaokullarında öğrenim gören 8.sınıf öğrencileri ile ilgili araştırma yapmak istemektedir. Araştırma yapılması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde Olurlarınıza arz ederim.

İbrahim IŞIK
İlçe Milli Eğitim Müdürü

Ekler :
1 Dilekçe
2 Araştırma Önerisi
3 Çalışma Planı
4 Problem Çözme Etkinliği Ölçeği

OLUR
07/05/2019

Zafer OKTAY
Kaymakam

Adres: İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü 10330 Sındırgı / Balıkesir
Elektronik Ağ: sindirgi.meb.gov.tr
e-posta: sindirgi10@meb.gov.tr

Bilgi için: Strateji Şube Müdürlüğü Özcan YILMAZ / V.H.K.İ
Tel: 0 (266) 516 10 65
Faks: 0 (266) 516 43 42